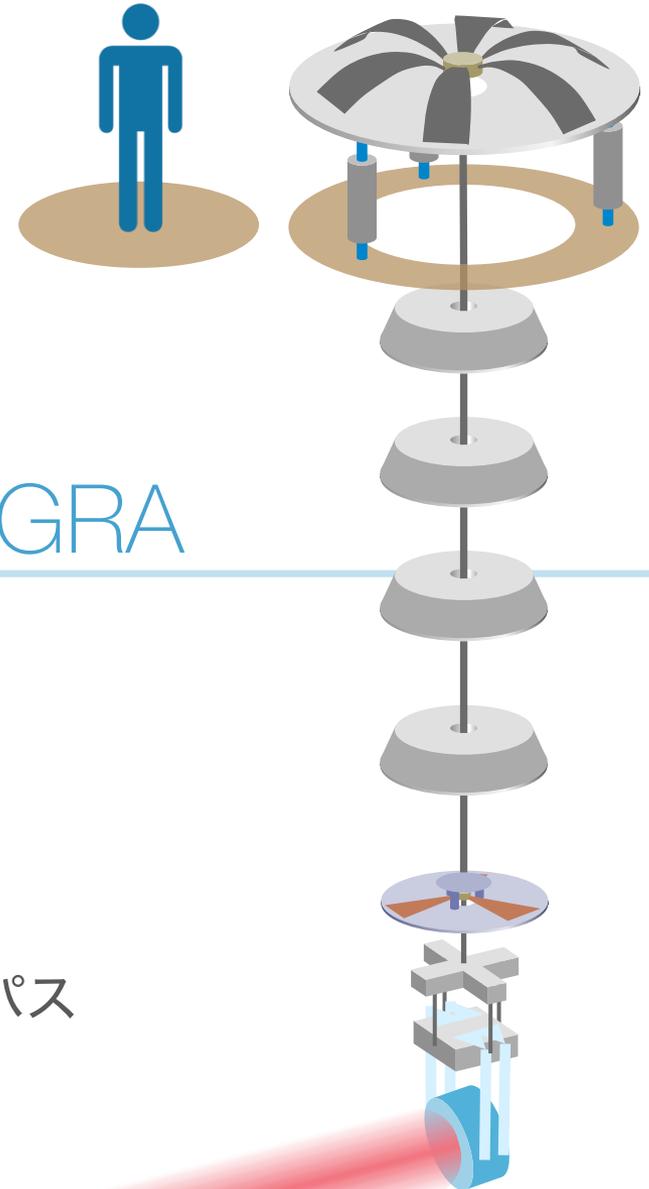


Development of
13.5-meter-tall
Vibration Isolation System
for the Main Mirrors in KAGRA



奥富 弘基 (総研大 D4)

2019年1月31日

博士学位審査会 @国立天文台三鷹キャンパス

研究の要旨

- 重力波望遠鏡KAGRA 腕共振器鏡
（メインミラー）用の防振システムの開発を行った
- 防振性能を評価し、タワー部の要求値を満たすことに成功
- 共振モードの減衰にmodal damping制御を導入、実装してダンピングに成功

論文の構成

Chap. 1: Introduction

Chap. 2: Vibration isolation system

Chap. 3: KAGRA Type-A suspension

Chap. 4: Control design

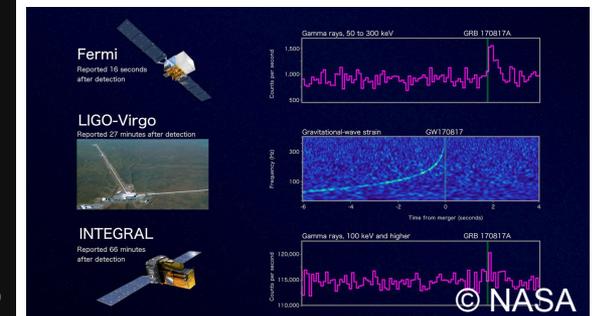
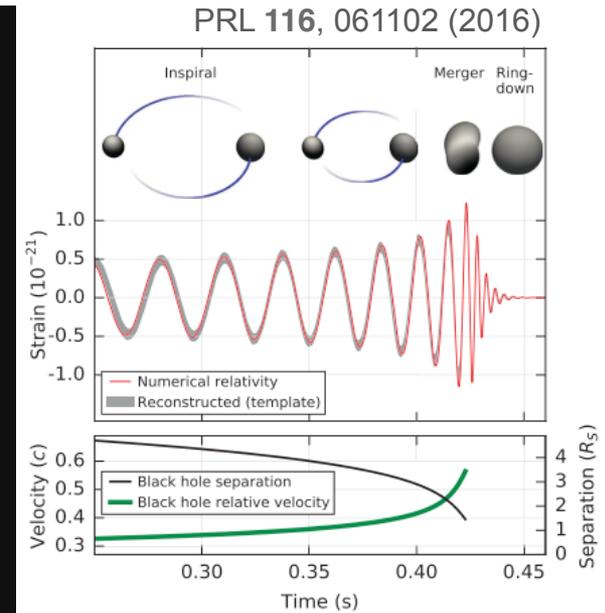
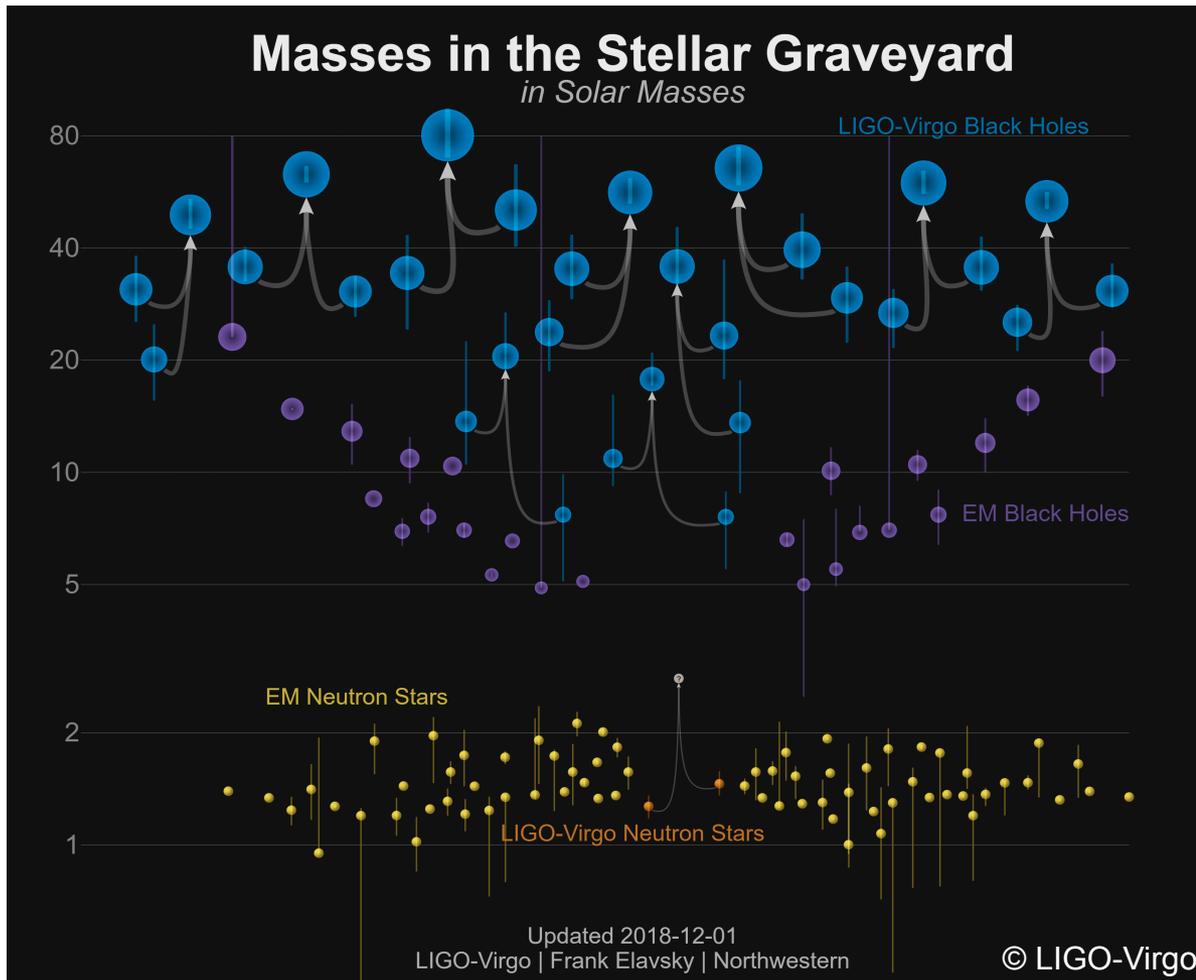
Chap. 5: Performance test of Type-A tower

発表の内容

- 研究の背景・動機
- 防振システム：Type-A suspension
- 防振性能の評価

研究の背景・動機

重力波観測による天文学



Advanced Detector Network



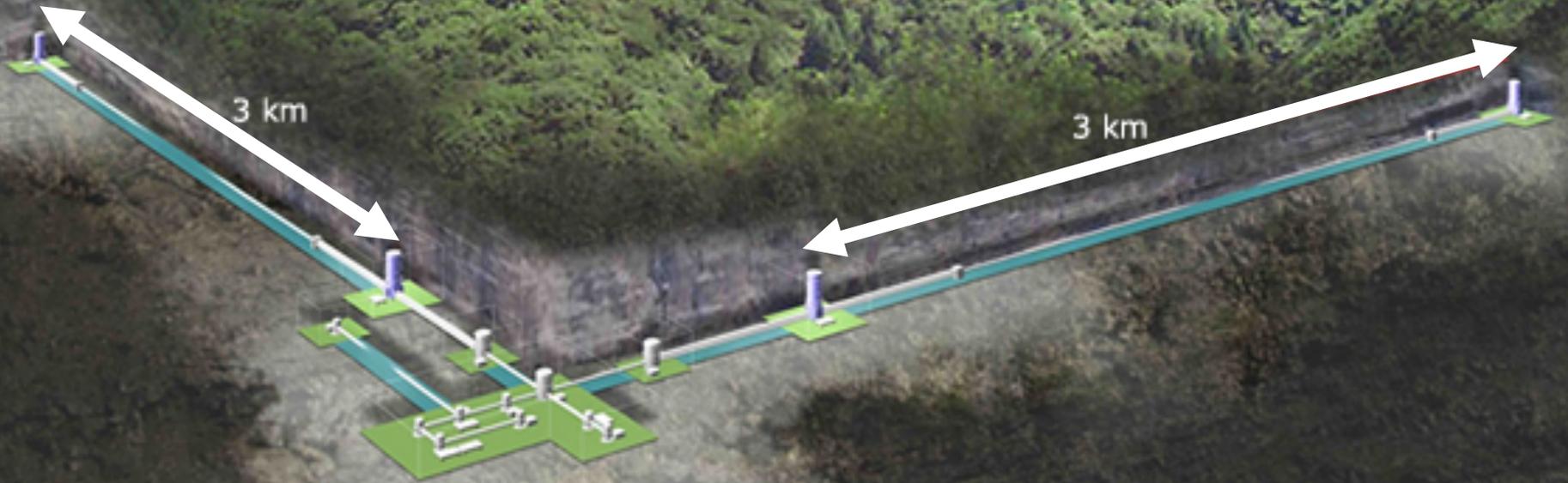
LIGO India
(建設確定)



KAERA

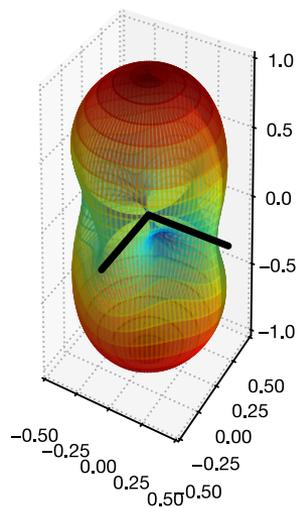
第2.5世代のレーザー干渉計型重力波望遠鏡

- 地下環境の利用 ▶ 小さな地面振動レベル
- 低温サファイア鏡 ▶ 熱雑音の低減

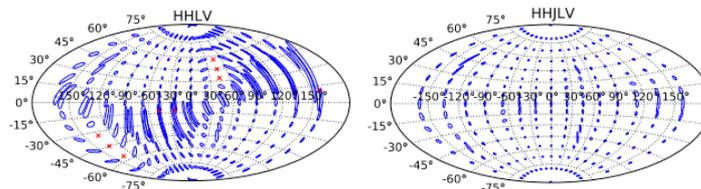


KAGRAの意義

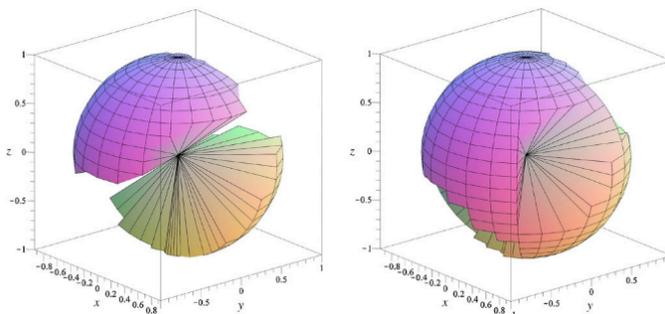
重力波観測ネットワークへの寄与



重力波望遠鏡の
アンテナパターン



Fairhurst (2012)



Schutz (2011)

波源の到来方向
決定精度

Best: 10 deg² ▶ 4 deg²

Worst: 150 deg² ▶ 22 deg²

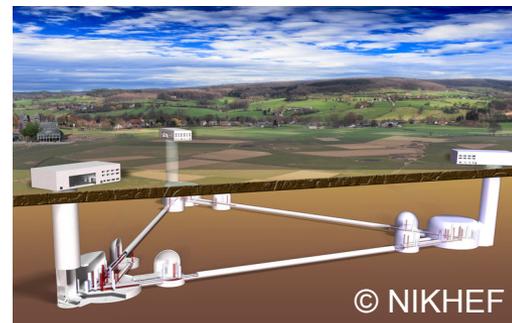
ネットワークの
感度等方性

47.3 % ▶ 73.5 %

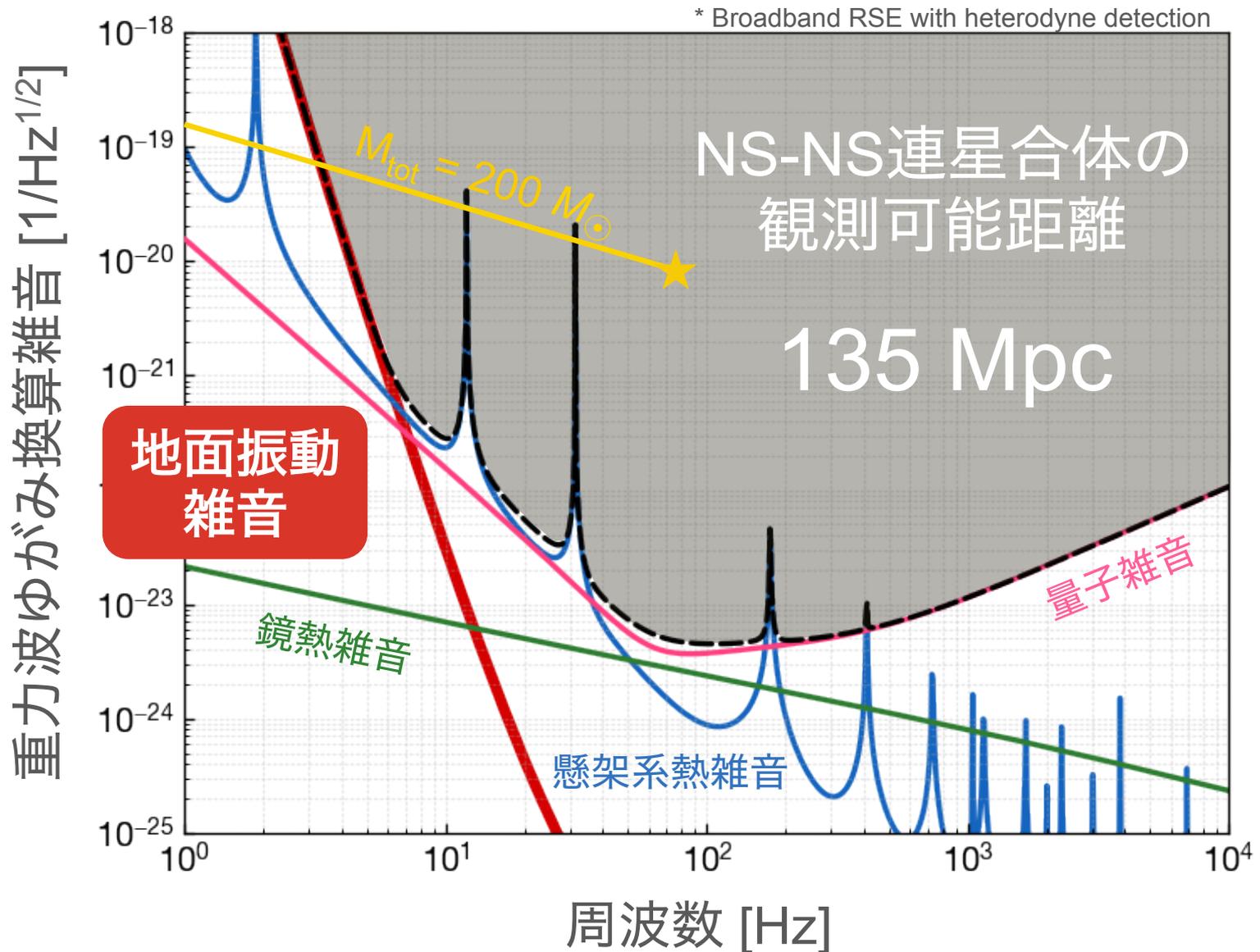
etc...

地下環境 + 低温の雑音低減技術

▶ 次世代の重力波望遠鏡への応用



KAGRA の雑音源

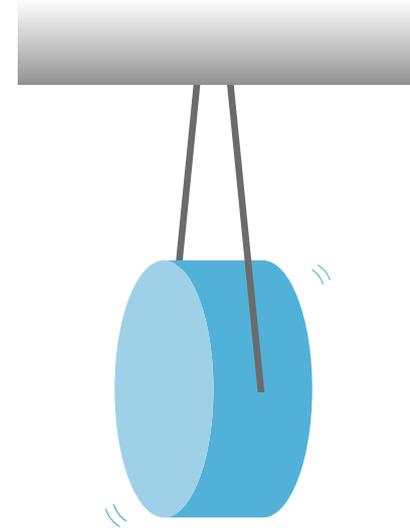


地面振動雑音を減らすには？



① 静かな場所で観測する

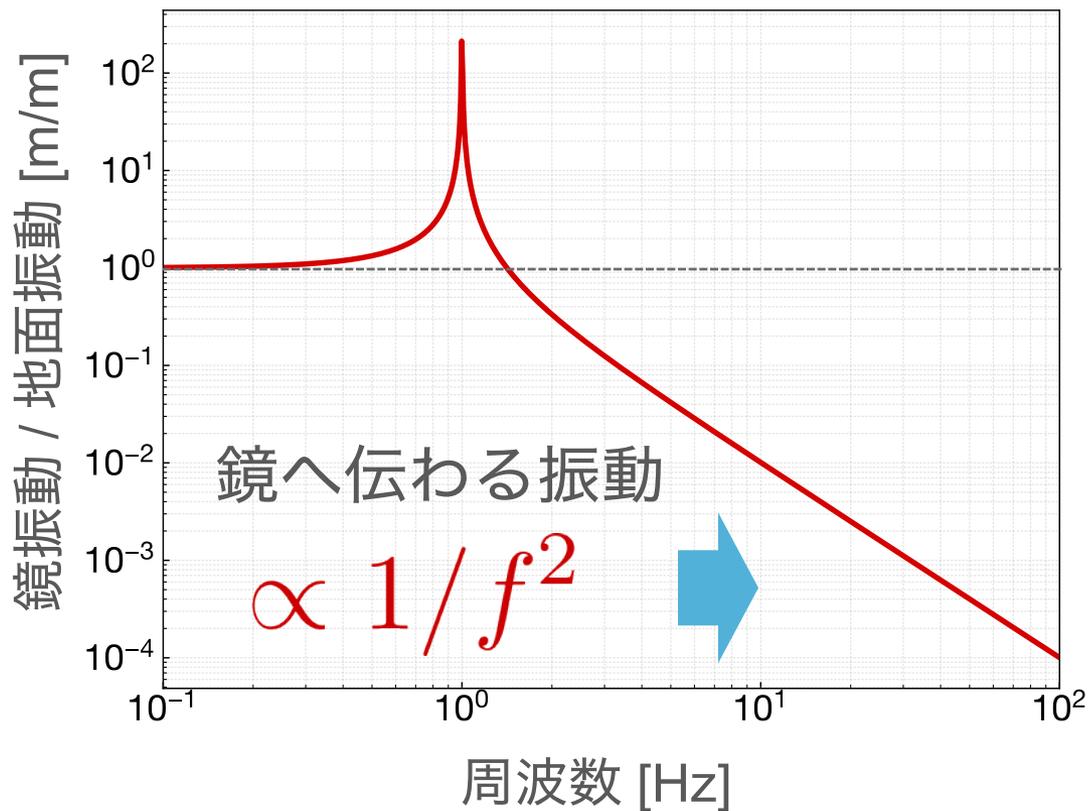
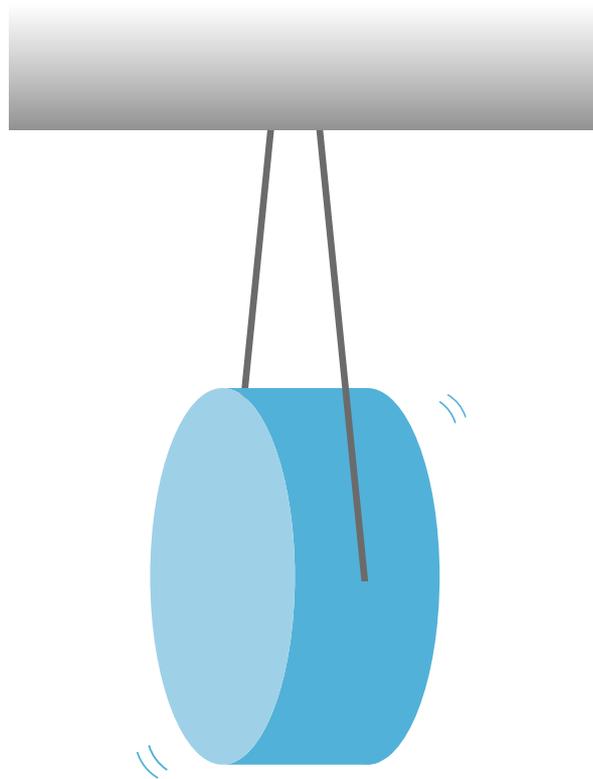
▶ 地下サイト



