修士論文

重力波望遠鏡 KAGRA における補助ロックシステムの開発

Development of Auxiliary Locking System in Gravitational Wave Telescope KAGRA

富山大学大学院 理工学教育部 物理学専攻 21841105

杉本良介

2020年2月10日初版提出

目次

記	号・略	各語一覧	iv			
1	イン	トロダクション	1			
2	重力波とその検出に関する基礎					
	2.1	重力波の導出とその基本的な性質	3			
		2.1.1 Einstein 方程式	3			
		2.1.2 重力場が弱い場合の Einstein 方程式	4			
		2.1.3 重力波の導出	5			
		2.1.4 TT ゲージ	6			
		2.1.5 TT ゲージの物理的意味	7			
	2.2	検出原理	9			
	2.3	重力波の放射と放射源	9			
		2.3.1 重力波放射と遅い近似	9			
		2.3.2 期待される主な放射源	10			
	2.4	重力波検出における主な雑音...............................	11			
		2.4.1 地面振動	12			
		2.4.2 熱雑音	13			
		2.4.3 量子雑音	14			
3	レ-	ザー干渉計型重力波検出器	17			
	3.1	Michelson 干涉計	17			
		3.1.1 Michelson 干渉計からの信号	17			
		3.1.2 Michelson 干渉計の重力波に対する応答	20			
	3.2	Fabry-Perot 共振器	22			
		3.2.1 Fabry-Perot 共振器の諸性質	22			
		3.2.2 Fabry-Perot Michelson 干渉計の重力波に対する応答	26			
		3.2.3 Pound Drever Hall 法	29			
	3.3	リサイクリング	33			
		3.3.1 パワーリサイクリング	33			
		3.3.2 シグナルリサイクリングと RSE	34			
	3.4	干渉計における長さ自由度のまとめ......................	34			
	3.5	重力波の到来方向決定と干渉計のアンテナパターン	36			
		3.5.1 重力波の到来方向決定	36			
		3.5.2 干渉計のアンテナパターン	37			
	3.6	世界の主な重力波検出器と将来計画..............................	39			

4	大型低温重力波望遠鏡 KAGRA	42					
5	5 補助ロックシステム						
	5.1 ロックアクイジション	45					
	5.2 ALS システム	47					
	5.2.1 ALS システムの概要	47					
	5.2.2 LIGO ALS と補助ロックシステム (KAGRA type ALS) の比較	48					
	5.3 補助ロックシステムに対する要求	51					
	5.4 補助ロックシステムの導入と改良	51					
	5.4.1 補助ロックシステムにおける各部光学系の概要	51					
	5.4.2 Y側モードマッチ及び信号取得光学系の構築	55					
	5.4.3 PLL 制御系とその改良	58					
	5.5 補助ロックシステムの安定性評価	67					
		01					
6	ファイバーノイズキャンセレーション	69					
	6.1 ファイバーノイズ	69					
	6.2 ファイバーノイズキャンセレーションの原理	71					
	6.3 ファイバーノイズキャンセレーションのインストール	73					
	6.4 ファイバーノイズキャンセレーションの評価	77					
	6.4.1 キャンセレーションループのオープンループ伝達関数	77					
	6.4.2 各制御パラメーターの導出	77					
	6.4.3 ファイバーノイズキャンセレーションの評価	81					
	6.5 長期安定性とその向上に向けた改良	86					
	6.5.1 長期安定性	86					
	6.5.2 ファイバー温度調節制御ループ	86					
7	ノイズキャンセレーション改良案	89					
	7.1 ノイズキャンセレーションの改良すべき点	89					
	7.2 AOM によるフィードバックキャンセレーション	90					
	7.3 改良型ノイズキャンセレーション	92					
	7.3.1 改良型ノイズキャンセレーションの原理	92					
	7.3.2 改良型ノイズキャンセレーションの ALS 実装へ向けた検討	94					
8	まとめと今後の展望	97					
Α	フィードバック制御における安定化とノイズ測定の基礎	98					
	A.1 フィートバックと OLTF	98					
	A.2 安定化の評価とノイズ測定	100					
	A.3 OLTF の測定	102					
R	PED (Phase Frequency Discriminator)	103					
Ч	$R1 \text{IK} \forall $	103					
	B.1 51 / / / / / · · · · · · · · · · · · · ·	100					
	B.2 H.D.C.C.M.C.294(************************************	105					
	B.2.1 应伯可加····································	105					

C Low noise VCO の開発とその評価	107
C.1 Low noise VCO の原理と開発状況	107
C.2 種 VCO のノイズ評価	109
参考文献	113
謝辞	116

Glossary

本論文における単位系、略記法などについて

- ・本論文では特に断りがない限り MKSA 単位系を使用する。
- ・テンソルの表記において上付き添え字、下付き添え字はそれぞれ反変成分、共変成分を表す。
- ・Einstein 規約を採用し同じ項の中に同じ添え字がある場合その添え字について和をとるとする。
- ・添え字についてアルファベット表記の場合は3つの空間成分のいずれかを表し、
- ギリシア文字表記の場合は4つの時空成分のいずれかを表すとする。
- ・カンマ,は偏微分を表す。

記号

i	虛数記号 $(i^2 = -1)$
c	光速度 = 299792458 m/s
G	万有引力定数 = $6.67430 \times 10^{-11} \text{ m}^3/\text{kg s}^2$
h	Planck 定数 = $6.62607015 \times 10^{-34}$ J s
k_B	Boltzmann 定数 = 1.380649×10^{-23} J/K

e 電気素量 = $1.602176634 \times 10^{-19}$ C

略語

Gravitational Wave				
Free Spectral Range				
Fabry-Perot				
Fabry-Perot Michelson Interferometer				
Power Recycling				
Signal Recycling				
Dual-Recycled				
Resonant Sideband Extraction				
Beam Splitters				
Test Mass				
Input Test Mass				
End Test Mass				
Anti-Symmetric port				
REFLection port				
MICHelson Length				
Common ARM length				
Differential ARM length				
Power Recycling Cavity Length				

SRCL	Signal Recycling Cavity Length				
PMC	Pre-Mode Cleaner				
IMC	Input Mode Cleaner				
POP	Pick-Off port of Power recycling cavity				
POS	Pick-Off port of Signal recycling cavity				
ALS	Arm Length Stabilization				
\mathbf{PSL}	Pre Stabilized Laser				
AUX	AUXiliary				
PDH	Pound-Drever-Hall				
\mathbf{PLL}	Phase Locked Loop				
PFD	Phase Frequency Discriminator				
PD	Photo Detector				
DCPD	Direct Current Photo Detector				
RFPD	Radio Frequency Photo Detector				
F.I.	Faraday Isolator				
PBS	Polarizing Beam Splitter				
HBS	Harmonic Beam Splitter				
AOM	Acousto-Optical Modulator				
EOM	Electro-Optical Modulator				
LO	Local Oscillator				
VCO	Voltage-Controlled Oscillator				
HWP	Half- Wave Plate				
QWP	Quarter-Wave Plate				
OLTF	Open Loop Transfer Function				
\mathbf{RMS}	Root Mean Square				
SHG	Second Harmonic Generation				
\mathbf{FFU}	Filter Fan Unit				

Chapter 1

<u>イントロダクション</u>

重力波とは 1916 年に A.Einstein により予言された時空の歪みが光速で伝播する現象である [1]。 重力波は物質との相互作用が電磁波と比較して非常に小く、ほとんど減衰や散乱をしない。その ため、観測により従来の電磁波では得られない情報を得ることが出来る。しかし、それは同時に 観測の難しさも意味しており、長年の間その直接観測は現実的ではないとされてきた。しかし、 1950 年代に入ると共振型重力波検出器が考案され 1969 年には J.Weber により初検出が報告され た (Weber イベント)[2]。残念ながら追試の成功例がなかったため Weber イベントは誤報であると されたが、多くの物理学者が重力波検出に取り組むきっかけとなった。その後 1974 年 R.A.Hulse と J.H.Taylor による連星パルサー PSR1913+16 の観測から、その公転周期の変化が重力波の放射 によるとした場合によく説明できることから間接的にその存在が証明された [3]。Weber イベント 以降、重力波検出に対する取り組みは活発に行われている。 Weber が開発した共振型検出器は重 力波が検出器を通過した際に励起される振動を検出するものであるが、アンテナ (金属の塊を用い る)の固有振動数付近の狭い帯域にしか感度を持たないため周波数が遷移していく連星合体などの イベントの観測には向かない。そこで現在は幅広い周波数帯域に感度を持つレーザー干渉計型検出 器が主流となっている。そしてついに 2015 年 9 月アメリカの LIGO(約 3000 km 隔てた 2 つのレー ザー干渉計型検出器から成る)のグループにより重力波の初検出が報告された (GW150914)[4]。こ のイベントは連星ブラックホール由来のものであり重力波の初検出にのみならずブラックホール についても初の直接観測で、加えてそれが連星であることなど様々な初発見が重なるインパクトの 大きいものとなった。その後4例目のイベントからはヨーロッパの検出器 Virgo も観測に加わり、 現在 (2020 年 2 月) 継続中の第 3 期目の観測期間では週に複数個のイベントが報告されるのも珍し くない状況となっており [5] 重力波天文学が完全に幕を開けたといえる。そしてさらに日本でも干 渉計型検出器 KAGRA が観測ネットワーク参加に向け最終調整中であり、今月中にも観測が開始 されると期待されている。

LIGO や KAGRA を初めとする現代の干渉計型重力波検出器はその感度を向上させる為に複数 の干渉計や光学共振器から構成される複雑な光学系である。重力波観測のためにはそれら自由度が 正しく動作域に制御される必要がある(例えば KAGRA の懸架鏡は何も制御をしないと µm 程度 のオーダーで揺れているが、それを主レーザーと共振させ続けるには数百 pm の領域に留め置く様 に制御する必要がある)。しかし、それらの自由度は互いにカップリングしており一度に制御する ことは容易ではない。KAGRA ではこの制御のため観測用の主レーザーとは別の補助レーザーを 導入して、まず両腕の主共振器の制御を行う。そうする事で自由度を分離すると同時に主共振器の 安定性を持つ制御信号で主レーザーの周波数安定化を行う。そして安定化された主レーザーで干渉 計中央部部の主共振器以外の自由度の制御を行い(その間、主共振器は主レーザーに対し非共振に

保たれる)、最後に主共振器の制御を補助レーザーから主レーザーに引き渡すことで干渉計全体の 主レーザーによる制御が完了となる。このように干渉計を何も制御していない状態から全ての自由 度を動作点に引き込み観測状態にすることをロックアクイジションと呼ぶ。補助レーザーを用いた ロックアクイジションシステムは ALS (Arm Length Stabilization) と呼ばれ LIGO で開発された ものであるが KAGRA ではそれに独自の改良を加えたシステムを導入している。本論文ではこれ を補助ロックシステムと呼ぶ (一般には KAGRA type ALS や単に ALS など)。一番大きな変更は LIGO タイプの ALS では補助レーザーを干渉系末尾部分のエンドミラー部分から入射していたの に対し KAGRA では干渉計中央部分からの入射に変更したことである。この変更による一番大き な利点は第3世代型望遠鏡など、より長い腕共振器に対してもシステムがスケール可能になること である。一方で新たな問題も生じた。KAGRA において補助レーザーはレーザー光源があるレー ザールームから干渉計中央部分まで約60mの光ファイバーで伝送されるが、その際にファイバー が騒音や振動を受けることでレーザーに位相ノイズ(ファイバーノイズ)が生じる。ファイバーを 出射した光はそのまま共振器長の測定に用いるのでその光の揺らぎは補助ロックシステムの安定性 に深刻な影響を及ぼす。それを解決する為に、本研究ではファイバーノイズ低減のための PZT ミ ラーによるファイバーノイズキャンセレーションを開発、導入を行い補助ロックシステムの安定性 を大幅に向上させることに成功した。補助ロックシステムは観測開始時や外乱等により制御を失っ た干渉計が観測状態に復帰する際に必須である。補助ロックシステムの安定性向上により干渉計を 速やかに観測状態に引き込める様になり観測デューティーサイクルの向上に貢献した。

補助ロックシステムの開発、導入は昨年度中にほぼ完了していた[6,7]。本論文では補助ロック システムの開発について今年度新たに行った導入、改良とその評価に関して取り扱う。特にファイ バーノイズキャンセレーションの開発とその改良型のプランについて詳細を説明する。また、補助 ロックシステムの干渉計引き込みシークエンスに関する詳細は[8]にまとめられている。

本論文の構成について、まず第2章で重力波とその検出原理、雑音などについて説明した後に第 3章で検出器に関する基本的な技術について説明する。第4章ではKAGRA に関しその光学的な 構成を簡単に説明し、第5章ではロックアクイジションと補助ロックシステムについて説明し、そ の後に特に本研究で新たに導入した部分について述べる。そして第6章でファイバーノイズキャ ンセレーションについてその原理から KAGRA への導入、評価まで述べ、最後に第7章で将来の より進んだノイズキャンセレーションについてその概念を説明する。

 $\mathbf{2}$

Chapter **2**

<u>重力波とその検出に関する基礎</u>

2.1 重力波の導出とその基本的な性質

2.1.1 Einstein 方程式

一般相対性理論によると 4 次元時空間の微小に異なる 2 点、 x^{μ} と $x^{\mu} + dx^{\mu}$ 間の固有距離 ds の 2 乗は計量テンソル $g_{\mu\nu}$ を用いて

$$ds^2 = g_{\mu\nu}dx^{\mu}dx^{\nu} \tag{2.1}$$

と表せる。時空が平坦な場合には計量テンソルは Minkovski の計量テンソル $\eta_{\mu\nu}$ に一致する。ここで、本論文では $\eta_{\mu\nu}$ に

$$\eta_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$
(2.2)

を採用する。計量テンソルは Einstein 方程式

$$G_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4} T_{\mu\nu}$$
(2.3)

に従う。ここで $T_{\mu\nu}$ はエネルギー運動量テンソルであり時空中にある物体のエネルギーや運動量 の密度や流束などを表す。また、Einstein テンソル $G_{\mu\nu}$ はリッチテンソル $R_{\mu\nu}$ とスカラー曲率 Rを用いて

$$G_{\mu\nu} \equiv R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R \tag{2.4}$$

である。また、ここで R^μ_{ναβ} は時空の歪み度合いを表す曲率テンソルを、

$$R^{\mu}{}_{\nu\alpha\beta} = \Gamma^{\mu}{}_{\nu\beta,\alpha} - \Gamma^{\mu}{}_{\nu\alpha,\beta} + \Gamma^{\mu}{}_{\gamma\alpha}\Gamma^{\gamma}{}_{\nu\beta} - \Gamma^{\mu}{}_{\gamma\beta}\Gamma^{\gamma}{}_{\nu\alpha}$$
(2.5)

$$\Gamma^{\mu}{}_{\nu\lambda} = \frac{1}{2}g^{\mu\alpha}(g_{\alpha\nu,\lambda} + g_{\alpha\lambda,\nu} - g_{\nu\lambda,\alpha})$$
(2.6)

で定義する。リッチテンソルとスカラー曲率はそれぞれ、曲率テンソルの縮約から

$$R_{\mu\nu} \equiv R^{\alpha}{}_{\mu\alpha\nu} \tag{2.7}$$

$$R \equiv R^{\mu}{}_{\mu} \tag{2.8}$$

と定義される。

2.1.2 重力場が弱い場合の Einstein 方程式

今、重力場が非常に微小であるとすると、その時空の計量は平坦な時空における計量と微小な計 量摂動 *h*_{uv} を用いて

$$g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} + h_{\mu\nu} \tag{2.9}$$

と表される。この時、

$$|h_{\mu\nu}| \ll 1 \tag{2.10}$$

とする。ここで、座標変換

$$x^{\alpha'} = x^{\alpha} + \xi^{\alpha}(x^{\beta}) \tag{2.11}$$

を計量に課すと計量は、

$$g_{\mu\nu} \to \eta_{\mu\nu} + h_{\mu\nu} - \xi_{\alpha,\beta} - \xi_{\beta,\alpha} + O(\xi^2_{\alpha,\beta})$$
(2.12)

と変換される。このとき

$$|\xi_{\alpha,\beta}| \ll 1 \tag{2.13}$$

であれば、この変換における計量摂動の変化は

$$h_{\mu\nu} \to h_{\mu\nu} - \xi_{\alpha,\beta} - \xi_{\beta,\alpha} \tag{2.14}$$

であり、やはり計量の平坦な計量からのずれは微小なままであり、この変換において式 2.9 及び 2.10 の状況は変化しない。この変換をゲージ変換と呼ぶ。ゲージ変換の自由度の範囲内で都合の 良い座標を選択する。

ここで、トレース反転テンソルを

$$\bar{h}_{\mu\nu} = h_{\mu\nu} - \frac{1}{2}h \tag{2.15}$$

で定義する。ここで

$$h = h^{\alpha}{}_{\alpha} \tag{2.16}$$

である。この時、式 2.9 の変換を Einstein テンソルに課すと、変換後の Einstein テンソルはトレー ス反転テンソルを用いて

$$G_{\alpha\beta} = \frac{-1}{2} (h_{\alpha\beta,\mu}{}^{,\mu} + \eta_{\alpha\beta}\bar{h}_{\mu\nu}{}^{,\mu\nu} - \bar{h}_{\alpha\mu,\beta}{}^{,\mu} - \bar{h}_{\beta\mu,\alpha}{}^{,\mu} + O(h_{\alpha\beta}{}^2))$$
(2.17)

となる。今、条件

$$\bar{h}^{\mu\nu}{}_{\nu} = 0$$
 (2.18)

を満たすような座標にゲージ変換を行えば式 2.18 の右辺は第一項以外消えて

$$G_{\alpha\beta} = \frac{-1}{2} \Box \bar{h}_{\alpha\beta} \tag{2.19}$$

と簡潔な形になる。条件2.18をゲージ条件と呼ぶ。ここで

$$h_{,\mu}{}^{,\mu} = \Box h = \left(-\frac{\partial^2}{\partial^2 t} + \Delta\right)h \tag{2.20}$$

である。

以上の式 2.3 及び式 2.19 より

$$\Box \bar{h}^{\alpha\beta} = -\frac{16\pi G}{c^4} T^{\mu\nu} \tag{2.21}$$

が成立する。これが重力場が弱い場合における Einstein 方程式であり、線形理論における場の方 程式と呼ぶ。

2.1.3 重力波の導出

重力場が弱いものの、定常的ではない時空領域を考える。式 2.21 の線形化された Einstein 方程 式は重力場源から十分に離れた真空中において

$$T^{\mu\nu} = 0 \tag{2.22}$$

とみなせるので

$$\Box \bar{h}^{\alpha\beta} = 0 \tag{2.23}$$

となる。ここで、この3次元波動方程式が

$$\bar{h}^{\alpha\beta} = A^{\alpha\beta} \exp(ik_{\alpha}x^{\alpha}) \tag{2.24}$$

を解に持つと仮定する。ここで、 $A^{\alpha\beta}$ は波の振幅を表すテンソルの定数成分である。すると式 2.24 より

$$\bar{h}^{\alpha\beta}_{\ ,\mu} = ik_{\mu}\bar{h}^{\alpha\beta} \tag{2.25}$$

であり、式 2.23 及び 2.25 から

$$-\eta^{\mu\nu}k_{\mu}k_{\nu} = 0 \tag{2.26}$$

が得られる。式 2.26 が成立するのは

$$\eta^{\mu\nu}k_{\mu}k_{\nu} = k^{\nu}k_{\nu} = 0 \tag{2.27}$$

が成立する場合のみであり、これは k^{\mu} が光の世界線(ヌル測地線)に接する場合に 2.24 が 2.23 の 解になることを示している。

以上より時空の歪みが光速で伝播する現象の存在が示唆される。この波動現象を重力波と呼ぶ。 解 2.24 は平面波を表しているが、その他のいかなる解もこの平面波解の重ね合わせで表現される。 また、この時、ゲージ条件 2.18 は

$$\bar{h}^{\alpha\beta}_{\ ,\beta} = ik_{\beta}A^{\alpha\beta}\exp(ik_{\alpha}x^{\alpha}) \tag{2.28}$$

より

$$A^{\alpha\beta}k_{\beta} = 0 \tag{2.29}$$

を与える。

2.1.4 TT ゲージ

以上までではゲージ条件 2.29 のみを課してきたがゲージ変換の自由度を用いて今後の議論にさらに都合の良い座標を設定する。

$$\left(-\frac{\partial^2}{\partial^2 t} + \Delta\right)\xi_{\alpha} = 0 \tag{2.30}$$

を満たす ξ_α を用いればゲージ条件を満たす範囲内でゲージの変更ができる。方程式 2.30 の解と して

$$\xi_{\alpha} = B_{\alpha} \exp(ik_{\mu}x^{\mu}) \tag{2.31}$$

を選ぶと、*B*_αをを適切に選択することで、ゲージ条件に加えてさらに2つの条件

$$A^{\alpha}{}_{\alpha} = 0 \tag{2.32}$$

及び

$$A_{\alpha\beta}U^{\beta} = 0 \tag{2.33}$$

を $A_{\alpha\beta}$ に課すことが出来る。ここで \vec{U} は任意に選べる時間的な定数単位ベクトルである。 条件 2.29、2.32、2.33 を合わせてトランスバース トレースレス (TT) 条件と呼ぶ。ここで、2.14 の 変換を 2.15 に課し、それに 2.31 を代入するとゲージ変換による振幅テンソルの変換

$$A_{\alpha\beta}^{(new)} = A_{\alpha\beta}^{(old)} - iB_{\alpha}k_{\beta} - iB_{\beta}k_{\alpha} + i\eta_{\alpha\beta}iB^{\mu}k_{\mu}$$
(2.34)

が求まる。ここで変換前を old、変換後を new で表した。今、TT 条件が課されているとすると 2.34 の変換の両辺に $\eta_{\alpha\beta}$ をかけることで

$$\frac{i}{2}A^{(old)}{}^{\alpha}{}_{\alpha} = B^{\alpha}k_{\alpha} \tag{2.35}$$

が得られ、同様に 2.34 の両辺に $k^{\alpha}U^{\beta}$ をかけて 2.35 の関係を用いることで、任意の B^{μ} に対し

$$k^{\alpha} A^{(new)}_{\alpha\beta} U^{\beta} = 0 \tag{2.36}$$

が成立していることが分かる。この関係から、条件 2.33 は一見 4 つの条件を課すように見えるが 実際には 3 つの条件しか与えない。

以上によりゲージ条件 2.29 で 4 条件、2.32 で 1 条件、2.33 で 3 条件の計 8 条件が TT によって 課される。式 2.19 及び 2.24 とリッチテンソルが対称テンソルであるという事から $A_{\alpha\beta}$ も対称テン ソルとなり 10 個の独立成分を持つが TT 条件を課すことでこれらは 2 つにまで減らされる。TT 条件により全てのゲージ自由度を使い切ったので残る 2 つの重力波成分は座標の取り方による見か けの効果ではない物理的な意味を持つ。以後、TT 座標を採用している場合にはそれを明らかにす るために右肩に TT の添え字をつけることとする。

TT 条件を課す際の \vec{U} に時間の基底ベクトルをとるような局所 Lorentz 系を選ぶと条件 2.33 は

$$A_{\alpha 0} = 0 \tag{2.37}$$

を与える。この系で波が Z 軸方向に伝わり $k^{\mu} = (\omega, 0, 0, \omega)$ となるような空間軸を選ぶと 2.37 と 合わせて

$$A_{\alpha z} = 0 \tag{2.38}$$

が得られる。 $A_{\alpha\beta}$ の対称性と 2.37、2.38 から、 A_{xx} 、 A_{yy} 、 $A_{xy} = A_{yx}$ 以外の成分は 0 となる。また、条件 2.32 より $A_{xx} = -A_{yy}$ となる。

以上より TT ゲージを用いた際の重力波は

$$A_{\alpha\beta}^{TT} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & A_{xx} & A_{xy} & 0 \\ 0 & A_{xy} & -A_{xx} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$
(2.39)

と表されることになる。

 A_{xx}^{TT} 、 A_{xy}^{TT} はそれぞれ+モードと×モードという偏波モード対応している。そのため A_{xx}^{TT} や A_{xy}^{TT} を h_+ や $h_×$ などと表記する場合もある。それぞれの偏波モードの重力波が円状に分布している自由粒子上を通過した場合における粒子位置の時間発展を図 2.1 に示す。このような描像が得られる理由は次節で行うように原点と各粒子間の固有距離を求めると分かる。



図 2.1: 図中 z 軸方向から各偏波モードの重力波が到来した場合における質点の時間発展

2.1.5 TT ゲージの物理的意味

静的な時空領域に自由粒子が存在し、そこを重力波が通過する場合の粒子の挙動を考える。粒子 が初めは静止している局所 Lorentz 系を選び、その系に対する TT ゲージをとる。自由粒子は測地 線方程式

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\tau}U^{\alpha} + \Gamma^{\alpha}{}_{\mu\nu}U^{\mu}U^{\nu} = 0 \tag{2.40}$$

に従う。粒子は最初静止しているとしたので初期加速度は第0成分のみを考えればよく、

$$\left(\frac{\mathrm{d}U^{\alpha}}{\mathrm{d}\tau}\right)_{0} = -\Gamma^{\alpha}{}_{00} = \frac{-1}{2}\eta^{\alpha\beta}(h_{\beta0,0} + h_{0\beta,0} + h_{00,\beta})$$
(2.41)

となるが、2.39 より明らかに式 2.41 の右辺は 0 となる。つまり TT ゲージにおいて粒子に重力波 がぶつかっても粒子に加速度は発生せず静止したままであることが分かる。 しかし実際に粒子が動かないわけではない。重力波による粒子の影響を考えるため、それぞれの 距離が近い 2 粒子を考える。2 粒子ははじめ静止しており、一つの粒子は原点に、もう一つの粒子 は $(ct, \varepsilon, 0, 0)$ に置かれているとする。前述の議論のように TT ゲージにおいて粒子に重力波がぶ つかってもその座標は変化しない。しかし、座標に依存しない 2 粒子間の固有距離 Δl を計算する と、設定より dy = dz = 0、また、重力波は 2 質点に同時に到達するから dt も 0 であることに注 意して、

$$\Delta l \equiv \int |ds^2|^{\frac{1}{2}} = \int |g_{\mu\nu} dx^{\mu} dx^{\nu}|^{\frac{1}{2}}$$
(2.42)

$$= \int_{0}^{\varepsilon} |g_{xx}|^{\frac{1}{2}} dx \tag{2.43}$$

$$\simeq \varepsilon |g_{xx}|^{\frac{1}{2}}{}_{x=0} \tag{2.44}$$

$$\simeq \varepsilon \left(\left(1 + \frac{1}{2} A_{xx}^{TT} \right)_{x=0} \right).$$
(2.45)

この時、一般に A_{xx}^{TT} は 0 ではないため 2.42 の結果から重力波の通過に伴い粒子間の固有距離は変 化することが分かる。これらのことから TT ゲージは個々の粒子に張り付いた座標を選んでいる という事が分かる。また、その変化分はもともとの粒子間距離に比例している。このため、重力波 検出器ではより大きなスケールを観測した方が同じ振幅の重力波に対し得られる長さ変動が大きく なり高感度となることがわかる。後の節で説明するように一般的に観測が期待される重力波の振幅 は非常に小さい。それはそのまま、重力波と物体との相互作用が非常に小さいことを示している。 これが重力波の透過力の高さという天文学的な利点をもたらすと同時にその検出を非常に難しいも のにしている。

最後に同様の計算を行うことで図 2.1 の様な重力波の各偏波モードが持たらす質点の固有距離変 化の描像を導く。今、(ct, Rcos θ , Rsin θ , 0) に質点があるとして、その質点と原点 (ct, 0, 0, 0) の 距離を考える。z 軸方向から+モード 100% の重力波

$$h^{\alpha\beta} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & h_{+} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -h_{+} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cos\phi t$$
(2.46)

が入射したとすると、先ほどと同様に計算することで、

$$\Delta l = \int |g_{\mu\nu} dx^{\mu} dx^{\nu}|^{\frac{1}{2}}$$
(2.47)

$$= \sqrt{\int_{0}^{R\cos\theta} (1+h_{+}\cos\phi t)dx^{2} + \int_{0}^{R\sin\theta} (1-h_{+}\cos\phi t)dy^{2}}$$
(2.48)

$$\simeq R(1 + \frac{1}{2}h_{+}\cos\phi t \,\cos2\theta) \tag{2.49}$$

が得られる。さらに同様に×モード100%の重力波が入射した場合を考えると、

$$\Delta l \simeq R(1 + \frac{1}{2}h_{\times}\cos\phi t\,\sin2\theta) \tag{2.50}$$

となり図 2.1 の時間発展描像を得ることができることが分かる。

2.2 検出原理

前節での議論のように重力波が通過するとそれに伴い物体間の固有距離が変化する。重力波の直接 検出はこの効果により生じる変化の測定により行う。その方法としては主に

・重力波によって励起される物体の振動を測定する

・物体間で光子をやり取りしその往復時間を測定する

などがある。前者の主な検出器に共鳴型検出器というものがある。これは一辺が数メートルサイズ の金属の塊をアンテナとし、そこを重力波が通過した際に励起される振動を検出する方式である。 共鳴型検出器はかつては盛んに研究されていたが、アンテナの共振周波数の付近にしか感度を持た ないことや、低周波領域観測のための巨大なアンテナの製造が困難であることを理由に現在は広い 周波数帯域に感度を持たせることが出来る後者の光子を用いた検出器が主流となっている。また、 宇宙機や天体などを用いた超長距離のやり取りでない限り、単に光子の往復時間を測定を行うと時 計の精度が不足する為、実際の検出器では干渉計により時計を用いずに異なる光路を通った光の位 相を比較することで固有距離(光子の往復時間)の変化を測定する。この干渉計型検出器について 詳細は次章で述べる。

2.3 重力波の放射と放射源

2.3.1 重力波放射と遅い近似

重力波の放射について考える。式 2.21 の解は形式的に

$$\bar{h}^{\mu\nu}(t,x^{i}) = \frac{4G}{c^{4}} \int \frac{T^{\mu\nu}(t - \frac{|x^{i} - x^{i'}|}{c}, x^{i'})}{|x^{i} - x^{i'}|} d^{3}x^{i'}$$
(2.51)

という遅延積分で表せる。ここで x^i は観測者の位置ベクトル、 $x^{i'}$ は重力波放射源の位置ベクトル である。今、 $|x^i| \equiv r \gg |x^{i'}|$ でかつ、 $T^{\mu\nu}$ の時間微分は十分小さい(放射源の変化が光速に対し 十分遅いとする)とすると、式 2.51 は

$$\bar{h}^{\mu\nu}(t,x^{i}) \simeq -\frac{4G}{c^{4}r} \int T^{\mu\nu}(t-\frac{|x^{i}-x^{i'}|}{c},x^{i'})d^{3}x^{i'}$$
(2.52)

と近似できる [9]。この時の $T^{\mu\nu}$ の各成分に関して考えると T^{00} は ρc^3 でエネルギー、 T^{0i} は $\rho c^2 v^i$ で運動量に相当し保存量であり時間変化しない。そのため $\bar{h}^{0\nu}$ は重力波を表さない。ここで ρ と v^i はそれぞれ放射源の密度と速度である。 $T^{\mu\nu}$ の残りの成分は保存則

$$T^{\mu\nu}_{\ ,\nu} = 0$$
 (2.53)

を用いることで、

$$\bar{h}^{ij} = \frac{4G}{c^4 r} \frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}t^2} \int d^3 x T^{00} x^i x^j$$
(2.54)

となる。ここで、

$$I^{ij} \equiv \int d^3x T^{00} x^i x^j \tag{2.55}$$

は放射源の四重極モーメントを表す。即ち、重力波は四重極モーメントが変化することで放射され ることがわかる。上のエネルギーと運動量の部分がそれぞれ単極放射と双極放射に対応している。 重力波で双極放射がないのは正負の電荷に対応するような負の質量がない為とも言え、双極子を考 えた時に電気双極子の場合、元の位置から 180 度の回転で場の変化が最大となるのに対し質量双極 子の場合、回転角 90 度で最大になることに対応していると考えると四重極モーメントを感覚的に 理解しやすい。つまり例えば円上に 90 度間隔で一様に分布している質量の回転を考えると四重極 モーメントは0 になり八重極放射が最低次の放射となる。例えば四重極放射に対する八重極放射 は双極放射に対する四重極放射くらい小さいため式 2.54 では四重極より高次の放射を無視してい る。このような理由で円周上に一様に質量が分布しているリングがその円周方向に回転した場合で は重力波は厳密に全く放射されない。

式 2.54 を TT ゲージ移すと、

$$h_{ij}^{TT} = \frac{2G}{c^4 r} \frac{d^2 \mathbf{I}_{ij}^{TT}}{dt^2}$$
(2.56)

$$= [P_i^k P_j^l - \frac{1}{2} P_{ij} P^{kl}] \frac{2G}{c^4 r} \frac{d^2 \mathbf{I}_{ij}}{dt^2}$$
(2.57)

となる。ここで、P^k は射影演算子で重力波の伝播方向の単位ベクトルを nⁱ として

$$P_i^k \equiv \delta_i^k - n_i n^k \tag{2.58}$$

である。この演算子を作用させることで重力波進行方向に垂直な成分(横波成分)のみを抜き出す ことが出来る。また、I は還元四重極モーメントと呼ばれ

$$\mathbf{I}_{ij} \equiv I_{ij} - \frac{1}{3}\delta_{ij}I_k^k \tag{2.59}$$

で定義される。これは *I_{ij}* をトレースレスにする操作である。

求めた式 2.56 から重力波振幅のオーダーを見積もってみる。今、 T^{00} を密度 ρ と近似し (その空間積分を M とする)、重力波源の特徴的なサイズと変化の時間スケールをそれぞれ R と T とする と、四重極モーメントは MR^2 、その 2 回時間微分は $MR^2/T^2 \sim Mv^2$ と大雑把に近似できる。以上より、重力波振幅は、

$$h \sim \delta \frac{GM}{c^2 r} \frac{v^2}{c^2} = \delta \frac{R}{r} \frac{GM}{c^2 R} \frac{v^2}{c^2} \simeq 10^{-44} \delta \frac{M v^2}{r}$$
(2.60)

となり、その値は非常に小さくなることがわかる。ここでδは系の非対称度を表す1以下のパラ メーターである。式2.60右辺第二項にある*GM/c²R*は放射源のコンパクトさを表す無次元量であ る。以上より重力波は、より高密度な物体がより高速で動いた場合により強く放射されることがわ かる。また、これまでの議論は波源が光速より十分遅く、かつ重力波振幅が十分に小さい場合に成 り立つことに注意する。

2.3.2 期待される主な放射源

ここでは期待される主な放射源について簡単に述べる。

コンパクト連星

中性子星やブラックホールなど非常に高密度な天体からなる連星系は前節の最後で見たような理由 で重力波の典型的な放射源となる。事実、現在観測が実現している重力波は全てこれらに由来する 物である。 重力波の直接観測に史上初めて成功した GW150914 もブラックホール連星の合体である。この イベントは人類史上初めてブラックホールの存在を直接確認できた(もちろん降着円盤からの X 線など間接的にその存在はほぼ確定的ではあった)ことに加えて初のブラックホール"連星"の観測 ともなった。合体したブラックホールの質量や合体頻度、地球からの距離(つまり時代)を調べる ことで、恒星進化や銀河形成などに関する知見を得ることが出来る。また、ブラックホール近傍と いう強重力場における一般相対論のテストや修正重力理論への制限なども行える。

また、中性子星連星の合体については、電磁波観測を合わせることで、ガンマ線バーストやキロ ノヴァ(突発的に輝く天体で超新星爆発よりは輝度が小さい物)などの天体現象を中性子星の合体 と関連付けられる事をはじめ、重元素の合成などについて重要な知見を得ることが出来る。例え ば初観測となった GW170817[10] では検出された重力波からおおよその方向が特定され、合体の 1.7 秒後には Fermi、INTEGRAL などの宇宙望遠鏡などでその方向からの y 線バーストが観測さ れた。さらに、重力波の検出から1日以内に紫外、可視、赤外の各領域でキロノヴァが観測され、 9日後にはX線、16日後には電波でも観測された [11]。ガンマ線バーストには数十秒以上続 LGB と1秒程度で終わる SGB があるの が知られており、今回のバーストは SGB である。SGB の原因 として中性子連星の合体という説が有力ではあったが中性子連星の合体は重力波以外で検出するこ とができない為、今回の観測は初めて中性子連星の合体と SGB を関連付けることが出来た。また、 中性子連星の合体に際しては飛散した中性子からウラン、白金などの重元素が合成すると考えら れ (r 過程と呼ばれる) その生じた重元素が放射性崩壊することでエネルギーが放出されることが 予想されていた。その際の放射は可視光では数日で減衰するのに対し赤外では強い放射が1週間程 度続くとされ、これがキロノヴァの正体であると考えられていた。今回の観測では重力波、γ線の 観測の後にキロノヴァの発光パターンも確認され、こうした仮説も実証されることとなった [12]。 このように、重力波と電磁波観測で補完し合うマルチメッセンジャー天文学は非常に強力で重要で ある。他にも中性子の塊である中性子星は言わば巨大な原子核のような物で合体の様子を観測する ことでその状態方程式に制限をつけられるなど原子核物理の分野でも成果が期待されている。

超新星爆発

超新星爆発による重力波の観測は未だに実現していないが、爆発の球対称性からのずれに応じて およそ数十から数百 Hz の重力波 (これは正に KAGRA の観測帯域である) の放射が予想されてお り、観測されれば未だに未知な部分が多い爆発のメカニズム解明に役立つと期待される。

初期宇宙

晴れ上がり以前の初期宇宙は高温でプラズマで満ちており電磁波は散乱され直進できない。その 為、透過力の強い重力波が直接観測の唯一の手段となる(間接的には CMB の偏光パターンの観測 などから情報が得られることが期待されている)。特に誕生直後の宇宙では量子重量的な揺らぎか ら重力波が生成されたとされ、もしそのような時代の観測が実現すれば、現代物理の大きな目標の 一つである量子重力理論に向け非常に大きな知見が得られることになる。

2.4 重力波検出における主な雑音

重力波観測の妨げとなる基本的な雑音について説明する。これらのノイズによる影響を如何に 低減するかにより検出器の感度が決定する。ここで説明するノイズあくまで原理的なものであり、 実際の測定においては測定系固有のノイズ、例えば電気回路ノイズや散乱光、迷光による影響、光 路となる部分の空気や光ファイバーの揺れによる位相ノイズ、制御に伴うノイズなど様々なノイズ の影響を考慮する必要がある。

2.4.1 地面振動

地球の地表面は海岸への波の打ち付けや大気の流れ、人間の活動など様々な効果の影響により地 震などがなくても微細に振動している。地面振動は場所によりその値は異なるが概ね周波数の逆2 乗に比例し、特に地下では地表面より数桁小さくなることが知られている(ある程度以下の周波数 ではほぼ一定値となる)。この事実より後に紹介する検出器 KAGRA は神岡の地中(池ノ山内部) に建設されてた。地面振動について千葉県柏市の地表面と池ノ山の山頂地表面から地下 1000 m 部 分における地面振動ノイズの実測値を次の図 2.2 に示す [13]。



図 2.2: 柏市地表面(赤)と神岡の地中における地面振動(緑) [13]

次にこの地面振動による振動を防振により低減させることを考える。防振には主に振子(サスペンションと呼ぶ場合もある)が用いられる。今、図 2.3 のような懸架された質点を考える。X 軸方向についての吊り下げ位置の変位を x_0 、質点の位置をxとすると運動方程式は振り子の変位を微小とすると、次の式 2.61 のようになる。ここで質点の質量をm、減衰ファクターを Γ とした。gは重力加速度である。

$$m\frac{\mathrm{d}^2 x}{\mathrm{d}t^2} = -\frac{mg}{l}(x - x_0) - \Gamma \frac{\mathrm{d}(x - x_0)}{\mathrm{d}t}.$$
(2.61)

フーリエ変換することで、

$$-m\omega^2 X(\omega) = -\frac{mg}{l} (X(\omega) - X_0(\omega)) + i\frac{\Gamma\omega}{m} (X(\omega) - X_0(\omega)).$$
(2.62)

これを整理することで吊り下げ部分から質点までの伝達関数 $X(\omega)/X_0(\omega)$ は

$$\frac{X(\omega)}{X_0(\omega)} = \frac{\omega_0^2 - i\frac{\omega}{Q}}{\omega^2 + i\frac{\omega}{Q} - \omega_0^2}$$
(2.63)

となる。ここで、 ω_0 は振り子の共振周波数で $\omega_0^2 \equiv \frac{g}{l}$ 、また Q は共振の鋭さを表す値で $Q \equiv \frac{m}{\Gamma}$ であり、エネルギーの散逸が質量に対し無視できる場合ほど大きくなる。式 2.63 より振り子は Q が

十分大きい場合において、共振周波数より上の周波数領域では周波数の逆2乗の防振効果を持つこ とが分かる。つまりこの領域では振り子の先に更に振り子を取り付け多段にすることで (1/f²)の 段数乗に比例する防振比を持たせることができる。一方で、共振周波数以下では防振効果を全く持 たない。共振周波数は振り子を長くすれば共振周波数を下げることができるが、その効果は2分の 1乗で利く為ある程度以下の周波数にするのは現実的ではない。KAGRA で最も防振比の高い試 験質量を吊すサスペンション (Type-A) は全長 13.5 m、全9段の振り子から構成される。

Qの値をいくつか変えてながら伝達関数のゲイン部分をプロットしたものを図 2.4 に示す。



図 2.3: 懸架された質点

図 2.4: 振り子の伝達関数

2.4.2 熱雑音

重力波検出器では試験質量となる鏡やその鏡を懸架する懸架系における熱運動も雑音の原因と なる。

まず、熱雑音の原因を外部熱浴からの熱による励起と考えると、考えている系をを調和振動子と してモデル化することにより熱雑音のパワースペクトル $[m^2/Hz]$ は次のように表せる [14]。ここ で、 ω は角周波数、 ω_0 は共振周波数、m は観測している振動モードの換算質量である。また、Q は共振の鋭さを表す Q 値で物質や温度に依存する。

$$\langle x(\omega)^2 \rangle \sim \frac{4k_bT}{m\omega_0^3 Q} \quad (\omega \ll \omega_0)$$
 (2.64)

$$\sim \frac{4k_b T \omega_0}{m \omega^4 Q} \quad (\omega \gg \omega_0).$$
 (2.65)

または、雑音が物質内部に起因するとすると、次のように表せる [14]。

$$\langle x(\omega)^2 \rangle \sim \frac{4k_b T}{\omega m \omega_0^2 Q} \quad (\omega \ll \omega_0)$$
 (2.66)

$$\sim \frac{4k_b T \omega_0^2}{m \omega^5 Q} \quad (\omega \gg \omega_0). \tag{2.67}$$

上の表式はいずれも共振から十分遠い周波数領域での表式であり T/Q に比例している。これはその系が持つ熱エネルギーが k_bT に比例するため、温度を下げれば (Q 値に温度依存性がない場合) 熱雑音は低減するということと、Q 値が大きくなる場合、共振が鋭くなり共振周波数付近により大 きな割合のエネルギーが集まることになるため共振付近以外の部分で熱雑音が低減されることに対 応している。 このように熱雑音の低減にはQ値を上げるというアプローチと温度を下げるというアプローチ がある。しかし、この場合Q値の温度依存性に注意する必要がある。例えば温度を下げることで 熱雑音低減を試みたとしても、もしその物質に低温でQ値が減少する性質があればうまくいかな い。そのような背景のもと後述のLIGOなどでは試験質量に溶融石英を用いて常温で運転してい るのに対し、KAGRAでは極低温でQ値が高くなるサファイアを用いることで高いQ値と温度の 低減の両方の恩恵を受けることができる。次の表 2.1 に溶融石英とサファイア、第3世代望遠鏡に 用いられる鏡の材料候補であるシリコンの熱的特性を示す[15]。この表の下から2番目の項目はQ 値の逆数に対応する機械損失の値である。

Depember	т	Fused silica		Sapphire		Silicon	
rarameter	1	Value	Ref.	Value	Ref.	Value	Ref.
	10 K	6.3	[374]	0.085	[508]	0.276	[509]
heat capacity	$20\mathrm{K}$	25.2	[374]	0.72	[508]	3.41	[509]
(J/kgK)	$30\mathrm{K}$	54.6	[374]	2.6	[508]	18.55	[509]
	$300\mathrm{K}$	738	[374]	781	[508]	713	[509]
	10 K	0.098	[361]	2900	[361]	2110	[360]
thermal conductivity	$20\mathrm{K}$	0.13	[361]	15700	[361]	4940	[360]
(W/mK)	$30\mathrm{K}$	0.18	[361]	20700	[361]	4810	[360]
	$300\mathrm{K}$	1.5	[361]	46	[361]	148	[360]
thermal expansion	10 K	-2.2×10^{-7}	[376]	$1.0 imes 10^{-9}$	[508]	$8.8 imes 10^{-10}$	[509]
coefficient	$20\mathrm{K}$	-5.8×10^{-7}	[376]	$4.0 imes 10^{-9}$	[508]	$-2.5 imes 10^{-9}$	[509]
(1/K)	$30\mathrm{K}$	-8.0×10^{-7}	[376]	$1.6 imes10^{-8}$	[508]	$-5.3 imes10^{-8}$	[509]
	$300\mathrm{K}$	$5.0 imes 10^{-10}$	[376]	$5.6 imes 10^{-6}$	[508]	$2.7 imes 10^{-6}$	[509]
	10 K	$7.9 imes 10^{-4}$	[494]	5×10^{-9}	[498]	1×10^{-9}	[377]
machanical loss	$20\mathrm{K}$	$1.0 imes 10^{-3}$	[494]	$5.6 imes10^{-9}$	[498]	4×10^{-9}	[380]
mechanicai ioss	$30\mathrm{K}$	$1.0 imes 10^{-3}$	[494]	$1.4 imes 10^{-8}$	[498]	$5 imes 10^{-9}$	[377]
	$300\mathrm{K}$	4×10^{-10}	[386]	$3.8 imes10^{-9}$	[378]	1×10^{-8}	[380]
	10 K	-	_	$< 9 \times 10^{-8}$	[510]	$< 1 \times 10^{-6}$	-
d_m/dT (1/K)	$20\mathrm{K}$	-	_	$< 9 \times 10^{-8}$	[510]	1×10^{-6}	-
an/ar (1/K)	$30\mathrm{K}$	1×10^{-6}	[511]	< 9 × 10 ⁻⁸	[510]	$3.3 imes10^{-6}$	[507]
	$300\mathrm{K}$	8×10^{-6}	[511]	$1.3 imes 10^{-5}$	[512]	$1.9 imes10^{-4}$	[507]

表 2.1: 鏡の材料物質の熱的特性 [15]

2.4.3 量子雑音

ここではレーザー光の量子的な揺らぎに起因する量子雑音について述べる。量子雑音には検出器 部分においてレーザーの光子数が揺らぐことに起因する位相雑音であるショットノイズと鏡が光を 反射する際に光圧が揺らぐことで鏡が揺らされる輻射圧ノイズがある。これら2つのノイズには ショットノイズがレーザーパワーを上げることで検出信号との信号対雑音比を(パワーの1/2 乗で)) 改善できる一方で輻射圧ノイズはレーザーパワーを増やすほど(同じくパワーの1/2 乗で)増え てしまうというトレードオフの関係にあり、あるところでそれ以上改善できないリミット(標準量 子限界あるいは Standard Quantum Limit: SQL)が存在する。ここではそれぞれの量子ノイズの レーザーパワー依存性を求めることで SQL を導出する。

ショットノイズ

光検出器 (PD) においてショットノイズに起因する光電流揺らぎのパワースペクトル δI_{shot} [A/√Hz]

は次のように表せる [14]。

$$I_{shot} = \sqrt{2eI} \tag{2.68}$$

ここで *I* は PD に流れる光電流で *e* は電気素量である。さらに PD の量子効率 η を PD に入射する光子数あたりに発生する光電子の数で定義する。つまり、

$$\eta = \frac{発生する光電子数}{入射する光子数} = \frac{I/e}{P_{PD}/h\nu}$$
 (2.69)

である。ここで、 P_{PD} は PD に入射するレーザーのパワーであり、 ν はその周波数である。式 2.69 を 2.68 の式に代入することで、電流揺らぎは量子効率を用いて、

$$\delta I_{shot} = \sqrt{\frac{2e^2\eta P_{PD}}{h\nu}} \tag{2.70}$$

と表せる。この電流揺らぎが測定者には光のパワーが δP_{shot} 揺らいでいるように見える。 δP_{shot} は式 2.68 をもう一度用いることで、

$$\delta P_{shot} = \sqrt{\frac{2h\nu P_{PD}}{\eta}} \tag{2.71}$$

となる。これはショットノイズそのものの大きさで信号に対するこのノイズの大きさの割合 (SN 比) は後の式 3.7 で示すように(単純な Michelson の場合の様な)信号がレーザーパワーに比例す る場合、 $\sqrt{P_{PD}}$ に比例して改善するので、ショットノイズによる位相検出限界 $\delta\phi_{shot}$ は

$$\delta\phi_{shot} = \sqrt{\frac{2h\nu}{P_{PD}}} \tag{2.72}$$

となる(簡単のため量子効率を1とした)。これはつまり、鏡の変位が

$$\delta x_{shot} = \frac{\lambda}{2\pi} \sqrt{\frac{2h\nu}{P_{PD}}} \tag{2.73}$$

だけ揺らいで見えることに相当する。ここで、光の波長をんとした。

輻射圧雑音

次に輻射圧雑音について考える。今、光子の集団が鏡にぶつかり反射されている状況を考える。ま ず光子1つあたりが持つ運動量 *p* は、

$$p = \frac{h\nu}{c} \tag{2.74}$$

である。つまり、反射前後の光子1つあたりの運動量の変化は2pとなる。また、光のパワーを P とすると、単位時間当たりの光子数 N は、

$$N = \frac{P}{h\nu} \tag{2.75}$$

であるから、単位時間あたりに光子全体が受ける運動量の変化は pN となり、これはそのまま、鏡が光子から受ける力 F となる。つまり、

$$F = \frac{2P}{c} \tag{2.76}$$

となる。つまり、鏡の質量を M とすると、その運動方程式は鏡の変位を x とすることで、

$$M\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2} = \frac{2P}{c}.\tag{2.77}$$

これをフーリエ変換することで、

$$M\omega^2 X(\omega) = \frac{2P}{c}.$$
(2.78)

となる (xのフーリエ変換を $X(\omega)$ とした。)。ここでコヒーレント状態の光のパワー揺らぎのスペ クトル δP は次式で与えられる [14]。

$$\delta P = \sqrt{2h\nu P}.\tag{2.79}$$

式 2.79 を 2.78 の式に代入することで、輻射圧による鏡の変位揺らぎ δxrad は

$$\delta x_{rad} = \frac{1}{M\omega^2} \sqrt{\frac{8h\nu P}{c^2}} \tag{2.80}$$

となる。

標準量子限界

式 2.73 と 2.80 よりショットノイズと輻射圧雑音が合わさった結果鏡が δx_Q だけ揺らいで見えると すると、

$$\delta x_Q = \sqrt{\delta x_{shot}^2 + \delta x_{rad}^2} \tag{2.81}$$

相加相乗平均により δx_O の最小値を考えることで、

$$\delta x_Q \le \sqrt{\frac{2h}{\pi M \omega}} \tag{2.82}$$

となる。この最小値を標準量子限界と呼び、レーザーのパワーを変えても超えることのできない限 界となる。この最小値を与えるレーザーパワー P_{min} は $\delta x_{shot}^2 = \delta x_{rad}^2$ となる場合を考えれば良い から、

$$P_{min} = \frac{\lambda M \omega^2 c}{4\pi} \tag{2.83}$$

となる。つまり、レーザーパワーが小さい時にはショットノイズが支配的であり、パワーを上げる ことでその値が改善していき、パワー *P_{min}* で最小値をとり、そこを超えると輻射圧雑音の増加が 支配的となり合計量子ノイズは増加していくことになる。ところで、式 2.83 に具体的な値を入れ てみると *P_{min}* は非常に大きな値であることがわかる。そのため、現状では可能な限りレーザーの パワーを上げるのが望ましい。また、このような量子的な効果にたどり着く前に、レーザーは古典 的な強度や周波数の揺らぎを持っており、それを低減し量子ノイズレベルに制御するには多大な努 力を要する。

将来の干渉計ではハイパワーのレーザーはもちろん、SQL のレベルを下げるためにより重い鏡 やより長い基線長(FP 共振器を持つ検出器における SQL は基線長に反比例することが示される。 [16])を備えることになる。また、本論文では触れないが、スクイージングや detuned RSE などの 先端的な技術を用いることで SQL を超えることができる。

Chapter **3**

レーザー干渉計型重力波検出器

本章では干渉計型検出器の原理について説明する。まずベースとなる Michelson 干渉計による位 相検出について述べた後、現代の検出器で用いられる共振器を用いた感度向上技術についてそれぞ れ解説する。

3.1 Michelson 干涉計

3.1.1 Michelson 干渉計からの信号

干渉計型重力波検出器のベースは図 3.1 に示すような Michelson 干渉計である(ここで紙面上下 方向の光路を Y 側、左右方向の光路を X 側とする。今後登場する光学系でも特に断りがない限り同 様)。レーザー光源からのビームを中央の BS(ビームスプリッター) で直行する 2 つの光路に分け、 それぞれの方向にあるミラーで反射する。戻ってきたビームは BS の検出器側のポート (AS:Anti Symmetrical ポートと呼ばれる)で干渉しその干渉状態が PD で検出される。今、入射レーザーの 電場振幅を E_{in} 、角周波数を Ω 、それぞれの腕を光が往復した際の位相変化を ϕ_x, ϕ_y とすると PD で検出される光のパワー P_{AS} は、BS の反射透過率を 50:50 として、さらにエネルギー保存の観点 から BS のどちらかの面のでの反射により電場の符号が変わることに留意すると(符号を変えた場 合と変えない場合でそれぞれ入射ポートと AS ポートの光のパワーの合計値を考えてみると良い)、

$$P_{\rm AS} = \left| \frac{1}{2} E_{\rm in} \mathrm{e}^{i(\Omega t - \phi_x)} - \frac{1}{2} E_{\rm in} \mathrm{e}^{i(\Omega t - \phi_y)} \right|^2 \tag{3.1}$$

$$= \frac{1}{2}P_{\rm in}(1-\cos\phi_{-}) \tag{3.2}$$

となる。ここで $P_{in} \equiv |E_{in}|^2$ で入射光パワー、 $\phi_{-} \equiv \phi_x - \phi_y$ でそれぞれの腕の往復で生じる光の 位相の差とした。(式 3.2) の PD 出力の様子を規格化して図 3.2 に示す。このことから Michelson 干渉計の出力は両腕の差動成分により決定されることが分かる。AS ポートでそれぞれの腕からの ビームが完全に強め合う場合、完全に打ち消しあう場合、その中間の場合をそれぞれ図 3.2 のよう にブライトフリンジ、ダークフリンジ、ミッドフリンジと呼ぶ。



図 3.1: Michelson 干渉計



図 3.2: 両腕の差動変動による AS ポート PD のパワー変化

重力波検出では干渉計出力をどこかのフリンジに留め置くように制御し、その際に得られる信号 の中から重力波を探すことになる。その際に選択するフリンジとして単純に制御の観点から見れば 線形信号が得られ、腕の変動に対し最も感度の高いミッドフリンジが良さそうであるが(実際通常 の実験ではそうすることが多い)高い感度が要求される重力波検出器ではダークフリンジが選択さ れる。以下にその理由を示す。