② 鏡を防振する

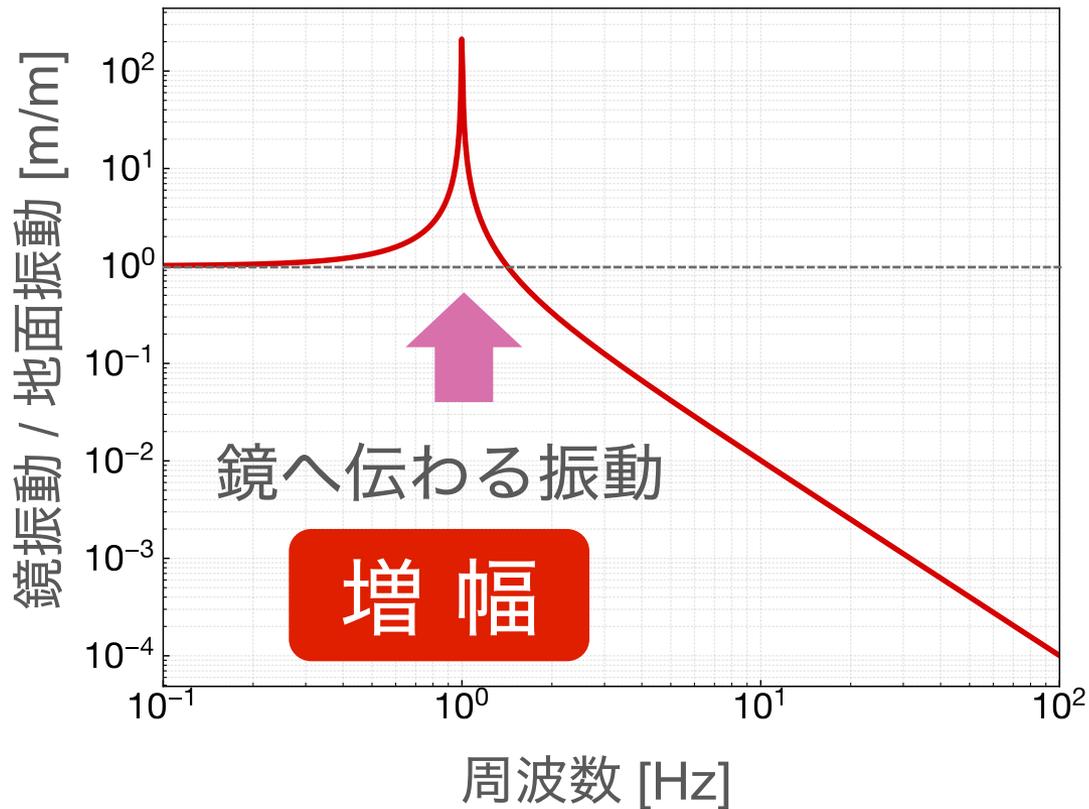
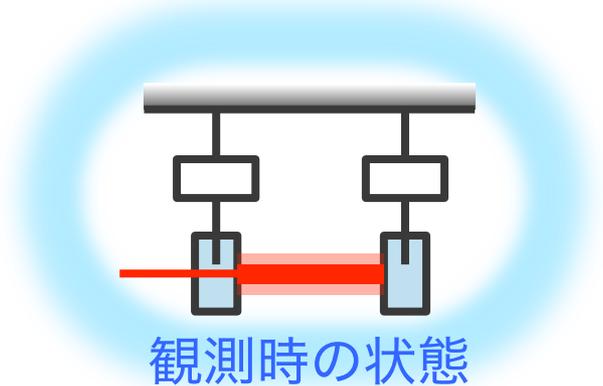
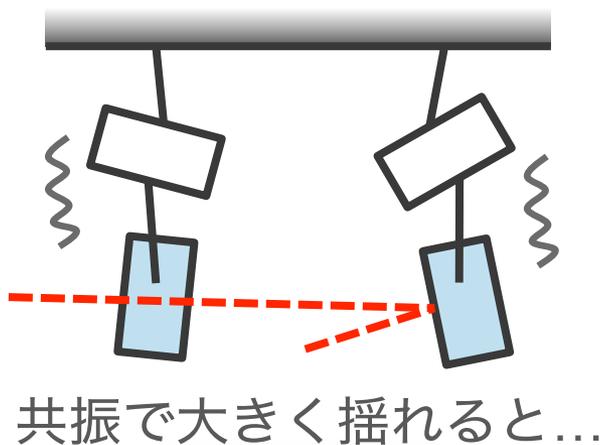
▶ 振り子型防振システム

振り子による防振システム



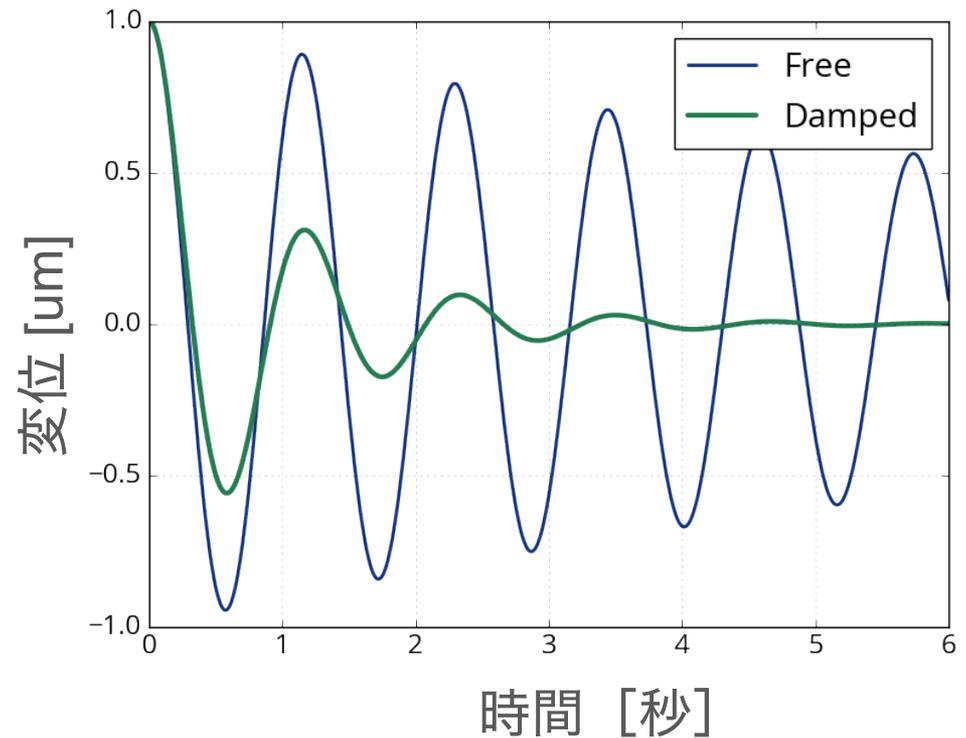
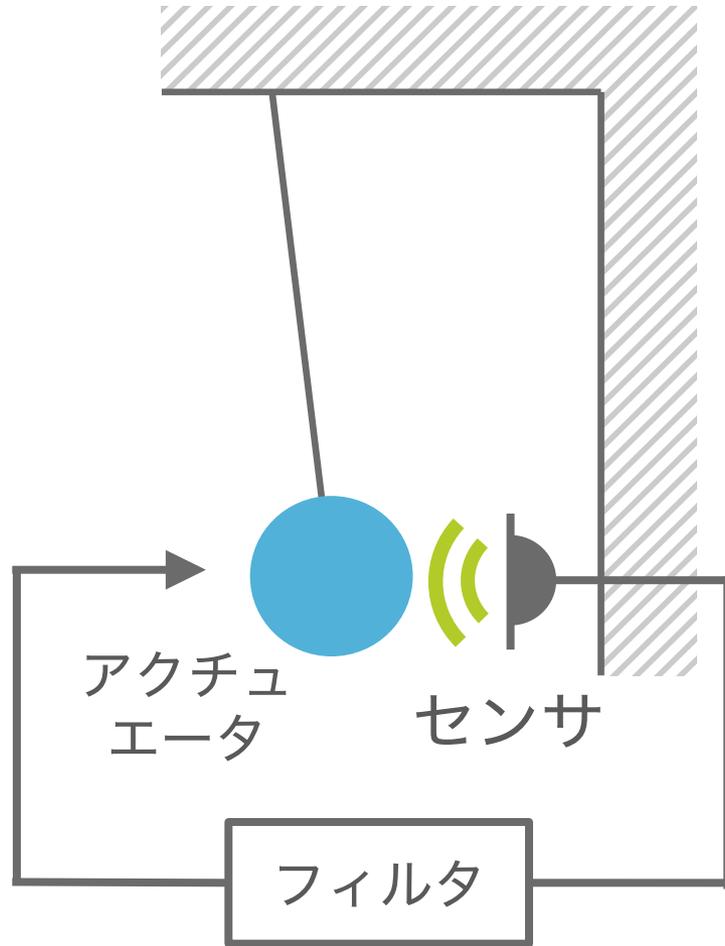
共振周波数より高周波の振動伝達を低減

しかし共振周波数では...



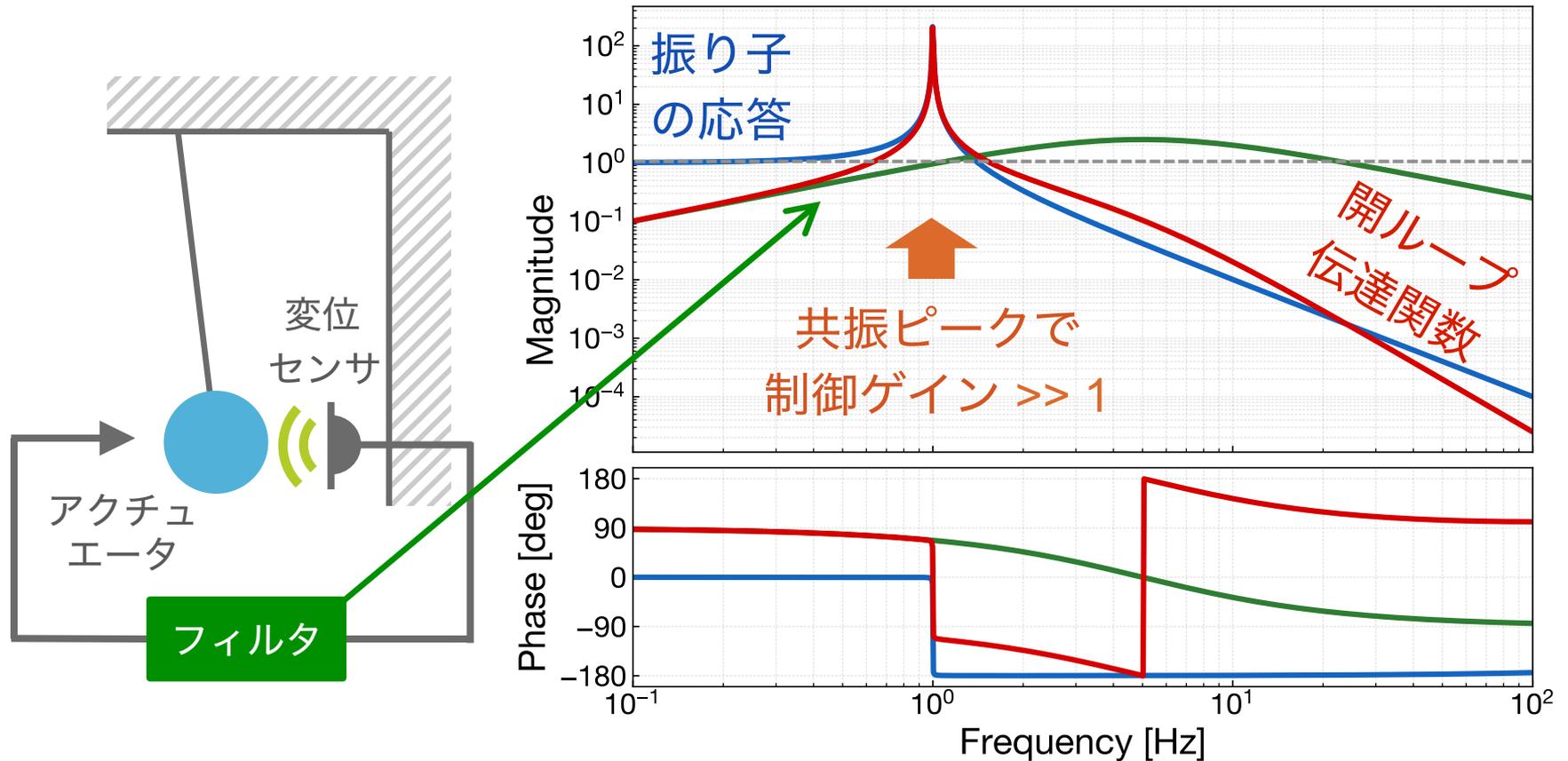
共振周波数では振動を減衰 (damp) する必要

ダンピング制御



フィードバックされる力 \propto マスの速度

ダンピングフィルタの設計



微分フィルタ
+
高周波遮断特性

- ▶ 速度をフィードバック
- ▶ 雑音導入を防ぐ

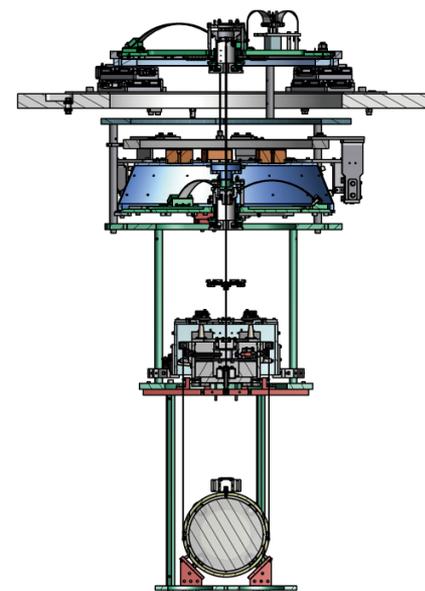
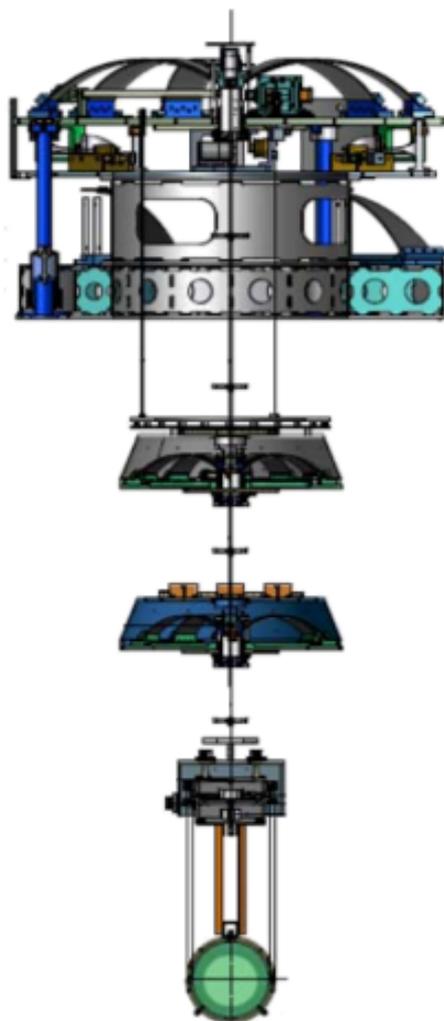
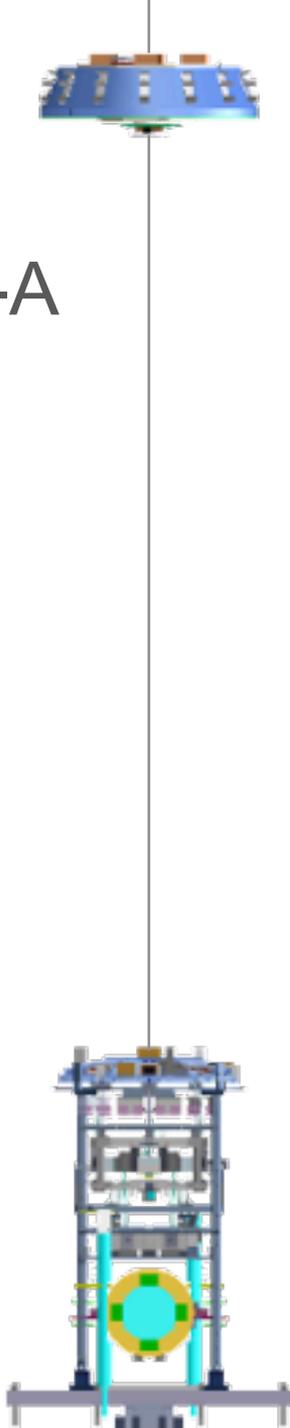
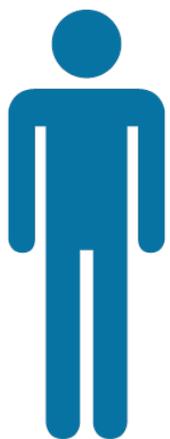
鏡防振システム: Type-A Suspension

KAGRAの防振システム

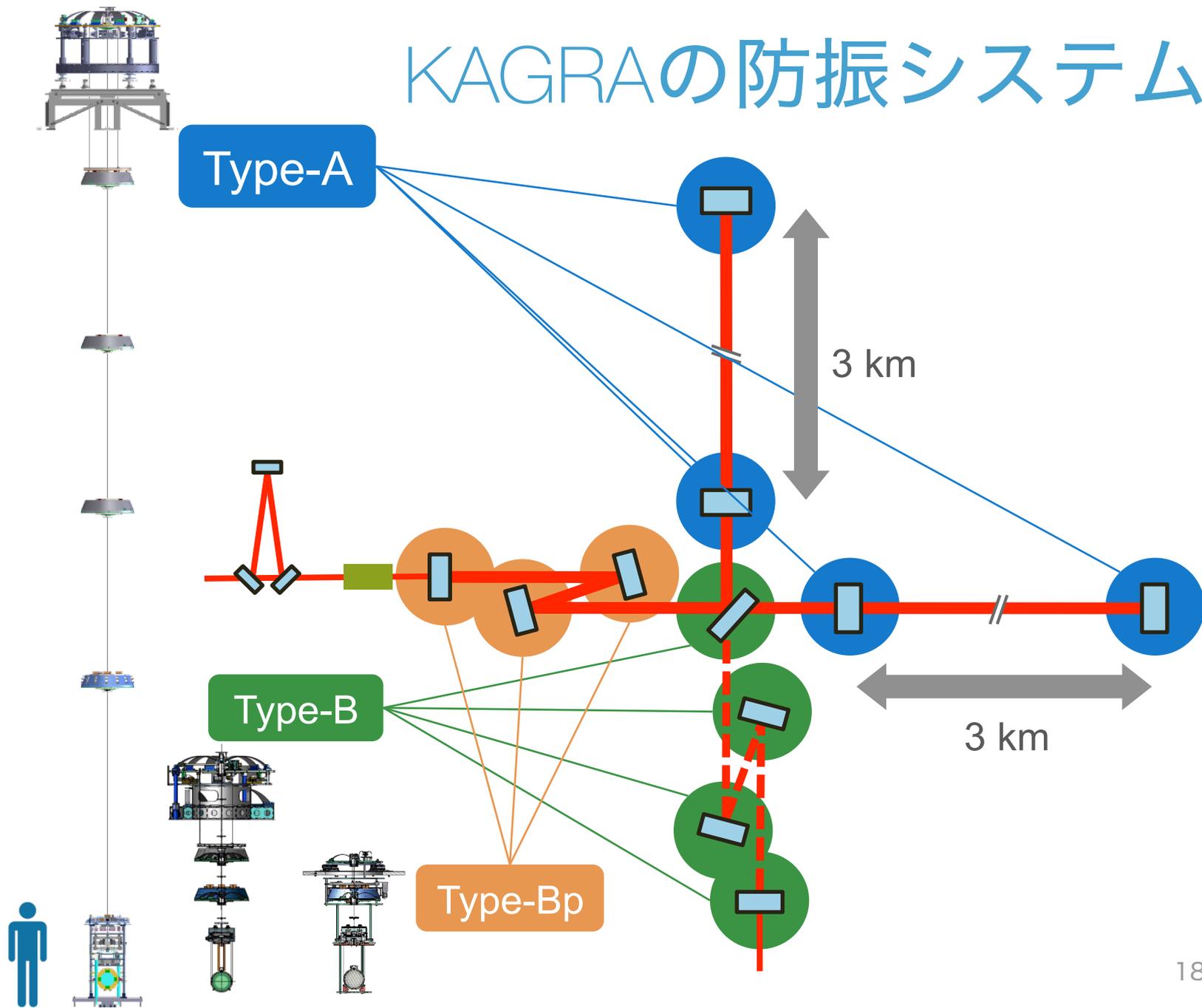
Type-A

Type-B

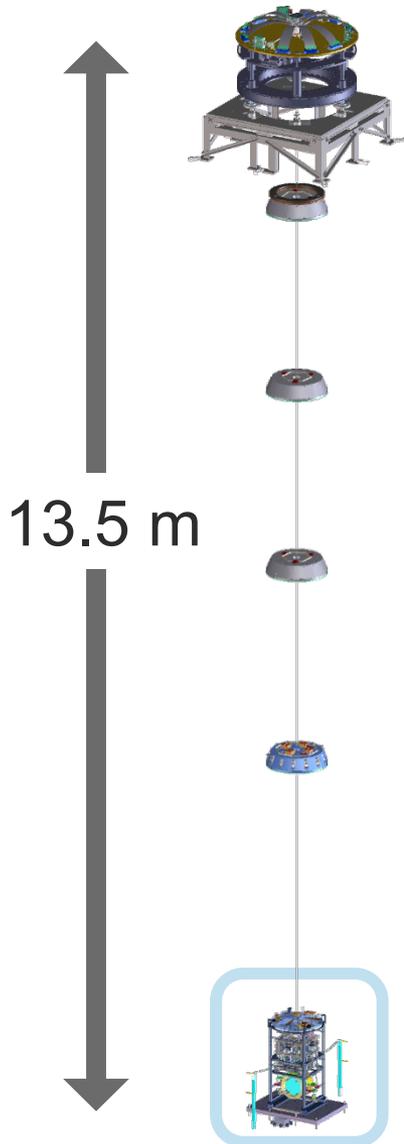
Type-Bp



KAGRAの防振システム



Type-A Suspension

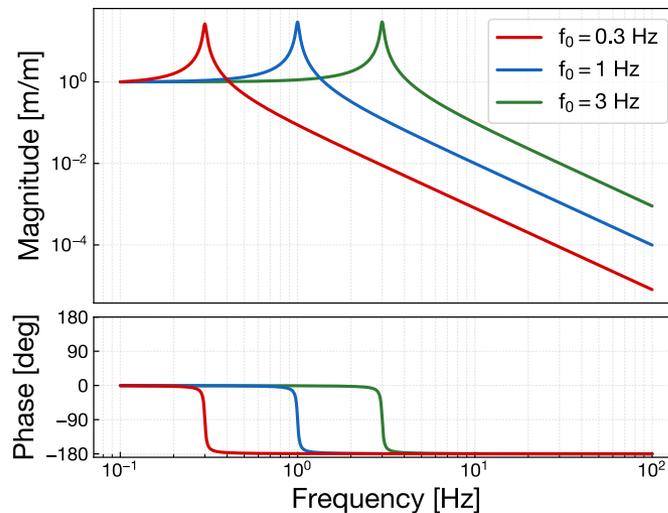


全9段、腕共振器鏡用の防振システム

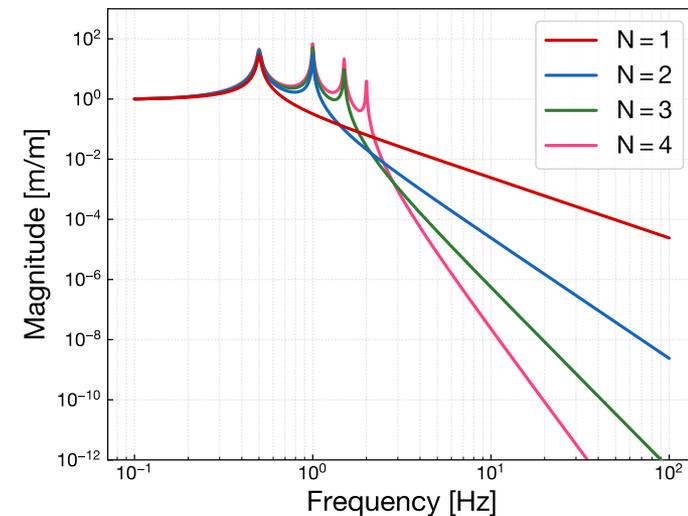
- 上5段：タワー部 (常温: ~ 300 K)
- 下4段：ペイロード (低温: ~ 20 K)