検出可能な最小の δφ_の値を考える。検出限界は信号と雑音の大きさが等しくなる場合である

とすると、まず、信号強度について、両腕で位相差の変化 $\delta\phi_-$ が生じた場合におけるパワーの変化 δP は式 3.2 より、

$$\delta P = \frac{\partial P_{\rm AS}}{\partial \phi_{-}} \delta \phi_{-} \tag{3.3}$$

$$= \frac{P_{\rm in}}{2} {\rm sin} \phi_{-} \delta \phi_{-} \tag{3.4}$$

となる。次に雑音について式 2.71 から PD におけるショットノイズ Pshot は

$$P_{shot} = \sqrt{2h\nu P_{AS}} \tag{3.5}$$

となる (ここで、簡単のため $\eta=1$ とした)。これが信号と等しくなる場合の $\delta\phi_-$ が検出できる最小 の位相変化を与える。式 3.4 と式 3.5、及び式 3.2 よりその値は、

$$\delta\phi_{-} = \frac{\sqrt{h\nu P_{\rm in}(1-\cos\phi_{-})}}{\frac{P_{\rm in}}{2}\sin\phi_{-}}$$
(3.6)

$$= \frac{1}{\cos\frac{\phi_{-}}{2}}\sqrt{\frac{2h\nu}{P_{\rm in}}} \tag{3.7}$$

となる。(式 3.7)の絶対値をとり、適当なスケールでプロットしたグラフを図 3.3 に示す。これは 各フリンジにおけるショットノイズレベル、もしくは検出可能な最小位相変化を与える。図 3.2 と 図 3.3 を見比べるとダークフリンジでショットノイズが最小になり、ブライトフリンジでは無限大 へと発散していくことが分かる。このため重力波検出器において干渉計は常に AS ポートをダーク フリンジに保つ制御を行う。しかしながら制御の観点で見るとダークフリンジはミッドフリンジに 比べ位相が変化した際の光量変化量が極値であるため小さく、信号取得の観点から適しているとは 言えない。そこでダークフリンジにおける制御信号取得法として位相変調を利用した Schnupp 法 などが用いられる。この方法を用いるには干渉計の両腕にある程度の非対称性を持たせる必要があ る。また、上の表式から干渉計の最大感度は少なくともショットノイズの観点では入射パワーの平 方根で良くなることが分かる。これが重力波望遠鏡において入射パワーを大きくしたり、後に紹介 するパワーリサイクリングと呼ばれる技術を導入する理由である。一方で、パワーを大きくしてい くと前章で示したように輻射圧雑音は増加する。しかし、現時点で実現できるレーザーパワーでは ショットノイズと比較し問題になる大きさではない。



図 3.3: 各フリンジにおけるショットノイズ

3.1.2 Michelson 干渉計の重力波に対する応答

xy 平面上にある干渉計に z 方向から+モードの重力波 (今回は干渉計 X 腕側の固有距離が伸び Y 腕側が同じだけ縮むとする) が入射する場合を考える。まず BS-TMX 間の時空上の固有距離 *ds*² は光子が X 軸上のヌル測地線上を動くことを踏まえて、

$$ds^{2} = -(cdt)^{2} + \{1 + h(t)\}dx^{2}$$
(3.8)

$$= 0$$
 (3.9)

今、仮定より x 軸側が伸びているので dx/dt > 0, さらに重力波振幅を微小として 1 $\gg h(t)$ とする と式 (式 3.8), (式 3.9) は

$$cdt\{1-\frac{1}{2}h(t)\} \simeq dx$$
 (3.10)

(式 3.10) を往復時間で積分すると

$$\int_{t-\frac{2l_x}{c}}^{t} \{1 - \frac{1}{2}h(t')\}dt' \simeq \frac{2l_x}{c}$$
(3.11)

ここで、干渉計の基線長に対し重力波による変動は無視できるとした。これにより光が X 腕を往 復する時間 Δt_x は

$$\Delta t_x \simeq \frac{2l_x}{c} + \frac{1}{2} \int_{t - \frac{2l_x}{c}}^t h(t') dt'$$
(3.12)

即ち、X 腕往復で生じる位相変化 ϕ_x は (式 3.12)の値にレーザー角周波数 Ω を掛けた値となる。 Y 側を往復した光に生じる位相変化についても重力波のの効果が X 側とは向きに働くことに注意 して同様にして求め、さらにそれらの差を求めると位相の差動変化 ϕ_- は

$$\phi_{-} = \phi_x - \phi_y \tag{3.13}$$

$$= \frac{2(l_x - l_y)\Omega}{c} + \Omega \int_{t - \frac{2l}{c}}^{t} h(t')dt'$$
(3.14)

となる。ここで $l_x \simeq l_y \simeq l$ とした。(式 3.14)の第2項が重力波による位相変化の効果を表している。第1項は単なる X,Y の腕の長さの差からくる成分である。さて、この重力波による生じる位相変動の部分に重力波振幅を Fourier 変換した表式

$$h(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h(\omega) e^{i\omega t} d\omega$$
(3.15)

を代入すると

$$\Delta\phi(t)_{GW} = \Omega \int_{t-\frac{2l}{c}}^{t} \int_{-\infty}^{\infty} h(\omega) d\omega dt'$$
(3.16)

$$= \int_{-\infty}^{\infty} \frac{2\Omega}{\omega} \sin(\frac{\omega L}{c}) e^{\frac{-i\omega l}{c}} h(\omega) e^{i\omega t} d\omega$$
(3.17)

$$= \int_{-\infty}^{\infty} H_{MI}(\omega)h(\omega)e^{i\omega t}d\omega \qquad (3.18)$$

となり、この

$$H_{MI} = \frac{2\Omega}{\omega} \sin(\frac{\omega L}{c}) e^{\frac{-i\omega l}{c}}$$
(3.19)

は Michelson 干渉計の重力波に対する応答関数を与える。これを周波数の関数として基線長 3 km、 30 km、300 km でプロットしたものを図 3.4, 長さの関数として 100 Hz、1 kHz、10 kHz の重力波 に対してプロットしたものを図 3.5 に示す。これらの結果はいずれも光子の往復時間が重力波の半 周期と一致する場合に重力波の効果は最大となる一方で、半周期を超えると打ち消しの効果が始ま り、往復時間が重力波周期と等しくなると光子は重力波による変化を検出できないことを意味して いる。また、ある周波数の重力波に最適な感度を持つ基線長について、例えばコンパクト連星から の重力波を想定して 100Hz としてみると最適基線長は約 750 km となり、地球上では現実的では ない(単純にスペースの問題もあるが、重力が地球の中心に向く事による鏡の傾きの影響が大きく なるなど様々な問題が生じる)。そこで現代の検出器には次節で紹介する共振器を各部に組込む事 で限られたスペースで高い感度を実現している。



図 3.4: Michelson 応答関数の周波数依存性



図 3.5: Michelson 応答関数の基線長依存性

3.2 Fabry-Perot 共振器

前節で見たように、地上検出器がターゲットとするコンパクト連星合体からの重力波(~数百 Hz)に対する干渉計の最適な基線長は数百 km となり、地上検出器として現実的では無い。そこ で、現代の検出器では干渉計の腕に共振器と呼ばれる向かい合わせた鏡の間で光子を何度も往復さ せ実効的な腕の長さを稼く機構を組み込むことで数 km という限られた基線長で高い感度を実現 している。本節ではこの Fabry-Perot 共振器(特に鏡2枚で構成される共振器をこのように呼ぶ。 鏡の枚数が増えてもここで導く性質は基本的にほぼそのまま適応可能である。)の基本的な性質に ついて説明した上でその重力波に対しる応答を導き、さらに共振点からのずれに対応する誤差信号 の取得方法について説明する。

3.2.1 Fabry-Perot 共振器の諸性質

図 3.6 のようなそれぞれ振幅反射率と透過率 r_1, t_1 及び r_2, t_2 を持つ鏡 M_1 、 M_2 で構成され、共振器長が L で与えられる Fabry-Perot 共振器を考える。Michelson 干渉計のときと同様にエネル ギー保存の辻褄を合わせる観点から鏡のどちらか片側の面で光が反射した場合には位相が反転し逆の面ではそのまま変わらないとする。今回は図中のマイナス表記がある側、つまり共振器の外側の面で光が反射した際に位相が反転するとした。



図 3.6: Fabry-Perot 共振器

まずは共振器に光を入射した際の反射光及び内部を循環する光、そして透過する光についてそれ ぞれの電場振幅を求め、さらにそこから強度を導く。共振器の反射光、循環光、透過光それぞれの 電場振幅を E_r 、 E_c 、 E_t とすると、それは共振器を複数回往復してそれぞれの鏡を透過、あるいは 所定の場所を通過する光の和として求めることができる。入射ビームの電場をその角振動数を Ω として、 $E_{in} = E_0 e^{i\Omega t}$ とすると、まず反射光は図 3.6 の青枠の部分を足していくことで

$$\frac{E_r}{E_{in}} = -r_1 + t_1^2 r_2 e^{-i\Phi} \sum_{n=0}^{\infty} \left(r_1 r_2 e^{-i\Phi} \right)^n$$
(3.20)

$$= -r_1 + \frac{t_1^2 r_2 e^{-i\Phi}}{1 - r_1 r_2 e^{-i\Phi}} .$$
(3.21)

同様にオレンジの枠、黄色の枠の部分から

$$\frac{E_c}{E_{in}} = t_1 \sum_{n=0}^{\infty} \left(r_1 r_2 e^{-i\Phi} \right)^n$$
(3.22)

$$= \frac{t_1}{1 - r_1 r_2 e^{-i\Phi}} \tag{3.23}$$

$$\frac{E_t}{E_{in}} = t_1 t_2 e^{\frac{-i\Phi}{2}} \sum_{n=0}^{\infty} \left(r_1 r_2 e^{\frac{-i\Phi}{2}} \right)^n$$
(3.24)

$$= \frac{t_1 t_2 \mathrm{e}^{\frac{-i\Psi}{2}}}{1 - r_1 r_2 \mathrm{e}^{-i\Phi}} \tag{3.25}$$

が得られる。ここで Φ は光が共振器を一往復する際に生じる位相の変化で光の角振動数 Ω に往復の所要時間 2L/c をかけた値である。

さらに得られた式(3.21、3.23)の表式の絶対値の2乗を取ることでそれぞれの光の(入射光強度 で規格化した)強度は式(3.26,3.27)のようになる。

$$\left|\frac{E_r}{E_{in}}\right|^2 = \frac{(r_1 - r_2)^2 + 4r_1r_2\sin^2\frac{\Phi}{2}}{(1 - r_1r_2)^2 + 4r_1r_2\sin^2\frac{\Phi}{2}}$$
(3.26)

$$\frac{E_c}{E_{in}}|^2 = \frac{t_1^2}{(1 - r_1 r_2)^2 + 4r_1 r_2 \sin^2 \frac{\Phi}{2}}$$
(3.27)

また、明らかではあるが、透過光強度については式(3.27)にエンドミラーの振幅透過率の2乗 をかけた値となる。

反射率と透過率の絶対値の変化と入射光に対する位相変化について、反射率を図 3.7 に、透過率 を図 3.8 に示す。横軸は共振からのずれの度合いを表している。この透過が最大(反射が最小)に なる部分を共振、最小(反射が最大)になる部分を反共振と呼ぶ。さらに図 3.8 における反射率、 透過率の位相変化に注目すると共振点では(その定義から当然ではあるが)入射光と位相が揃うの で、位相変化は0となる。また共振付近では共振器内部を光が何度も循環しているので僅かな共振 からのずれに対して急峻な位相変化を示し、共振から大きくずれると単にミラーとして振る舞う様 になり位相はあまり変化しなくなることが分かる。なお、プロットには後に示す KAGRA 主共振 器のパラメーターを用いた。



図 3.7: 共振器の共振ずれに対する反射率変化と反射光の入射光に対する位相変化



図 3.8: 共振器の共振ずれに対する透過率変化と反射光の入射光に対する位相変化

式 (3.26,3.27) から反射光、透過光は往復で変化する位相 Φ の関数であり $\Phi = 2n\pi$ (n:整数) で透過光は最大、反射光は最小となり、一定間隔で繰り返す。この共振間隔を FSR(Free Spectral

Range) と呼ぶ。ここで FSR の周波数換算を ν_{FSR} と置くと、

$$FSR = 2\pi \tag{3.28}$$

$$= \frac{2L}{c} 2\pi \nu_{FSR} \tag{3.29}$$

であるから、

$$\nu_{FSR} = \frac{c}{2L} \tag{3.30}$$

となる。この FSR に関する表式の両辺を共振器長 L で微分することで、

$$\frac{\delta\nu}{\nu} = -\frac{\delta L}{L} \tag{3.31}$$

という共振器における重要な関係が導かれる。これは共振器にとって周波数が上がることと共振器 長が縮むことが等価であることを示している(実際に共振器中の定在波の絵を描いてみると分かり やすい)。

また、共振の(位相における)半値幅 $\Phi_{1/2}$ は式 (3.27) の循環光強度が共振時の半分になる場合を考えることで、

$$\frac{1}{2}\frac{t_1^2}{(1-r_1r_2)^2} = \frac{t_1^2}{(1-r_1r_2)^2 + 4r_1r_2\sin^2\frac{\Phi_{1/2}}{2}}$$
(3.32)

であり、共振が鋭く、 $\Phi_{1/2} \gg 1$ であるとすると、 $\sin^{-1}\Phi_{1/2} \simeq \Phi_{1/2}$ となることから、

$$\Phi_{1/2} \simeq \frac{1 - r_1 r_2}{\sqrt{r_1 r_2}} \tag{3.33}$$

、または周波数換算した半値幅を V1/2 と置くことで

$$\Phi_{1/2} = 2\pi \frac{2L}{c} \nu_{1/2} \tag{3.34}$$

より、

$$\nu_{1/2} = \frac{c}{4\pi L} \frac{1 - r_1 r_2}{\sqrt{r_1 r_2}} \tag{3.35}$$

となる。さらに半値全幅がこれらの2倍で定義される。FSR 及び半値幅の関係を図 3.10 に示す。 共振器の共振の鋭さは FSR と半値全幅の比であるフィネス *F* で特徴付けられ、

$$\mathcal{F} = \frac{FSR}{2\Phi_{1/2}} \tag{3.36}$$

$$= \frac{\pi\sqrt{r_1 r_2}}{1 - r_1 r_2} \tag{3.37}$$

である。



図 3.9: 共振器の透過光強度における半値幅と FSR の関係

3.2.2 Fabry-Perot Michelson 干渉計の重力波に対する応答

次に Michelson 干渉計の両腕に Fabry-Perot 共振器を組み込んだ際の重力波に対する応答を考える。そのため、まず単なる Fabry-Perot 共振器の重力波応答を求める。これは共振器からの反射光を考えれば良いので、式 3.20 を共振器内を光が n 回光の往復するのに要する時間 Δt_n (n=1,2, • ••)で表す形で書き換えることで、

$$\frac{E_r}{E_{in}} = -r_1 + t_1^2 r_2 \sum_{n=1}^{\infty} \left(r_1 r_2 \right)^{n-1} e^{-i\Delta t_n \Omega}$$
(3.38)

ここで、重力波通過時の Δt_n は、式 3.12 と同様に考えることで

$$\Delta t_n \simeq \frac{2Ln}{c} + \frac{1}{2} \int_{t-\frac{2Ln}{c}}^t h(t') dt'$$
(3.39)

重力波振幅をフーリエ変換することで、

$$\Delta t_n \simeq \frac{2Ln}{c} + \frac{1}{2} \int_{t-\frac{2Ln}{c}}^t \int_{-\infty}^{\infty} h(\omega) \mathrm{e}^{i\omega t} dt' d\omega \qquad (3.40)$$

$$= \frac{2Ln}{c} + \frac{1}{2i\omega} \int_{-\infty}^{\infty} e^{i\omega t} (1 - e^{-i\omega \frac{2Ln}{c}}) h(\omega) d\omega$$
(3.41)

これを 3.38 に代入することで、

$$\frac{E_r}{E_{in}} = -r_1 + t_1^2 r_2 \sum_{n=1}^{\infty} (r_1 r_2)^{n-1} \exp[-i\Omega\{\frac{2Ln}{c} + \frac{1}{2i\omega} \int_{-\infty}^{\infty} e^{i\omega t} (1 - e^{-i\omega \frac{2Ln}{c}}) h(\omega) d\omega\}] \quad (3.42)$$

さらにこれを重力波振幅を微小として exp 部分を $h(\omega)$ の一次まで展開することで、

$$\frac{E_r}{E_{in}} \simeq r_1 + t_1^2 r_2 \sum_{n=1}^{\infty} (r_1 r_2)^{n-1} e^{-i\Omega \frac{2Ln}{c}} \{1 - \frac{\Omega}{2\omega} \int_{-\infty}^{\infty} e^{i\omega t} (1 - e^{-i\omega \frac{2Ln}{c}}) h(\omega) d\omega\} (3.43)$$

$$= -r_{1} + \frac{t_{1} T_{2}}{1 - r_{1} r_{2} e^{-i\Omega \frac{2L}{c}}} - \frac{e^{-i\Omega \frac{2L}{c}} e^{-i\omega \frac{2L}{c}}}{1 - r_{1} r_{2} e^{-i\Omega \frac{2L}{c}}} - \frac{e^{-i\Omega \frac{2L}{c}} e^{-i\omega \frac{2L}{c}}}{1 - r_{1} r_{2} e^{-i\omega \frac{2L}{c}}} \int_{-\infty}^{\infty} h(\omega) e^{i\omega t} d\omega \quad (3.44)$$

$$= -r_{1} + \frac{t_{1}^{2} r_{2}}{1 - r_{1} r_{2} e^{-i\Omega \frac{2L}{c}}}$$

$$- \frac{t_1^2 r_2}{1 - r_1 r_2 \mathrm{e}^{-i\Omega \frac{2L}{c}}} \frac{\Omega}{2\omega} \frac{\mathrm{e}^{-i\Omega \frac{2L}{c}} (1 - \mathrm{e}^{-i\omega \frac{2L}{c}})}{1 - r_1 r_2 \mathrm{e}^{-i\omega \frac{2L}{c}} \mathrm{e}^{-i\Omega \frac{2L}{c}}} \int_{-\infty}^{\infty} h(\omega) \mathrm{e}^{i\omega t} d\omega$$
(3.45)

今、共振器が共振付近にあるとすると $\frac{2L}{c}\Omega=2\pi n$ であるから、式 3.45 は

$$\frac{E_r}{E_{in}} = \frac{-r_1 + (r_1^2 + t_1^2)r_2}{1 - r_1 r_2} \left(1 - \frac{t_1^2 r_2}{-r_1 + (r_1^2 + t_1^2)r_2} \frac{\Omega}{\omega} \frac{e^{-i\omega\frac{L}{c}} i\sin(\omega\frac{L}{c})}{1 - r_1 r_2 e^{-i\omega\frac{2L}{c}}} \int_{-\infty}^{\infty} h(\omega) e^{i\omega t} d\omega\right) (3.46)$$

となる。右辺第一項の定数部分は共振時の共振器の振幅反射率であり、第二項が重力波による効果 である。これを、

$$\frac{E_r}{E_{in}} = \frac{-r_1 + (r_1^2 + t_1^2)r_2}{1 - r_1r_2} (1 - iH_{FP}(\omega) \int_{-\infty}^{\infty} h(\omega)e^{i\omega t}d\omega)$$
(3.47)

と比較することで、重力波に対する Fabry-Perot 共振器の重力波に対する応答関数、

$$H_{FP}(\omega) = \frac{t_1^2 r_2}{-r_1 + (r_1^2 + t_1^2) r_2} \frac{\Omega}{\omega} \frac{e^{-i\omega \frac{L}{c}} \sin(\omega \frac{L}{c})}{1 - r_1 r_2 e^{-i\omega \frac{2L}{c}}}$$
(3.48)

を得る。これの絶対値をとると、

$$|H_{FP}(\omega)| = \frac{t_1^2 r_2}{-r_1 + (r_1^2 + t_1^2) r_2} \frac{\Omega}{\omega} \frac{1}{1 - r_1 r_2} \frac{|\sin(\frac{L}{c}\omega)|}{\sqrt{1 + \frac{4r_1 r_2}{(1 - r_1 r_2)^2} sin^2(\frac{L}{c}\omega)}}$$
(3.49)

さらに、想定する重力波の変化が共振器内における光の移動時間より十分ゆっくりであるとして、 $\frac{L}{c} \ll \frac{1}{m}$ として一次まで展開すると、

$$|H_{FP}(\omega)| \simeq -\frac{t_1^2 r_2}{-r_1 + (r_1^2 + t_1^2) r_2} \frac{\Omega L}{c} \frac{1}{1 - r_1 r_2} \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{4r_1 r_2}{(1 - r_1 r_2)^2} (\frac{L}{c})^2 \omega^2}}$$
(3.50)

により、共振器は重力波変化に対し、1次のローパス特性を持つことが分かる。これは共振器内部 を光が循環することでその滞在時間より素早い重力波に対し打ち消しの効果が生じることによる。 光の平均滞在時間 τ は式 3.50 から

$$\tau^2 = \frac{4r_1r_2}{(1-r_1r_2)^2} (\frac{L}{c})^2 \tag{3.51}$$

となる。これと、フィネスの表式 3.36 から共振器内における光の平均折り返し回数 N は

$$N = \frac{\tau c}{L} = \frac{2\mathcal{F}}{\pi} \tag{3.52}$$

で大雑把に光は共振器内をフィネス回程度往復することが分かる。また、共振器の重力波に対する カットオフ周波数(重力波業界ではこれを Cavity Pole と呼ぶ)*v_c* は

$$\nu_c = \frac{1}{2\pi\tau} = \frac{1}{\mathcal{F}} \frac{c}{4L} \tag{3.53}$$

また、Michelson 干渉計の両腕に Fabry-Perot 共振器を組み込んだ Fabry-Perot Michelson 干渉 計の感度 *H_{FPMI}* は、重力波が引き起こす変動は四重極的な差動変動であるから、それぞれ同じ Fabry-Perot 共振器を持つ腕が直交しているとすると、

$$H_{FPMI} = 2H_{FP} \tag{3.54}$$

となる。式 3.49 で求めた Fabry-Perot 共振器の周波数応答を図 3.10 に示す。共振器長は 3 km で 光学パラメーターは後の 4 章、表 4.1 に示す KAGRA のものを使用した。比較のために同じ基線 長 Michelson 干渉計と、それに共振器の平均折り返し回数をかけた基線長をもつ Michelson 干渉計 の周波数応答もプロットしておく。Fabry-Perot の感度について、上で求めたように低周波におい ては感度をおよそ折り返し回数(フィネス)倍改善し、約 17 Hz に Pole があることが分かる。ま た、Fabry-Perot の場合、光の平均的な滞在時間は定まるものの、実際の各光子の滞在時間はバラ バラであるため周波数が上がっても Michelson のような完全なキャンセルは起きずに徐々に感度が 下がっていく。しかし FSR(KAGRA 主共振器の場合およそ 50 kHz)になるとあらゆる往復回数 の波についてちょうど重力波の効果が消えるため完全なキャンセルが生じるのである。以後 FSR

現代の検出器はこのような共振器を用いることで限られたスペースで高い感度を実現している。



図 3.10: Fabry-Perot Michelson 及び Michelson の周波数応答

3.2.3 Pound Drever Hall 法

前節までのように重力波検出に共振器を利用するには共振器を常に共振状態に保つための制御 を行う必要がある。その制御のためにはレーザー周波数ないしは共振器長が共振からどの程度ず れているか知る必要がある。本節ではこの誤差信号の取得法として知られる PDH (Pound Drever Hall) 法 [17] について説明する。

反射光から誤差信号を取得する場合、式 3.21 及び図 3.7 から分かるように共振点付近における 反射光の入射光に対する位相の変化はリニアであるのでこれをそのまま利用すれば良いように思 える。しかしながら用いる光の周波数は数百 THz であり、光検出器でその位相変化を捉えること はできない。そこで用いられるのが PDH 法である。図 3.11 に PDH 法のレイアウトを示す。ま ず、入射光は EOM (Eectro-Optic Modulator)を透過する。EOM は印加した電圧に応じて屈折 率が変化する素子で位相変調を加えることができる。入射光電場を $E_0e^{i\Omega t}$ 、EOM の変調角周波数 を Ω_m とすると、共振器への入射光電場 E_{in} は

$$E_{in} = E_0 e^{i(\Omega_0 + \beta \sin \Omega_m)t} \tag{3.55}$$

$$= E_0 \sum_{n=\infty}^{\infty} \mathbf{J}_n(\beta) \mathbf{e}^{i(\Omega_0 + \Omega_m n)t}$$
(3.56)

$$\simeq E_0 \mathrm{e}^{i\Omega_0 t} (\mathrm{J}_0(\beta) + \mathrm{J}_1(\beta) \mathrm{e}^{i\Omega_m t} - \mathrm{J}_1(\beta) \mathrm{e}^{-i\Omega_m t})$$
(3.57)

となる。ここで、上式の2つ目の等号は第1種ベッセル関数の母関数

$$\exp(\frac{\beta}{2}(t-\frac{1}{t})) = \sum_{-\infty}^{\infty} \mathcal{J}_n(\beta)t^n$$
(3.58)

において $t = e^{i\Omega_m t}$ と置いたときに得られる関係を用い、また最後の近似ではベッセル関数の2次 以降を無視し(変調指数によっては無視できないこともある)ベッセル関数の性質

$$\mathbf{J}_{-n}(\beta) = (-1)^n \mathbf{J}_n(\beta) \tag{3.59}$$

を用いた。式 3.57 から、位相変調によりビームの周波数が元の周波数から 3 つの周波数に分離さ れることが分かる。元と同じ角周波数 Ω_0 の成分を carrier、元の周波数より変調周波数分高い成分 を $\Omega_0 + \Omega_m$ の成分を upper side band、 $\Omega_0 - \Omega_m$ の成分を lower side band と呼ぶ。

PDH 法では式 3.57 のように表現される光を共振器に打ち込み、その反射光を利用する。図 3.11 中にある F.I. は Faraday Isolator と呼ばれる光学素子で光を一方(図中左側から右側)にのみ素通 りさせ逆方向からの光は別方向に分離することができる。共振器からの反射光には式 3.21 から分 かるように入射光の各周波数成分に対応する反射率がかかる。そのため反射光電場 *E_r* は

$$E_{r} = E_{0} e^{i\Omega_{0}t} \{ r(\Omega_{0}) J_{0}(\beta) + r(\Omega_{0} + \Omega_{m}) J_{1}(\beta) e^{i\Omega_{m}t} - r(\Omega_{0} - \Omega_{m}) J_{1}(\beta) e^{-i\Omega_{m}t} \}$$
(3.60)

となる。ここで、一般に電場

$$E = E_0 e^{i\Omega_0 t} + E_1 e^{i(\Omega_0 + \Omega_m)t} - E_{-1} e^{i(\Omega_0 - \Omega_m)t}$$
(3.61)

という信号を PD で検出する場合、検出される信号は強度であるから式 3.61 の絶対値の 2 乗をとることで、

$$|E|^{2} = (DC \, \mathrm{K} \mathcal{G}) + 2\mathrm{Re}[(-E_{0}E_{-1}^{*} + E_{0}^{*}E_{1})e^{i\Omega_{m}t}] + (\Omega_{m}\mathcal{O} \dot{\mathrm{B}}\mathrm{k}\mathrm{K}\mathcal{G})$$
(3.62)

となる。ここで *z* + *z*^{*} = 2Re[*z*] に注意する。また検出効率は簡単のため 100% とした。これを式 3.60 の反射光電場に適応すると、

$$|E_r|^2 = 2E_0^2 J_0(\beta) J_1(\beta) \operatorname{Re}[\{-r(\Omega_0)r^*(\Omega_0 - \Omega_m) + r(\Omega_0)^*r(\Omega_0 + \Omega_m)\} e^{i\Omega_m t}]$$

+ (DC 成分) + (\Omega_m \mathcal{O}\end{tabular}\end{tabular}) (3.63)

これが PD で検出される共振器からの反射光信号である。さらにミキサーによりこの信号と局部 発信器 LO からの sin($\Omega_m t$) という信号を掛け合わせることにより式 3.63 における周波数 Ω_m 付近 の成分のみが DC 付近の信号にダウンコンバートされ、それ以外は RF 帯に追い出される(ここ で RFPD に入る光の位相途中の光路でどれだけ回っているか分からないため Phase shifter により LO 位相を RFPD 信号に対し sin に調整する)。この信号をローパスフィルターに通して DC 付近 の信号のみ取り出すことで、PDH 信号

$$V_{PDH} = E_0^2 J_0(\beta) J_1(\beta) Im[-r(\Omega_0) r^*(\Omega_0 - \Omega_m) + r(\Omega_0)^* r(\Omega_0 + \Omega_m)]$$
(3.64)

が得られる。横軸を共振からの位相のずれに取った PDH 信号を図 3.12 に示す。検出光をミキサー にかけてからローパスにかけて目的の信号を得る一連の流れを復調と呼びそれを行う部分をまとめ て復調器 (demodulator) と呼ぶ。この信号について共振点付近での振る舞いを考える。いま、共振 器がキャリアに対して共振付近でかつサイドバンドが共振の十分外側にあるとすると、サイドバン ドは共振器に対し非共振であると考えられるから、式 3.64 において $r^*(\Omega_0 - \Omega_m) = r(\Omega_0 + \Omega_m) \simeq r$ とできて式 3.64 は

$$V_{PDH} = E_0^2 J_0(\beta) J_1(\beta) r Im[-r(\Omega_0) + r(\Omega_0)^*]$$
(3.65)

$$= 2E_0^2 J_0(\beta) J_1(\beta) r Im[r(\Omega_0)] .$$
(3.66)

これに式 3.21 の表式を代入することで

$$V_{PDH} = \frac{2E_0^2 J_0(\beta) J_1(\beta) r t_1^2 r_2 \sin\phi}{1 + r_1^2 r_2^2 - 2r_1 r_2 \cos\phi} .$$
(3.67)

これからさらに φ の一次まで展開することで共振点付近で位相のずれに対し線形な PDH 信号が得られることが分かる。この線形領域の幅を求めるために式 3.67 を微分すると、

$$\frac{\partial V_{PDH}}{\partial \phi} = \frac{2E_0^2 J_0(\beta) J_1(\beta) r t_1^2 r_2}{1 + r_1^2 r_2^2 - 2r_1 r_2 \cos\phi} (\cos\phi - \frac{2r_1 r_2 (1 - \cos^2\phi)}{1 + r_1^2 r_2^2 - 2r_1 r_2 \cos\phi})$$
(3.68)

より、

$$\cos\phi = \frac{2r_1r_2}{1+r_1^2r_2^2} \tag{3.69}$$

のときに PDH 信号は極値を取ることが分かる。この時の ϕ は式 3.69 において ϕ の二次まで展開 することで、

$$\phi = \pm \frac{\sqrt{2}(1 - r_1 r_2)}{\sqrt{1 + r_1^2 r_2^2}} \tag{3.70}$$

さらにこれを 3.37 のフィネスの表式を用いて表すと、

$$\phi = \pm \frac{\pi}{\mathcal{F}} \tag{3.71}$$
となる。すなわち、線形領域を極値と極値の間の部分とすると(後に示す図 4.1 からも分かるよう に厳密には極値付近で線形性は崩れていく)線形領域の幅 Δ_{PDH} は

$$\Delta_{PDH} = \frac{2\pi}{\mathcal{F}} \tag{3.72}$$

となる。位相における FSR が 2π であることと、フィネスのそもそもの定義を思い出せばこれは 共振器の共振線幅に他ならない。KAGRA の共振器では PDH 法で得られる共振からのずれに対応 する線形信号を用いてそのズレを打ち消す方向にレーザー周波数ないしは鏡間距離を動かすアク チュエーターにフィードバックすることで制御を行うのである。共振付近の PDH 信号を透過光強 度と共に図 4.1 に示す。メッシュ部分は PDH の線形領域(共振線幅)である。また、縦方向のス ケールは見やすさのために適当に拡大している。光学パラメータは KAGRA のものを使用し横軸 は変位にキャリブレートしてある。

さて、ここまで式を追ってきたが少し PDH 法の物理的な描像を補足しておく。反射光の共振点 付近における位相変化が PD で検出するに周波数が高すぎるというのは前述の通りである。そこ で、位相変調によりキャリア光が共振付近にいるときに共振器に共振しない周波数のサイドバンド 光を生成し、それらの反射光と測りたいキャリア光の反射光のビートを取る形で掛け合わせる。す るとキャリアが共振付近にいるときにサイドバンドは非共振であり共振器変動に感度を持たないの で安定な物差しとして振る舞い共振点付近でリニアな位相変化をするキャリアの位相情報のみが ビートとして変調周波数付近に現れるのである。同様にサイドバンドが共振共振付近にいる場合は キャリア光をリファレンスとしたサイドバンド基準のた線形信号を得ることが得られる。図 3.12 の両脇のスパイクがそれぞれ lower と upper の共振に対応している。また、共振付近で共振器変動 に対する位相情報を読み出しているのは式 3.66 が反射光の虚部になることからも分かる。

このように共振器から誤差信号を得るには共振器に入る光と共振器に入らず共振器変動に影響を 受けない光を比べれば良い。周波数で分ける PDH 法の他にも偏光で分けて共振器に入る偏光と入 らない偏光を比較し誤差信号を得る偏光法 [18] などがある。



図 3.11: PDH 法のレイアウト



図 3.12: PDH 信号



図 3.13: キャリア光共振付近における PDH 信号と共振器の透過光強度

3.3 リサイクリング

干渉計において、光源側ないしは検出ポート側にミラーを追加することで検出感度を改善、ある いは操作するリサイクリング技術を簡単に紹介する。

3.3.1 パワーリサイクリング

既に説明したように、重力波検出用の Michelson 干渉計はショットノイズ低減の観点からダーク フリンジに制御され、その際得られる最高感度は入射光強度が高いほど良くなる。干渉計がダー クフリンジにあるとき入射光の大部分は光源側に戻ることになる。パワーリサイクリングは光源 側にミラー(PRM)を追加することで戻ってきた光をさらに干渉計に打ち返し実行的なレーザー パワーを増加させショットノイズレベルを改善する技術である。これは Michelson 干渉計を複合 鏡として考えたときにその鏡と PRM による共振器(PR 共振器)を共振状態にし Michelson 干渉 計に向かう光の強度(つまり PR 共振器の循環光強度)を増加させていると考えられる(あるい は FPMI に PRM を追加する場合、腕共振器の中から見たときに腕共振器の ITM と PRM から成 る共振器が反共振状態になることで腕共振器の実行的なフィネスが上昇すると考えても良い)。パ ワーリサイクリングによる干渉計入射光強度の実効的な増加率を表すパワーリサイクリングゲイン について考える。PRM と Michelson 部分の複合鏡についてその反射率と入射電場及び複合鏡に向 かう電場と戻る電場を図 4.2 のように定義する。すると、図から、

$$E_f = E_{in}t_p + E_r r_p \tag{3.73}$$

$$E_r = E_f r_{MI} \tag{3.74}$$

であるから、式 3.73 及び式 3.77 から、入射光電場に対する Michelson 干渉計に向かう電場の割合 *g* は、

$$g = \frac{E_f}{E_{in}} \tag{3.75}$$

$$= \frac{t_p}{1 - r_{MI}r_p} \tag{3.76}$$

と求まる。光強度の変化割合であるパワーリサイクリングゲイン G はこれの2乗で与えられる。 すなわち、

$$G = \left(\frac{t_p}{1 - r_{MI}r_p}\right)^2 \tag{3.77}$$

となる。



図 3.14: PRM と Michelson 部分の複合鏡周りの電場

3.3.2 シグナルリサイクリングとRSE

次に FPMI 干渉計のの AS ポートに鏡を追加することを考える。新たに追加した鏡を SRM(シ グナルリサイクリングミラー)と呼ぶことにする。このとき、腕共振器内部から見ると腕共振器の ITM 及び SRM により共振器が構成されることになる。ますこの共振器 (SR 共振器と呼ぶ) が共振 状態にある場合、これは FPMIの AS ポートから出た信号を FPMI 側に打ち返していることになり、 腕共振器の実行的フィネスが上昇したと見ることができる。一方で SR 共振器が反共振状態にある 場合、これは腕共振器 ITM の反射率が低下し腕共振器のフィネスが低下していることに相当する。 SR 共振器を共振に保つ場合をシグナルリサイクリング、反共振に制御する場合を RSE(Resonant Sideband Extraction) と呼ぶ。PDH 法の節で位相変調によりサイドバンドが生成されることを示 したがこれは重力波による位相変化でも同様で RSE は重力波サイドバンドを腕共振器のカットオ フにより打ち消される前に抽出する方式である。RSE について詳しくは [19] など。RSE を導入す る主なメリットとして高フィネスの腕共振器と組み合わせることで入射光強度やパワーリサイク リングゲインを抑えつつ、広帯域で高感度を実現できることがある。高いレーザーパワーを用いて も同様の効果が得られるがその場合、鏡や BS がビームの一部を吸収することで生じる温度上昇に よる膨張や屈折率の変化などの効果が顕著に現れるようになる(熱レンズ効果)。熱レンズ効果が 生じると共振器へのモードマッチ率の低下やダークフリンジからのズレなど様々な弊害が生じる。 KAGRA では鏡を極低温に冷却するがビームのパワーは熱吸収が冷凍機の能力を超えないようにす る必要がある。また、常温鏡を用いる LIGO や Virgo では熱による変形を補償する TCS(Thermal Compensation Systems) が導入されている。Michelson 干渉計の両腕に Fabry-Perot 共振器取り付 け、さらに PR 及び SR ないしは RSE を導入した干渉計を DRFPMI と呼ぶ場合がある。

3.4 干渉計における長さ自由度のまとめ

各技術による干渉計感度の変化の様子を図 3.15 に示す。また、これまで紹介したように DRFPMI には中央部の Michelson 干渉計、両腕の FP 共振器、PR 共振器、SR 共振器という 5 つの長さ自 由度がある。干渉計制御においてはこれら 5 つの自由度は以下に挙げる 5 つの自由度に置き直して 考えられる。それらの描像を図 3.15 に示す。

MICH

Michelson 干渉計部分の自由度。干渉計の本質は両腕長さの比較であるのでそれぞれの腕の作動成 分に注目する。KAGRA においてはダークフリンジに制御される。制御は BS により行う。

\mathbf{CARM}

両腕共振器長の同相成分。レーザーの周波数揺らぎなどは両腕の同相変動として載るのでこの自由 度を用いてレーザーの周波数安定化を行う。これは本論文の主題である補助ロックシステムにより 行われる干渉計安定化の一部でもあり、詳しくは5章以降で説明する。

DARM

両腕共振器長の差動成分。重力波信号はこの自由度の変動として表れる。

PACL

PR 共振器自由度に相当。2つの ITM から PRM までの長さの平均で表される。PRM により共振 (主共振器内から見て反共振) に制御される。

SACL

SR 共振器自由度に相当。 2つの ITM から SRM までの長さの平均で表される。KAGRA は RSE を採用するので SR 共振器は共振に制御される。



図 3.15: 各干渉計方式の感度の概略



図 3.16: DRFPMI における長さ自由度とその定義

3.5 重力波の到来方向決定と干渉計のアンテナパターン

本節では重力波の到来方向決定の概念と干渉計のアンテナパターン(干渉計がどの方向からの重 力波にどれくらい感度を持つか)について説明する。

3.5.1 重力波の到来方向決定

重力波が到来した方向を決定することを考える。重力波検出器は通常の光学望遠鏡などと異なり 重力波が来た事は分かるがその方向は分からない。そこで方向決定のために複数の検出器の信号を 比較しそれぞれの検出器が重力波を検出した時刻の差から方向を決定する。例えば図 3.17 の様に 距離 L 隔てた 2 つの検出器を結ぶ線からなす角 θ の方向から重力波が来た場合、2 つの検出器が 同じ重力波を検出する際に生じる時間差 Δt は (一般相対性理論では重力波の速さは光速と一致す ることを踏まえて)

$$\Delta t = \frac{L\cos\theta}{c} \tag{3.78}$$

となる。この様に検出の時間差から重力波の到来角度を求めることが出来る。実際には3次元の空間を考える必要があるから、このような検出器2台の時間差によって天空上にリングが描けることになる。このようにして4台の検出器を用いれば天空上に3つのリングが描け、それらが交わる点として到来方向が分かるのである。時間を測る精度はおおよそ決まっているからその相対的な誤差を減らすためには、なるべく検出器同士の距離を離して配置する必要がある。KAGRA が検出ネットワークに加わることで方向決定精度は大きく上昇する [20]。



図 3.17: 到来方向決定のイメージ

3.5.2 干渉計のアンテナパターン

干渉計型重力波検出器のアンテナパターン(どの方向にどれくらい感度を持つのか)を求める。 今、x 軸上と y 軸上にそれぞれ 2 つの腕を持つ重力波検出器があるとする。この時図 3.18 の様に 方位角 φ 、天頂角 θ の方向にある放射源から放射された重力波が x 軸方向と y 軸上方向でそれぞれ どれくらいの変位を及ぼすのか考える。



図 3.18: 干渉計と放射源の位置関係

放射源上で図のような (x', y', z') 系という座標系をとるとき (放射源からの+モード重力波は x'方向、y'方向を変化させながら-z'方向に進む)、そこから見た重力波振幅を $h'_{\mu\nu}$ でとすると xyz 系で観測される振幅成分 $h_{\mu\nu}$ は座標変換により、

$$h_{\mu\nu} = R(\varphi)R(\theta)h'_{\mu\nu}\{R(\varphi)R(\theta)\}^{-1}$$
(3.79)

と表される(簡単のために z'軸回りの捻れはないとする)。ここで $R(\varphi)$ 、 $R(\theta)$ はそれぞれ方位角、 天頂角方向の回転変換行列で

$$R(\varphi) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\varphi & \sin\varphi & 0 \\ 0 & -\sin\varphi & \cos\varphi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$
(3.80)
$$R(\theta) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta & 0 & \sin\theta \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -\sin\theta & 0 & \cos\theta \end{pmatrix}$$
(3.81)

である。(x', y', z') 系から見た放射される重力波を

$$h'_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & h_{+} & h_{\times} & 0\\ 0 & h_{\times} & -h_{+} & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$
(3.82)

とすると、変換後の11成分と22成分(式2.47でも見たように、これら2成分がそれぞれx軸、y 軸の固有距離変動に寄与する)は

$$h_{11} = h_{+}(\cos^{2}\theta\cos^{2}\varphi - \sin^{2}\varphi) + 2h_{\times}(\cos\theta\sin\varphi\cos\varphi)$$
(3.83)

$$h_{22} = h_{+}(\cos^{2}\theta \sin^{2}\varphi - \cos^{2}\varphi) - 2h_{\times}(\cos\theta \sin\varphi \cos\varphi)$$
(3.84)

となる。干渉計ではこれらの差動を見るわけだから、

$$\frac{h_{11} - h_{22}}{2} = \frac{1}{2} \{ (1 + \cos^2\theta) \cos 2\varphi \} h_+ - 2(\cos\theta \sin 2\varphi) h_\times$$
(3.85)

の各偏波成分についているファクターが求めたかった各偏波成分に関する感度(アンテナパターン) である。そのそれぞれの偏波成分に対するファクター部分をそれぞれ F₊、F_× などと置くと、

$$F_{+} = \frac{1}{2} (1 + \cos^2\theta) \cos^2\varphi$$
 (3.86)

$$F_{\times} = \cos\theta \sin 2\varphi \tag{3.87}$$

となる。また、無偏極 (+モードと×モードが等しく含まれる) の重力波に対する指向性は F+、 F×の2乗平均で与えられる。最大感度を1に規格化してこれらの絶対値をプロットしたものを図 **3.19** に示す。



図 3.19: 各偏波に対するアンテナパターン(左から+モード、×モード、無偏極)。干渉計の両腕 はそれぞれ x 軸、y 軸上にあるとする。

得られた結果は比較的容易に直感的な理解が出来る。まず、+モードの重力波が真上から来る場 合、重力波が持つ振幅そのままで片腕が伸び、もう片腕が縮む為、最も感度が良くなる。そこから 天頂角方向に到来方向を傾けていくと、y軸方向の伸縮は変わらないが、x軸方向の伸縮は重力波 の進行方向から干渉計がある平面への射影で利くため感度は減少してく。そして完全に到来方向 が真横(x軸方向)になるとy軸方向の伸縮度合いは変わらない一方でx軸方向は全く伸縮しなく なる為、感度は最大値の半分となる。一方、方位角を増やしていく場合方位角45度の部分で感度 は0となる。これはxy平面上で伸び縮みする重力波がもたらす効果がx軸上とy軸上で同相で効 くようになる為である(繰り返しではあるが干渉計は差動を見る)。次に×モードの場合、天頂角 が90度になると方位格に関わらず感度を持たなくなる。これは式 2.47、式 2.50 から明らかであ るが、重力波は伸縮が生じる軸からなす角45度の部分では全く変位を生じさせない為である(図 2.1 では変化している様に見えなくもないが、これはこの図があくまでイメージのため)。+モード においては z 軸回りのねじれを考えない限りこのような状況にはならない。つまり干渉計は天頂 角 90度で方位角が45度の整数倍の場合、モードに関わらず感度を持たない。また、×モードで 注意すべき点として、図 3.19を見ると真上にも感度があるように見えるが実際には真上から来た ×モード重力波は x 軸、y 軸に同相で変位をもたらす為感度は持たない。

以上をまとめると干渉計は重力波のモードと到来方向により感度が異なる。この性質をうまく用 いることで実際には4台の検出器がない状態でも到来方向をかなり絞り込むことが出来る場合があ る。一方で全天上に苦手な方向を無くすという意味で(当たり前ではあるが)検出器は多い方が良 い。LIGO、Virgoに KAGRA が加わることで全天で感度 50%以下の領域をなくせるという試算が ある [21]。

3.6 世界の主な重力波検出器と将来計画

以下に紹介する検出器はいずれも第2世代である。各検出器の位置関係及び感度の計画目標を図 3.20 と図 3.21 に示す。図 3.21 の値は太陽質量の 1.4 倍の中性子星同士の合体による重力波を SN 比8で検出可能な距離 (BNS range) を示している。前節で述べたように方向決定、偏波決定の観 点から各検出器はなるべく離して配置するのが望ましい。その意味で日本は LIGO, Virgo から見 て格好の位置にあることが分かる。

LIGO

LIGO(Laser Interferometer Gravitational-Wave Observatory) は米国の干渉計型重力波検出器 でワシントン州リビングストン及びルイジアナ州ハンフォードにある同じ構成の2台の検出器から 成る。方式は RSE で両腕に4 km の共振器を備える。試験質量である鏡は溶融石英。2015 年に人 類史上初めて重力波の直接観測に成功した。同様の検出器をインドに建設する計画もある。

Virgo

イタリアのピサ県カッシーナにある干渉計型検出器。両腕に3kmの共振器を備える。2016年から Advanced Virgoとして観測を開始し2017年のGW170814で重力波の初検出に成功した。これ は初の中性子連星合体イベントでもあり、LIGOのデーターと合わせることで方向決定精度の向上 に貢献した。現在の方式は PRFPMI で今後 RSE ヘアップグレードされる予定である。LIGO と同じく鏡は溶融石英。

KAGRA

日本の岐阜県神岡町にある池の山の中に建設された干渉計型検出器。両腕に3kmの共振器を備 える。フル構成での方式はRSE。今年2月からの観測はPRFPMI構成で行われる。主な観測対象 はコンパクト連星の合体で特筆すべき特徴として、地面振動低減のために地下に建設されているこ と(最も深い部分で地表から約1000m)、熱雑音低減のためにサファイアで作られた試験質量であ る鏡を20Kの極低温に冷却することがある。これらの特徴は計画中の第3世代検出器が備える特 徴であり、KAGRA はその建設のための研究開発という役目も持つ。その意味で KAGRA を2.5 世代検出器と呼ぶ場合もある。昨年10月に完成し2020年2月末より観測を開始した。KAGRA についてその構成などの詳細は次の第4章で説明する。

第3世代検出機

現行の第2世代と比較し一桁高い感度を目指す。欧州の TE (Einstein Telescope)、米国の CE (Cosmic Explorer) などがある。特徴として長さ 10 km 以上の共振器、一桁重いテストマス、低温 鏡、地下などがある。共振器の基線長が長くなる一方、そのフィネスは第2世代とほぼ同じである 為、線幅は非常に狭くなる。その為第3世代向けロックアクイジションシステムの開発が今後重要 となる。第3世代検出機は 2030 年代の観測開始を目指している。

宇宙重力波望遠鏡

低周波領域には初期宇宙由来の重力波を初めとして魅力的な放射源が多い。しかし、地上検出器 の場合 10 Hz 以下の低周波における感度は地面振動や重力場変動により制限される。ねじれ振り 子など共振周波数を下げる工夫をした検出器も期待されるが、本質的にこれらを克服するには地球 を離れる必要がある。その様な理由から宇宙機の間で検出器を構築するのが宇宙重力波望遠鏡で ある。この場合、基線長を容易に伸ばせるというメリットもある。これらの検出器はテストマスを 衛星の外枠が包み込む様な構造をしており、外乱を外枠が吸収することでテストマスを局所慣性 系に保つドラッグフリーと呼ばれる制御が行われる。現在計画されている主なミッションとして 欧米が進める LISA (Laser Interferometer Space Antenna)、日本が進める DECIGO (Deci-hertz Interferometer Gravitational wave Observatory) などがある。

LISA の基線長は約 250 万 km で観測帯域は 100-0.1 mHz である。主な観測対象に超大質量ブ ラックホールなどがある。LISA はその基線長の長さからレーザーを飛ばすと相手型の宇宙機に着 く頃にはそのビーム径が数十 km と非常に大きくなってしまい、宇宙機が受光できる光のパワーは pW のオーダーとなる。その様な理由で光をそのまま打ち返すことが出来ない為、LISA では受光 した光に受信側の宇宙機が持つ光源を位相同期させ仮想的な鏡として打ち返すトランスポンダー方 式が採用される。LISA は既に前哨衛星となる LISA Pathfinder が打ち上がっており加速度に対す る雑音要求を実際に軌道上でクリアすることに成功している [22]。LISA 本体は 2034 年打ち上げ の予定である [23]。

一方、DECIGO が狙うのは地上検出機と LISA の中間帯域である。特に 0.1 Hz 帯では初期宇宙 由来の原始背景重力波の検出が期待される(より低周波領域では白色矮星由来の重力波が分離不能 なノイズとなることが観測から予見されている)。DECIGO の基線長は約 1000 km と LISA と比 較し近い為、鏡で光を打ち返すことができ、共振器を組むことも可能である。これにより DECIGO は比較的低いレーザーパワーで非常に高い感度を実現し得る。その一方で非常に精密な共振器制御 が求められるチャレンジングなミッションである。DECIGO は 2030 年代の打ち上げを目指して いる [24]。



図 3.20: 各重力波検出器の位置関係 (credit :Caltech/MIT/LIGO Lab)[25]



図 3.21: 各検出器の中性子連星に対する感度計画目標 [26]

Chapter **4**

大型低温重力波望遠鏡 KAGRA

KAGRA は岐阜県神岡町にある池の山の地下に建設された重力波望遠鏡で 2020 年 2 月末より観 測を開始した (図 4.1)。本章では本論文の主題である補助ロックシステムを導入した重力波望遠鏡 KAGRA について、主に光学的な構成などを簡単に説明する。



図 4.1: KAGRA が建設された池の山断面 [13]

3章で述べたように KAGRA は RSE を採用する DRFPMI 干渉計である。その各ミラーの配置 や名称、光学定盤の位置などの構成を図 4.2 に示す。KAGRA では重力波観測用の主レーザー (波 長 1064 nm) とは別に干渉計制御のためにグリーンの補助レーザー (波長 532 nm) を用いる。この 補助レーザーを用いるシステムが補助ロックシステムであり、詳しくは次章で説明する。まず、光 源について、レーザー光源は主レーザー、補助レーザー共に外部の環境から守る為に PSL (Pre-Stabilization Laser) room 呼ばれる建屋内部に置かれている (主レーザーの光源は大元となる seed laser とその出力を増幅するレーザーアンプから成る (図 4.3))。Pre-Stabilization とはレーザーの初 期安定化のことで PSL room にはレーザーの高次モードやビーム揺れを低減する PMC (Pre-Mode Cleaner) と呼ばれる bow-tie 型共振器 (図 4.4) やレーザーの強度揺らぎを安定化する ISS (Intensity Stabilization System) と呼ばれるシステム、主レーザーによる干渉計制御のための変調システム などが置かれている。その後主レーザーはビューポートより真空ダクトに入り IMC(Input Mode Cleaner) という一周約 27 m の三角共振器 (図 4.5) を通る。IMC は再びレーザーのモードを整える とともに IMC の長さをリファレンスとして主レーザー周波数の初期安定化を行う(主レーザーの 変調信号は IMC を透過できるように IMC の FSR の定数倍となっている)。その後主レーザー IFI というファラデーアイソレーターを透過した後に BS で2つに分けられ全長 3 km の主共振器 (図 4.6) に入射する。主レーザーに対する干渉計の制御信号は REFL 定盤及び POP 定盤と AS ポート から取得される。

また、補助レーザーについては光ファイバーにより干渉計中央部分まで伝送され X アーム用の レーザーが PR2 鏡、Y アーム用のレーザー SR2 鏡の裏から入射される。BS は補助レーザーに対 してほぼ透明とみなせる。補助レーザーに関する信号取得は POP 定盤及び POS 定盤で行う。 以下の表 4.1 に主共振器の主要パラメータをまとめる。

Arm length	3000 m
ITM 強度透過率	$0.004~{\rm for}~1064~{\rm nm}~/~0.06~{\rm for}~532~{\rm nm}$
ETM 強度透過率	$5{\times}10^{-6}$ for 1064 nm / 0.06 for 532 nm
ITM, ETM HR 面曲率	1.9 km
往復あたりの光学損失	90 ppm for 1064 nm / $~2~\%$ for 532 nm
Finesse	1531 for 1064 nm / 50 for 532 nm
FSR	49.96541 kHz
共振線幅 (full width)	$32.7~\mathrm{Hz}$ for 1064 nm / 994 Hz for 532 nm
BS 強度透過率	50~% for 1064 nm / 99.40 $%$ (s 偏光), 97.85 $%$ (p 偏光) for 532 nm
PRM 強度透過率	10~% for 1064 nm
SRM 強度透過率	15~% for 1064 nm

表 4.1: KAGRA 主共振器の主要パラメーター (設計値)



図 4.2: KAGRA の干渉計構成



図 4.3: PSL room 内部の PSL 定盤



図 4.4: PMC 共振器 (手前は ISS)



図 4.5: IMC 共振器



図 4.6: 長さ3 km の主共振器が入る真空ダクト(左側)

Chapter 5

<u>補助ロックシステム</u>

本章では本論文の主題である補助ロックシステムについてその目的、システムの構成、評価など について説明する。また、システム構成の部分で本研究により行なったシステムの導入及び改良に ついても説明する。

5.1 ロックアクイジション

まず補助ロックシステムの目的について述べる。

3章の図 3.15 で見たように、DRFPMI には5つの長さ自由度があり、それらは所定の状態に制 御される必要がある。これら自由度を構成する鏡は防振のためとテストマスについては重力波を 捉えるために自由質点である必要性から懸架されている。その為、何も制御をしていない状態では 地面振動に励起され例えばテストマスの場合典型的には µm のオーダーで揺れている。これら鏡 が揺れ動くフリーな状態から各自由度を制御状態に引き込みむことを一般にロックアクイジショ ンと呼ぶ (ある物理量を目的の値に制御し保持することをロックと呼ぶ)。ロックアクイジション は干渉計の起動時や地震等の外乱で干渉計制御が失われた状態からの復旧に不可欠である。図 5.1 にロックアクイジションのイメージを示す。



図 5.1: ロックアクイジションのイメージ。鏡を共振に引き込む。

ロックアクイジションの困難な点として、5つの自由度が互いに鏡を共有しておりカップリン グしている為、例えば最初にある自由度を制御し、その後にその自由度とカップルする別の自由 度を制御しようとするとその影響で最初に制御した自由度の制御が外れてしまう事がある。また、 KAGRA の場合では主共振器のフィネスが非常に高いため動作領域である共振線幅が非常に狭い ことなどが挙げられる(KAGRA の主共振器の主レーザーに対する共振線幅は表 4.1 に示したよう に約 33 Hz で変異換算では約 0.33 nm である)。

KAGRA で採用されているロックアクイジション法が補助ロックシステムである。これは主レー ザーとは別波長の補助レーザーにより自由度の段階的な制御と干渉計の安定化を行う方法で LIGO で開発された ALS (Arm Length Stabilization) システムと原理的に同様の仕組みである。その意 味で補助ロックシステムは KAGRA type ALS や単に ALS と呼ばれることもある。