➤ 防振性能向上のための設計

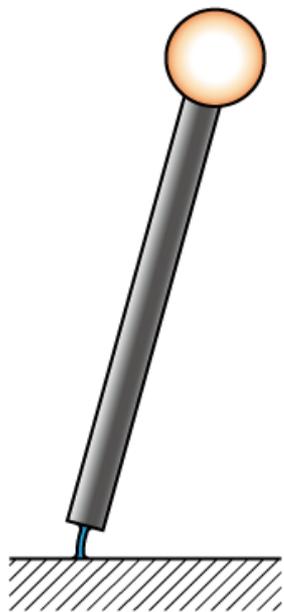
共振周波数を下げる



多段にする

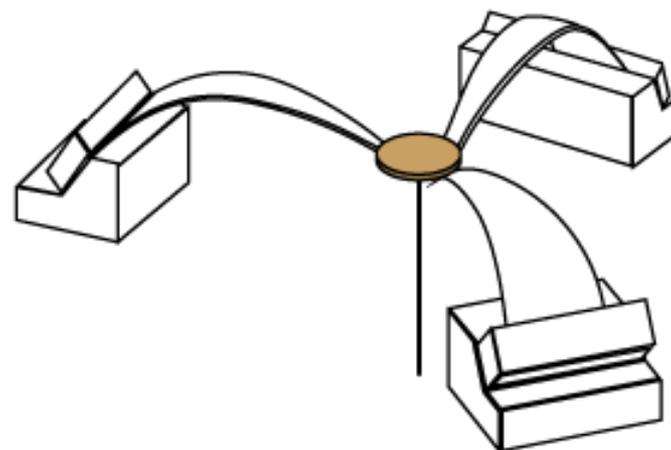


低周波共振のための機構



Inverted Pendulum (IP)

水平方向 ~ 0.07 Hz

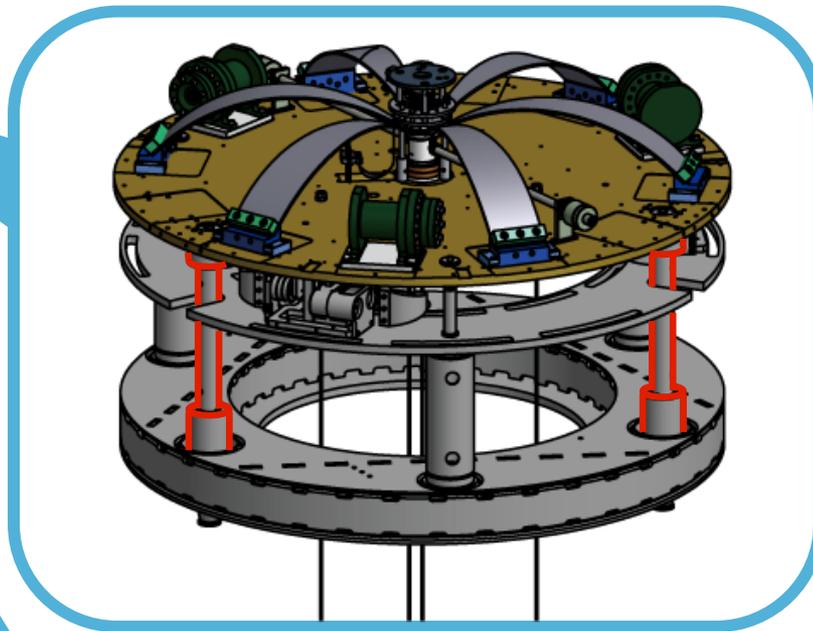


Geometric Anti-Spring (GAS)

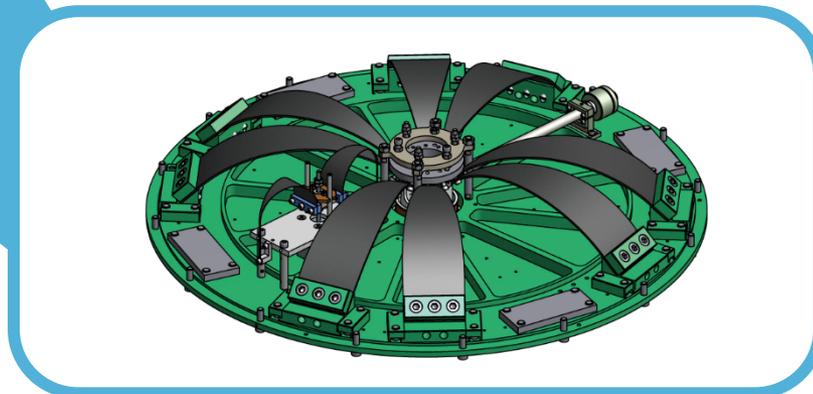
鉛直方向 ~ 0.3 Hz

▶ 搭載荷重によって共振周波数の調整を行う

低周波共振のための機構

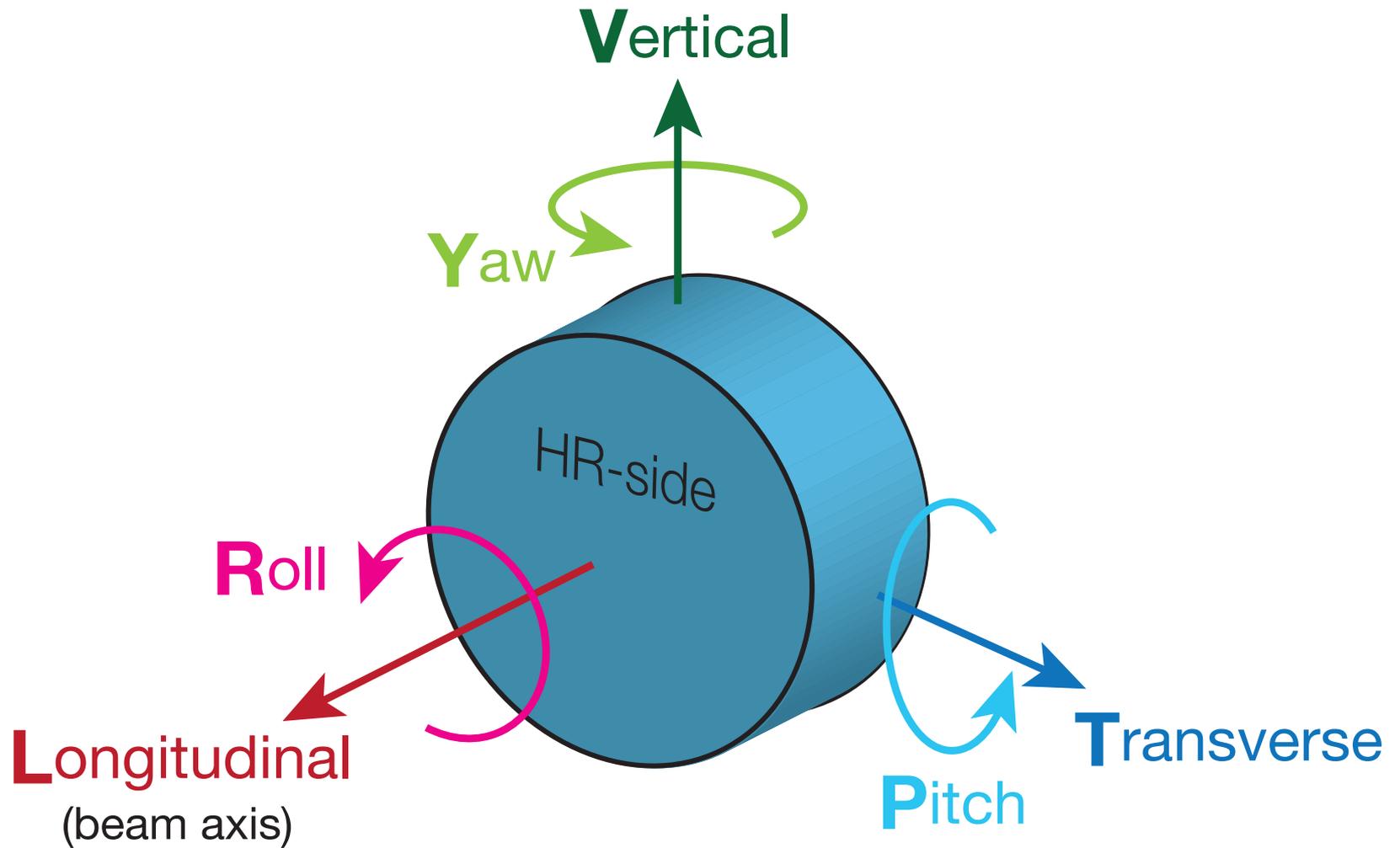


IP
最上段

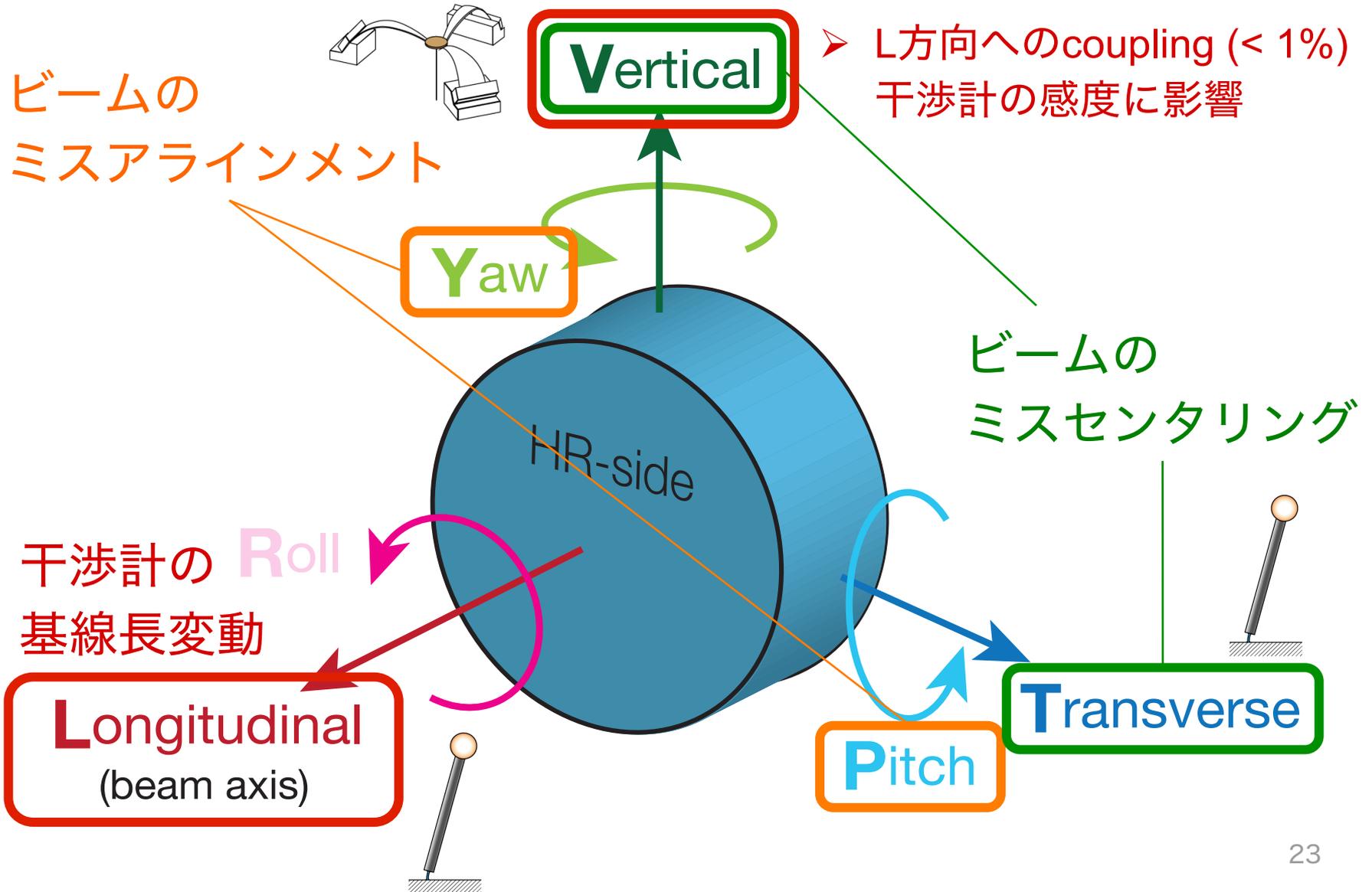


GAS
タワー全5段

鏡の自由度

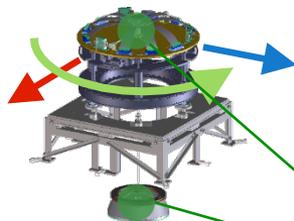


鏡の自由度

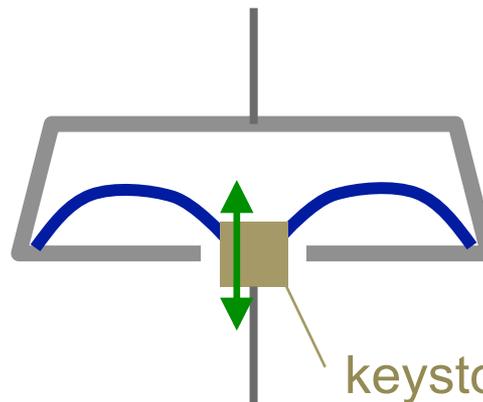


センサ・アクチュエータ配置

IP
水平3自由度
(L, T, Y)

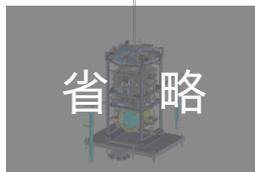


GAS
相対1自由度 x 5段
(V)

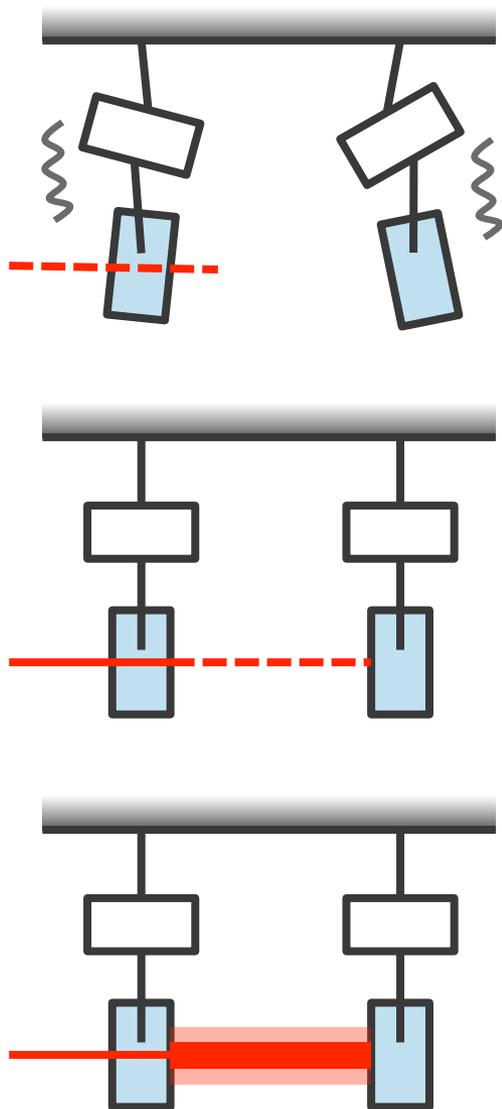


- センサとアクチュエータはそれぞれの対角自由度を計測・制御可能

Bottom Filter
6自由度
(L, T, V, R, P, Y)



干渉計の制御フェイズ



Calm-down phase

共振モードの減衰
RMS振幅の低減

安定化

Lock-acquisition phase

共振器長制御
アライメント角度制御

FP共振器ロック

Observation phase

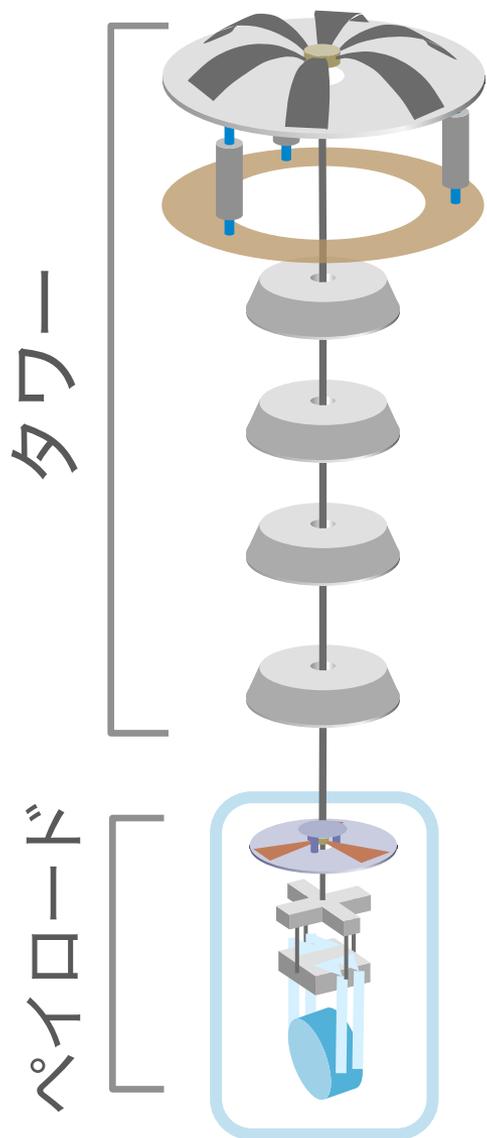
低雑音な制御
安定な干渉計ロックの保持

大きな外乱・制御の破綻

Type-A Suspension 要求値

		要求値	備考
Calm-down	共振モード 1/e 減衰時間	< 60 sec.	干渉計信号の早期回復
	RMS 変位 (L)	< 50 μm	Lock-acquisitionへの移行
	RMS 変位 (T, V)	< 100 μm	ミスセンタリング
	RMS 角度 (P, Y)	< 50 μrad	光てこセンサの線形領域内
Lock-acquisition	RMS 速度 (L)	< 240 $\mu\text{m/s}$	補助レーザーのロック
	RMS 角度 (Y)	< 880 nrad	干渉計角度センサへの引継
Observation	変位雑音 (L) @ 10 Hz	$8 \times 10^{-20} \text{ m/Hz}^{1/2}$	Lの他、V-coupling 1% 含む
	RMS 角度 (P, Y)	200 nrad	ビームスポット揺れ < 1 mm
	DC ドリフト (P, Y)	400 nrad/h	1日以上のロック維持

開発における担当部分



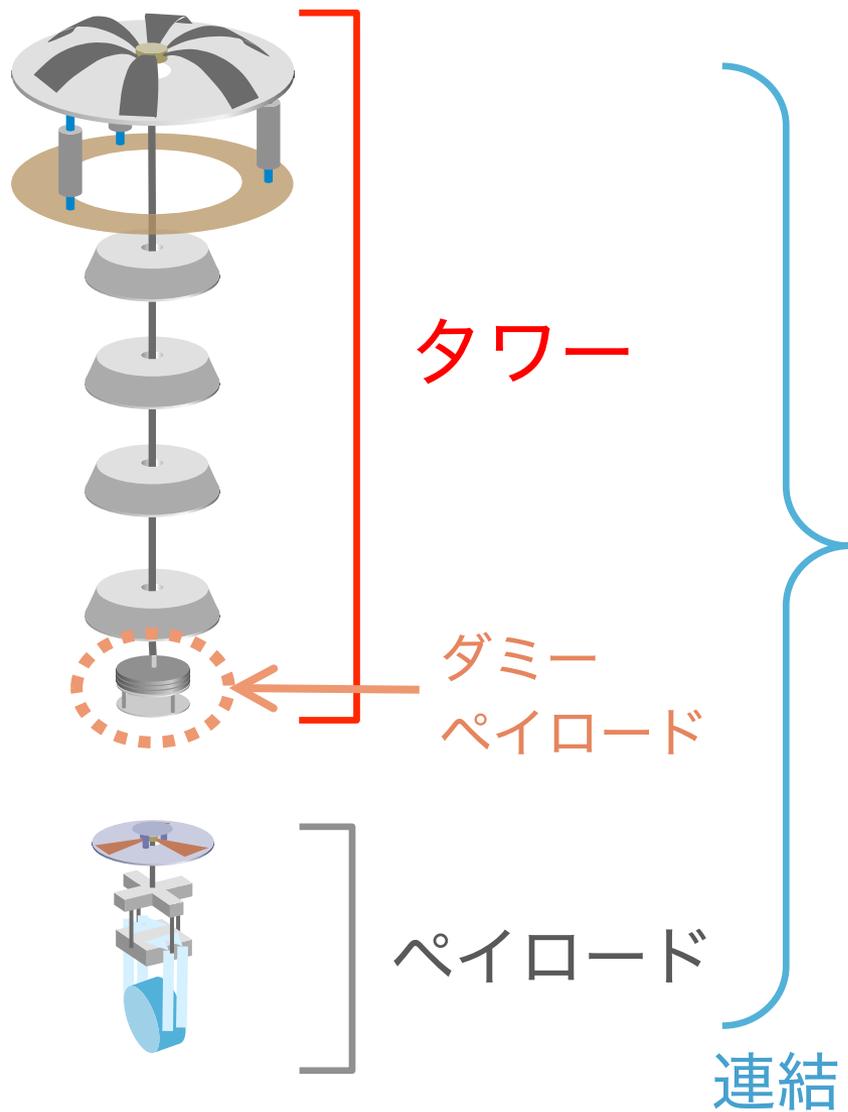
タワー：防振^{サブグループ} ペイロード：低温^{サブグループ}

- ハードウェアのインストール
- 防振性能のための荷重調整
- センサ・アクチュエータ試験
 - 一部は開発も
- 信号取得・リアルタイム制御用デジタルモデル開発
- 剛体モデリングによる制御系設計

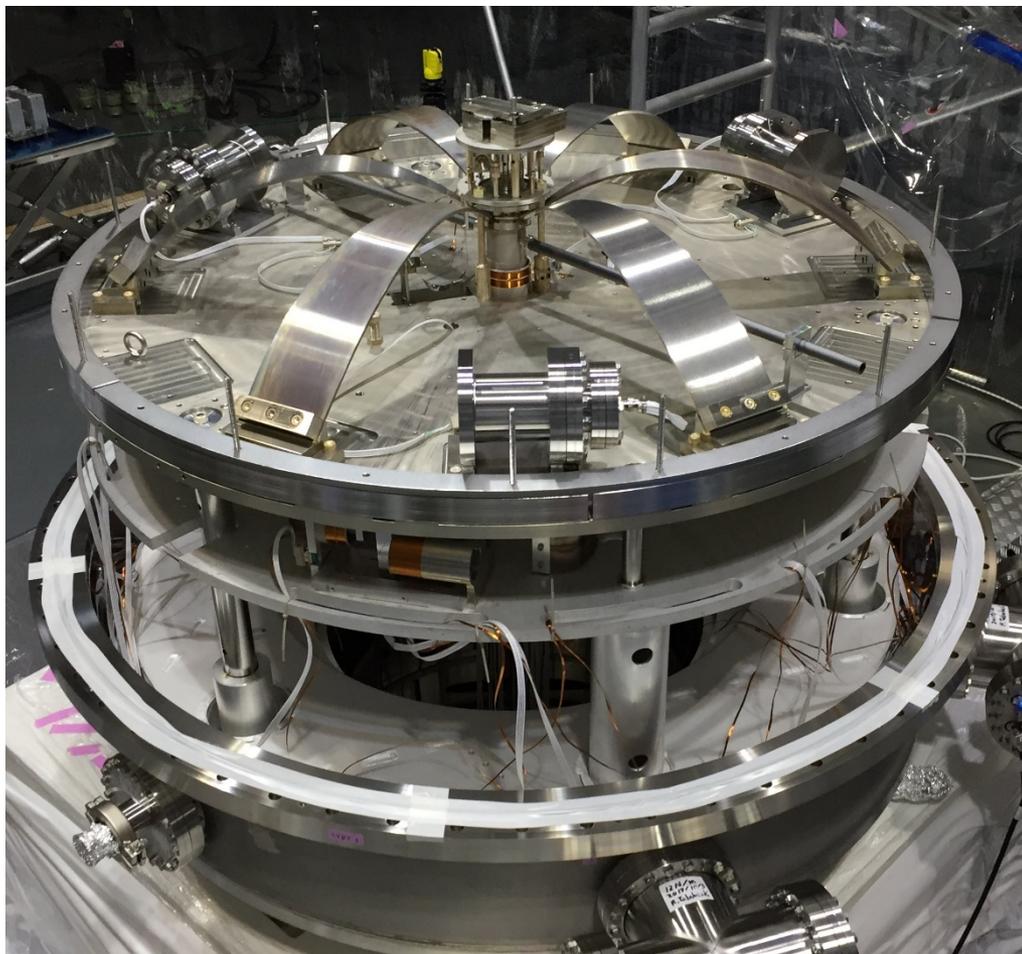
担当の範囲外

- ハードウェアの初期設計

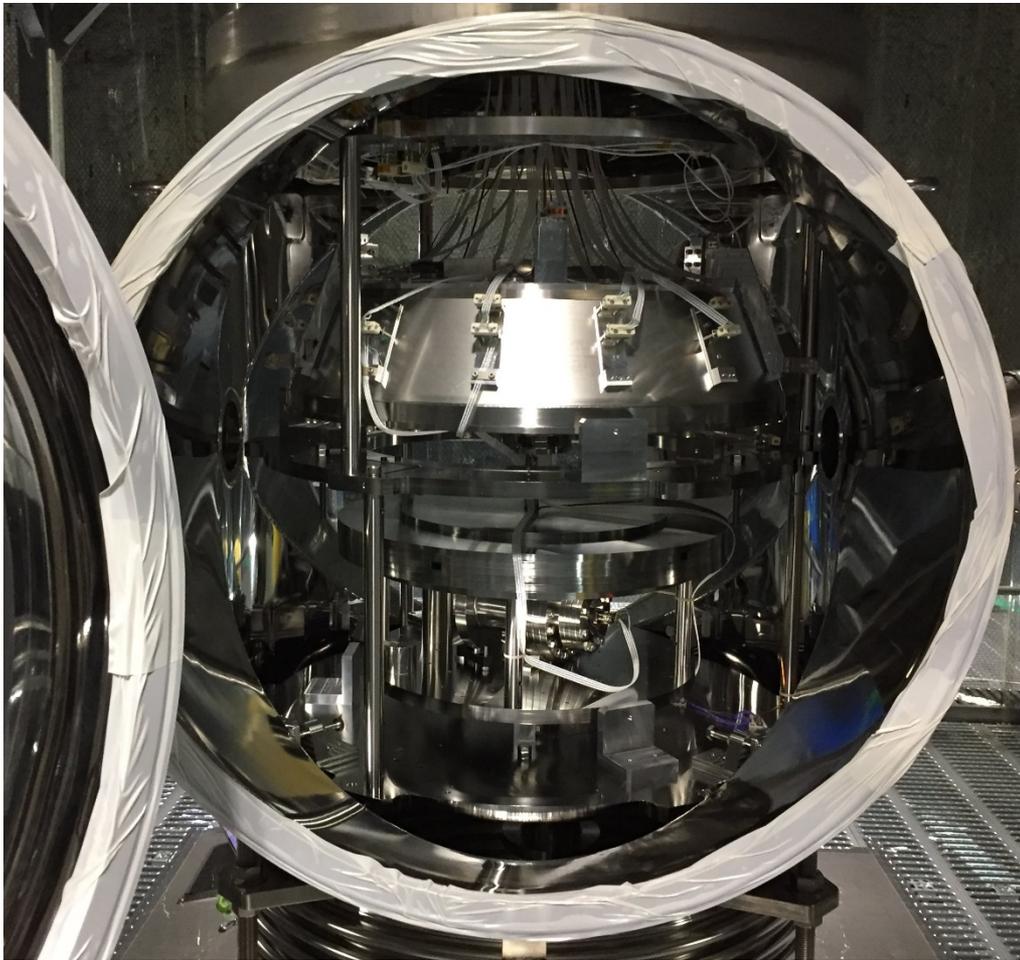
インストール



インストール

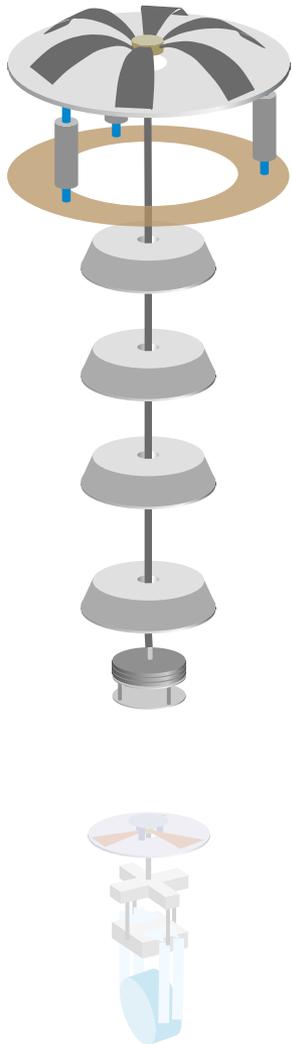


インストール



防振性能の評価

Type-A タワー試験



- Pitch角度
- observation phaseの要求値
 - ▶ ペイロード性能への依存性が大きく
タワーのみでの検証が妥当でない

タワー試験で検証する性能

測定項目		要求値
Calm-down	共振モード $1/e$ 減衰時間	< 60 sec.
	RMS 変位 (L)	< 50 μm
	RMS 変位 (T)	< 100 μm
	RMS 変位 (V)	< 100 μm
	RMS 角度 (Y)	< 50 μrad
Lock-acquisition	RMS 速度 (L)	< 240 $\mu\text{m/s}$
	RMS 角度 (Y)	< 880 nrad

Type-A towerの性能試験

System characterization

- ▶ 周波数応答とスペクトル測定、動作性の評価

Torsion mode damping

- ▶ yawモードについての1/e減衰時間・残留RMS評価

GAS垂直モードのmodal damping

- ▶ 状態空間モデルを利用したMIMO制御の実装

防振比測定 (タワー + ペイロード接続後)

- ▶ 地面から鏡までの振動の伝達関数の推定

Type-A towerの性能試験

System characterization

- ▶ 周波数応答とスペクトル測定、動作性の評価

Torsion mode damping

- ▶ yawモードについての1/e減衰時間・残留RMS評価

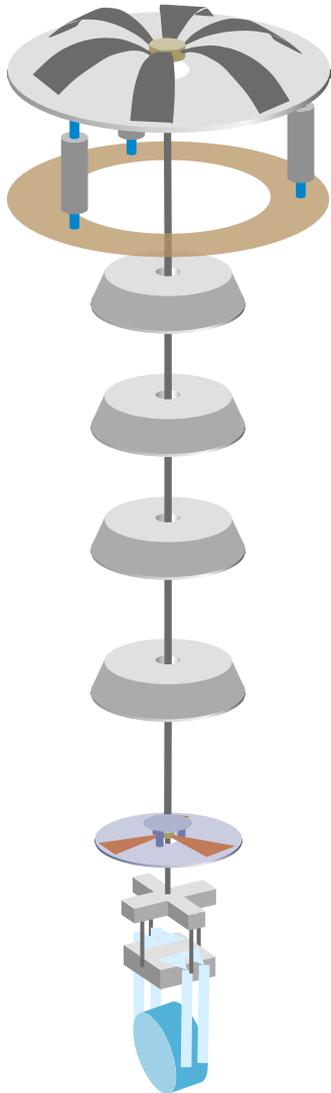
GAS垂直モードのmodal damping

- ▶ 状態空間モデルを利用したMIMO制御の実装

防振比測定 (タワー + ペイロード接続後)

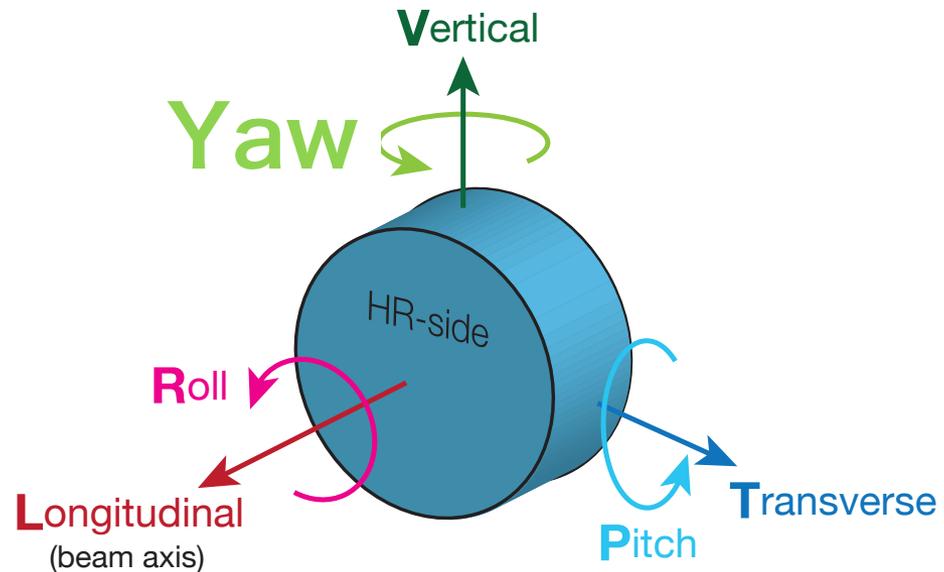
- ▶ 地面から鏡までの振動の伝達関数の推定

Torsion Mode Damping

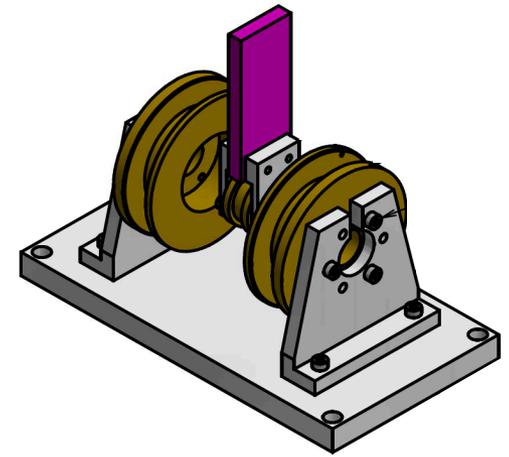
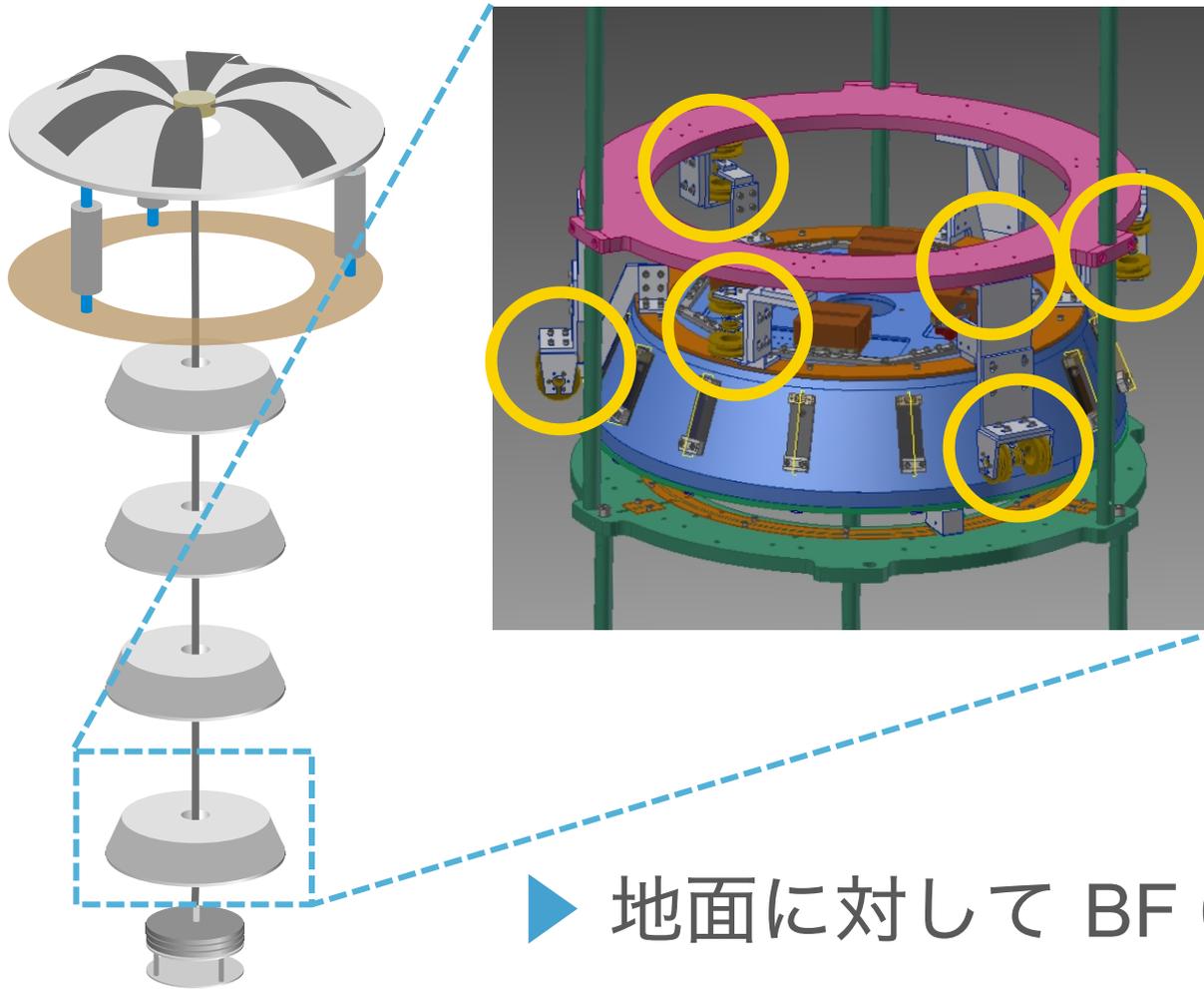


1本吊り振り子 = ねじれ振り子

- ▶ 低い共振周波数 (< 0.1 Hz)
- ▶ 長時間のビームミスアライメント



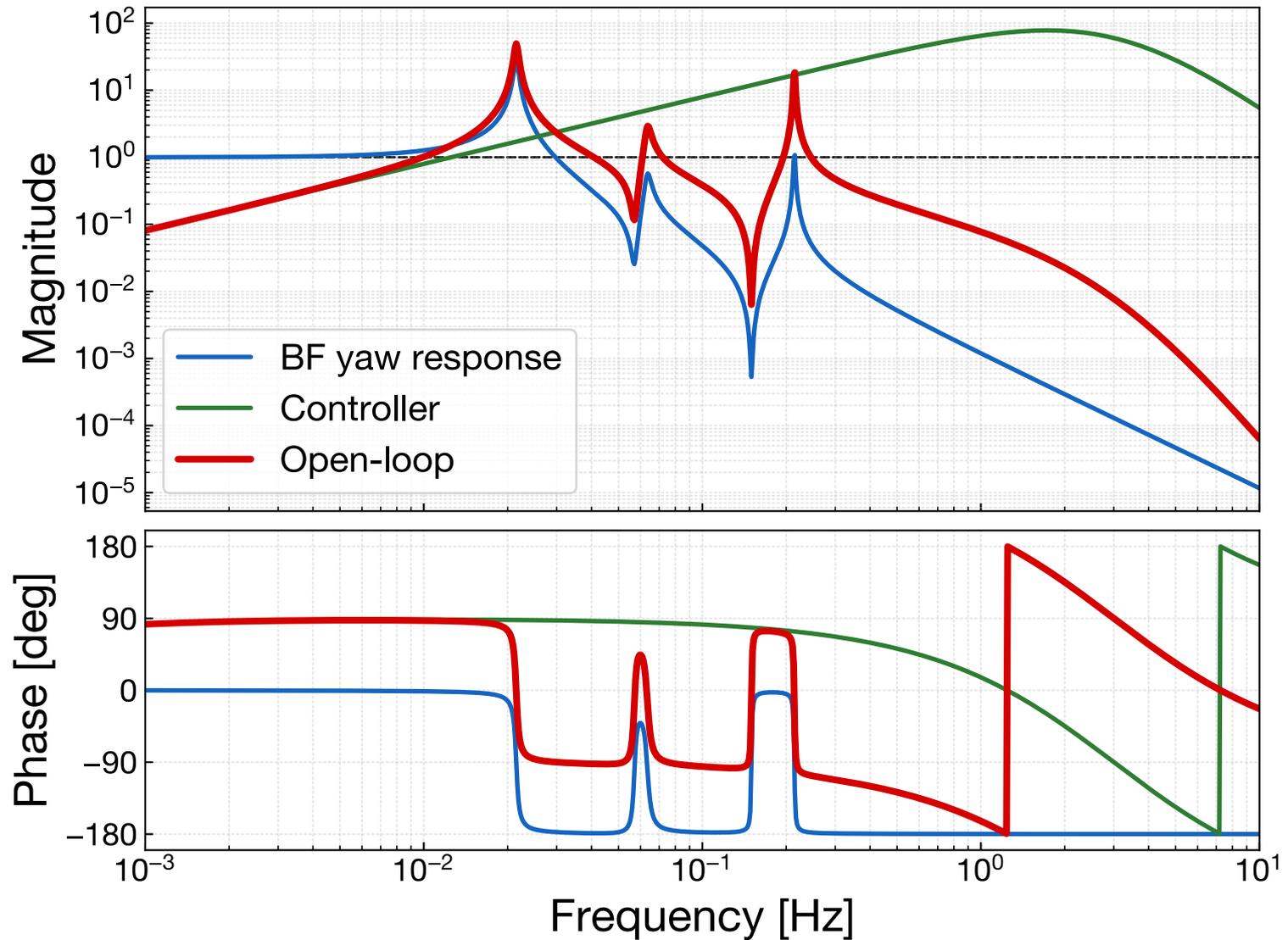
BF Damper (LVDT-Actuator)