ALS の特徴として一旦干渉計を安定化してから準静的に各自由度を動作領域に引き込む点があ る。従来のロックアクイジションの例としてガイドロック法 [27] などではフリースイング状態の 鏡が制御域通過すると直ちにアクチュエートをかけて減速させるということを行う (図 5.2)。この 場合、線幅が狭ければ狭いほど短時間で鏡を止める必要がある為アクチュエーターに要求される力 が大きくなる。将来検出器ではより線幅が狭くなる。また、アクチュエーターに要求される雑音レ ベルも厳しくなるが高出力と低雑音の両立は難しい。この観点で ALS は狭線幅にも対応できる為 (ノイズ要求は厳しくなるが)、将来検出器のロックアクイジションとしても期待される。

また、Virgo では Variable Finesse と呼ばれる方法が採用されている [28]。これは両腕共振器を ガイドロック法により制御した後に、本来ダークフリンジに制御する MICH 部分をまずはミッドフ リンジに制御し複合鏡としての MICH の反射率を低くしてその状態で PR 共振器を制御する。この 状態であれば PR 共振器のフィネスは低くいため主共振器の制御に与える影響を抑える事ができる。 そして最後に MICH を徐々にダークフリンジに移すのである。現在の Virgo の構成は PRFPMI であり、将来の RSE アップデートへ向け DRFPMI 対応型 Variable Finesse に関するするシミュ レーションが行われているが、現在の予定ではアップデート後は LIGO タイプの ALS システム導 入が検討されている。



図 5.2: ALS のイメージ。安定化してから準静的に共振に引き込む。

5.2 ALS システム

5.2.1 ALS システムの概要

既に述べたように、ALS は補助レーザーを用いて干渉計の段階的な制御を行う方法である。その手順について以下にまとめる。各フェーズに対応する干渉計の状態を図 5.3 に示す。また、ALS 各制御の相関関係のイメージを以下の図 5.4 に示す。

I. 初期状態。補助レーザーが主レーザーにオフセット付き位相同期制御 (PLL (Phase Locked Loop)) される。これによりオフセットを調整する事で補助レーザーの主レーザーに対する相対周波数を制 御できることに加え、PSL のように周波数安定化機構 (主レーザーは IMC をリファレンスに安定 化されている) を持たない補助レーザーを PSL の安定度で周波数安定化する。

II. 補助レーザーを両腕の主共振器に共振させる。この時、主共振器の補助レーザーに対するフィ ネスを主レーザーに対する値より低く設計することで容易にロックができる (KAGRA の場合主 レーザーに対し約 1500 である一方、補助レーザーに対しては約 50 である)。主共振器は干渉計中 で最も安定度の高い周波数リファレンスである。そこで、それぞれの補助レーザーの制御で得られ た主共振器の長さ安定性を持つ PDH 信号の同相成分 (ALS CARM)を用いて主レーザーの周波数 を安定化する (主レーザー安定化に用いるエラー信号を IMC の PDH 信号から ALS CARM に切 り替える)。この時、PLL で主レーザーの安定度が補助レーザーにコピーされることにより制御系 全体が主共振器の安定度で安定化されることになる。つまり全体で大きな制御ループが形成される ことになる。さらに低周波では補助レーザー PDH 信号の差動成分 (ALS DARM)をテストマスの 長さにフィードバックすることで共振器長さ (DARM 自由度)の安定化も行う。

■. 干渉計中央部分の MICH, PRCL, SRCL を制御する。この時、補助レーザーは主共振器に共振 しており、補助レーザーと主レーザー間の周波数オフセットを調整することで主レーザーは主共振 器に対し非共振に保たれる。これにより偶発的な共振により中央部分の制御の妨げになる事がなく なる。

IV. 補助レーザーの周波数オフセットを調整する事で主レーザー周波数を主共振器の共振領域 (エ ラー信号の線形域) に静かに引き込む。この状態で干渉計の制御を補助レーザーから主レーザーに 引き渡す事で干渉計全体の主レーザーによる制御(フルロック)が達成され重力波の観測が可能と なる。



図 5.3: ALS の各フェーズ



図 5.4: ALS 各制御の相関イメージ

5.2.2 LIGO ALS と補助ロックシステム (KAGRA type ALS) の比較

ALSシステムの概要やロックアクイジションまでの各ステップは LIGO ALS、KAGRA 補助ロッ クシステム共に共通である。しかし、それを実現する各部分には随所に違いがある。ここではそら らの違いを比較しながら見ていくと同時に補助ロックシステムの構成について説明する。LIGO 及 び KAGRA における ALS の光学系、制御系の概略図を図 5.5、図 5.6 に示す [29, 30]。

まず、一番の大きな違いは補助レーザーの入射部分である。LIGO の場合、補助レーザーはその ものがエンドに設置されており、エンドミラーの裏より入射される。この時、IMC などで初期の周 波数安定化をされた PSL の一部がピックオフされセンターエリアから約4kmの光ファイバーによ りエンド伝送される。補助レーザーはこの伝送された PSL と位相同期する。これにより腕にロッ

クできる程度に周波数安定化されると同時に主レーザーと補助レーザーがリンクすることになる。 一方で KAGRA の場合、補助レーザーは PSL ルームから約 60 m の光ファイバーでセンターエリ アに伝送され、PR2、SR2 と呼ばれる鏡の裏からそれぞれ、X 腕、Y 腕に入射される。この時、後 に説明するようにファイバーが外乱を受けることにより生じる位相ノイズは最も重要な共振器長さ の情報と区別がつかないセンシングノイズとなってしまい深刻な問題となる。そのため同じく後 述するキャンセレーションシステムを導入することとなった。LIGO の場合 KAGRA より遥かに 長いファイバーを用いているがファイバー によるノイズは問題にならない。それは KAGRA では ファイバーで伝送したビームで直に共振器長を測っているのに対し、LIGO の場合、ファイバーで 運ばれたビームはあくまで主レーザー、補助レーザー間の位相同期と補助レーザーのある程度の周 波数安定化に用いられるのみで共振器の長さ情報の取得はセンターエリアの透過光から行い、その 信号にファイバーノイズが関与しないためである。ここまで見ると KAGRA の中央から入射する 方式にはメリットがない様に見えるが、KAGRA 方式の場合、センターエリアまでのファイバー ノイズさえ克服できれば腕の長さには依存しないシステムの構築が可能となる (60m 程度なら補助 レーザー用の真空ダクトを作っても良い)。LIGO 方式の場合、現状の腕長4kmの構成では問題な いが次世代望遠鏡で想定される数十 km スケールに対しスケーラブルであるかどうかは必ずしも自 明ではない。その意味で KAGRA ALS の構成は次世代検出器におけるロックアクイジション技術 の開発につながるとも言える。次世代検出器におけるロックアクイジションについては [8] で検討 されている。

また、ALS CARM、ALS DARM などの信号取得方法も異なる。これらの信号は LIGO の場合、 光のビートを取ることで光学的にを生成している(ALS DARM はそれぞれの腕からの透過光の ビート、ALS CARM はから腕からの透過光と PSL の SHG のビートから得ている)。KAGRA の 場合、これらの信号はそれぞれの腕から得られた PDH 信号を電気的に足し引きすることで取得し ている。信号を電気的に取得することでより柔軟で自由度の高い処理が可能となると同時に、より 簡素な干渉計構成に貢献している。

この様に KAGRA ALS は LIGO で得られた知見を元により信頼性、拡張性が高く扱いやすいシ ステムを目指して構築されている。



図 5.5: LIGO ALS の概観



図 5.6: KAGRA 補助ロックシステムの概観

5.3 補助ロックシステムに対する要求

補助ロックシステムの要求値について考える。補助ロックシステムは補助レーザーにより主共 振器の長さをセンシングし、主レーザーの安定化を行うが、その際に各部分がノイズを持つ事によ り主共振器の安定度をそのまま主レーザーに伝えることはできない。これらは補助ロックシステ ムという主共振器の安定度を測るセンサーが持つセンシングノイズであると言える。補助ロック システムの目的は主レーザーを主共振器に対する共振領域に引き込むことである。このことから、 安定化された主レーザーの周波数 (*f_{main}*)と主共振器の共振周波数 (*f_{ARM}*) との差 (センシングノ イズ)が主共振器の主レーザーに対する共振線幅より低くなれば良いと言える。つまり、補助ロッ クシステムに対する要求は、

主共振器の主レーザーに対する共振線幅 >
$$(f_{main} - f_{ABM})f_c$$
 (5.1)

と言える。ここで、 f_c は主レーザーに対する主共振器の cavity pole の効果で cavity pole 周波数 に一次の pole を持つ伝達関数である。これは主レーザーが主共振器に対し共振状態にあるときに は共振器の持つローパス効果により cavity pole 以上の変動に対しカットオフがかかることを意味 している。カットオフ周波数は図 3.10 で見たように約 17 Hz である。また、共振線幅は4章の表 4.1 で見たようにおよそ 33 Hz, 長さに換算すると約 0.35 nm である。このように見ると ALS は長 さ 3 km の腕共振器の変動を 0.35 nm 以下にまで安定化するシステムであると見ることもできる。

5.4 補助ロックシステムの導入と改良

本節では補助ロックシステム光学系の概要を説明した後に今年度新たに導入、改良を行った部分 について説明する。開発、導入については昨年度までにかなりの部分が完了している [6, 7]。本論 文では、今年度新たに行なったインストール及び改良として、主に以下の事項について記述する。

- ・Y 側共振器に対する補助レーザーのモードマッチ及び信号取得光学系の導入
- ・PSL-補助レーザー間の安定な PLL 制御系の開発
- ・ファイバーノイズを低減するキャンセレーションシステムの開発と導入

キャンセレーションについては次章で取り扱う。

5.4.1 補助ロックシステムにおける各部光学系の概要

ここでは実際の補助ロックシステム光学系における各部の構成を説明していく。

PLL (位相同期制御) 部分

補助レーザーを主レーザー (PSL) に対し位相同期制御を行う部分。ALS 最初期における補助レー ザーの周波数安定化をはじめ、オフセット周波数を変化させる事により主共振器の主レーザーに 対する共振状態を調整する事にも用いられる。また、ALS 全体の大きな制御ループで見ると補助 レーザーを主レーザーを結びつけるという意味で重要な役割を持つのはすでに述べた通りである。

補助レーザーの光源として用いられている Coherent 社製 Prometheus は発振波長 1064 nm の Nd: YAG レーザーである。このレーザーは内部で SHG (第二高調波生成)を行う事で倍波の 532

nm レーザーの生成を行っており、補助レーザーにはこの倍波を用いている。PLL には SHG を行 う前の 1064 nm レーザーを用いる。図 5.7 に概観を示す。

まず、Prometheus からのビームと PSL を一部ピックオフしたビームのビートをとる。この時 ビートの周波数はこれら2つのレーザーの差周波となる (ビートはおよそ 40 MHz 程度に調整され る)。ビートは RFPD で電気信号に変換され位相周波数弁別器 (PFD) に入力される。PFD は2つ の入力信号の位相や周波数を比較し、その差に比例した信号を出力する機器である (PFD につい て詳しくは付録に記述する)。PFD のもう一方の入力には (局部発振器)LO から出力された非常に 安定度の高い一定周波数の信号が入力される。これら2入力の位相、周波数ずれに対応する出力信 号は制御フィルターを通り Prometheus の周波数アクチュエーターにフィードバックされる。周波 数アクチュエーターには PZT 素子と温調があり、高周波帯は電圧を昇圧する PZT ドライバを通り PZT に、低周波帯はデジタルフィルタを通り温調に返される。このようなフィードバックループ の結果、ビート周波数が LO 周波数にロック (追従制御される事) される事になる。言い換えると 補助レーザーは PSL から LO 周波数隔てた周波数に固定される。PSL と LO が安定なので、この 制御により補助レーザーは PSL 並みに周波数安定化される事になる。さらに LO の周波数を調整 すれば主レーザーに対する補助レーザーの周波数の調整も可能となる。PLL の制御系に関して詳 しくは後の節に記述する。PLL 制御系における主要なコンポーネントを表 5.1 ににまとめておく。



図 5.7: PLL 部分の概観

表	5.1:	PLL	におけ	る主要	コンオ	ペーネン	ŀ
---	------	-----	-----	-----	-----	------	---

品名	型番			
補助レーザー	Coherent 社製 Prometheus (2 W for 1064 nm / 100 mW for 532 nm)			
RFPD	Newport 社製 818-BB-21A			
LO	Keysight 社製 E8663D			
PFD コア IC	Analog Devices 社製 AD9901			
サーボフィルター	KAGRA common mode servo [31]			
PZT ドライバ	Thorlabs 社製 MDT693B (電圧ゲイン 15)			

グリーンロック部分

補助レーザーを主共振器に追従制御する部分の光学系。図 5.8 に主要な構成要素を示す (パワー調 節部分やステアリングミラーなどは省略してある)。

PSL に設置された補助レーザー(グリーン側)はまず、周波数アクチュエート用 AOM(駆動周 波数はおよそ 80 MHz) を通る。この際補助レーザーの出力は S 偏光であるため(実際には 1/2 波 長板を用いて確実にS偏光に合わせている)レーザーはPBSで反射され AOM を透過する。その 出射光をそのまま打ち返すことで光は再び AOM を通る。AOM の手前には 1/4 波長板があり、こ れも2回通る事になるので戻り光はPBSを透過する。これはダブルパス AOM と呼ばれる構成で、 AOM のアクチュエーター効率を稼ぐだけでなく AOM のアクチュエートによりビームのアライメ ントが変化しないというメリットもある。AOM を抜けたビームは PDH 信号取得のため EOM で 位相変調され (変調周波数は X 腕側 33 MHz、Y 腕側 32 MHz) 光ファイバーへのモードマッチ光学 系を経て長さ約 60m(X 腕側 58 m、Y 腕側 63 m) の光ファイバーに入射され、センターエリアの 光学定盤 (X 腕側は PR2 ミラー脇の POP 定盤, Y 腕側は SR2 ミラー脇の POS 定盤) へと伝送さ れる。POP/POS 定盤で出力されたビームは F.I. (ファラーデーアイソレーター)を通る。これは 光を一方向にしか通さない素子で戻り光を別方向に分離することが出来る。今回のレイアウトでは この F.I. の性質を用いて PDH に用いる共振器からの反射光の分離を行う。F.I. を抜けたビームは 共振器へのモードマッチを行うレンズを通り PR2 ないしは SR2 ミラーの裏側から各共振器へ入射 される。共振器からの反射光は RFPD で検出され復調されたた後に制御フィルターを通り AOM 駆動用の VCO へと送られる。この時、VCO には一般的な市販品と比較して一桁以上低い雑音が 要求される為、KAGRA ALS では独自の low noise VCO を開発し導入している。low noise VCO の開発と評価について詳しくは付録で述べる。VCOからの出力信号により AOM が駆動される事 によりフィードバックループが形成され補助レーザーの周波数が共振器にロックすることとなる。 グリーンロック部分の主要コンポーネントを表 5.2 ににまとる。また、PSL 定盤における ALS 部 分の光学部品配置図を図 5.9 に、その様子を図 5.10 に示す(これらは次章で説明するファイバー ノイズキャンセレーションが既に導入されたレイアウトとなっている)。



図 5.8: KAGRA 補助ロックシステムの概観

品名	型番
AOM	Crystal Technology 社製 3080-125
EOM	QUBIG 社製 EO-T38M3-VIS
LO	Keysight 社製 N5181B MXG
F.I.	Thorlabs 社製 IO-5-532-HP
RFPD	KAGRA RFPD[32]
サーボフィルター	KAGRA common mode servo [31]
デモジュレーター	KAGRA IQ Demodulator[33]
光ファイバー	PM-S405-XP (エンドキャップ付き)

表 5.2: グリーンロックにおける主要コンポーネント



図 5.9: PSL 定盤における ALS 部分の光学部品配置図



図 5.10: PSL 定盤にインストールされた ALS 光学系

5.4.2 Y 側モードマッチ及び信号取得光学系の構築

今年度新たに導入を行った部分として SR2 ミラー脇の POS 定盤における Y 側主共振器に対す るモードマッチ及び反射光信号取得用の光学系がある(図 5.8 の右側部分)。光共振器はそれを構 成するミラー間の距離やその曲率により固有の空間モードを有する。モードマッチ光学系とは光共 振器にレーザーを入射するレーザーの空間モードを共振器の固有モードと一致するようにビームの 形(ビームウエストのサイズと位置)の整形を行い光を効率良く共振させるための光学系である。 また、共振器からの反射光信号の取得は F.I. (ファラデーアイソレータ)により行う。

KAGRA の主共振器は表 4.1 で見たように ITM, ETM 共に曲率半径が等しく、ビームのウエストは共振器の中心部分にできる。共振器固有モードのレイリー長(ビーム径がウエストサイズの $\sqrt{2}$ 倍になる距離でビームの拡がり具合の指標となる) R_Z は次式で表される [14]。

$$R_Z = \frac{L^2 g_1 g_2 (1 - g_1 g_2)}{(g_1 + g_2 - 2g_1 g_2)^2} .$$
(5.2)

ここで、Lは共振器長であり、 g_1 、 g_2 は、

$$g_i = 1 - \frac{L}{R_i} \ (i = 1, 2) \tag{5.3}$$

で定義されるパラメーターで R₁ と R₂ はそれぞれ ITM と ETM の曲率半径である。また、ビームのウエスト半径 w₀ はレイリー長を用いて

$$w_0 = \sqrt{\frac{2R_z\lambda}{\pi}} \tag{5.4}$$

と表せる。λはレーザーの波長である。

さらに、これからはビーム発展を記述するのに以下で定義されるgパラメータを用いる。

$$q = z + R_z i \tag{5.5}$$

ここでzは起点とするビームウエストからの距離(符号の情報を含む)である。qパラメータを用いて ITM HR 面における qパラメータ *qITMHR* を表すと、

$$q_{ITMHR} = -1500 + 774.597i \tag{5.6}$$

と表せる。この固有モードから、補助レーザーを入射する SR2 の裏側 (AR 面) における q パラ メータ q_{SR2AR} を求めるとその値はビーム断面の水平方向 (x) と垂直方向 (y)、及びその平均はそ れぞれ、

$$q_{SR2AR_r} = 2.9841 + 0.026444i \tag{5.7}$$

$$q_{SR2AR_u} = 2.9800 + 0.026587i \tag{5.8}$$

$$q_{SR2AR_{mean}} = 2.9820 + 0.026516i \tag{5.9}$$

となる [34, 35]。この際パラメータの起点はファイバー出射部分とした。このパラメーターを目指 してファイバー出射光を整形する事になる。モードマッチには jamMT と呼ばれるレーザーのビー ム発展を解析できるルールを用いた。このツールには、ある q パラメータを持つビームから別の q パラメータに移るために必要なレンズの位置と f 値を探索する機能がある。jamMT を用いてモー ドマッチを行った様子をを図 5.11 に示す。この際に必要な情報としてファイバーからの出射光は ウエスト半径 411.3 um, ウエスト位置 1.0218 m であった。jamMT の計算結果に基づいて設計し た POS 定盤上の光学系を図 5.12 に、実際に構築した光学系を図 5.13 に、そしてその光学系で実 測したビームプロファイル (f400 レンズ後)を図 5.14 にそれぞれ示す。



図 5.11: jamMT を用いたモードマッチ



図 5.12: POS 定盤の光学系レイアウト



図 5.13: POS 定盤に構築した光学系



図 5.14: 実際に測定されたビームプロファイルと求まったパラメーター

図 5.14 に示した求まったパラメーターの 5.7 から 5.9 に示したターゲットパラメーターに対する モードマチイング率を求める。ある q パラメーター q_{in} 、 q_{target} 間のモードマッチング率 M_{match} は次のように与えられる [36]。

$$M_{match} = \frac{4\mathrm{Im}[q_{in}]\mathrm{Im}[q_{target}]}{|q_{in}^* - q_{target}|^2}$$
(5.10)

5.10の式から水平 (x) 方向、垂直 (y) 方向それぞれのモードマッチング率を求めると、

$$M_{match_x} = 93.5\%$$
 (5.11)

$$M_{match_y} = 96.1\%$$
 (5.12)

$$M_{match_{mean}} = 95.3\% \tag{5.13}$$

と求まり、平均で95%以上、目標のビームに空間モードを一致させることが出来ていることが分かる。

5.4.3 PLL 制御系とその改良

X 腕側の PLL 制御系の導入は昨年度までに完了していた。本節では今年度新たに行った Y 腕側 PLL 制御系の導入及び評価について記述すると共に、両腕側に行った安定性向上のための改良に ついて説明する。なお、ここで行うような制御系やそのノイズの解析に関しての一般論は付録で述 べる。

PLL 制御系

まず、図 5.7 で概要を示していた PLL 制御系について、より詳しく見るために制御系の各部分 を伝達関数に置き直したブロックダイアグラムを図 5.15 に導入する。各部分の伝達関数の値につ いて、アクチュエーター及びセンサー部分を表 5.3 に示す。また制御フィルター (Common Mode Servo) の構成を表 5.4 にまとめる (フィルター部の伝達関数 F はこれらの積となる)。なお、セン サー部分の伝達関数 S は RFPD と PFD をまとめたものでオープンループ伝達関数及びその他既 知の伝達関数から求めたものである。



図 5.15: PLL 制御系のブロックダイアグラム

表 5.3: アクチュエーター及びセンサー部分の伝	云達関数
---------------------------	------

A_{PZT} (Prometheus PZT)	$1.5 \mathrm{~MHz/V}$
A_{temp} (Prometheus 温調)	$6~{\rm GHz/V} \times$ pole at 1/60Hz
S	$3.2 \times (1 \text{ MHz LPF}) \times 1/if \text{ V/Hz}$

この制御系についてまずはオープンループ伝達関数について評価する。上記の伝達関数から求 まる期待値と実際に測定された値の比較を図 5.16 に示す。この図を見るとおよそ 100 kHz までは ゲイン、位相共によく期待値と実測値が一致していることが分かる。しかし一方でそれ以上の周波 数領域から期待値に対し実測値のゲインが膨らみを持ち、位相については遅れが生じていること が分かる。これは補助レーザーの周波数アクチュエート用 PZT による機械的共振による効果だと 考えられ、既に導入されている X 側 PLL にも同様の振る舞いが確認されている。制御系において UGF より上の領域でのゲインが 0db(1 倍) より大きな値を持ってしまうと発振などの不安定性を 起こす可能性が高まる。その為、この共振と思しきゲインの上昇を除去し安定性を向上させる改良 を行った。

フィルター名	pole	zero	DC gain
DC gainn	-	-	-23 db
Common Compensation	40 Hz	$4 \mathrm{~kHz}$	100
Common Boost 1	0 Hz	$10 \ \mathrm{Hz}$	1
Common Boost 2	20 Hz	$2 \mathrm{~kHz}$	100
Common Boost 3	$20~\mathrm{Hz}$	$2 \mathrm{~kHz}$	100
Slow Boost	4 Hz	$400~\mathrm{Hz}$	100
Low Pass	100 kHz	-	1
digital filter (温調用)	1 mHz	-	0.05

表 5.4: PLL 制御フィルターの構成



図 5.16: PLL 制御系のオープンループ伝達関数

PLL 制御系の PZT 共振に関する測定と安定性向上に向けた改良

補助レーザーの PZT 共振によるゲイン上昇を抑制する為、特定の周波数に大きな減衰を持つノッ チフィルター設計、制作した。LTspice によりデザインした回路図及び伝達関数を図 5.17 に示す。 また、制作したフィルターの写真を図 5.18 に示す。



図 5.17: LTspice によるノッチフィルターのデザイン



図 5.18: 制作したノッチフィルター

図 5.17、図 5.18 に示した回路について抵抗 R1 の持つ 9 Ω の内、6 Ω 分はインダクタ L1 による 巻線抵抗である。また、L1 は可変インダクタであり制御系のオープン伝達関数の測定を行いなが ら最適な値にインダクタンスをチューンすることが可能である。実際に測定されたノッチフィルタ の伝達関数を図 5.19 に示す。



図 5.19: 実測されたノッチフィルターの伝達関数

次に、実際に PZT の各周波数におけるアクチュエーター効率を測定することで PZT の共振効 果を確認する。制御ループの観点ではノッチフィルターを導入するだけで問題はないがこの測定 により共振の原因箇所が PZT であることを確認すると共にノッチフィルターによる共振の抑圧を 直に確認することが出来る。測定レイアウトの概略を図 5.20 に示す。まず PSL と補助レーザーの ビートの測定を行う。このビートはこれら2つのレーザーの差周波に対応する周波数に対応してい る。次にこの状態で補助レーザーの PZT を低周波から高周波まで様々な周波数で励起し、その際 の周波数空間におけるビートの広がりから、その周波数における PZT のアクチュエーター効率を 見積もった。共振していない通常の状態で PZT の効率はおよそ 1.4 MHz/V であるので、例えば 1V_{p-p} で PZT を振った場合ビートの周波数幅は約 2.8 MHz となるはずである。

このような測定をそのままの状態で行った場合と、PZT を励起するオシレータと PZT の間に ノッチフィルターを入れた状態で行った場合それぞれの結果を図 5.21 に示す(この縦軸は PZT 効 率の典型値である 1.4 MHz/V で規格化したものである)。励起電圧はいずれも 1V_{p-p} である。こ の結果より、PZT は 100 kHz を超えたあたりから共振が始まり、およそ 280 kHz 付近に最も大き な共振を持つことが分かる。この際のアクチュエーター効率はノミナル値のおよそ 27 倍である。 これらの、共振に関する領域、倍率に関する結果はオープンループ伝達関数の測定結果とよく整合 する。また、この結果よりノッチフィルターが効果的に共振効果を抑圧できていることを確認で きた。



図 5.20: PZT 共振の測定レイアウト(上側)。PSL と Prometheus のビートについて、PZT を振っていない場合(左下)と PZT を振った場合(右下)の周波数。



図 5.21: ノッチフィルター導入前後の PZT 効率の比較

最後に、ノッチフィルターを導入した状態におけるオープンループ伝達関数の調整について示す。 上の図 5.19 に示したようにノッチフィルターはその減衰中心周波数より低い周波数で位相遅れ の効果をもたらす。これにより元々 40 度程度あった制御系の位相余裕が低下し系の安定性が損な われる可能性があった。ここで表 5.4 にあるようにサーボフィルターには UGF 後に速やかにゲイ ンを下げる目的で 100 kHz のローパスフィルターが組み込まれている。UGF 以降で不安定性を誘 引する大きな要因だった PZT 共振を除去できた為、このローパスを緩めることが可能となり (カッ トオフを 500 kHz とした)、その部分で位相を幾らか回復することができた。図 5.22 にノッチフィ ルターが無い元々の状態と、そこにそのままノッチを入れた状態、100 kHz ローパスを 500 kHz に変えた状態それぞれのオープンループ伝達関数の測定結果を示す(X 側と Y 側共にこの改良を 行ったが図は X 側で測定されたものである。Y 側も類似の結果が得られている)。この図を見る と、ローパスを緩めることで位相遅れが緩和し位相余裕が約 25 度から 35 度に回復していることが 分かる。これにより PZT 共振の除去と安定な制御系の両立が実現した。



図 5.22: ノッチフィルター導入前後のオープンループ伝達関数の比較

PLL 制御系の安定性に関する評価

本節の最後に PLL の安定性に関する評価を行う。

図 5.15 に示していたように、制御系の各部分から様々なノイズが混入する。ALS の目的は補助 レーザーで干渉計の制御、安定化を行い、主レーザーに制御を引き渡すことである。このため、補 助レーザーの周波数安定度は少なくとも主レーザーに対する主共振器の共振線幅(約 33 Hz)より も安定である必要がある。PLL ループ上の評価点(安定化された補助レーザーの部分に相当)に おいて、各部分から混入したノイズがどのような値を取るか見積もることで補助レーザーがこの要 求を満たしていることを確認する。

各ノイズの大きさを考える。サーボフィルター、PFD などの電気回路に由来するノイズは実際 に測定を行い、得られた値を見積もりに用いる。測定されたノイズを図 5.23 に示す。ここで、サー ボフィルターは実際に制御で用いる全てのフィルターを ON にするとサチレーションが生じるた め、一部のフィルターを用いて出力部分のノイズ測定を行い、測定時のフィルターの伝達関数で測 定結果を割ることで入力換算ノイズを求め、それを最終的な見積もりに用いた。また、PFD のノ イズは2つの入力にはシンセサイザーからの信号をスプリットした全く同じ信号を入力し、その際 の出力部分から測定を行なった。この時、理想的には出力は0 になるはずである。サーボノイズ測 定時のフィルター設定を表 5.5 に、PFD のノイズ測定レイアウトを図 5.24 に示す。PFD の 2つの 入力は適切なパワーが決まっているため、途中に適宜、減衰器などを挿入した。また、図 5.23 に は測定に用いたスペクトラムアナライザのノイズもプロットしておく。これにより測定ノイズが測 定器ノイズでリミットされていないことが分かる。