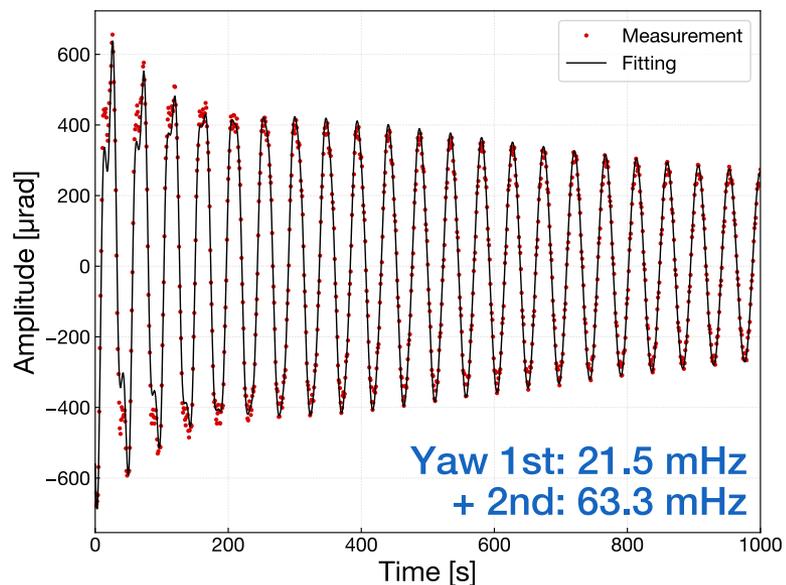
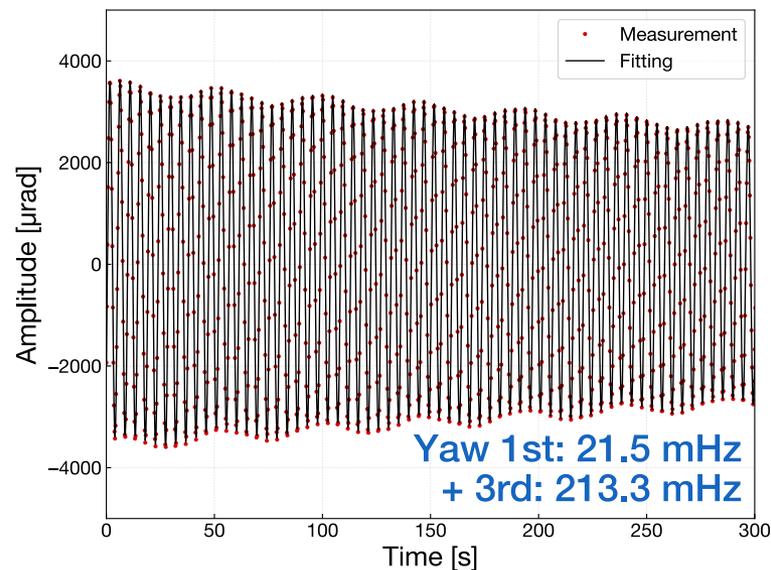
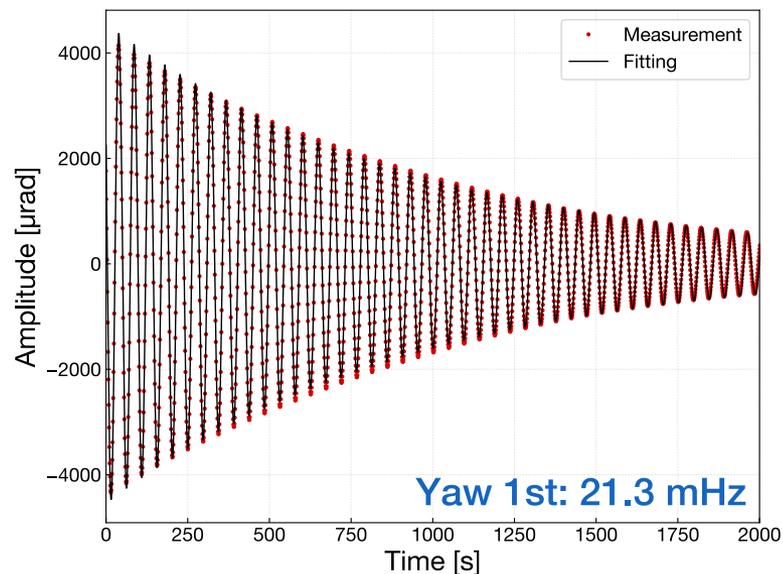
LVDT-Actuator

▶ 地面に対して BF 6自由度の制御

開ループ伝達関数 (BF Yaw)



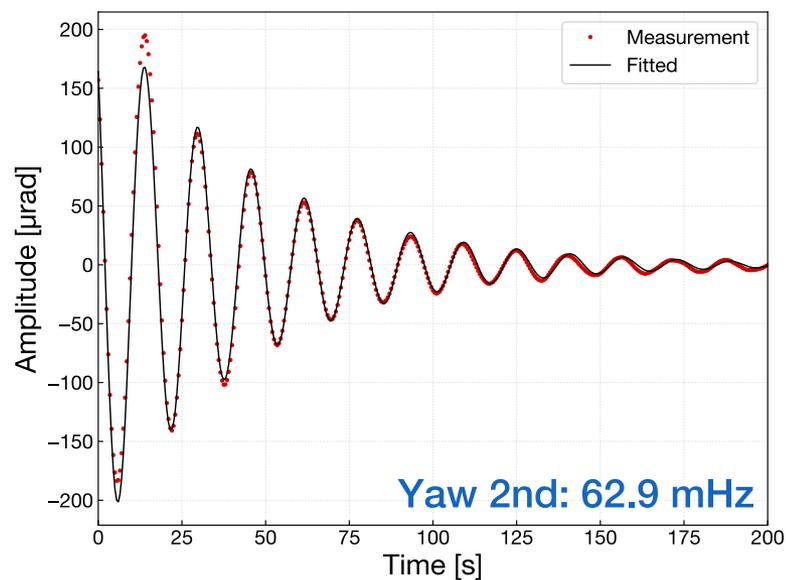
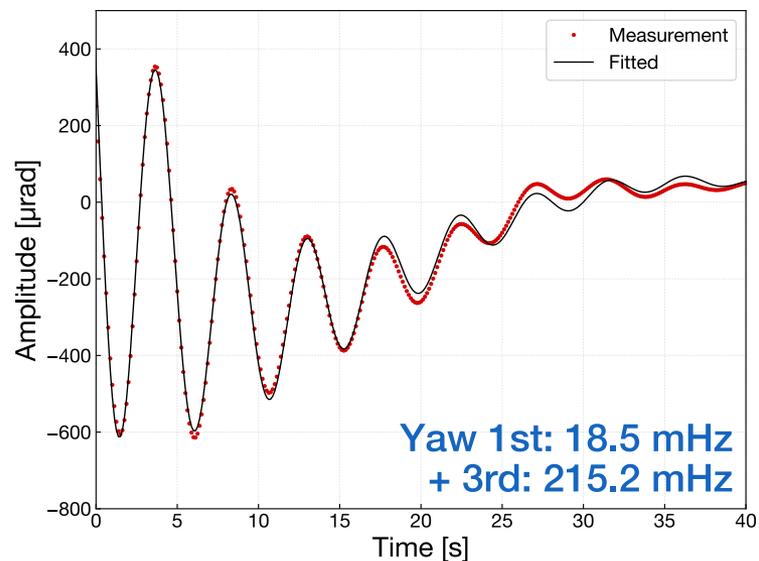
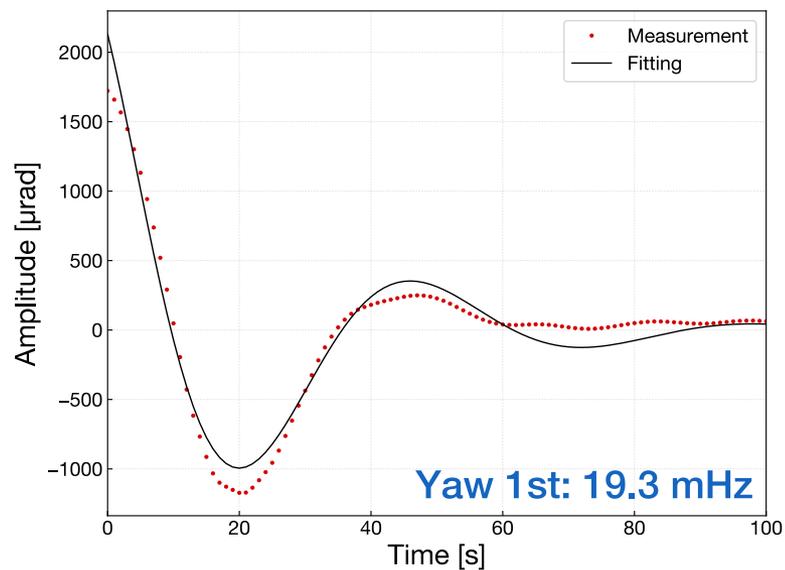
1/e減衰時間の測定



mode	減衰時間 (undamped)	減衰時間 (damped)
#1	961.4 ± 4.6 秒	-
#2	158.6 ± 4.6 秒	-
#3	1155.5 ± 1.9 秒	-

※ 要求値: < 60 秒

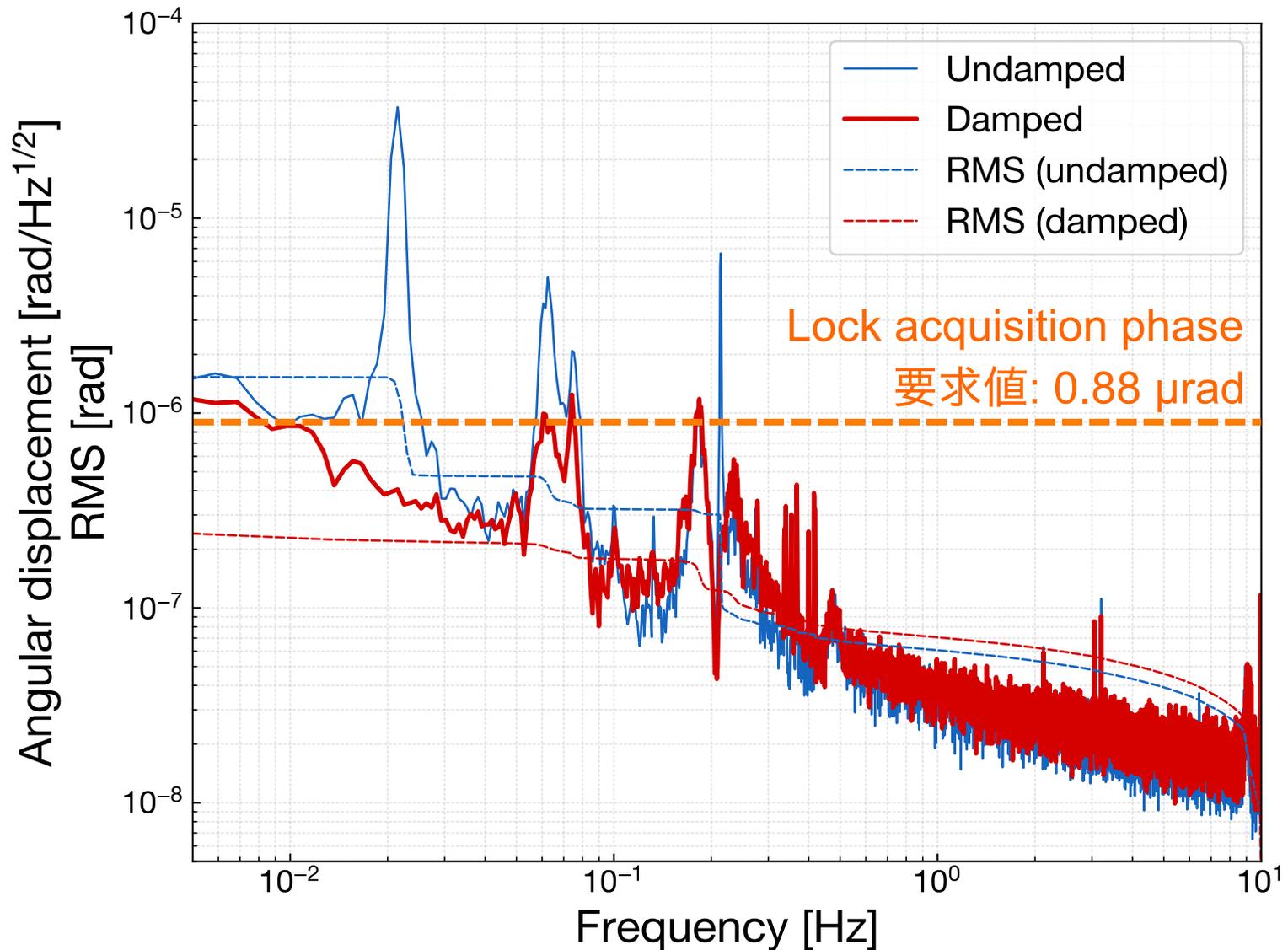
1/e減衰時間の測定



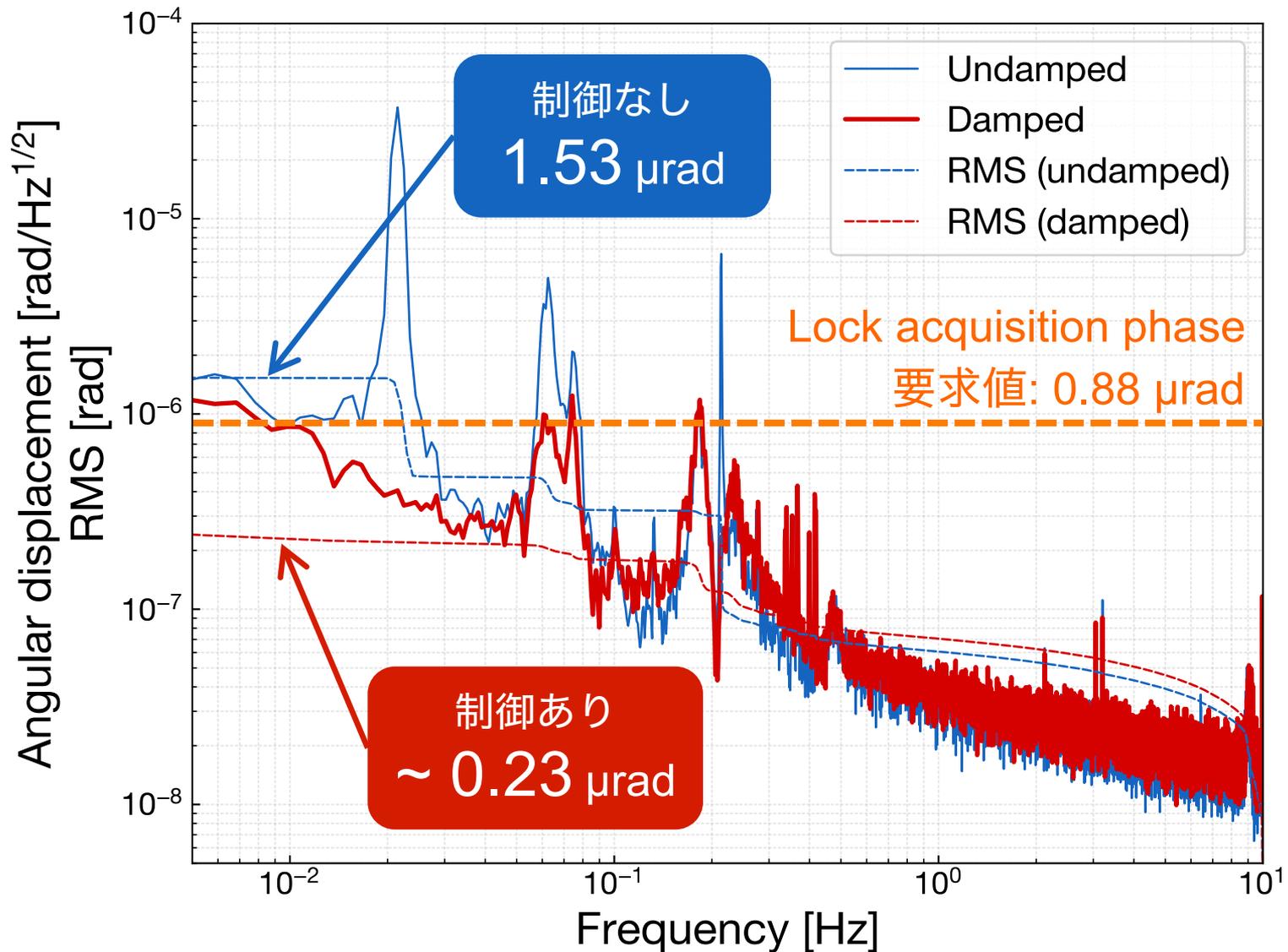
mode	減衰時間 (undamped)	減衰時間 (damped)
#1	961.4 ± 4.6 秒	24.8 ± 0.8 秒
#2	158.6 ± 4.6 秒	43.9 ± 0.5 秒
#3	1155.5 ± 1.9 秒	9.5 ± 0.1 秒

※ 要求値: < 60 秒

RMS角度(Yaw)の低減



RMS角度(Yaw)の低減



Type-A Tower 性能評価結果

		測定結果	要求値	備考
Calm-down	共振モード 1/e 減衰時間	< 44 sec.	< 60 sec.	Yaw 1~3次 (最低周波) モードのみ
	RMS 変位 (L)		< 50 μm	
	RMS 変位 (T)		< 100 μm	
	RMS 変位 (V)		< 100 μm	
	RMS 角度 (Y)	~ 0.23 μrad	< 50 μrad	BFでのin-loop評価
Lock-acquisition	RMS 速度 (L)		< 240 $\mu\text{m/s}$	
	RMS 角度 (Y)	~ 0.23 μrad	< 0.88 μrad	BFでのin-loop評価

Type-A towerの性能試験

System characterization

- ▶ 周波数応答とスペクトル測定、動作性の評価

Torsion mode damping

- ▶ yawモードについての1/e減衰時間・残留RMS評価

GAS垂直モードのmodal damping

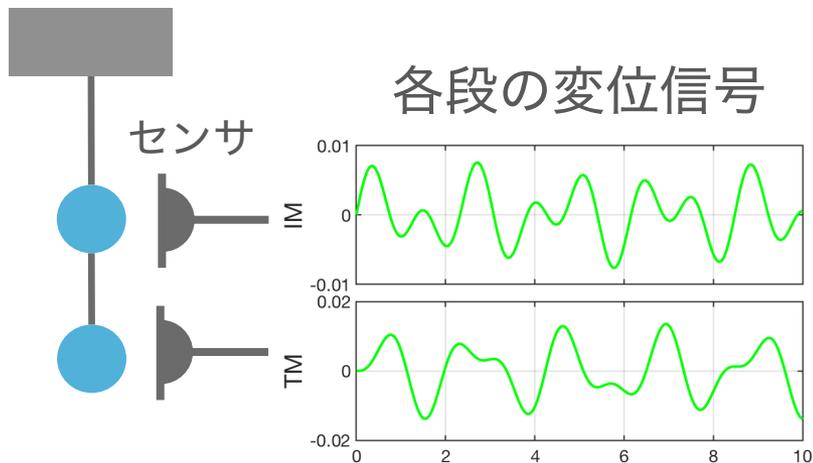
- ▶ 状態空間モデルを利用したMIMO制御の実装

防振比測定 (タワー + ペイロード接続後)

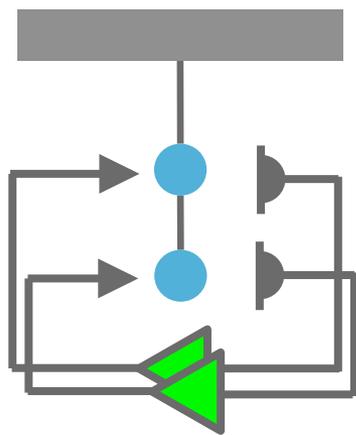
- ▶ 地面から鏡までの振動の伝達関数の推定

Modal Dampingとは？

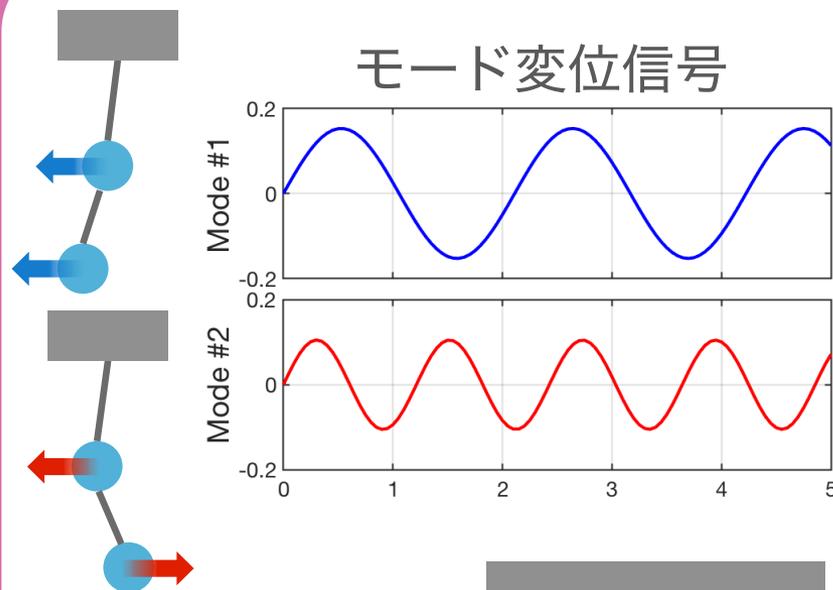
従来のdamping



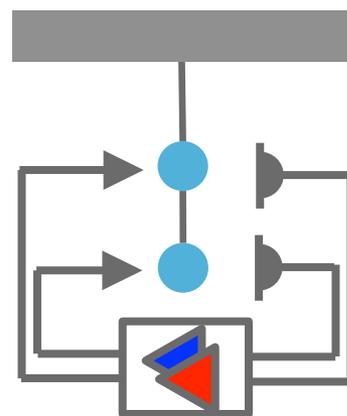
各段ごとに
feedback



Modal damping

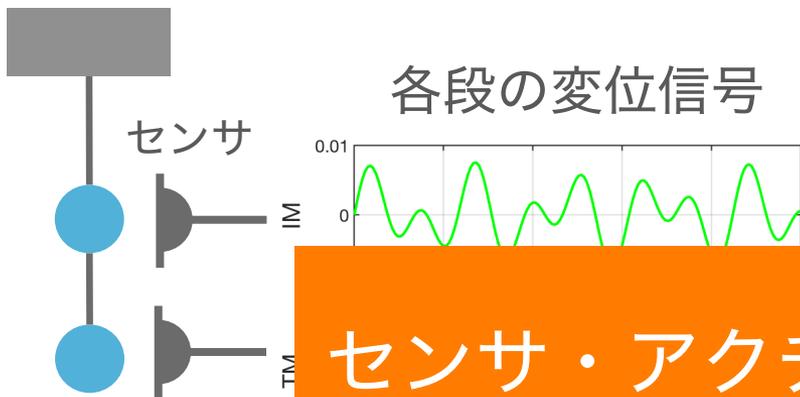


振動モードの
形に合わせて
多段にfeedback



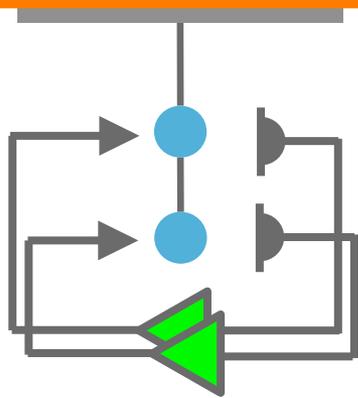
Modal Dampingとは？

従来のdamping

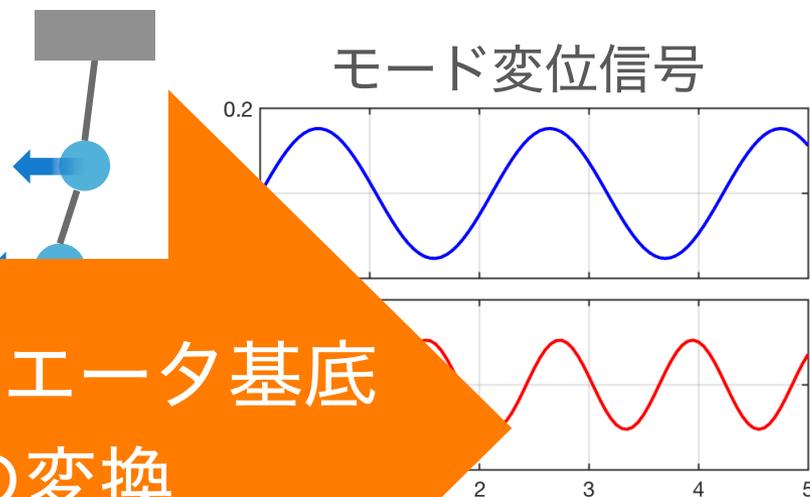


センサ・アクチュエータ基底
▶ モード基底への変換

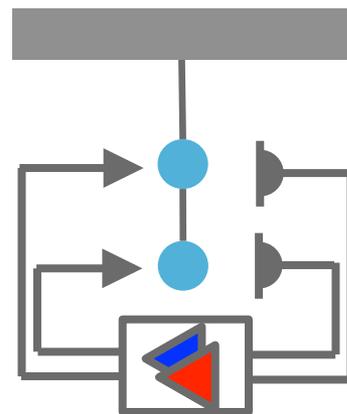
各段ごとに
feedback



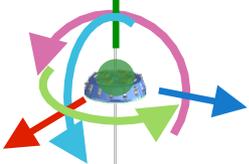
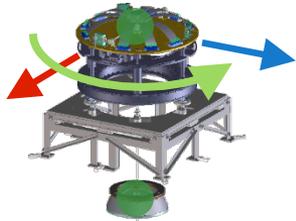
Modal damping



振動モードの
形に合わせて
多段にfeedback



制御対象について

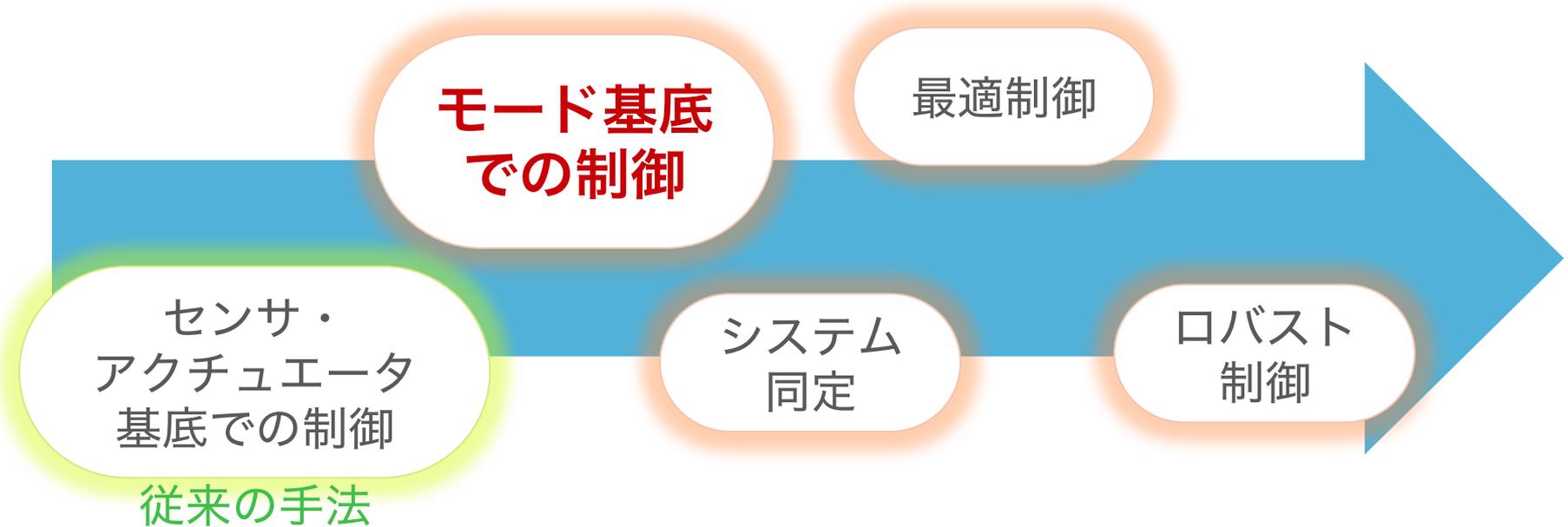


防振システム ▶ 多自由度連成振動系

- 計75個の固有振動モード
- 多入力多出力(Multi-Input-Multi-Output)システム
- 主要な振動モードの十分な可観測性・可制御性
- 運動方程式による初期モデリングが容易

▶ Modal dampingでより効率的なdamping制御が可能

先進的な制御手法へ

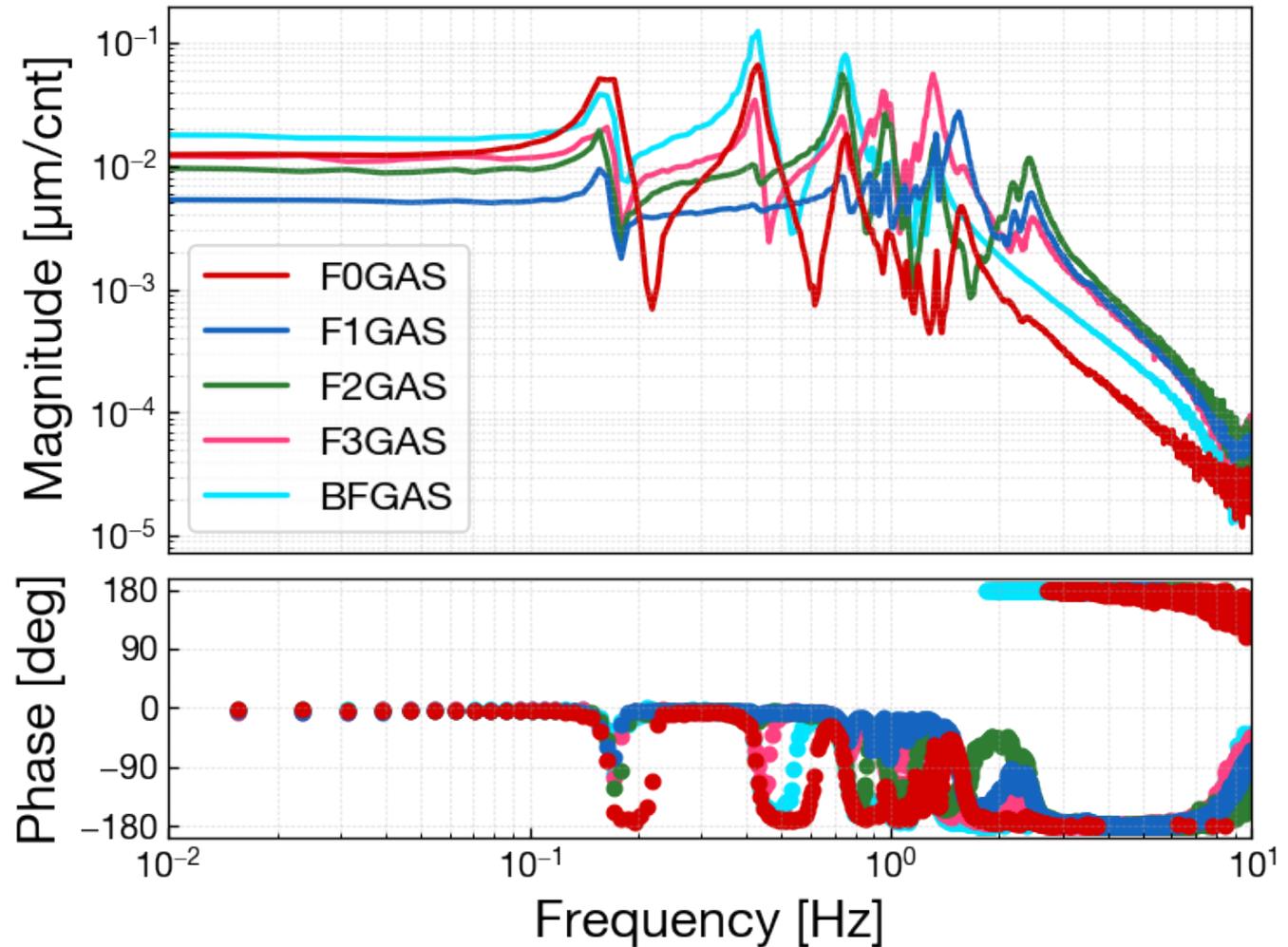
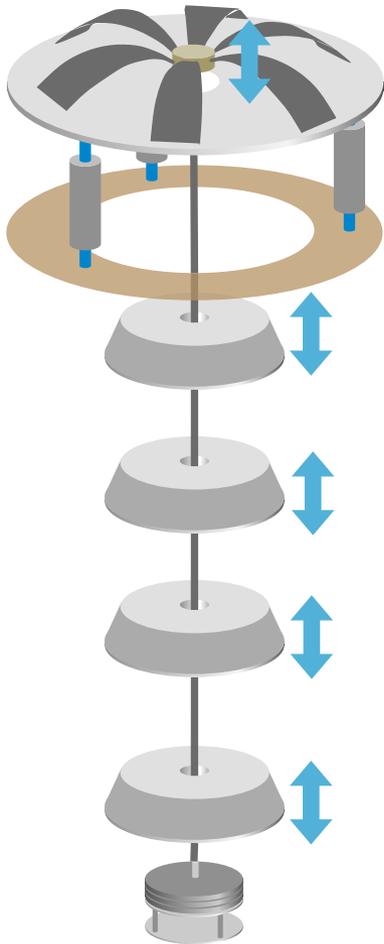


Systematicな最適化・自動化 ▶ 重力波望遠鏡の性能向上

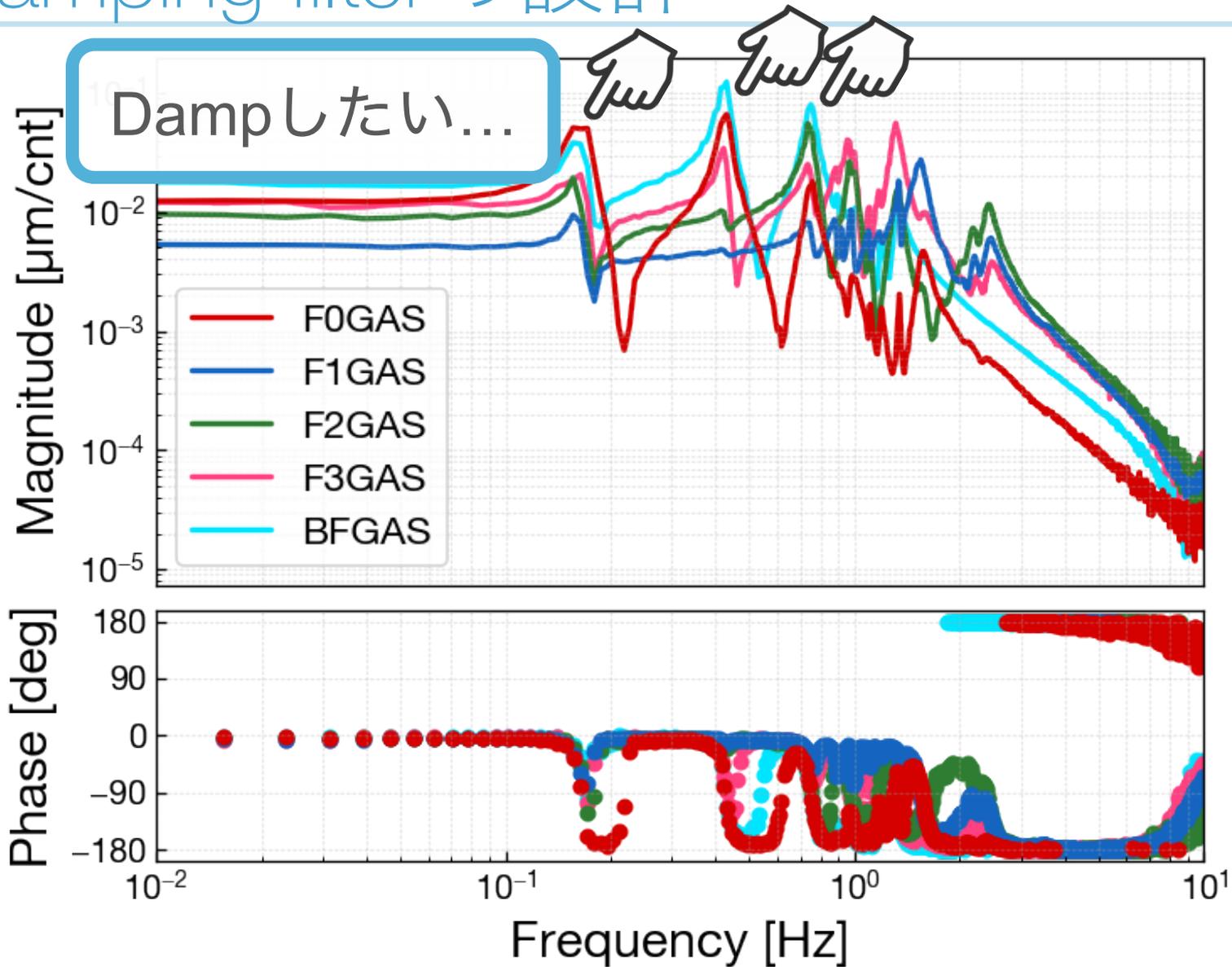
- 観測期間における望遠鏡稼働率
- Noise huntingの時間短縮・感度向上

Modal Dampingの適用: GAS (V方向)

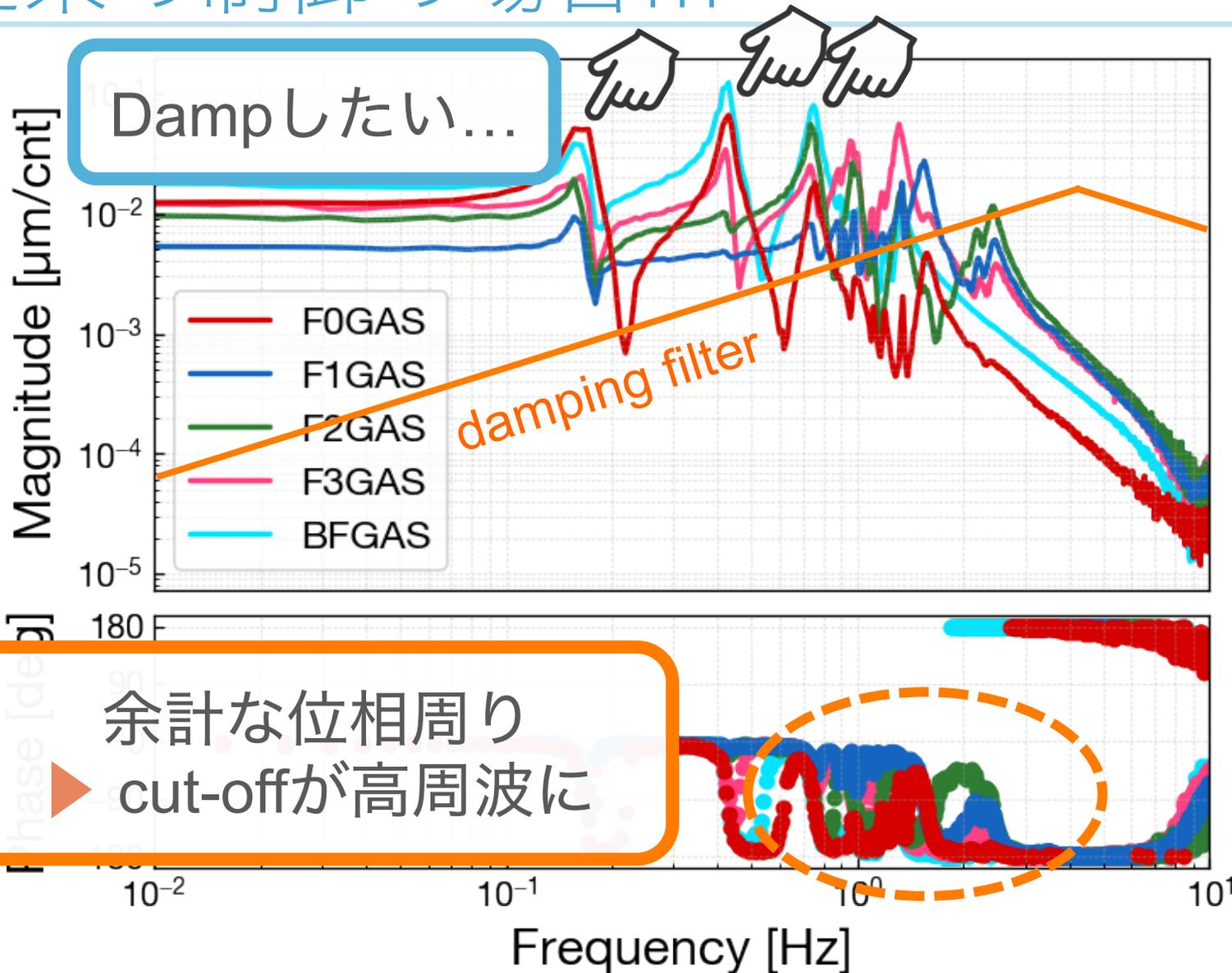
GAS各段の伝達関数



Damping filterの設計



従来の制御の場合...

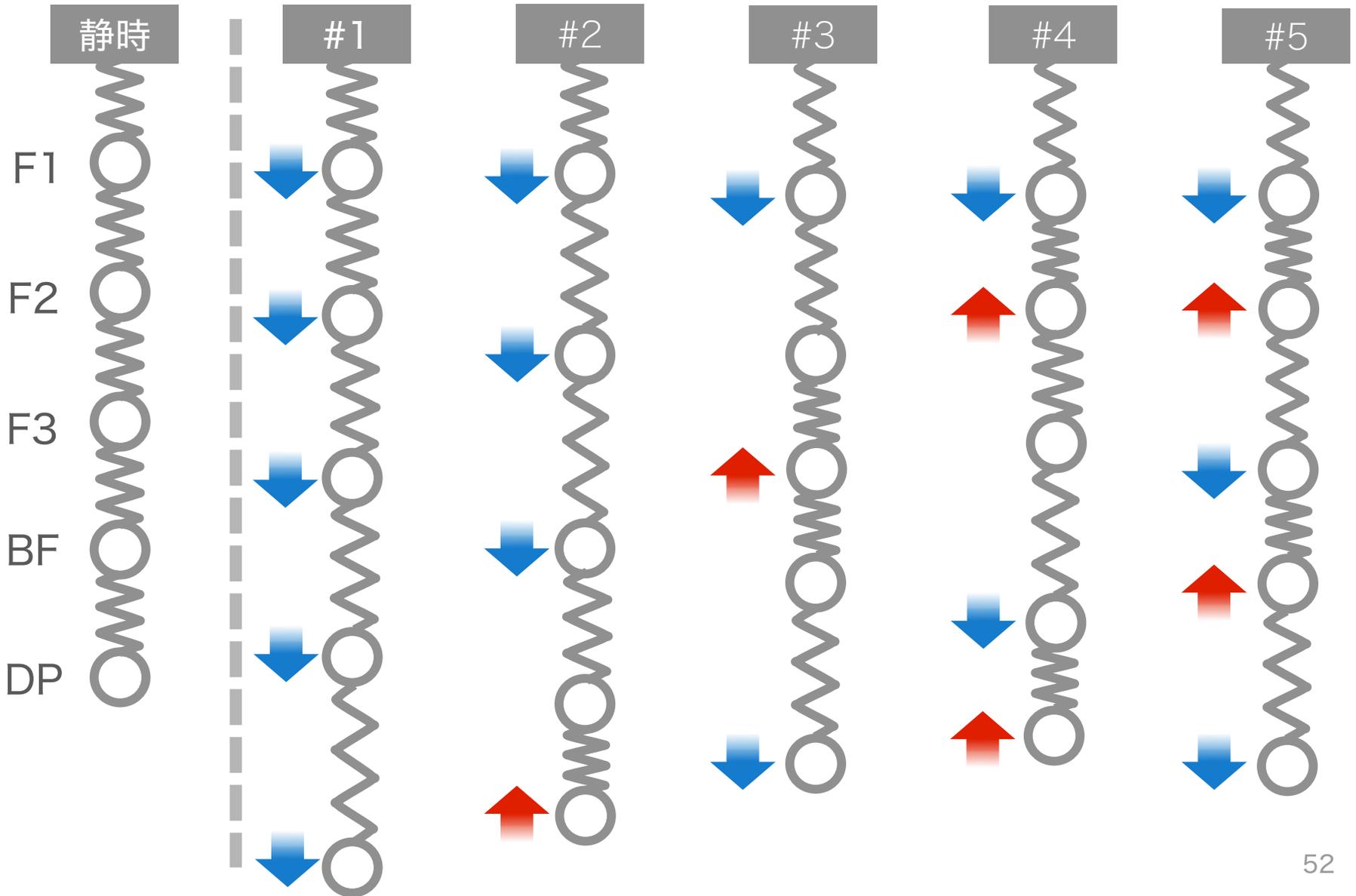


共振をモードごとに減衰できないか...？

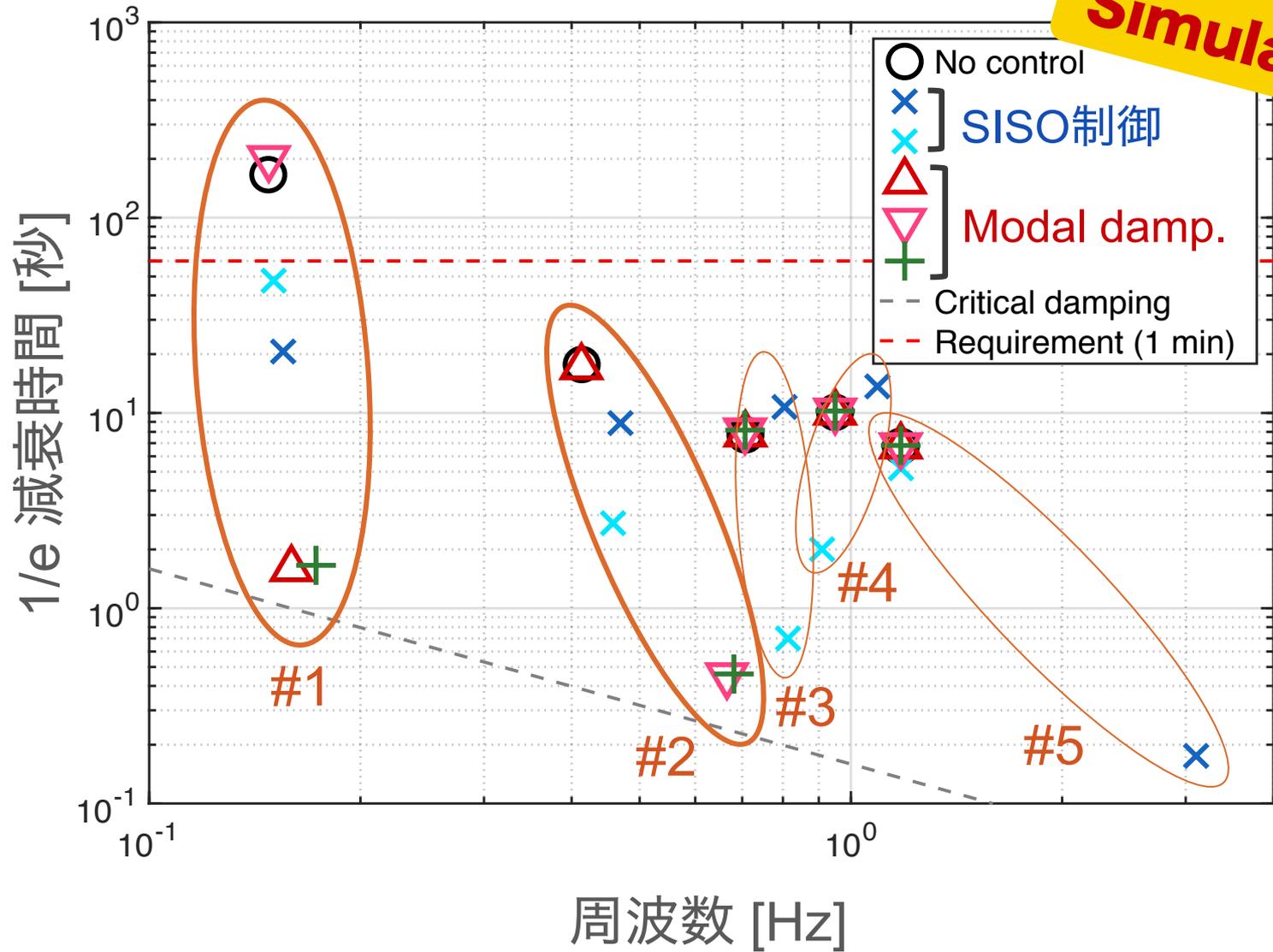


モーダルダンピング

GASの振動モード



モーダルダンピングのメリット



モード分解

$$\begin{bmatrix} \eta_1 \\ \eta_2 \\ \eta_3 \\ \eta_4 \\ \eta_5 \end{bmatrix} = \Phi^{-1} \mathcal{S} \begin{bmatrix} V_{F0GAS} \\ V_{F1GAS} \\ V_{F2GAS} \\ V_{F3GAS} \\ V_{BFGAS} \end{bmatrix}$$