図 5.23: 測定された回路ノイズ

フィルター名	pole	zero	DC gain
DC gainn	-	-	-23 db
Common Compensation	$40~\mathrm{Hz}$	$4 \mathrm{kHz}$	100
Slow Boost	$4 \mathrm{Hz}$	400 Hz	100
Low Pass	100 kHz	-	1

表 5.5: ノイズ測定時のフィルター構成



図 5.24: PFD ノイズ測定レイアウト

次に制御前の補助レーザーが持つ周波数ノイズについて考える。このノイズは PLL 制御系の制 御信号にアクチュエーター効率を掛け合わせることで求めることが出来る(よく制御が行われて いる時に評価点での安定度が PSL レベルになることを考えるとイメージしやすいが、詳しくは付 録に記した制御論を参考にされたい)。測定された補助レーザーのフリーランノイズを図 5.25 に示 す。厳密にはこれは PSL に対する補助レーザーの周波数安定度であるが補助レーザーに対し PSL は十分安定であるとし、これを補助レーザーのフリーラン安定度とした。この図を見ると NPRO レーザーノイズの典型値とされる 100 Hz/ $\sqrt{\text{Hz}}$ @100 Hz の 1/f ノイズ(赤い実線)とほぼ一致し ていることが分かる。



図 5.25: 補助レーザー (Prometheus) の周波数ノイズ

これら以外のノイズとして、温度制御部分の AD 変換、DA 変換に伴うノイズはそれぞれ1 uV/ $\sqrt{\text{Hz}}$ と仮定した。また、ビート取得部分における位相ノイズはビートのパワーとその際のノイズフロア から以下の関係 [37] を用いて求めた。測定の結果、ビート信号の振幅は 50 mV、フロアノイズは 19.3 nV/ $\sqrt{\text{Hz}}$ であった為、ビート部分の位相ノイズは約 7.7 × 10⁻⁷ / $\sqrt{\text{Hz}}$ と求まった。

ビート位相雑音 =
$$2 \frac{\text{Noise Floor}}{\text{Carrier Amplitude}} [1/\sqrt{\text{Hz}}]$$
 (5.14)

以上のように求めた各ノイズを制御系の各部分から注入した時に評価点におけるノイズを見積 もった結果を図 5.26 に示す。ここで図中の赤い実線は各ノイズの和、黄緑の実線はそれを高周波側 から積分したものである。このようにノイズの合計を高周波側から積分し、低周波(必要となる時 間スケールによる)でそれが取る値から安定度を見積もった値は RMS(root mean square)と呼ば れる。あるノイズの振幅スペクトル密度を *G*(*f*)とした時、その RMS は以下のように定義される。

$$RMS = \sqrt{\int_{f_{low}}^{f_{high}} \{G(f)\}^2 df}$$
(5.15)

また、今回、補助レーザーの安定性が問題となるのは補助レーザーから主レーザーに制御を引き 渡す時であり、その時補助レーザーは主共振器に共振している。その為、各ノイズには共振器によ るカットオフ周波数 (補助レーザーに対して約 600 Hz) にポールを持つ一次のローパス効果を掛け てある。図より、合計ノイズの積分値は低周波領域 (1Hz) で約 5.9 Hz となり要求値の 33 Hz を十 分下回っていることが分かった。これにより PLL 制御系が安定性要求を満たしていることが確認 された。



図 5.26: PLL 制御系におけるノイズの見積もり
5.5 補助ロックシステムの安定性評価

本章の最後に補助ロックシステム (ALS) 全体の安定性評価とも言えるセンシングノイズの測 定に関して説明する。ALS のセンシングノイズ評価実験のレイアウトを図 5.27 に示す。ALS が KAGRA の複雑な干渉系を制御するための安定化システムであることは既に述べた通りである。し かし、それら全ての自由度を制御することを考えずに単に1自由度の制御だけを行うことを考えれ ば ALS を使わずとも、いきなり主レーザーを (片側の) 主共振器にロックすることができる。セン シングノイズはこの状態でさらに補助レーザーも主共振器にロックし、その時の補助レーザーのア クチュエーターへの制御信号を測定することで行う。つまりこの時、主レーザーは既に主共振器 に追従しており、さらにその安定度が PLL を通して補助レーザーにコピーされているため、補助 レーザーも主共振器に追従している筈であり理想的には補助レーザーをロックしようとしてもそこ にアクチュエートは必要ない。しかし実際には、各制御部分で抑圧しきれなかったノイズの効果が 重積していき、最終的に補助レーザーと共振器の共振周波数にズレをもたらす。補助レーザーのア クチュエーターはそのズレを補正するように働くため、その補正量からズレを見積もれるという訳 である。このズレこそが ALS のセンシングノイズに他ならず、補助レーザーでどこまで共振器安 定度に追従できるかという性能の指標となる。



図 5.27: センシングノイズ測定レイアウト

このようにして実際に測定されたセンシングノイズと各部分で測定されたノイズから見積もった (榎本雄太郎氏作成のモデルによる [38]) センシングノイズの比較を図 5.28 に示す。図よりおよそ 1 Hz までは見積もりと実測値がよく一致していることが分かる (この一致度合いから見積もりが信 頼できるか否かがわかる)。また、それ以下の領域で解離が見られるが RMS にはほとんど影響し ていない (後にこの低周波のずれはドップラーノイズによる可能性が高いことが判明した) ため今 回の解析には影響しない。

さらに図 5.28 から、約 0.1Hz において実測ノイズの RMS がおよそ 8.2Hz となっており要求値 の 33Hz を下回っていることが分かる。なお、この測定は干渉計中央部分の FFU、コーチフィル ター、精密空調などを止めて行なった。KAGRA では温度変化による干渉計の長周期ドリフトを 防ぐなどの目的で温度を一定に保つこれらの機器が導入されている。しかし、事前測定でそれらの 機器による振動、エアフロー、音響ノイズが補助レーザーのファイバーに外乱を与えることで生じ るノイズの影響が致命的となることが示唆されていた [39]。そのため、ALS の性能評価はそれらの 機器の運転を停止した状態での行われた。事実、それらを停止して行なった結果でさえも 300 Hz 以上の領域ではグリーン (補助レーザー)に由来するノイズが支配的であり、その内訳(図 5.29 に 示す。)では、ファイバーによるノイズが支配的である。 KAGRA が長期観測を安定に行うにはファンや空調などは必要でありため、それらに由来する 外乱が大きな環境下にあっても安定して高い安定性を実現する必要がある。そこでさらなる補助 ロックシステムの安定化に加え、外乱に影響を受けにくいシステムの構築が必要となった。



図 5.28: KAGRA 補助ロックシステムにおけるセンシングノイズの見積もりと実測値の比較



図 5.29: グリーンレーザー (補助レーザー) 制御系における雑音の内訳

Chapter 6

<u>ファイバーノイズキャンセレーション</u>

前章の最後に示したノイズバジェットにより補助ロックシステムのノイズコントリビューション 中では光ファイバーによる位相ノイズが支配的であるということがわかった。本章ではファイバー ノイズを抑制するキャンセレーションシステムについて、その原理と KAGRA への実装について 述べた後にその性能評価について説明する。

6.1 ファイバーノイズ

全章で述べたように KAGRA における補助ロックシステムにおいて補助レーザーは PSL ルームから干渉計中央部付近まで長さ約 60 m の光ファイバーにより伝送され干渉計に入射される (図 6.1、図 6.2)。この際に光ファイバーが振動や騒音などの外乱を受け実効的な光路長が変化するすことで光ファイバーを透過する光には意図しない位相変調が加わることになる。この位相ノイズをファイバーノイズと呼ぶことにする。

実際にファイバーが敷設されたセンターエリアには図 6.3 のような精密空調やフィルターファン ユニットなど振動やエアフローを引き起こす装置が設置されており、これらがファイバーノイズに 大きな影響を与えることが過去の測定により知られている [39]。しかし、これらの機器はトンネル 内の温度変化を低減し KAGRA が長期安定運用を行うために不可欠である(特にテストマスのサ スペンションは長さが長いため温度ドリフトの影響を強く受ける)。現在図 6.4 のような静粛性の 高いヒーターなどへの置き換えが進んでいるが全てを置き換えるには至っていない。そのため、補 助ロックシステムにはノイジーな周辺環境においても干渉計を安定して運用状態に引き込める性能 が求められる。





図 6.1: PSL ルームから伸びるファイバー(図中、 黒いカバーのかかった可とう管)

図 6.2: センターエリアに敷設されたファイバー (図中、中央を通り右側に曲がっている青い可と う管)



図 6.3: センターエリアの精密空調とファン

図 6.4: 静粛性の高いヒーター

前章で述べたように補助ロックシステムでは補助レーザーを主共振器にロックしその際にの制御 信号から得られる共振器の安定性情報を用いて干渉計の安定化を行う(これはつまり共振器の長さ を測り、それを干渉計安定化のリファレンスにするとも言える)。この際にレーザーと共振器の間 に長さが変化するファイバーが入っていると一番重要な共振器の長さも揺らいで見えてしまうので 致命的である。少し定量的に考える。この補助レーザーを主共振器にロックする部分の制御系の簡 略的なブロック図を図 6.5 に示す。ここで干渉計の安定化に用いる制御信号 V. は

$$V_c A = \frac{G}{1+G} (f - f_{cav} + n_f)$$
(6.1)

であるから、 $G \equiv AFS$ として、 $G \gg 1$ の場合、

$$V_c A = f - f_{cav} + n_f \tag{6.2}$$

となり、制御信号にファイバーノイズが乗ってしまうことが分かる。ここでfはレーザー周波数の 変動であるが ALS CARM ループが閉じている場合、PLL ループにより f も f_{cav} と同程度の安定 性となる。本章の目的は図 6.5 のようなループに図 6.6 のようにファイバーノイズを補償する制御 系を組み込むことで制御信号からファイバーノイズの影響を取り除くことである。



図 6.5: 補助レーザーを主共振器にロックする制 御系

図 6.6: キャンセレーション導入後

S

F

servo

ファイバーノイズキャンセレーションの原理 6.2

ファイバーノイズを取り除く機構はファイバーノイズキャンセレーションと呼ばれ、情報をファ イバーで遠隔地に送る場合などに用いられている。一般的には AOM を用いた方法が古くから知 られている [40]。AOM を用いた方法は制御帯域や安定性などの面で優れたパフォーマンスを発揮 する一方でキャンセレーション用の新たな AOM の追加が必要となり、そのための光学系にもス ペースを要する。図5.9 で示したように補助ロックシステムの光学系は過密であり十分なスペース が確保できない。また、観測開始が迫る現在の状況で KAGRA の運用に欠かせない補助ロックシ ステム光学系の大幅な変更はリスキーであり望ましくなかった。

そこで今回は新たに PZT ミラーを用いたキャンセレーションシステムを開発し補助ロックシステ

ムに組み込んだ。この方式の利点として、比較的省スペースでかつ、現状の光学系から最低限の変 更でで実現できるためごく短期間で実装可能で問題が生じればすぐに元の状態に復元できる事など が挙げられる。ノイズキャンセレーション光学系及び制御系のレイアウトの概観を図 6.7 に示す。 既存の系からの変更点は以下の通りである。

- ・ファイバー透過後の光を一部ピックオフしファイバーを用いてレーザールーム側に打ち返す "ファイバー往復光路"(図 6.7 の赤いメッシュ部分)の追加。
- ・ファイバーを通らず汚染を受けない"参照光路"(図 6.7 の青いメッシュ部分)の追加
- ・上記2つの航路の干渉をとり PD で検出する光路の追加
- ・ファイバー手前のステアリングミラーについて直前の鏡を PZT 付きの鏡に、 もう片方を PBS に交換

この系では2つの光路のビームを比較する非対称 Michelson 干渉計(以下キャンセレーション干渉 計)を構築することでファイバーから光の位相を参照光路の光の位相にロックしてノイズのキャン セルを行なっている。それぞれの光路に進む光は偏光により色づけされ PD のある検出ポートに 戻り、PD 手前の波長板により P 偏光、S 偏向でそれぞれ半波長ずらされ、PBS で各偏光に分けら れた上でそれぞれの PD に入射する。これにより各偏光の検出を目的とした各 PD で検出される干 渉光は半波長ズレた状態になり例えば片方の PD がブライトフリンジであれば、もう片方はダー クフリンジといった状態になる。この状態でそれぞれの PD からの信号を差し引きアクチュエー ターに返すことで2つの PD の光量が等しい状態、すなわちミッドフリンジにキャンセレーション 干渉計がロックされることになる。



図 6.7: ファイバーノイズキャンセルの光学系と制御系の概要

図 6.7 の系について実際にノイズがサプレスされることを示す。この系のブロック図を図 6.8 に 示す。補助ロックシステムにおいてメインレーザーの周波数安定化に用いる制御信号は図中の V_{c1} であるので、この制御信号からファイバーノイズの影響が除去されていることを確認する。図より

$$V_{c1}A_{PDH} = (f - V_{c1}A_{PDH} - V_{c2}A + n_f - f_{cav})$$
(6.3)

で、

$$V_{c1}A_{PDH} = \frac{G_{PDH}}{1 + G_{PDH}} (f - V_{c2}A + n_f - f_{cav})$$
(6.4)

かつ、

$$V_{c2}A = (2V_{c2}A + 2n_f)G ag{6.5}$$

で

$$V_{c2}A = \frac{2G}{1+2G}n_f \tag{6.6}$$

となる。ここで、 $G \equiv AFS$ 、 $G_{PDH} \equiv A_{PDH}F_{PDH}S_{PDH}$ である。

これらの結果によりまず、キャンセレーションループの制御信号である V_{c2}(にアクチュエーター 効率をかけたもの)は G ≫ 1 の場合、ファイバーノイズと等しくなることが分かる。また、その 様にループが閉じた状態においては 6.4 の表式より補助ロックシステムの制御信号よりファイバー ノイズがサプレスされることが確認できる。



図 6.8: ファイバーノイズキャンセルのブロック図

6.3 ファイバーノイズキャンセレーションのインストール

実際にインストールしたファイバーノイズキャンセレーションについて、まず光学系について PSL の写真を図 6.9 に、ファイバー出射側の光学系の写真を図 6.10 に示す。尚、図 6.9、図 6.10 は いずれも Y 側の光学系であるが、X 側にも同様のものをインストールした。



図 6.9: PSL ルームにおけるノイズキャンセレーション光学系 (Y 側)



図 6.10: ファイバー出射側におけるビーム打ち返し光学系 (Y 側)

また、次の表 6.1 に、制御系に用いた各機器のリストを、図 6.11 から図 6.15 にそれぞれの写真 を示す。PZT 素子は長さ約 20 mm で 150 V 印加時の最大変位量約 20 um である。PZT 付き鏡 はその構造に由来する機械的共振の共振周波数がなるべく低い周波数に現れないようにする目的 で軽量な 1/2 インチミラーをエポキシ接着剤にて接着した。また、制御フィルターに用いたのは PLL や PDH 制御系でも用いているものと同様(フィルターのパラメーターは異なる)の KAGRA の Common Mode Servo で信号の減算も実際にはここで行なっている。Common Mode Servo で 用いたフィルターを表 6.2 にまとめる。フィルターの DC ゲインは後述の OLTF の共振の観点か らキャンセレーション干渉計の光学ゲインの変動に合わせ適宜調整している。PZT ドライバーは PLL の時と同様、電圧ゲイン 15 で出力電圧 0-150 V の物を用いた。また、PZT を用いる際には 75 V 程度のオフセット電圧を印加し PZT が常に伸びた状態で使用している。これは PZT 素子が 元の長さから伸びはするが縮みはしない為である。

フィルター名	pole	zero	DC gain
Common Compensation	40 Hz	4 kHz	100
Slow Boost	$4 \mathrm{Hz}$	400 Hz	100
Low Pass	$100 \mathrm{~kHz}$	-	1

表 6.1: Common Mode Servo において用いたフィルター

表 6.2: キャンセレーション制御系各部の機器リスト

PZT 素子	Thorlabs / PC4QR	
PZT ドライバ	Thorlabs / MDT693B	
サーボフィルター	KAGRA Common Mode Servo	
PD	Thorlabs / PDA100A2	



図 6.11: PZT 素子 PC4QR

図 6.12: 1/2 インチ鏡付き PZT 素子

6 ファイバーノイズキャンセレーション6.3 ファイバーノイズキャンセレーションのインストール



図 6.13: ファイバーノイズキャンセル用 Common mode servo。 それぞれ PLL と CARM の予備 を流用している。



図 6.14: PZT ドライバー

6.4 ファイバーノイズキャンセレーションの評価

6.4.1 キャンセレーションループのオープンループ伝達関数

キャンセレーションループを閉じた際に測定されたオープンループ伝達関数 (OLTF) を次の図 6.15 に示す。この図を見ると、X,Y の両側とも PZT ミラーの機械的共振に由来するとみられるス パイクが見られ、この傾向は X 側でより顕著である。このスパイクの問題は後にも述べる。UGF は X 側でおよそ 3.5 kHz,Y 側でおよそ 6kHz となっており、位相余裕は両側とも約 25 度である。 全章のノイズバジェットから補助ロックシステムにおいてファイバーノイズが支配的なのはおよそ 300 Hz までであったので両側とも十分な制御帯域が確保出来てると言える。



図 6.15: キャンセレーションループの OLTF

6.4.2 各制御パラメーターの導出

次に解析に用いる各パラメータの導出を行う。まず、キャンセレーション干渉計のミッドフリン ジにおけるセンシング効率、つまり光路長の変位に対する PD 出力の変化を求める。フリンジの peak to peak の値を Y, 光路長の変位を x とするとフリンジの値 Y(x) は

$$Y(x) = Y\sin 2\pi \left(\frac{2x}{\lambda}\right) \tag{6.7}$$

で表される。ここでビームは往復しているために変位が倍になることに注意する。今求めたいのは ミッドフリンジでの振る舞いであるから式 6.7 を一次まで展開すると

$$\frac{Y(x)}{x} \simeq Y \frac{4\pi}{\lambda} \tag{6.8}$$

となる。次の図 6.16 に実際にキャンセレーション干渉計で測定されたフリンジを示す。縦軸の単 位はカウントで 2¹⁵ カウントが 5V である。これを見るとフリンジの peak to peak の値はおよそ 2300 カウントと分かるので式 6.8 にこの値を代入することでセンシング効率の値 sen は、

$$sen = 6.79 \times 10^{-5} \text{ V/Hz}$$
 (6.9)

と求まる。



図 6.16: キャンセレーション干渉計のフリンジ

さらに PZT ミラーのアクチュエーター効率 (PZT に印加した電圧あたりの変位量) を求める。 図 6.19 のようにキャンセレーション干渉計をレーザー内部の PZT によりロックし、その状態で PZT ミラーを振ることを考える。今、レーザー PZT のアクチューター効率は既知であるので、そ の値を元に PZT ミラーの効率のキャリブレートを行なった。まず、キャンセレーション干渉計を ロックした状態でレーザー PZT への制御信号 (図 6.19 中 V_c) から PZT ミラーへの印加電圧まで の伝達関数を測定した。この伝達関数のゲイン部分を PZT gain と呼ぶことにすると図 6.20 の測 定結果からその値は PZT の共振とみられるスパイクの部分を除いておよそ-73 db であることがわ かる。この PZT gain は

$$PZTgain = \frac{V_c [V]}{PZTvoltage [count]}$$
(6.10)

であり、PZT ミラーを振ったことにより生じるキャンセレーション干渉計の周波数揺らぎを δf 、 レーザー PZT のアクチュエーター効率を A_L とすると

$$\delta f = A_L V_c \tag{6.11}$$

となる。非対称 Michelson 干渉計の長さ揺らぎ δL と周波数揺らぎ δf の関係が、レーザー周波数 f、Michelson 干渉計の非対称性 L を用いることで

$$\frac{\delta L}{L} = \frac{\delta f}{f} \tag{6.12}$$

と表せる事を踏まえると求める PZT のアクチュエーター効率 APZT は

$$A_{PZT} = \frac{\delta L}{PZTvoltage} \tag{6.13}$$

$$= \frac{L}{f} A_L P Z T gain \ [m/count] \tag{6.14}$$

となる。式 6.14 の電圧の単位がカウントであることに注意し、Michelson 干渉計の非対称性 L が ファイバーの屈折率 1.5 を考慮して 1.5×60 m、レーザー(Prometheus)の波長 532 nm に対す る PZT のアクチュエーター効率 A_L が 2.8×10^6 MHz/V あることなどを用いれば、求める PZT ミラーのアクチュエーター効率は

$$A_{PZT} = 6.56 \times 10^{-7} \text{ m/V} \tag{6.15}$$

と求る。これは PZT ミラーが動く事による実効的な光路長の変位を表している。PZT ミラーは 45 度入射である。そのため図 6.17 に示した赤矢印の様に PZT により鏡が動いた場合、その際の 光路長変化は図中 *ABC* – *AD* で PZT 変動の $\sqrt{2}$ 倍となる。さらに今回は行きと帰りでそれぞれ PZT を通るダブルパス構成なので PZT の実効的なアクチュエーター効率は PZT の変位に対しお よそ $2\sqrt{2}$ 倍となる。つまり、実際の PZT の伸びに対する効率は式 6.15 から約 2.32×10^{-7} m/V と求まる。一方で今回用いた PC4QR のアクチュエーター効率のスペックシート値を図 6.18 に示 す。これを見ると伸びが短い部分ほど高い効率を持ち、かつヒステリシスを持つことが分かり、80 V までの平均だと 1.56 ~ 1.88 × 10⁻⁷ m/V、最も高い部分で約 2.5×10^{-7} m/V と分かる。この 事から実測された値は正常な値として問題ないことが確認される。



図 6.17: 45 度入射の PZT ミラーの動きによる光路長変化



図 6.18: PC4QR の効率のスペックシート値 [41]



図 6.19: PZT ミラーのアクチュエーター効率測定レイアウト



図 6.20: 制御信号から PZT 電圧への伝達関数

求めた各部の伝達関数から求めたキャンセレーションループのオープンループ伝達関数のゲイン 部分について実測値との比較を図 6.21 に示す (上の伝達関数の求め方は位相部分は考慮されていない)。図を見ると、共振部分以外では求めた値と実測値が比較的よく一致していることが分かる。



図 6.21: 求めた伝達関数による OLTF(ゲイン部分)と実測値の比較

6.4.3 ファイバーノイズキャンセレーションの評価

求めた制御パラメーターを用いることで制御の際に得られる制御信号からはファイバーノイズ が、誤差信号からはキャンセレーションの結果サプレスされたノイズ(in-loop)を求めることが できる。なお、古典制御論に基づくこれらの導出法は付録にまとめる。得られたキャンセレーショ ン制御エンゲージ前後のファイバーノイズを周波数に換算したものを図 6.22 に示す。この測定は Y 腕側で行った。この結果を見ると1 Hz におけるノイズ RMS が in-loop において 1/5 以下に大 きく低減していることが分かる。また、この結果は上で求めた図 6.15 の OLTF における UGF の 値が約 6 kHz であることとも整合する。ただし、この結果は in-loop であるので制御系のセンシン グノイズにより実際はノイズがサプレスされていない可能性もある。そこ干渉計 PD (Thorlabs / PDA100A2) のダークノイズの測定を行った。in-loop ノイズとの比較を図 6.23 に示す。これを見 ると PD ノイズは in-loop ノイズを大きく下回っており、少なくともこのノイズにより制限を受け ていることはないと分かる。



図 6.22: キャンセレーションエンゲージ前後のファイバーノイズ



図 6.23: in-loop ノイズと PD ダークノイズの比較

ここで、PZT ミラーを用いたキャンセレーションで懸念される問題として図 6.24 のような PZT のアクチュエーションのファイバーアライメントへのカップリングがある。求まった実際のファイ



バーノイズからそれをサプレスするために生じるビームの揺らぎを見積もる。

図 6.25 に図 6.22 で求めたファイバーノイズを位相ノイズに換算したものを示す。RMS を見る と、最も低周波の 0.03 Hz においてその値は約 1 rad である。用いているレーザーの波長が 532 nm であることとあわせて、キャンセレーションで生じるビームの揺らぎはおよそ 1 um と分かる。こ れはファイバー入射部分でのビーム半径が約 350 um である事を考えれば少なくともアライメント が良い場合には問題にならない値である。

また、PZT ミラーの変動を考える上でファイバーノイズ以外に考慮すべきものとして補助ロッ クシステムにおける補助レーザーの周波数ロックの影響が挙げられる。補助レーザーの周波数は AOM により主共振器の共振に追従するが PZT ミラーはその中でもキャンセレーション干渉計を ミッドフリンジに保持しようとするのでこの AOM のアクチュエートはキャンセレーション干渉 計にとってノイズと同じである。現在の補助ロックシステムのオペレートから周波数ロックによ る AOM の周波数変動の範囲は最大でも2 MHz 程度であることが知られている。式 6.12 に代入 して考えると AOM のアクチュエートを補償するために生じる PZT の長さ変動は約 0.7 um とな り、これも問題ないことが分かる。

図 6.24: PZT ミラーのアクチュエートによるファイバーアライメントへのカップリング



図 6.25: ファイバーノイズの位相ノイズ換算

最後に前章と同様に片腕を主レーザーでロックした状態で補助ロックシステムのセンシング/ イズの測定を行った。ノイズキャンセレーションのエンゲージ前後及びキャンセレーションの制 御信号より求めたファイバーノイズの測定結果について、X 側、Y 側のそれぞれの結果を図 6.26、 図 6.27 に示す。これらの結果を見るとノイズバジェットで確認していたファイバーノイズが支配 的な 10-300 Hz 帯において大幅のノイズが低減しており、0.03 Hz における RMS については、X 側で 13.1 Hz から 4.4 Hz、Y 側で 15.2 Hz から 4.3 Hz といずれも 3 分の 1 程度の低減に成功して いることが分かる。これは LIGO ALS のセンシングノイズ (6 Hz と 8 Hz) と比較しても低い値で ある [8]。また、ファイバーノイズ (厳密にはキャンレーション干渉計において二つの光路に分離し た後のファイバー以外の部分から導入されるノイズも僅かに含む)を見るとサプレスされている量 とよく整合していることが分かる。これは out of loop 測定で実際に低減が確認されたノイズ量と キャンセレーションループの制御信号から求めたキャンセル量という独立の測定結果が整合してい る事を意味する。



図 6.26: X 腕側のノイズキャンセル導入前後の ALS システムセンシングノイズ



図 6.27: Y 腕側のノイズキャンセル導入前後の ALS システムセンシングノイズ

6.5 長期安定性とその向上に向けた改良

本節ではファイバーノイズキャンセレーションの長期安定性とその向上に向けた改良について説 明する。

6.5.1 長期安定性

前節までに説明した様に、ノイズキャンセレーションシステムはファイバーノイズを大きく低減 し補助ロックシステムの安定性を大きく向上させることに成功した。しかし、ファイバーに加わる 外乱の大きさが PZT のレンジを超えてしまうとノイズキャンセレーションの制御は失われてしま う。この様な PZT レンジを超え得る外乱として突発的な音響や振動ノイズ以外にも主にサイトの 温度ドリフトに由来すると考えられる比較的長周期の変動がある。特にファイバーはその長さが長 いこともあり温度変動による影響を受けやすい。仮にファイバーの線膨張係数として溶融石英の 5×10⁻⁷ /K 程度を仮定すると、ファイバーの長さが約 60 m であるから、温度が1 K 変わっただ けでもその実効的な光路長変動は 45 um (屈折率 1.5 を仮定) となり、PZT レンジの 20 um を優 に超えてしまう。

次の図 6.28 に Y 側ノイズキャンセレーション制御系の約1時間にわたる誤差信号をプロットしたものを示す。制御系が制御点にロックしているときに誤差信号はほぼ0の小さい値に保たれており、グリッチはその点で制御が失われたことを意味している。図を見ると数分間隔で制御が失われてしまっていることが分かる。この様な傾向は何故か Y 側で顕著であり X 側は 10-20 分以上制御が持つほど安定な場合が多かった。この様な理由から(特に Y 側の)キャンセレーションループの安定性の向上が課題となった (少なくともロックアクイジションを行う 10-20 分程度は確実にロックしている必要がある)。



図 6.28: ノイズキャンセレーションの長期安定性

6.5.2 ファイバー温度調節制御ループ

前節で説明した様な不安定性は PZT のレンジを超える様な長周期の変動変動により生じる。そ こでファイバーに温度調整用のヒーターを用いた制御を加えることでその様な長周期変動のキャ ンセルを図った。温度ヒーターは熱伝導によりその時定数が非常に大きくなり応答が遅い一方で、 ファイバーのなるべく広い範囲に影響させることで大きなアクチュエーターレンジが得られると いう特徴がある。ヒーターとしては図 6.29 に示す様な柔軟性のある平板状のシリコンラバーヒー ターを用いた。ヒーターは 10 cm の正方形で発熱性能は 100 V 印加時に 60 W である。ヒーター の電源には coil driver 用の最大 10 V 100 mA のものを用いた。温調制御の導入は試験的に不安定 性の大きい Y 側でのみ行った。



図 6.29: ファイバー温調ヒーター

ヒーターはファイバーに与える影響がなるべく大きくなる様に POS テーブルの余剰なファイ バーがとぐろを巻いている部分を挟み込む様に2枚取り付けた。また、ヒーターが光学定盤に接す るとそこから放熱してしまう為、ヒーターと光学定盤の間に断熱プレートを挿入した。また、ファ イバーのヒーターが当たっていない部分にもアルミホイルを巻くなど、なるべく外気温の変化に影 響されにくくする様にした。図 6.30 と図 6.31 にヒータ取り付け部分の様子とその断面のイメージ を示す。



図 6.30: ヒーター取り付け部分

図 6.31: ヒーター取り付け部断面

温調制御系の概念図を図 6.32 に示す。図に示した様に温調制御系では PZT に加わる制御信号 を誤差信号として用いた。制御フィルターには KAGRA のデジタルフィルターを用いた。フィル ターは単純なローパスで温調の応答が遅いことを考慮し UGF を下げるために数 mHz 程度にポー ルを持たせた。その具体的な値は時々の状況により適宜調整を行った。また、ヒーターは冷却がで きないため、オフセットにより常に半分程度の出力で温め、熱平衡状態にしておき、その加熱具合 を緩めることで疑似的なクーラーとした。

温調制御を導入した結果の安定性を図 6.33 に示す。図の上側は図 6.28 に示したものと同様の誤 差信号である。また、図の下側はノイズキャンセレーションの制御信号で単位はボルトである。こ の信号が電圧ゲイン 15 の PZT ドライバを通して PZT に印加される。PZT のレンジは ±75 V で あったからこの図では ±5 V の部分が PZT のレンジということになり、それを超えてしまう制御 が失われることになる。この図ではおよそ4時間の制御に成功している(最後のロックロスもフィ ルターの設定を変えるという人為的な原因による)。これは現時点で最も長く制御が持続した例で あるが、典型的にも約1時間程度はロックが持続する様になり少なくともロックアクイジションを 行う上では問題ない安定性を得ることが出来た。



図 6.32: 温調制御系の概念図



図 6.33: 温調導入後の安定性

Chapter **7**

<u>ノイズキャンセレーション改良案</u>

本章では将来的に取り得るより進んだキャンセレーションの方式として既存のレイアウトを活用 可能な省スペースな AOM 方式のキャンセレーションを提案する。まず、導入された PZT ミラー 方式の問題点を説明した後に、AOM を用いたオーソドックスなキャンセレーション [42] について その原理と問題点を説明し、最後に新型キャンセレーションの原理を説明する。

7.1 ノイズキャンセレーションの改良すべき点

前章までで、PZT ミラーを用いたノイズキャンセレーションシステムの導入が完了した。この キャンセレーションはファイバーノイズの低減という主目的を十分達成し、制御系の安定性という 意味でも最低限の実用に耐えるレベルをクリアした。しかし前章でも述べた様に、PZT ミラーを 用いたキャンセレーションには導入の容易さなどのメリットがある一方で、AOM をアクチュエー ターに用いる場合(こちらのほうが一般的である)と比較し主に以下の様なデメリットがある。

- ・PZT の機械的共振があり、制御ゲインのファインチューンを要求する
- ・アクチュエートレンジが有限である
- ・ファイバーへのアライメントとカップリングが生じる

まず1番目のPZTの機械的共振について、PZT は図 6.11、図 6.12 に示した様に細長い形状を している。これは圧電効果で長さあたりに生じる伸縮度合いが決まっているために、大きなレン ジを得ようとするとたくさんの層を積層せざるを得ないことに起因する。その結果として図 6.15 に示した様に数 kHz という比較的低周波に機械共振由来のスパイクが現れるのである。キャンセ レーションに用いる干渉計はそのアライメント状態により光学ゲインも変化し、その時々の状態で OLTF の全体のゲインが上下することになる。そのときに図 6.15 の様なスパイクが 0 db のライン に掛かると UGF より高周波で制御系がゲインを持つ状況となり不安定性を誘発する原因となる。 そのため安定な運用には UGF を挟んで低周波側と高周波側それぞれにあるどちらのスパイクも 0 db にかからない様な全体ゲインのこまめな調整が要求される。AOM の場合、内部結晶の共振周 波数は GHz のオーダーであり制御帯域にこの様なスパイクが生じることはない。

次にアクチュエーターのレンジについて考える。ノイズキャンセレーションのためにはファイ バーの長さ揺らぎで生じた位相ノイズを補償する必要がある。PZT ミラーの場合、PZT を伸縮さ せることにより光の位相を直にアクチュエートする。そのため PZT の伸縮レンジがそのままアク チュエーターのレンジとなる。一方で AOM の場合、アクチュエートするのは光の周波数である。 周波数とは時間当たりの位相変化であるから周波数をずらしている間、位相はシフトし続ける。つ まり、大きな位相ノイズが来ても、それが低周波であれば実質無限のレンジをもってそのノイズを キャンセルできるのである。その様なノイズとして前章の最後で紹介した、長周期のドリフト(お そらく温度に起因する)がある。前章最後で導入したヒーターによる温調の場合、ヒーターが完全 に ON または OFF の状態でファイバーと熱平衡になってしまうとそれ以上加熱または冷却ができ ないという、レンジの限界がある。より強力な温度アクチュエーターを使うことも考えられるがあ まり過度な過熱はファイバー保護の観点から望ましくない。冷やす場合も結露を生じさせてしまう 可能性がある。この様な理由で AOM を導入すれば温調を併用した PZT ミラーよりも長期安定性 を確保できる可能性が高い。

また、PZT ミラーはそのアクチュエートによりファイバーに対するアライメントの変動が生じ る。これも全章で述べた通り、~1 秒程度の短期間のノイズを考慮する分には生じるアライメント ずれはおよそ 1 um で問題はない。しかし、数時間単位で考えると図 6.33 で見た様にほぼフルレ ンジ (~20 um)の変動が生じていることが分かる(その結果たまにロックが落ちている)。完全に アライメントが取れた状態において 20 um のズレは大きな問題にはならないが、ある程度以上ア ライメントがずれた状態からそれ以上アライメントがずれると急激にファイバーへのカップリング 率が低下することが知られている。図 7.1 にファイバー出射光量を約 40 日間モニターしたものを 示す。単なるミラーであってもアライメントは徐々に悪化していくが、PZT ミラーが動くことを 考慮すると通常の場合よりアライメントを修正する周期を短くする必要が生じる。これは観測期間 中、基本的に検出器にアクセスできないことを考えると無視できない問題となる可能性がある。



図 7.1:約40日間のファイバー出射光量の推移。X 側が黒色でY 側が赤色。両方とも時間経過と 共に徐々に光量が下がって行くが、あるところでY 側光量が急激に低下していることが分かる。縦 軸は適当な時点を基準に規格化しており、1 がカップリング率 100%を表す訳ではない。

7.2 AOM によるフィードバックキャンセレーション

前節で説明した様な理由から基本的には AOM を用いたキャンセレーションの方が高性能と言 える。本節ではアクチュエーターに AOM を用いた標準的なフィードバックキャンセレーション について説明する。キャンセレーション制御系のレイアウトを図 7.2 に示す。このレイアウトでも PZT を用いた場合と同様に、ファイバーノイズの影響を受けない参照パスとファイバーを往復して 戻ってくるファイバー往復パスを比較し、さらにそれを安定な周波数源 (LO) と比較しその差がな くなる様に制御することでファイバーノイズを抑圧する。AOM が PZT と異なる点として、AOM を通過した光はその駆動周波数分 (f_a とした)の周波数シフトを受けるということがある。ビーム が AOM を一度通過するときに受ける位相制御を形式的に Φ_c 、ファイバーを片道通過した際に受 ける位相ノイズを Φ_f とすると、参照パスと往復パス、それぞれからの戻り光のビートが持つ位相 Φ_b は

$$\Phi_b = -2(2\pi f_a t) + 2\Phi_f - 2\Phi_c \tag{7.1}$$

となる。これを PFD により安定な LO 周波数 $(2f_a)$ と比較し、その差分 (誤差信号) をフィル ターを通し AOM にフィードバックする。すると制御帯域では誤差信号が 0 になる様に制御が働 く。つまりこのとき、

$$\Phi_f - \Phi_c \to 0 \tag{7.2}$$

で、AOM の位相制御量 Φ_c はファイバーノイズ Φ_f と等しくなる。するとこの時ファイバー出 射部分での位相は、

$$2\pi(f - f_a)t + \Phi_f - \Phi_c \to 2\pi(f - f_a)t \tag{7.3}$$

となり、元のレーザー周波数から AOM の駆動周波数分シフトしたファイバーノイズフリーのビー ムが得られるのである。



図 7.2: AOM によるキャンセレーションのレイアウト

次にこの制御系を伝達関数の観点で考える。制御系ブロック図を図 7.3 に示す。制御系のオープ ンループ伝達関数を $G \equiv SFA$ とする。

$$f_{out} = f - V_c A - f_a + n_f \tag{7.4}$$

$$V_c A = \frac{G}{1+G} (f_{out} + f_a + n_f - f)$$
(7.5)

となるから、ファイバー出射光 fout は

$$f_{out} = \frac{1+G}{1+2G} \{ f - \frac{G}{1+G} (f_a - f + n_f) - f_a + n_f \}$$
(7.6)

となる。この時オープンループ伝達関数 G が十分大きい制御帯域では、

$$f_{out} \to f - f_a \quad (G \gg 1) \tag{7.7}$$

となり、Gが1よりも十分大きな領域では同様の結果が確認される。



図 7.3: AOM によるキャンセレーションのブロック図

図 7.2 の様なレイアウトの問題点として、その光学系に必要なスペースの広さがある。図 5.9 に 示していた様に、現状の PSL 定盤における補助ロックシステムの領域は非常に過密である。そこ に新たに AOM を加えることは難しい。加えて AOM のアクチュエートに伴うビーム角の揺れを 防ぐために既にインストールされている周波数制御用 AOM の様にダブルパス構成を採用すると するとさらにスペースが必要となってしまい現実的ではない。繰り返しにはなるがこれが PZT ミ ラーによるキャンセレーションを導入した大きな理由の一つ理由であった。そこで将来のノイズ キャンセレーションには AOM を用いてかつ PZT ミラー並みに省スペースな方式が求められるこ とになる。

7.3 改良型ノイズキャンセレーション

7.3.1 改良型ノイズキャンセレーションの原理

補助ロックシステムへの導入を念頭においた新しい方式を考える。前節で述べた様に PSL 定盤 に新たな AOM を導入することはスペース上の制約から難しい。そこで既存の補助レーザーの周 波数制御用 AOM に関して本来の補助ロックシステムのための機能をそのままにファイバーノイ ズのキャンセルにも活用する方式を考える。図 7.4 に新方式のレイアウトを示す。共振器の共振 周波数を f_{reso} とした。前節で示した通常の AOM キャンセレーションでは安定な基準として LO を用いていた。対して新方式ではリファレンスにロックすべき共振器からの信号を用いる。この 様に安定な共振器に追従することでノイズをキャンセルすると同時に共振器へのロックも一つの AOM で実現する。定量的に考えるために図 7.5 にブロック図を導入する。計算を楽にする為に PFD の途中の部分での信号を X と置いた (実際にはこの様な信号は存在しない)。また、 $G \equiv SFA$ 、 $G_{PDH} \equiv S_{PDH}F_{PDH}A_{PDH}$ とした。まず、ファイバーからの出射光 f_{out} について、

$$f_{out} = f - XG - f_a + n_f \tag{7.8}$$

ここで、

$$X = \frac{1}{1 + 2G - GG_{PDH}} \{ -2f_a + 2n_f - (f - f_a + n_f - f_{reso})G_{PDH} \}$$
(7.9)

であるから、

$$f_{out} = \frac{G}{1 + 2G - GG_{PDH}} \{-2f_a + 2n_f - (f - f_a + n_f - f_{reso})G_{PDH}\} - f_a + n_f$$
(7.10)

となり、 $G \ge G_{PDH}$ が共に1より十分の大きい場合、

$$f_{out} \to f_{reso}$$
 (7.11)

で、まずはファイバー出射光が共振器にロックされることが確認される。次に PDH サーボからの 制御信号 V_c からファイバーノイズが除去されていることを確かめる。もともと制御信号にファイ バーノイズが乗らない様にするシステムなので V_c が汚染されているとキャンセレーションの意味 がない。

制御信号 (に APDH かけたもの) は先ほどと同様に X を用いて表すことで、

$$V_c A_{PDH} = (f - XG - f_a + n_f - f_{reso})G_{PDH}.$$
 (7.12)

今度は V_cA_{PDH} を含む形でXを書くと

$$X = \frac{1}{1+2G}(-2f_a + 2n_f - V_c A_{PDH}).$$
(7.13)

これを代入して V_cA_{PDH} について解くことで、

$$V_c A_{PDH} = \frac{(1+2G)G_{PDH}}{1+2G-GG_{PDH}} \{ f - \frac{G}{1+2G}(-2f_a + 2n_f) - f_a + n_f - f_{reso} \}$$
(7.14)

が得られる。これも同様に G と GPDH が共に1より十分の大きい場合を考えることで、

$$V_c A_{PDH} = \rightarrow -2(f - f_{reso}) \tag{7.15}$$

でファイバーノイズは現れず、レーザー揺らぎと共振器揺らぎで決まる、通常の共振器ロックの場 合と同様の制御信号が得られることが確認された。さらに ALS のループが全て閉じればレーザー ノイズも共振器安定度並みに安定化される。2 倍のファクターがかかるのは往復の信号と比較して いる為である。



図 7.4: 改良型キャンセレーションのレイアウト



図 7.5: 改良型キャンセレーションの制御系のブロック図

7.3.2 改良型ノイズキャンセレーションの ALS 実装へ向けた検討

前節で原理上、新型キャンセレーションが機能することが分かった。次に実際にこのキャンセレーションを KAGRA の補助ロックシステムに導入することを考える。図 5.6 でも示していた様に、導入されている周波数制御用 AOM はダブルパス構成である。即ち、前節で示した様なレイアウトを実現する為にはダブルパス AOM をダブルパスさせる必要がある。これまでに示していたレイアウトはいずれも参照パスとファイバー往復パスそれぞれ両方の途中に組み込んだ QWP によ

り光と戻る光の偏光の向きを変えることで、RFPD におけるそれらのビートが散乱光などで汚染 されることを防いでいた。しかし、行きと帰りで偏光を回してしまうと戻り光がダブルパス AOM 逆行する事は出来ない為、新レイアウトでは偏光は回せない。その為、新レイアウトでは散乱光が RFPD 側に飛ばない様気を配る必要がある。

ファイバーからの戻り光の取得についても考える必要がある。戻り光の偏光を回さない為、同じ 偏光状態で進行方向が逆の光を分離する必要がある。図7.4 で示した様に単に BS で分離すること も考えられるが、前提として、補助レーザーは ALS に用いる為になるべく多くのビームを共振器 に送りたい。その為、BS には透過率が高い物を使用したい。しかし一方で、ファイバーを往復し て戻ってくる光は大部分の光が共振器に送られ、ファイバーでロスがあることも考えるとその光量 はごく僅かである(実際の補助ロックシステムでは 10 uW 程度だった。)。この微弱な光をさらに 最初の高透過 BS に通してしまうとその反射光から十分な信号を得る事は難しくなってしまう(さ らに上述の様に偏光を回せない為、散乱光にも弱い)。この様に単なる BS では信号取得が難しい 為、戻り光の分離には図 7.6 の様なファラデーアイソレーターを用いたレイアウトが考えられる。 実際の PSL 定盤でこの様なアイソレーターが入るスペースが確保できるのか検討が必要である。



図 7.6: 行き帰りで偏光を変えない際の信号取得

そもそも、ダブルパス AOM をダブルパスさせなければこの様な困難は生じない。そこで最後 にキャンセレーションにおいてアクチュエーターをダブルパスする必要性について説明しておく。 図 7.7 の様なレイアウトを考える。つまり、通常の AOM を用いたキャンセレーションレイアウト でファイバーは往復したが、帰りにアクチュエーターを通過しないビームとリファレンスパスを比 較し AOM にフィードバックする場合である。実はこれはうまくいかない。ファイバー往復パス のビームにはファイバー往復分のノイズが乗っている。この制御系は AOM の一度の通過でこの ノイズをキャンセルする様に振る舞う。つまり、ビームは AOM を一度通過した時点で往復分のノ イズをキャンセルするアクチュエート (言わば "往復分の逆相ファイバーノイズ") が乗せられる。 この結果、ファイバーを往復してきたビームからはノイズが除去されるが、ALS に用いるファイ バー片道透過のビームには片道分の逆相ファイバーノイズノイズが残ったままになってしまうので ある。したがってアクチュエーターのダブルパスは必須である。



図 7.7: アクチュエーターをダブルパスしない場合

Chapter 8

まとめと今後の展望

ファイバーノイズキャンセレーションの導入により外乱に強く安定性の高い補助ロックシステム の構築が完了した。補助ロックシステムは KAGRA の運用に不可欠であり、その安定性の向上に より観測サイクルの向上に貢献した。

また、今後の展望として現在導入されているノイズキャンセレーションの問題点を解決した新型 ノイズキャンセレーション導入がある。その為に今後行うべき項目を以下に列挙する。

・安定な制御系の設計とノイズの見積もり

・テーブルトップにおける新方式の原理実証実験の実施

・実際の補助ロックシステムへの導入を踏まえた PSL ルームの光学レイアウトの設計

特に、新レイアウトは ALS の根幹でもある補助レーザーの共振器ロックの部分と共生しているの で、共振器ロックの性能を損なわずにノイズキャンセレーションとして十分なパフォーマンスと安 定性を実現できるのか十分に検討を行う必要がある。

Appendix **A**

フィードバック制御における安定化とノイズ 測定の基礎

ここでは、本文中で行っていたフィードバックによる安定化制御やノイズ測定について、その エッセンスを簡単に説明する。

A.1 7 - N = 0

まず図 A.1 に示す様に、信号 $X(\omega)$ を入力した際に信号 $Y(\omega)$ が出力される様なシステムを考える。ここで入力と出力との間に線形性が成り立つ(つまり入出力間に加法性と斉次性が成り立つ)とすると、その系の周波数応答 $H(\omega)$ は

$$H(\omega) = \frac{Y(\omega)}{X(\omega)} \tag{A.1}$$

と表せ、これを伝達関数と呼ぶ。伝達関数は一般に複素数で表され、実部と虚部がそれぞれ信号の 振幅と位相に相当する情報を持つ。この様な伝達関数を用いて制御系の設計や解析を行っていく。



図 A.1: 線形システムと伝達関数

例として図 A.2 の様なレーザーの周波数制御を考える(ある物理量を何かに追従させるのならば なんでも良い)。今、レーザーには周波数アクチュエーターが内蔵されており、レーザーに印加し た電圧に比例して周波数を増減できるとする。このレーザーの周波数を別の周波数基準に追従さ せることを考える。レーザーと周波数基準それぞれの信号をセンサーと呼ばれる機構に入力する。 このセンサーは入力された2つの信号の差に比例した信号を出力する装置である(PDH 法はまさ にこの一例)。センサーの出力を制御フィルターを通しレーザーのアクチュエーターに戻す(フィ ルターの必要性は後に述べる)。こうするとレーザーと周波数基準の周波数差が大きければ大きい ほど大きな信号がレーザーのアクチュエーターに戻ることになる。この様な系をフィードバック 制御系などと呼び、この制御系をうまく設計することでレーザーの周波数を周波数基準に追従させ ることができる。この際に周波数基準が元のレーザー周波数より安定であれば、それは安定化とな る。また、安定化が行われている場合、アクチュエータに戻る信号からレーザーがどれくらいうる さいのか見積もることができる(安定化が完璧なときフィードバック信号はレーザー雑音を相殺し ているわけだから、レーザー雑音と同じ量になる)。



図 A.2: 安定化フィードバックのセットアップ

この様な系を定量的に考える為に図 A.3 の様に伝達関数を用いて書き直す。センサー、フィル ター、アクチュエーター各部分の伝達関数をそれぞれ S、F、A とし元のレーザーの揺らぎ周波 数を $\delta\nu$ 、周波数基準の揺らぎ周波数を $\delta\nu_{ref}$ と書くことにする。この様な図をブロック図 (block diagram) と呼ぶ。この時、フィードバックループが閉じた結果のレーザー出射光に対応する $\delta\nu_{sup}$ の値を計算してみると、図より、

$$\delta\nu_{sup} = \delta\nu - (\delta\nu_{sup} - \delta\nu_{ref})SFA \tag{A.2}$$

となるから、

$$\delta\nu_{sup} = \frac{1}{1+G}\delta\nu + \frac{G}{1+G}\delta\nu_{ref} \tag{A.3}$$

となる。ここで $G \equiv SFA$ とした。このループ中のすべての伝達関数の掛け算を OLTF (Open Loop Transfer Function) と呼ぶ。式 A.3 を見ると、G が1より十分大きい時 $\delta \nu_{sup}$ はその成分中 の $\delta \nu$ が1/G 倍にサプレスされる一方で $\delta \nu_{ref}$ はほとんど変わらない為、結果として $\delta \nu_{ref}$ とほぼ 一致することがわかる。この $\delta \nu_{ref}$ が安定であればこれは安定化となる。この様にフィードバック 制御系の設計は即ち OLTF の設計であると言える。

ここでどの様な OLTF を設計すれば良いのか考える。周波数源は十分に安定であるとする。ま ず G は要求される帯域で $\delta\nu$ を十分に抑圧できる大きさを持つ必要がある。次に安定性について考 える必要がある。フィードバック制御系は OLTF の設計が不適切だと発振と呼ばれる現象を起こ し不安定になることがある。発振はゲインが 1 となる周波数 UGF (unity gain frequenc) で位相が 180 度以上遅れてしまうと発生する。この現象の直感的な理解として、外乱が系に生じた時に制御 系はこれを打ち消そうとアクチュエートをかけるが、そこまでの動作が外乱に追いつかず、実際に アクチュエートがかかった時には既に外乱が逆相になっており、アクチュエートが外乱を大きくす る方向に働いてしまうことで生じると考えられる。要は制御が追い付けない帯域でゲインを持って いてはならない。数式的にも、G の大きさ(絶対値)が 1 となる UGF で位相が 180 度回っている と G が-1 となり、式 A.3 の分母が発散してしまうと理解できる。より厳密にはナイキストの安定 性などを参照されたい。即ち G は必要な帯域より高周波で速やかに落ちていく必要がある。

この様に、その時々に即した OLTF を設計するわけだが S や A はおおよそ決まってしまってい る場合が多い。そこで任意に動かせる自由度として制御フィルターを導入し制御系を設計するので ある。



図 A.3: 制御系のブロック図

A.2 安定化の評価とノイズ測定

前節の様な制御系で目的に即してかつ安定な OLTF の設計が完了し実際に安定化ループが閉じたとする。この際に実際に実現されている安定度 $\delta \nu_{sup}$ を評価することを考える。我々が容易に測定できるのは周波数そのものよりも電気信号である。測定可能な信号としてセンサーの出力である 誤差信号 (error signal) V_e やフィルターの出力である制御信号 (control signal) V_c がある。これらを用いて $\delta \nu_{sup}$ を評価することを考える。今、基準である $\delta \nu_{ref}$ が無視できるほど安定であるとすると、 $\delta \nu_{sup}$ は単に V_e をセンサーの伝達関数で割れば求まる様に見えるが実際にそれで良いのか考える。実際に図 A.3 の様な状態が実現されていれば問題ないのだが、実際には図 A.4 制御系の各部分から雑音が混入する。 n_{sen} はセンサー部分から入るセンシングノイズ、 n_{act} 、 n_{filter} はそれぞれアクチュエーターノイズとフィルターノイズである。こららを加味して図を見ながら V_e/S 及び $\delta \nu_{sup}$ について 1 次式を書き下してみると、

$$\frac{V_e}{S} = \frac{1}{1+G} (\delta \nu - An_{act} - AFn_{filter} + n_{sen})$$
(A.4)

及び、

$$\delta\nu_{sup} = \frac{1}{1+G} (\delta\nu - An_{act} - AFn_{filter}) + \frac{G}{1+G} n_{sen}$$
(A.5)

となる。これら2つの式はほぼ同じ形をしているが n_{sen} の項の部分が異なる。式 A.4 の V_e/S を表す式では n_{sen} にG分の1のファクターがかかるのに対し、式 A.4 の実際の $\delta \nu_{sup}$ ではG分のGのファクターがかかっている。これはつまり、この制御系では n_{sen} はサプレスされないことに加え、 V_e/S から $\delta \nu_{sup}$ を評価しようとした場合、実際には n_{sen} が大きい場合でもそれが抑圧されている様に見えてしまうことを意味している。



図 A.4: 制御系の各部分に混入するノイズ

その為、安定化の正しい評価には、図 A.5 の様に制御ループとは独立なセンサーを用いて測定を 行う必要がある。このセンサーから測定される信号を V_e とすると、それをセンサーの伝達関数で 割ることで得られる信号は、

$$\frac{V'_e}{S'} = \frac{1}{1+G} (\delta \nu - An_{act} - AFn_{filter}) + \frac{G}{1+G} n_{sen} + n'_{sen}$$
(A.6)

$$= \delta \nu_{sup} + n'_{sen} \tag{A.7}$$

となる。もちろん別のセンサーで測定したことでそのセンサー部分からのセンシングノイズは乗る が、少なくとも評価したい値を過小に評価してしまうことはない。 V_e/S を in loop 測定、ループ 外センサーを用いた測定を out of loop 測定などと呼ぶ。



図 A.5: 制御ループ外にセンサーを置く

in loop 測定と out of loop 測定が上述の様な違いを持つ物理的な意味を説明しておく。in loop は V_e 、つまりセンサー出力を見ている。センサーの出力とは $\delta\nu_{sup}$ のもう一方に入力 ($\delta\nu_{ref}$ だと 思っているもの) に対する追従度合いだが、ここで、制御系にとって $\delta\nu_{ref}$ と n_{sen} は同じところ から入る為、対等である。即ち、制御系は n_{sen} まで含めた"リファレンス"に追従するのである。 従ってセンシングノイズは原理的に抑圧しようがない。参照共振器を用いた周波数安定化を例にす ると、安定な参照共振器があり、そこからその安定性の情報を持つ光が返ってきているとする。そ の光を PD で受ける時にどこからか飛んできた不安定な散乱光も一緒に PD に入ると制御系には参 照光も散乱光も区別はつかず、うるさい光も含めた信号に追従する。他にも、共振器、PD 間の光 路の空気揺らぎや PD 自体の揺れなどあらゆるものが影響する。これらは伝達関数のデザインとは また別の所謂、"実験系の出来"ともいえるものである(PD ノイズやショットノイズなど原理的な ものもある)。実験系の構築においては如何にセンシングノイズを下げるのかが重要になる。一方 で out of loop は実際に $\delta\nu_{sup}$ 自体を見るのでセンシングノイズも含めて評価できるのである。実 際の実験ではまず容易に測定できる in loop を測定し目安にすることが多い。少なくともこれの安 定化が出来ていないと真の値の安定化もできてはいない。また、そもそも安定ではない対象に追従 制御してその追従度合いを見る場合などで in loop 測定が有用な場合もある。