モード座標信号

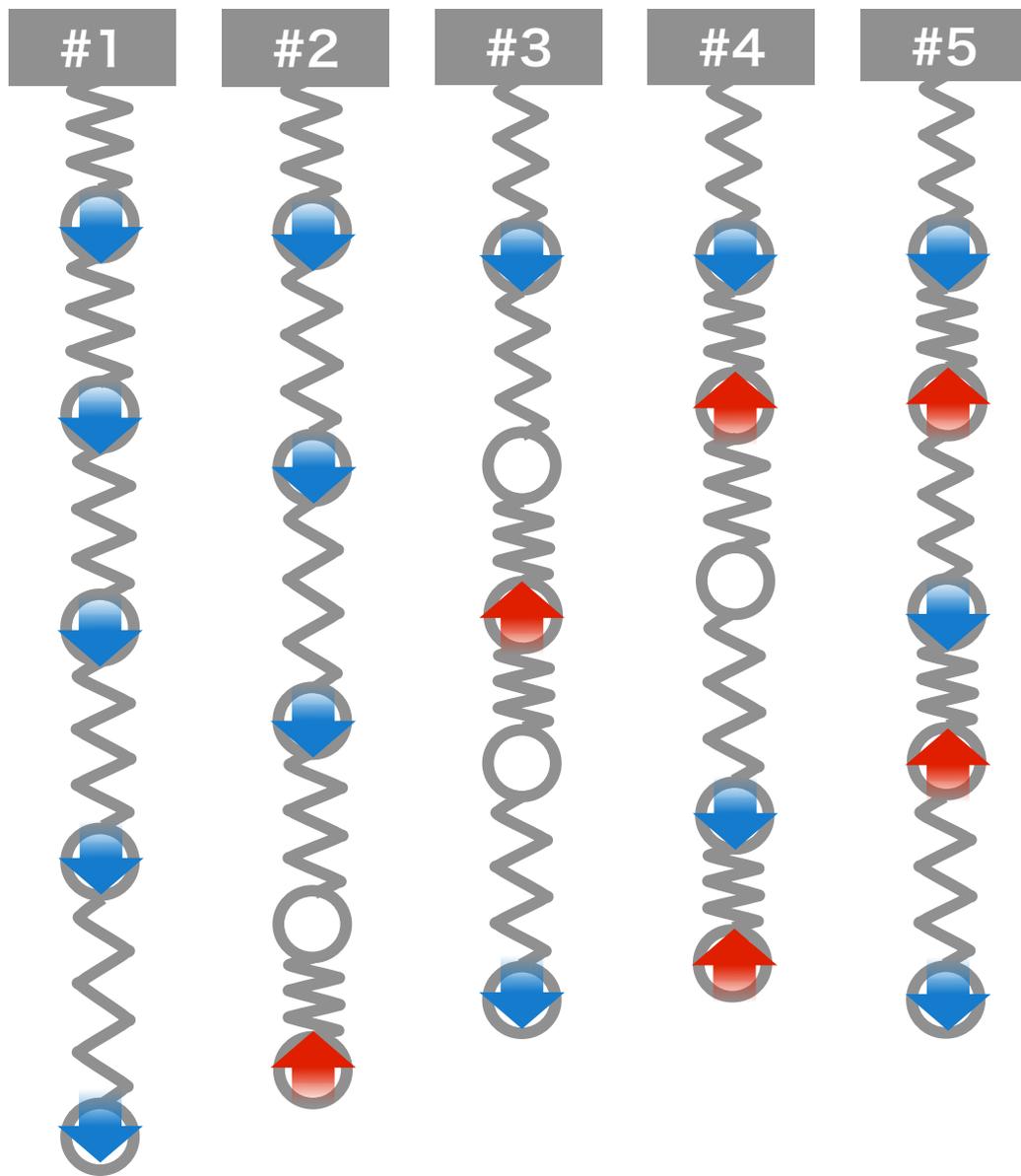
センサ信号

Φ : 固有モード行列 (モード座標系→物理座標系への変換行列)

▶ モデルから導出

\mathcal{S} : センサ基底から各段の物理座標系への変換行列

変換行列とモード行列



$$\Phi^{-1} S$$

$$= \begin{bmatrix} 0.1126 & 0.3113 & 0.4324 & 0.7603 & -0.2896 \\ 0.2641 & 0.5578 & 0.4187 & -0.1596 & 0.7243 \\ 0.3525 & 0.5890 & 0.1000 & -0.5650 & -0.6162 \\ 0.5265 & 0.3441 & -0.7759 & 0.2767 & 0.1090 \\ 0.7168 & -0.3558 & 0.1601 & -0.0266 & -0.0051 \end{bmatrix}$$

モード周波数

#1 : 0.17 Hz

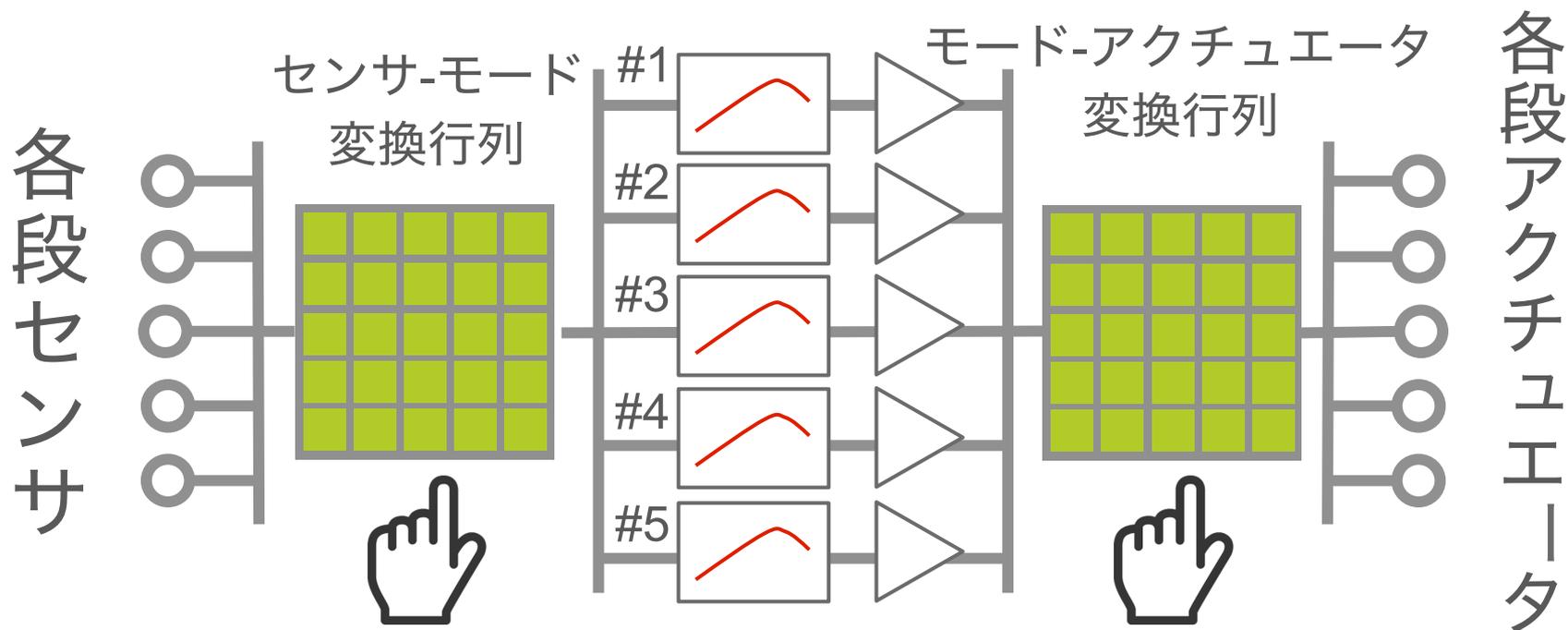
#2 : 0.43 Hz

#3 : 0.74 Hz

#4 : 1.02 Hz

#5 : 1.43 Hz

モード信号の対角化



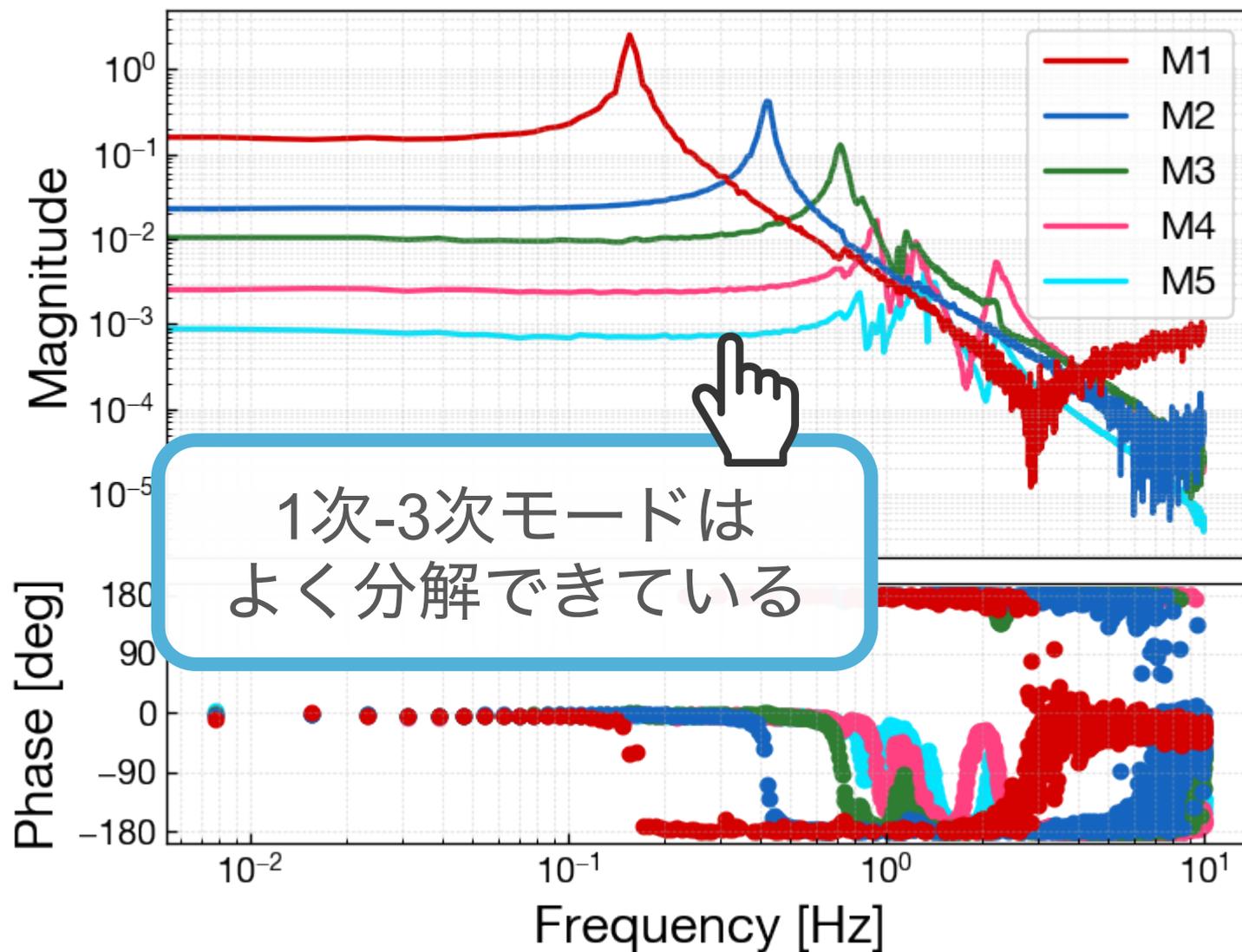
各モード周波数で励起

伝達関数のDCゲイン

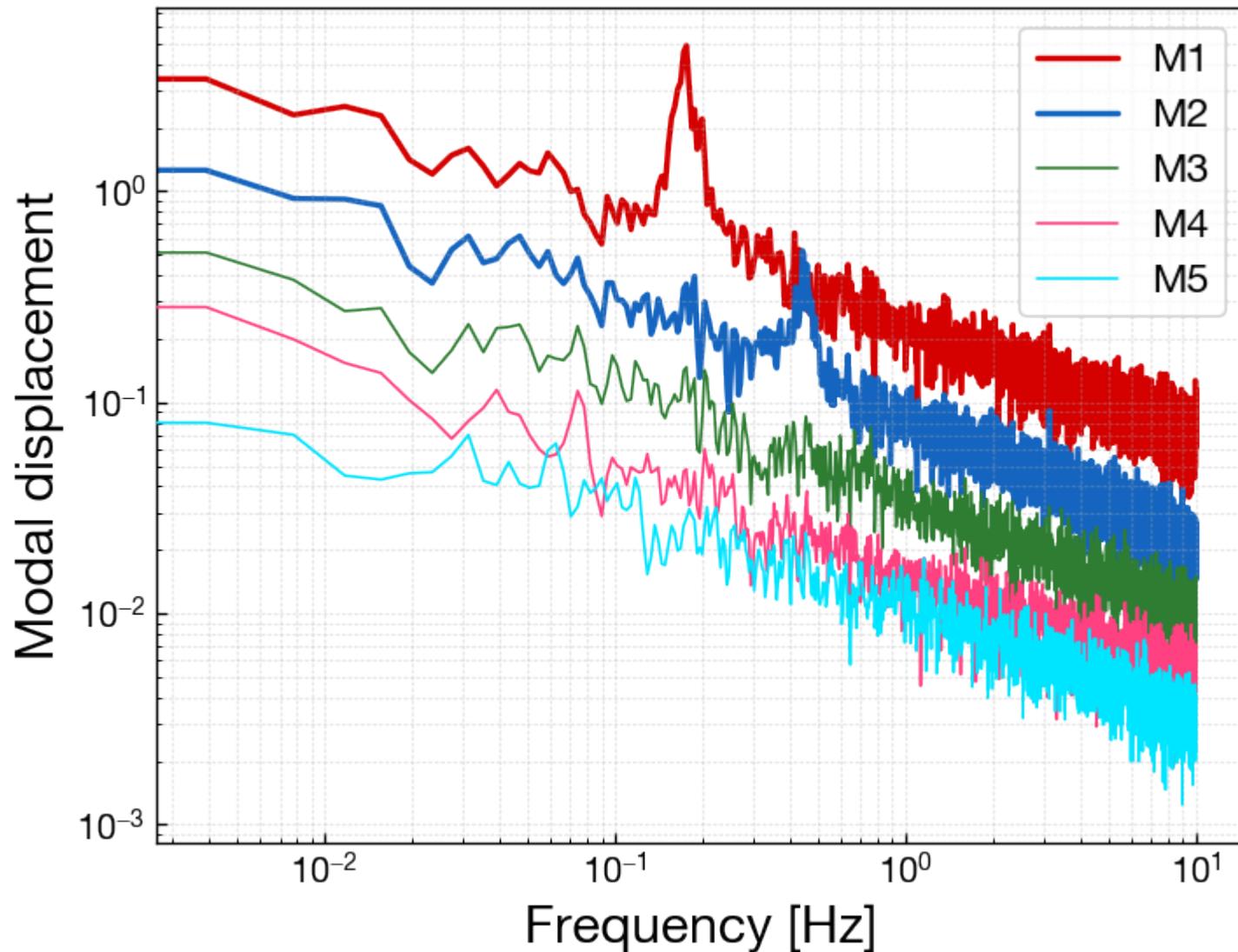
カップリング行列を構築し、その逆行列でアップデート

モデルと実システムのパラメータのずれを補正

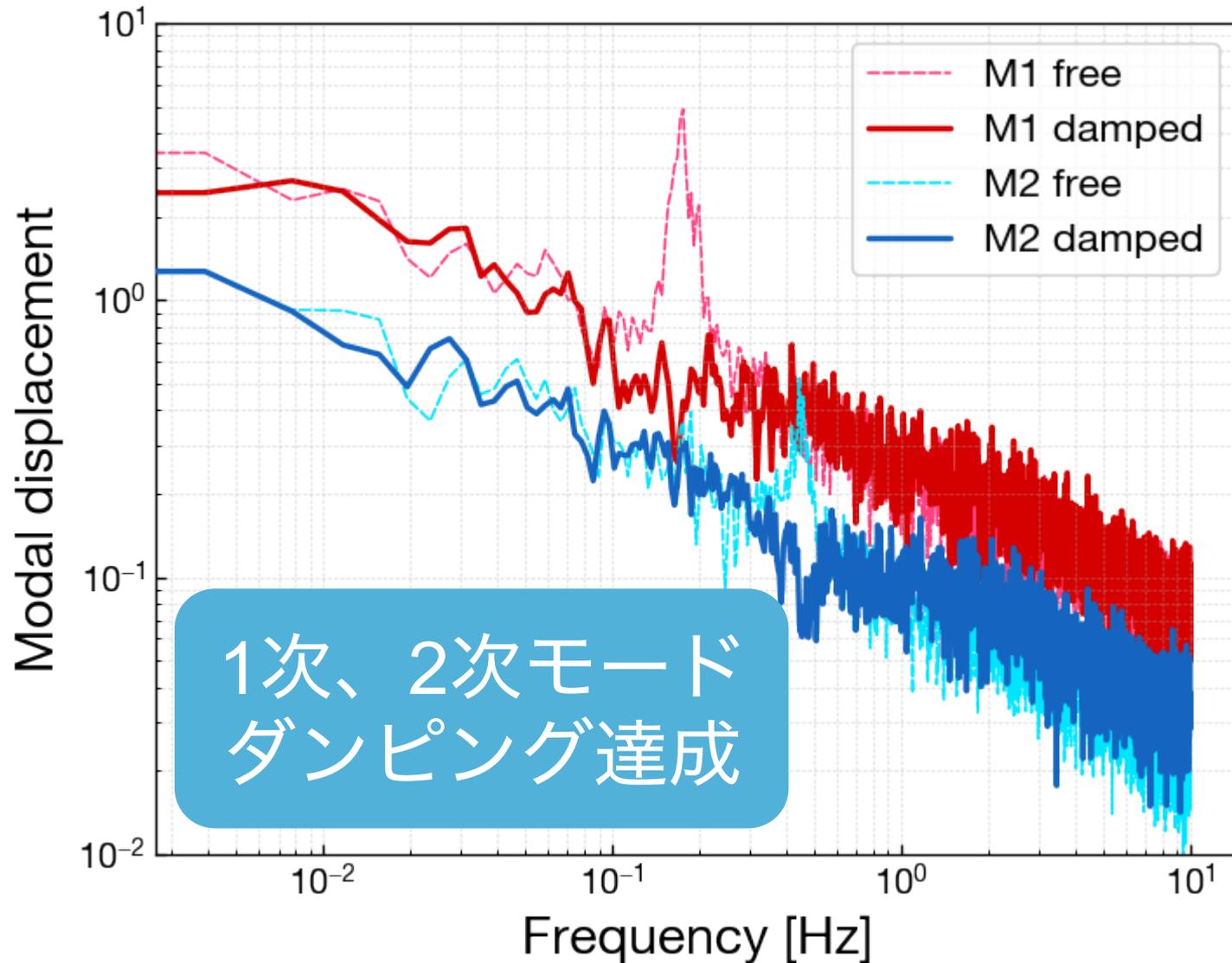
モード座標系での力変位伝達関数



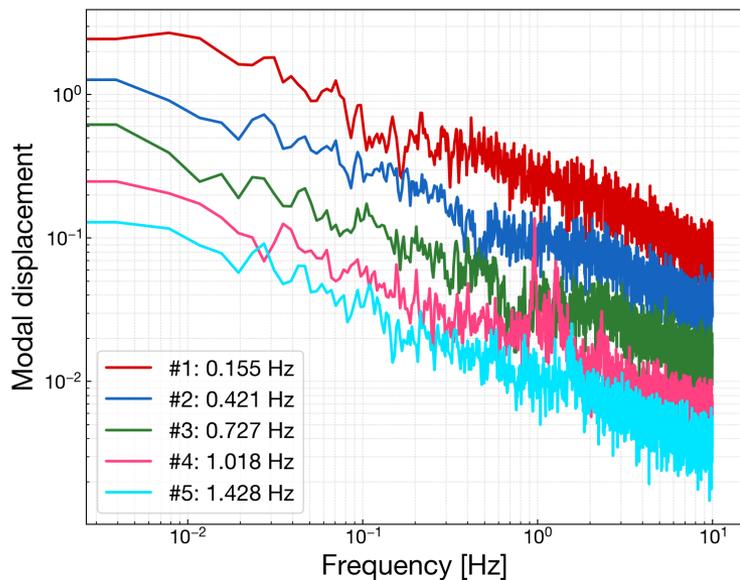
GASモーダルスペクトル (制御OFF)