制御信号を用いたノイズ測定についても説明しておく。例えば図 A.3 の様な系で十分な制御がな されているとすると、その帯域で $\delta \nu_{sup}$ は $\delta \nu_{ref}$ にほぼ一致している。ここで元の安定度 $\delta \nu$ に対 し $\delta \nu_{ref}$ が無視できるほど小さい(安定)とすると、フィードバック量 (V_cA) は $\delta \nu$ と等量になる 為そこから元の安定度を求めることが出来る。これがノイズ測定の原理である。実際の図 A.4 の 様な制御系においては、

$$V_c A = \frac{G}{1+G} (\delta \nu + \delta \nu_{ref} + n_s + A n_{act}) + \frac{1}{1+G} A F n_{filter}$$
(A.8)

となり、δν とセンシングノイズを含めたリファレンスの揺らぎが見えることがわかる。安定化を 行う場合にはリファレンス揺らぎは小さいはずだし、アクチュエーターやフィルターノイズもδν と比較すれば無視できる場合がほとんどである。

A.3 OLTFの測定

本章の最後に OLTF の測定法について説明しておく。実際にループが閉じていたとしても、意 図した通りの伝達関数が実現できているか測定で確かめることは非常に重要である(よく意図し ない位相遅れがある場合がある)。図 A.6 の様にフィードバックループの途中に加算点を作り適 当な信号 V_{exc} を入力することを考える。この時、加算点前後での入力した信号の大きさを求める と、加算点直後では信号はほぼ 1/(1+G) にサプレスされるのに対し、一周してきた直前部分では ほぼ変わらない G/(1+G) となる。つまりこれらを割り算することで OLTF を求めることが出来 る。Moku:Lab などといった測定器には標準でこの様なことを行う機能が備わっている。



図 A.6: OLTF 測定
Appendix **B**

PFD (Phase Frequency Discriminator)

本章では補助ロックシステムの PLL や新型ノイズキャンセレーションなどに用いられる PFD (位相周波数判別器) について、その基本的な原理を説明する。

PFDは2つの信号入力(RFとLO)の位相及び周波数の差に比例したDC電圧する(PFDの方 式によって出力が0となる位相差は0だったりπだったりする)。位相差の検出にはよくミキサー を用いた簡単な判別器が用いられるが、この場合2つの入力の周波数が離れていると出力はその周 波数差が大きいほど高周波の信号となる。その為、その時の制御系がその高周波信号中の線形部部 分を捕まえられる程高速でない限り2つの信号の周波数を近づけるチューニングが必要となって しまう。一方 PFDは周波数が離れていてもその差に応じた線形信号が得られるという大きな利点 がある。PFDの典型的な方式としてJK フリップフロップとNAND 回路を組み合わせたものがあ る。まずはその根幹となるJK フリップフロップの振る舞いについて簡単に紹介する。

B.1 JKフリップフロップ

フリップフロップ(以下 FF)は論理回路の一種で信号の入力状態によりその前の状態を保存したりリセットしたりする機能を持つ。FF の出力は CLR(クリア)入力、PR(プリセット)入力それぞれの値で決まるが、PFD に用いる JKFF はさらにそこから CLK というクロック信号を受け付ける部分にクロック信号を入れることで、その立ち下がり(物によっては立ち上がり)のタイミングで J、K に入力されている信号の値に応じて出力の値をスイッチする機能を持つ。JKFF の論理値表を次の表 B.1 に示す。表にも示した様に JKFF は多機能な部品であるが、PFD に用いるのはそのごく一部分である。

B.2 PFD とその振る舞い

PFD の構造を図 B.1 に示す。図の様に PFD は 2 つの JKFF と AND 回路(両入力が H (HIGH) なら H を出力するがそれ以外は L (LOW)を出力)から構成される(実際の回路では NAND とク リア反転入力が用いられる場合が多い)。また、JKFF の各入力部分を見ると、PR と J は H (電源 電圧)、K は L (GND)に固定されていることが分かる。この様な制限のもとで JKFF の論理値表 は表 B.2 に示す様にかなりシンプルになる。この表を見ながら図 B.1 の回路の振る舞いを考えて 行く。



表 B.1: JK フリップフロップ(左)とその論理値表

図 B.1: PFD の構造

表 B.2: PFD 回路におり	る制限付きフリッフ	『フロップの論理値表
------------------	-----------	------------

CLR		PR	Q		
L		Н	L		
Н		Н	その前の状態に戻る		
Г і					
J	K	CLK立ち下がり	Q		
Н	L	Н			

B.2.1 位相判別

まず、図 B.2 右側のグラフの様に PFD に周波数は同じであるが位相がずれている 2 つの信号を 入力した場合を考える。図の様に適当な部分から考え始めるとして、両出力は最初 L だったとす る。この時 RF の方が先に信号の立ち下がりが来たとする。すると、図 B.1 上側の RF を入力して いる側の FF の出力 (OUT1) が H となる。そして LO 信号にも立ち下がりが訪れると図 B.1 下側 の LO 側出力である OUT2 も H となるが、その瞬間、2 つの出力が入力される AND 回路の両入 力が H になることになり、両 FF の CLR に H が入力されることになり両 FF の出力は L にリセッ トされる。この様にどちらかの立ち下がりからもう片方までの立ち下がりまでの時間、先に立ち下 がった方の FF の出力が H になるのである。例えば出力部分にコンデンサをつけるなどしておく と立ち下がりから立ち下がりの時間(つまり位相差)に比例した出力電圧を得ることが出来る。さ らに 2 つの出力を両電源の様に用いれば(実際にはチャージポンプなどと呼ばれる回路を用いる) 位相の進み、遅れで出力電圧の符号が変わることになり位相のずれに対し図 B.2 左側の様な出力が 得られることになる。



図 B.2: PFD による位相差検出

B.2.2 周波数判別

次に図 B.3 の様に PFD に入力される信号の周波数がずれている場合を考える(簡単のために位相は揃っているとするが、位相が揃っていない場合も要は立ち下がりの間隔を見れば良い)。今、 RF が LO に対して低周波だとする。この時、両方の信号が立ち下がる部分で両出力は L にリセットされ、その後に LO の立ち下がりが来ることでそれに対応する FF の出力は H になる(LO と RFの周波数差があればあるほどリセットされてから片側が H になるまでの時間は短くなる)。

この様に両側の周波数差が大きければ大きいほど高周波信号側の FF 出力が ON になっている時 間割合は高くなる。ある程度以上周波数差があると 100%ON の場合と変わらなくなるため、出力 電圧は図 B.3 の右側に示した様になる(実際は角ばっているわけではなく、なだらかに H 電圧に 近づいて行く)。





Appendix C

Low noise VCOの開発とその評価

VCO (Voltage-controlled oscillator) は制御電圧に応じて出力周波数を変えることが出来る発振 器である。補助ロックシステムにおいては補助レーザーの周波数制御に用いられる AOM を駆動 するために用いられる。事前に行われた測定 [43] から、市販の VCO では補助ロックシステムの雑 音要求を満たさないことが判明していた為、より低雑音な Low noise VCO (以下 LVCO)の開発が 必要となった。LVCO の開発は昨年度中に既に行われており [44]、その際に市販 VCO(Gooch & Housego 社製 1110AF-AEFO-1.5) と比較しおよそ1桁の低雑音化に成功している。しかし、これ は期待されたノイズより1桁程度大きな値となっており KAGRA 補助ロックシステムに用いる分 には十分であるが次世代検出器に対応する ALS を想定した場合には十分な安定度ではない。

本章では LVCO について、その構造と低雑音化を制限している原因の調査のために行った測定 について説明する。

C.1 Low noise VCOの原理と開発状況

LVCO の構造を図 C.1 に示す。LVCO の基礎となるのは種 VCO と呼ばれる市販の VCO であ る。LVCO は種 VCO を分周することで低雑音化を図っている。VCO の出力を N 分の 1 分周す ることにより出力周波数と共に周波数雑音も N 分の 1 になることが期待される。今回 LVCO の種 VCO として採用したのは Mini-Circuits 社製 ROS-102-919+である。この VCO は約 90-110 MHz を出力することが出来る (周波数カウンタを用いた実測による)。分周を行うと、この周波数の可 変レンジも狭まってしまうことから、補助ロックシステムで必要な周波数レンジと雑音要求の兼ね 合いから分周比は 10 とした。AOM の駆動には約 80 MHz が必要となる為、分周した種 VCO 周 波数に高い安定性を持つ LO (KEYSIGHT 社製 N5181B) からの信号をミキサで掛け合わせ、必 要な周波数まで下駄を履かせる。また、この際に生じる余分な周波数成分はバンドパスフィルター により落とされる。実測された LVCO のノイズと市販の VCO (old VCO) の実測ノイズ、期待さ れていた雑音レベル (種 VCO 雑音のデータシート値を 10 分の 1 倍したもの)、さらに LO に用い た N5181B のノイズを図 C.2 に示す。図を見ると LVCO のノイズレベルは従来の VCO と比較す ると大幅に改善した一方で、期待されていた値よりは 1 桁程度悪くなっていることが分かる。



図 C.1: Low noise VCO の構造



図 C.2: 従来の VCO 雑音 (赤) と期待さてた LVCO 雑音 (黒)、実測された LVCO 雑音 (緑)、LO の雑音 (青)

C.2 種 VCO のノイズ評価

LVCO が期待通りの性能を発揮できていない原因を調べるために分周する前の種 VCO について ノイズの評価を行った。その為にまず、VCO のアクチュエーター効率を求める。VCO の動作域 として想定される制御電圧 2~3 V 付近の各電圧における発振周波数を周波数カウンタ (Tektronix 社製 FCA3103)を用いて測定し、その傾きからアクチュエーター効率を求めた。その結果を図 C.3 に示す。今回、測定は同じモデルの VCO 3 台に対して行った。 その結果、アクチュエーター効 率はいずれも 4~4.1 MHz/V と求まった。これはデータシート値の 4.5 MHz/V より約1 割低い値 である。



図 C.3: 種 VCO の各制御電圧における発振周波数とその傾きから求めたアクチュエーター効率

VCO の雑音は図 C.4 の様に PFD により VCO と安定な周波数源 LO の周波数差を比較し、そ の差に対応する出力を VCO に戻すフィードバック制御系(つまり VCO を LO にロックする)を 構築することでその際の制御信号及び上で測定したアクチュエーター効率から求めた(式 A.8 の 原理。図 C.2 に示していた現行の LVCO や old VCO の雑音も同様の方法で測定されたものであ る。)。VCO への制御信号にはオフセットを加え VCO 信号の周波数を LO 信号周波数に近付ける 様調整した。オフセット印加部分には OP27 を用いた加算器、オフセット電圧源には電池を用い た。PFD には ALS 用の予備機を、制御フィルターには Stanford Research Systems 社製 SR560 を用いた。LO には KEYSIGHT 社製 N5181B を用いた。この雑音測定用制御系の OLTF の実測 値を図 C.5 に示す。この制御系の UGF は約 80 KHz で今回の測定には十分な帯域が確保できてい ることが分かる。また位相余裕は約 30 度である(ループ中の加算器で位相が 180 度シフトしてい る事に注意する)。



図 C.4: VCO の雑音測定のための制御系



図 C.5: 雑音測定制御系の OLTF

ノイズの結果をデータシートにある種 VCO 雑音値と合わせて図 C.6 に示す(測定を行った種 VCO 3台についていずれの測定でもそれぞれほぼ同様の結果であった為、その中の1台分の結果 のみを示す)。青線は VCO 電源部分に低周波雑音用の 47 uF 及び高周波雑音用 1000 pF のパスコ ンをつけた場合、赤線はパスコン無しの場合の測定結果である。高周波用パスコンは VCO 本体に なるべく近い位置に装着した(図 C.7)。結果よりパスコンの装着によりかなりノイズが低減するこ とが分かる(既に導入されている LVCO にも 10 nF のパスコンが付けられている)一方で分周す る以前の種 VCO の段階から既にデータシート通りの性能を発揮できていないことが分かる。さら にこの種 VCO を分周することを想定し測定されたノイズを 10 分の 1 にしたものと現行の LVCO の比較を図 C.8 に示す。これを見ると現行のものより数倍ノイズレベルが改善していることが分 かる。これは実際にパスコンの構成などの影響でノイズが改善しているのか、それとも種 VCO を 分周することで実際にはノイズが 10 分の 1 レベルにまで低下せずに現行のものと同程度のレベル になるのか今後実際に分周を行った状態で測定を行う必要がある。いずれにせよ本来期待される雑 音レベルには到達していないので今後より詳細な原因究明を行う必要がある。



図 C.6: パスコン無しの種 VCO 雑音 (赤) とパスコン有りの種 VCO 雑音 (青) 及び種 VCO 雑音の スペックシート値(黒)



図 C.7: 種 VCO に取り付けたパスコン



図 C.8: 種 VCO ノイズを 1/10 にしてプロットしたものと現行 LVCO の比較

- A.Einstein, "Die Grundlage der allgemeinen Relativitastheorie", Annalen der Physik, 49 (1916).
- [2] J.Weber, "Evidence for Discovery og Gravitational Radiation, Phys.Rev.Lett.22,1320 (1968).
- [3] R.A.Hulse and J.H.Taylor, "Discovery of a pulsar in a binary system", APJ letter, 195 51(1975).
- B. P. Abbott et al., "Observation of Gravitational Waves from a Binary Black Hole Merger", Phys. Rev. Lett., Vol. 116, p. 061102 (2016).
- [5] The Gravitational-Wave Candidate Event Database, https://gracedb.ligo.org, visited in 2020.
- [6] 蒲原尚吾「重力波望遠鏡 KAGRA における Green レーザーシステムの開発」修士論文, 富山大学 (2018).
- [7] 横川和也「重力波望遠鏡 KAGRA における グリーンレーザーを用いた腕共振器長制御システ ムの開発」修士論文, 富山大学 (2019).
- [8] Y. Enomoto, "Interferometer Locking Scheme for Advanced Gravitational-Wave Detectors and Beyond". Ph.D. thesis, Univ. of Tokyo, (2020).
- [9] 柴田大 著「一般相対論の世界を探る一重力波と数値相対論」, UT Physics (2007).
- [10] B. P. Abbott et al., GW170817: Observation of Gravitational Waves from a Binary Neutron Star Inspiral. Physical Review Letters, 119(16) 161101 (2017).
- [11] LIGO Scientific Collaboration et al., Multi-messenger Observations of a Binary Neutron Star Merger, arXiv:1710.05833 (2017).
- [12] すばる望遠鏡 プレスリリース「重力波天体が放つ光を初観測 日本の望遠鏡群が捉えた重元素の 誕生の現場」 https://www.subarutelescope.org/Pressrelease/2017/10/16/j_index.html (2020 年閲覧).
- [13] KAGRA プレスリリース 「KAGRA トンネルの掘削が完了」 (2014) https://gwcenter.icrr. u-tokyo.ac.jp/archives/1858 (2020 年閲覧).
- [14] 中村卓史, 三尾典克, 大橋正健 編著「重力波をとらえる」, 京都大学学術出版会 (1998).
- [15] M Abernathy et al., "Einstein gravitational wave Telescope conceptual design study", ET project (2011).
- [16] 山元一広 「LCGT の目標感度 ver3.2」, JGWdoc, JGW-T0403780 (2015).

- [17] R. W. P. Drever et al., Laser phase and frequency stabilization using an optical resonator. Applied Physics B Photophysics and Laser Chemistry, 31(2) 97 – 105 (1983).
- [18] T.W. HANSCH and B. COUILLAUD, "Laser frequency stabilization by polarization spectroscopy of a reflecting reference cavity", Optics Communications Volume 35, Issue 3 (1980).
- [19] J. Mizuno et al., "Resonant sideband extraction: A new configuration for interferometric gravitational wave detectors". Physics Letters A, 175(5) 273 - 276, (1993).
- [20] Linqing Wen and Yanbei Chen, "Geometrical Expression for the Angular Resolution of a Network of Gravitational-Wave Detectors", arXiv : 1003:2504 (2010).
- [21] B. Schutz, "Capabilities of a Gravitational Wave Network", the 58th Fujihara seminar slide (2009).
- [22] M. Armano et al., "Beyond the Required LISA Free-Fall Performance: New LISA Pathfinder Results down to 20μ Hz" Physical Review Letters, 120, 061101 (2018).
- [23] Karsten Danzmann et al., "LISA L3 Mission Proposal" (2017).
- [24] S. Kawamura et al., "The Japanese space gravitational wave an- tenna—DECIGO". Classical and Quantum Gravity, 23(8) S125 – S131 (2006).
- [25] Caltech LIGO web page "Gravitational-Wave Observatories Across the Globe", https://www.ligo.caltech.edu/image/ligo20160211c, visited in 2020.
- [26] LIGO Scientific Collaboration et al., "Prospects for Observing and Localizing Gravitational-Wave Transients with Advanced LIGO, Advanced Virgo and KAGRA", arXiv:1304.0670 (2020).
- [27] 和泉究「レーザー干渉計型重力波検出器のための Fabry-Perot 共振器の共振引き込み研究」修 士論文, 東京大学 (2009).
- [28] F. Acernese et al., "The variable finesse locking technique". Classical and Quantum Gravity, 23(8) S85 – S89, (2006).
- [29] A. Staley et al., "Achieving resonance in the Advanced LIGO gravitational- wave interferometer". Classical and Quantum Gravity, 31(24) 245010, (2014).
- [30] K. Izumi, "Multi-Color Interferometry for Lock Acquisition of Laser Interferometric Gravitational-wave Detectors". Ph.D. thesis, Univ. of Tokyo, (2012).
- [31] K. Awai, "CM servo board", JGWdoc, JGW-D1503567-v4 (2015).
- [32] Y. Aso and M. Kamiizumi, "KAGRA LSC RFPD", JGWdoc, JGW- D1201280-v2 (2012).
- [33] Y. Aso and M. Kamiizumi, "I&Q demodulator board", JGWdoc, JGW-D1402413-v1 (2014).
- [34] Y. Michimura, "Actual Optical Parameters of the Main Interferometer" KAGRA wiki, http://gwwiki.icrr.u-tokyo.ac.jp/JGWwiki/LCGT/subgroup/ifo/MIF/OptParam, visited in 2020.

- [35] K. Izumi, "IOO Optical Parameters" KAGRA wiki, http://gwwiki.icrr.u-tokyo.ac.jp/ JGWwiki/KAGRA/Subgroups/IOO/OptParam, visited in 2020.
- [36] 桑原祐也「巨視的量子現象の観測に向けた光輻射圧による鏡の支持方法の開発」修士論文,東 京大学 (2015).
- [37] K. Izumi, "Phase noise". Technical report, (2011).
- [38] Y. Enomoto et al., "An arm length stabilization system for KAGRA and future gravitational-wave detectors". Classical and Quantum Gravity, 37, 035004 (2020).
- [39] R. Sugimoto, "Summary of Fiber noise measurement", JGWdoc, JGW-T1909842-v2 (2019).
- [40] Long-Sheng Ma et al., "Delivering the same optical frequency at two places: accurate cancellation of phase noise introduced by an optical fiber or other time-varying path", Optics Letters, Vol. 19, No. 21, (1994).
- [41] PC4QR Piezoelectric Actuator Spec Sheet, Thorlabs web site, https://www. thorlabs.co.jp/drawings/f66d8f77769a44ec-C1AF3084-C13C-6EDA-1DBEE93AD87E969C/ PC4QR-SpecSheet.pdfvisited in 2020.
- [42] Emily Conant, "Transportation of Ultra-Stable Light via Optical Fiber", LIGO DCC, LIGO-T1400501-v1, (2014).
- [43] Y. Enomoto and R. Sugimoto. KAGRA logbook 5416. Technical report, (2018). http: //klog.icrr.u-tokyo.ac.jp/osl/?r=5416.
- [44] Y. Enomoto, "Prototype Low Noise VCO Chassis Top Assembly", JGWdoc, JGW-D1808968-v1 (2018).
- [45] 安東正樹「Fabry-Perot 型レーザー干渉計重力波検出器の制御」 修士論文, 東京大学 (1996).
- [46] M. Ando , "Power recycling for an interferometric gravitational wave detector". Ph.D. thesis, Univ. of Tokyo, (1998).
- [47] 山本晃平「重力波望遠鏡 KAGRA のための DetunedRSE 達成に向けた干渉計制御用 変調シ ステムの開発」 修士論文, 東京大学 (2019).
- [48] B. Schutz 著「シュッツ 相対論入門 II 一般相対論」, 丸善 (2010).
- [49] Warren Nagourney, "Quantum Electronics for Atomic Physics", Oxford Univ Pr (2010).
- [50] 川村静児 著「重力波物理の最前線」,共立出版 (2018).
- [51] 小宮浩 著「高周波 PLL 回路のしくみと設計法」, CQ 出版 (2009).

Acknowledgements

本研究を遂行するにあたり、大変多くの方にお世話になりました。この場をお借りして感謝の感 謝の気持ちを述べたいと思います。

指導教員である森脇喜紀教授には ALS という素晴らしい実験テーマに就かせていただきました。 ALS に携わることによって光学系、制御系を幅広く学べたことはもちろん KAGRA の干渉計全体 を俯瞰することができました。加えて、私を ALS がある主干渉計グループに配属することで、後 に紹介する和泉究氏の元で研究させて下さったのは私が宇宙検出器に興味を持っていることを踏ま えての采配であったのだと思い感謝しています。また、森脇先生には日頃の授業やゼミでお世話に なっただけでなく、日常生活や進学の面でも気に掛けていただきました。夕方のお茶会での雑談は 良い思い出です。最後に、本論文の修正版が完成するのに大変長い間待っていただいたことに感謝 します。

山元一広准教授には日頃のゼミや干渉計レクチャーでお世話になりました。特に干渉計レクチャー は学生にとって重力波物理学を基礎から体系立てて学べる貴重な機会であったと思います。山元先 生は日頃から私のふとした稚拙な疑問にも丁寧に理論立てて説明してくださいました。そのお陰で 曖昧だった部分かかなり解消したと思います。また、先生のして下さる海外での研究生活の話は良 い刺激になりました。私が論文を読みたい時に取り寄せて送って下さったことにも感謝します。

中野雅之研究員には KAGRA のサイトで大変お世話になりました。KAGRA でのコミッショニ ング作業が氏を中心に日々進んでいく様子は憧れであると同時に目指すべき目標でもありました。 氏は大変多忙であるにもかかわらず学生のために基礎レクチャーを企画して下さいました。また、 日頃生じた干渉計に関する疑問で氏に聞いて解決しなかったものは覚えがありません。日常生活に おいても気さくな氏との会話は楽しい時間でありました。終電後によく車で送っていただのは良い 思い出です。

土井康平元研究員には主に電子回路のことでお世話になりました。PFD などを初め ALS で重要 な重要な回路で氏が手掛けたものは少なくありません。日頃の氏との日常会話では日頃接すること の無い工学系の研究室や企業などに関して貴重なお話を聞くことができました。

JAXA 宇宙科学研究所 ITYF (International Top Young Fellow)の和泉究氏には研究や進学のこ とで大変お世話になりました。氏は KGARA 主干渉計グループのサブチーフであると同時に日本 における宇宙重力波検出器の第一人者でもあります。氏がする初期宇宙観測に関する話は非常に興 奮すると同時に私が物理学という分野を選んだ時に感じていた最も根源的なモチベーションを思い 起こさせてくれました。また、進学に関しても私の計画性の無さから急に無理な相談をしたにも関 わらず非常に献身的にサポートして下さいました。私が宇宙研で研究できるのは完全に和泉さんの お陰です。

東京大学博士課程の榎本雄太郎氏は私が修士課程の間非常にお世話になりました。氏とは研究 テーマが同じだったこともあり日常的に指導をして下さったり相談に乗っていただきました。氏が 物事の本質を直感的に捉え分かりやすく説明して下さるお陰で私の理解が何度も飛躍的に進んだ覚 えがあります。改良型のノイズキャンセレーションは KAGRA から帰る途中に氏と車の中でした 議論の中から生まれたものです。氏と和泉さんや中野さんがする議論について行けず歯痒い思いを したこともありますが、いずれ氏と同じレベルで議論を交わすのが私の目標です。ノイズキャンセ レーションをインストールした1ヶ月間は過酷であったと同時に一生ものの良い思い出です。

横川和也氏は私の一つ上の先輩です。氏は修士から研究室に入り何も分かっていない私に光学系の基礎的な扱いを丁寧に教えて下さりました。また、生活面においても氏の計画性が高く自己を律 する様は人間として私に足りないものを示して下さった気がします。氏は念願の教員になるという 目標を達成されました。今後のご活躍を期待しています。

東京大学の道村唯太助教は私が KAGRA で一番最初にお世話になった人物です (その際に私が インフルエンザを発症したのも今となっては良い思い出です)。氏にはサイトでお世話になったの はもちろん、氏が作った資料からは大いに学ばせていただきました。また、富山大学における実験 でも周波数カウンタや SR560 など氏に貸して頂いた装置を活用しました。

国立天文台の阿久津智忠助教と東京大学博士課程の長野晃士氏には TMS のインストールという 貴重な体験をさせて頂きました。

国立天文台の Matteo Leonardi 助教にはレーザー PZT の共振測定に関して教えて頂きました。 宇宙線研究所の三代木伸二准教授、宮川治准教授、麻生 洋一准教授(国立天文台)、横澤孝章特 任助教、苔山圭以子助教、牛場崇文助教、早河秀章氏、三代浩世希氏、山田智宏氏にはコミッショ ニングワークや ALS のインストール作業をはじめ、システムに問題が生じた際の対応など大変お 世話になりました。

同じく宇宙線研究所の内山隆准教授、大橋正健教授、齋藤芳男シニアフェローにはスケジュール 調整を始め、日頃のコミッショナーの体調を気遣っていただきました。

宇宙線研究所の山本尚弘特任助教には core-to-core program により Virgo で研究を行うという 大変貴重な機会を頂きました。Virgo においては国立天文台の鷲見貴生氏に大変お世話になりまし た。また、ファイバーノイズキャンセレーションにおいて 60 Hz ラインノイズが問題となった際 には氏が即座にグラウンドの不一致箇所を同定した事でノイズ低減することができました。

総研大博士課程の谷岡愉氏、東京大学修士課程で同期の宮崎祐樹氏とは短い期間でしたがともに ALSの研究をすることができました。

宇宙線研究所技官の霜出克彦氏、戸村友宣氏、上泉眞裕氏には回路製作で大変お世話になりま した。

宇宙線研究所で同期の田中大生氏は学生主催のゼミを企画してくださいました。あのゼミのおか げでサブグループを超えた分野の理解が進んだと思います。同じく宇宙線研同期の大柿航氏、田中 健太氏、中国科学院の Guiguo Ge 氏、東京工業大学修士課程で同期の小田部荘達氏にもお世話に なりました。

また、高山恭一氏、沖中美保子 氏、前田由香利氏、を初めとする神岡事務室の方々にも日頃の 旅費や宿泊の手配などで大変お世話になりました。

Virgo においてはイタリア国立核物理研究所の Federico Paoletti 氏、European Gravitational Observatoryの Irene Fiori 氏、Camilla De Rossi 氏、Warsaw Universityの Maria Concetta Tringali 氏、また、Institut de Fisica d'Altes Energies 博士課程の Alba Romero-Rodríguez 氏、Christos Karathanasis 氏、 Alexis Menéndez-Vázquez 氏を始め、多くの人達にお世話になりました。また、フランス国立科学研究センターの Frédéric Cleva 氏には強度安定化に関して多くの助言をいただ きました。Dutch National Institute for Subatomic Physics の Enzo Tapia 氏には Virgo における ロックアクイジション法や RSE 対応の為のアップグレードプランなど様々な有益な情報を教えて

頂きました。

また、富山大学の同期である吉岡聡也氏、高宗雅人氏には最も長い期間お世話になりました。2 年間の修士課程を完遂する上でも共に同じ体験を共有する同期の存在というのはとても重要だと思 います。また、研究室の先輩の方々には修士課程から研究室に入った私を受け入れて頂き様々なこ とを教えて頂きました。一方、後輩の方々はとてもしっかりしており、私が彼らにしたことはあま り無い気がしますが今後益々の活躍に期待しています。4年生の山下勘太氏とは短い間でしたがと もに実験を行うことができました。また同じく4年の近藤大聖氏には私の博士課程進学に関する 書類の提出に関して大変お世話になりました。当日消印有効の書類をその日の23時46分に提出 できたのは完全に氏の厚意と運転技術によるものです。

最後に経済的にも精神的にも私の学生研究生活を支えてくれた家族に感謝します。