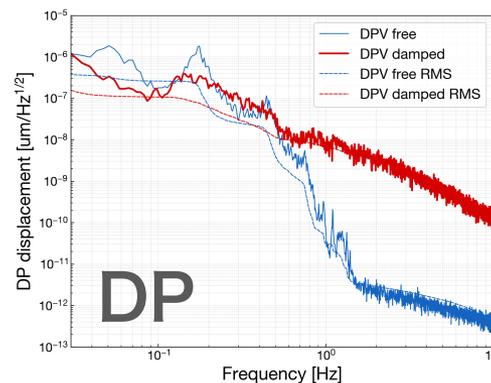
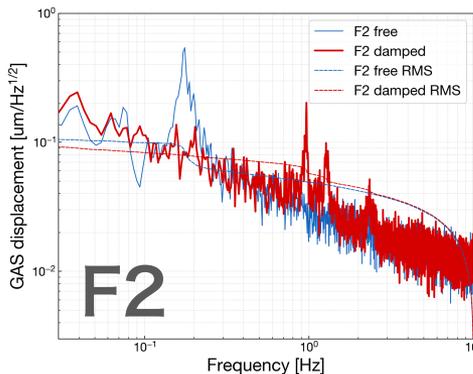
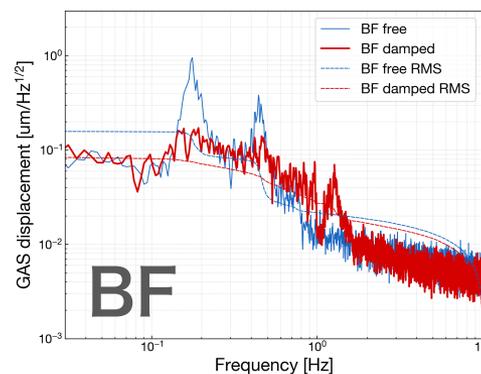
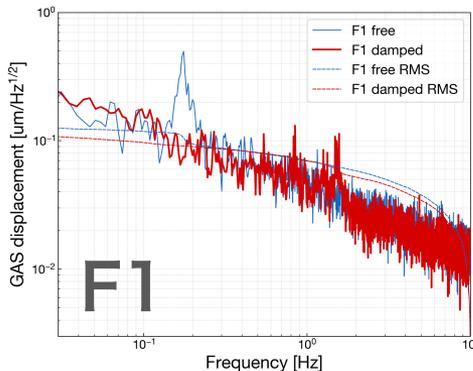
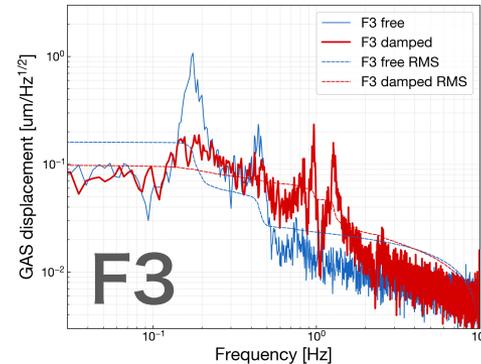
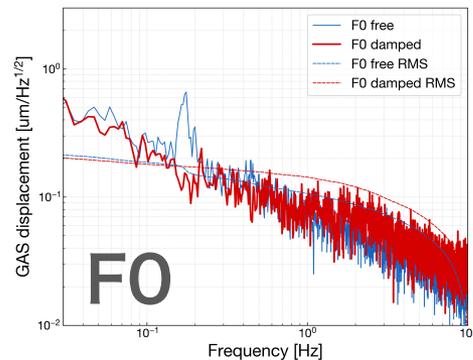
GASモードダルダンピングの結果



RMS振幅 (V方向)



4次, 5次モードは
couplingの影響で悪化
RMS振幅 @ DP
0.26 μm \blacktriangleright 0.11 μm



Type-A Tower 性能評価結果

		測定結果	要求値	備考
Calm-down	共振モード 1/e 減衰時間	< 44 sec.	< 60 sec.	Yaw 1~3次 (最低周波) モードのみ
	RMS 変位 (L)		< 50 μm	
	RMS 変位 (T)		< 100 μm	
	RMS 変位 (V)	0.11 μm	< 100 μm	DPでの評価 (damped)
	RMS 角度 (Y)	~ 0.23 μrad	< 50 μrad	BFでのin-loop評価
Lock-acquisition	RMS 速度 (L)		< 240 $\mu\text{m/s}$	
	RMS 角度 (Y)	~ 0.23 μrad	< 0.88 μrad	BFでのin-loop評価

Conclusion

Type-A Tower 性能評価結果

		測定結果	要求値	備考
Calm-down	共振モード 1/e 減衰時間	< 44 sec.	< 60 sec.	Yaw 1~3次 (最低周波) モードのみ
	RMS 変位 (L)	1.1 μm	< 50 μm	BFでの評価
	RMS 変位 (T)	1.1 μm	< 100 μm	BFでの評価
	RMS 変位 (V)	0.11 μm	< 100 μm	DPでの評価 (damped)
	RMS 角度 (Y)	$\sim 0.23 \mu\text{rad}$	< 50 μrad	BFでのin-loop評価
Lock- acquisition	RMS 速度 (L)	0.73 $\mu\text{m/s}$	< 240 $\mu\text{m/s}$	BFでの評価
	RMS 角度 (Y)	$\sim 0.23 \mu\text{rad}$	< 0.88 μrad	BFでのin-loop評価

測定できた項目は全て要求値を満たすことに成功

Type-A Suspension開発の達成度



タワー試験での成果

Calm-down phase ▶ 要求値達成
($1/e$ 減衰時間、pitch自由度を除く)

Lock-acquisition phase ▶ 要求値達成
(pitch自由度を除く)

▶ 性能を満たすタワー部を構築できた

今後の課題

ペイロード接続後、full setupでの評価
干渉計と統合後、Observation phaseの
要求項目を試験

KAGRAのその後

2017年1月 ~ 2018年3月

大型防振システムのインストール・試験

2018年4月28日 ~ 5月7日

低温Michelson干渉計でのKAGRA試験運転

----- 本研究 -----

現在~2019年

LIGO + Virgo observation run-3 (O3) 参加に向けて干渉計全体の統合試験中

X-arm (片腕) 共振器のロックを達成

Modal Dampingの成果

タワー試験での成果

- ☑ 状態空間モデルによるモード信号の合成
- ☑ Type-A GAS制御へ実装、低次モードのダンピング達成
 - ▶ Modal dampingの有効性を示すことが出来た

今後の課題

従来の制御手法との性能比較

1/e減衰時間の低減、雑音の影響、etc...

さらなる先進的な制御手法への応用

まとめ

KAGRA Type-A suspensionの開発を行った

世界初の地下大型防振システム

タワー部の性能評価 ▶ 要求値を達成

干渉計の低温稼働に貢献

防振システムのmodal damping

状態空間モデルによる振動モード分解

Type-A GAS制御へ実装、modal dampingを達成

先進的な制御手法の第一歩を実システムで実証

Backup Slides

Type-A towerの性能試験

System characterization

- ▶ 周波数応答とスペクトル測定、動作性の評価

Torsion mode damping

- ▶ yawモードについての1/e減衰時間・残留RMS評価

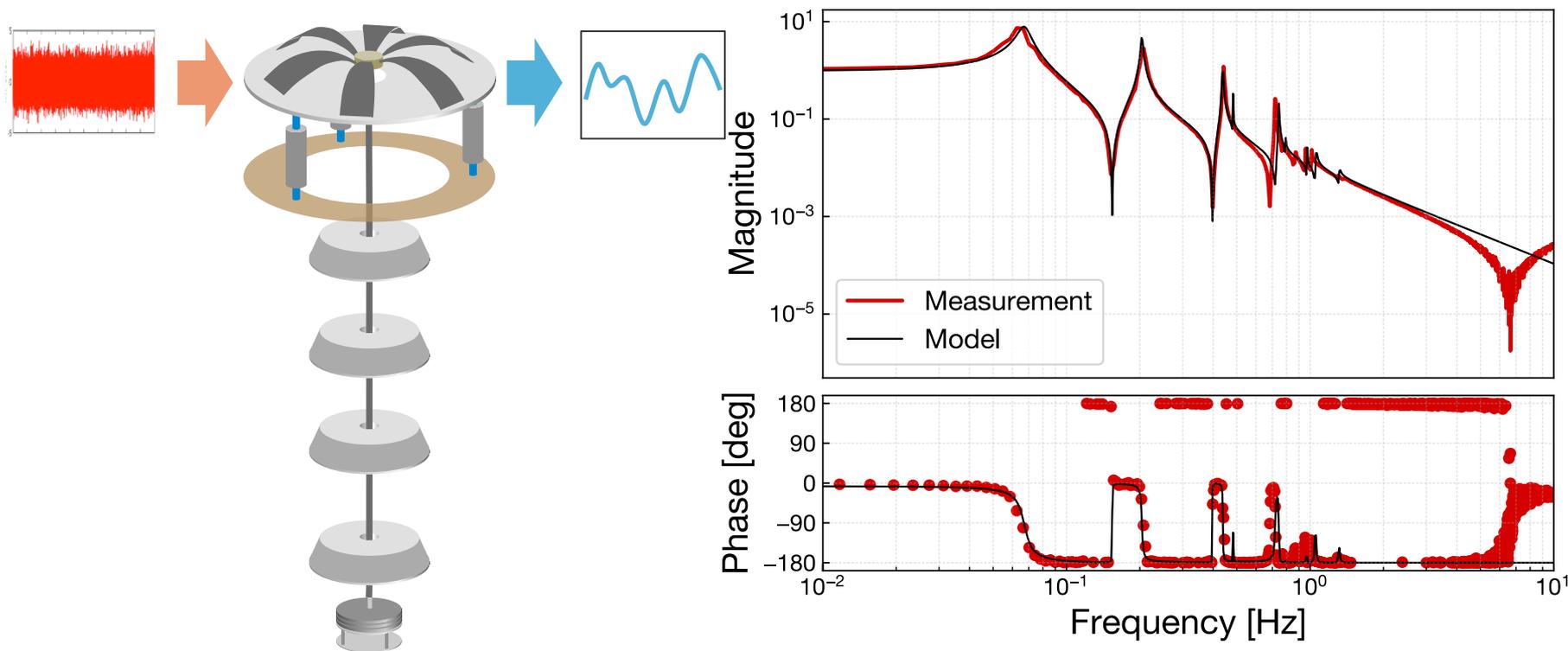
GAS垂直モードのmodal damping

- ▶ 状態空間モデルを利用したMIMO制御の実装

防振比測定 (タワー + ペイロード接続後)

- ▶ 地面から鏡までの振動の伝達関数の推定

機械的周波数応答の測定



アクチュエータで振動を励起、センサまでの伝達関数を測定

▶ 振動特性をnominalモデルと比較、動作性を検証

Type-A Suspension 試験の達成度

Phase	進捗
Calm-down	<p>共振モード1/e 減衰時間</p> <ul style="list-style-type: none"> <input checked="" type="checkbox"/> 最低周波のyaw 1-3次モードのみ測定済み <input checked="" type="checkbox"/> 残りの主要モードはモデルによる検証済み <input type="checkbox"/> ▲ 可制御性の低いモードの影響を要検証 (中段GAS角度モード) <p>RMS 残留振幅</p> <ul style="list-style-type: none"> <input checked="" type="checkbox"/> pitch角度以外、タワー試験で達成済み <input type="checkbox"/> ▲ pitchはペイロード制御で要検証 ※
Lock-acquisition	<ul style="list-style-type: none"> <input checked="" type="checkbox"/> pitch角度以外、タワー試験で達成済み <input type="checkbox"/> ▲ ペイロード接続後、TMでのRMSを要検証 ※
Observation	<ul style="list-style-type: none"> <input checked="" type="checkbox"/> ペイロード接続後、基線長方向の防振比のみ測定済み <input type="checkbox"/> ▲ 設計感度達成のための要評価項目：変位雑音 (L)、防振比(V) <input type="checkbox"/> ▲ 干渉計安定稼働のための要評価項目：RMS振幅、DCドリフト

※ 本試験後のペイロード試験および干渉計コミッショニングで要求値を達成済み

制御手法ごとの比較

従来の制御系設計

Pros

実装が容易
これまでの使用実績

Cons

人の手による経験的な設計+調整
1自由度ごとに制御
十人十色な設計思想

モデリングに基づく制御系設計

Pros

多自由度の扱いが容易
数学的な最適化が可能
より正確な制御シミュレーション

Cons

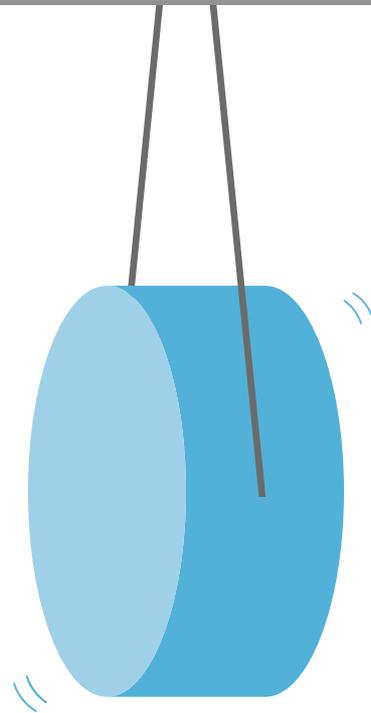
制御性能がモデリング精度に依存
精度の良いモデリングが大変

▶ 高感度化・安定観測にはmodel-basedな手法が重要

得られた成果・期待される応用

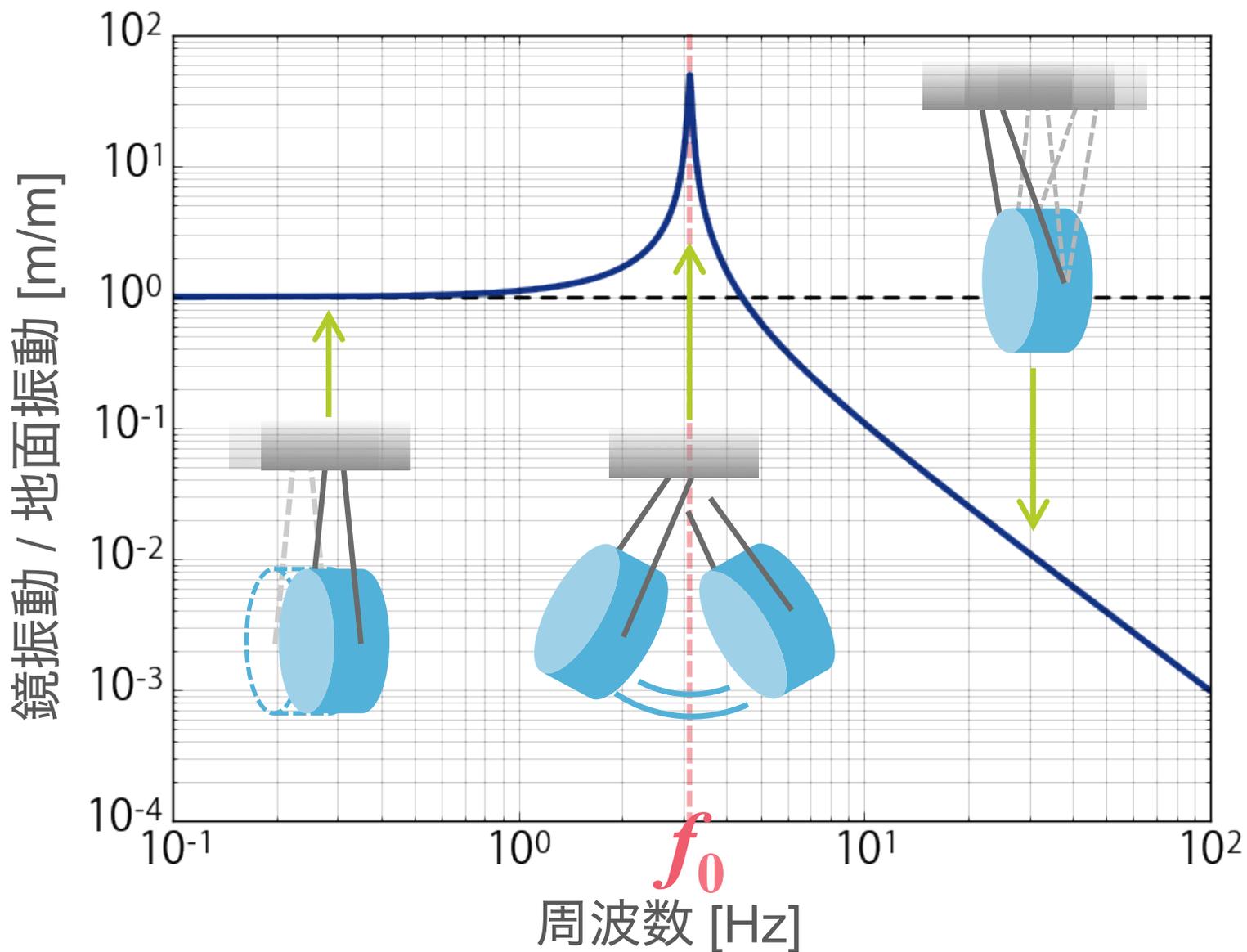
- 地下環境における10 m級の大型防振系のインストール手法の確立
 - Type-A 防振系は2/4台がインストール完了
残りの2台も同様の手法でインストール進行中
- 3 km Michelson干渉計の安定制御の達成
- MIMO制御 ▶ ロバスト・適応制御
 - 環境センサと連動した干渉計制御の最適化
 - 制御破綻による観測時間のロスを抑える

振り子による防振システム



地面から鏡へ伝わる振動 $\propto f_0^2 / f^2$

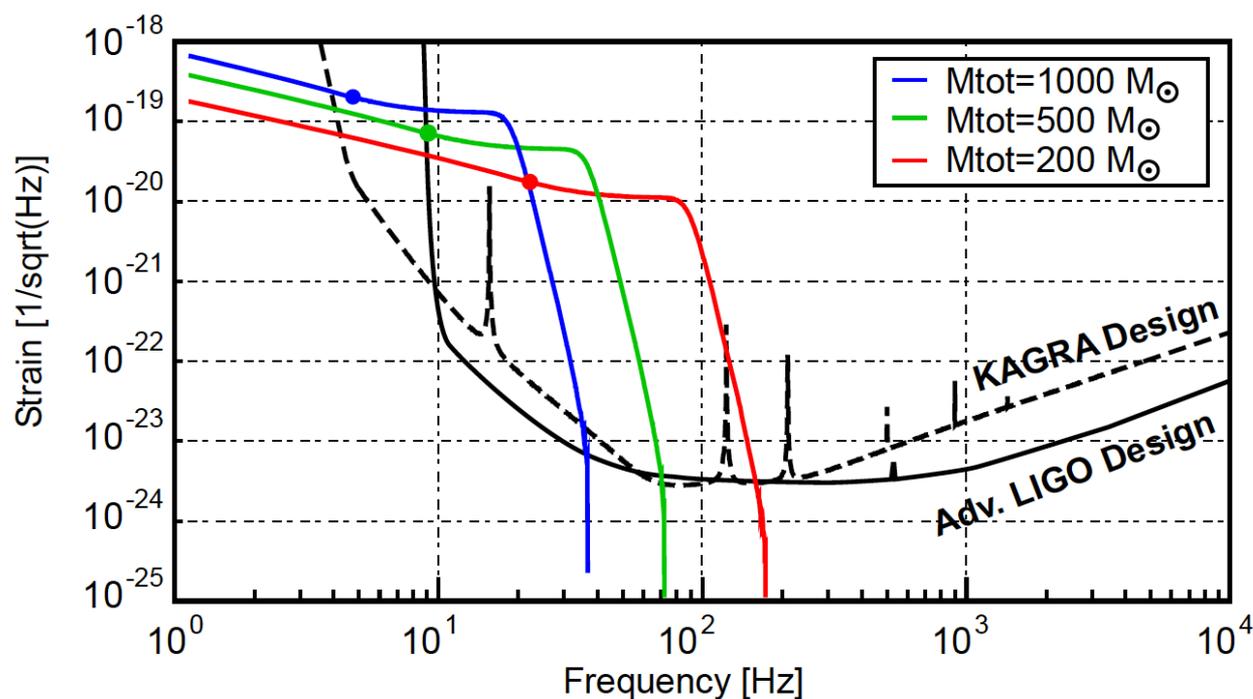
振り子の周波数応答



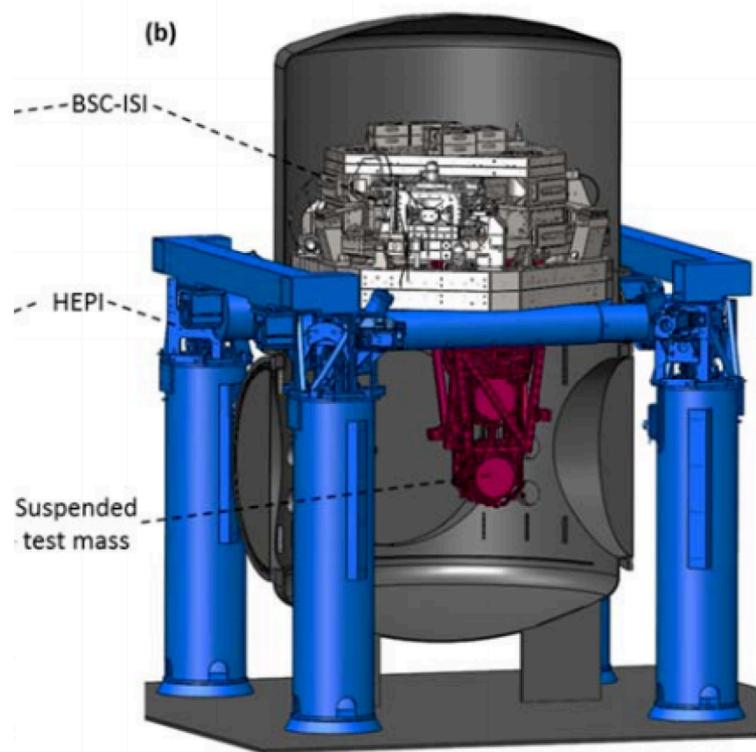
防振の意義

- コンパクト連星合体のパラメータ推定精度の向上
- 中間質量ブラックホール連星の合体
- レーザー干渉計の安定動作

and more...

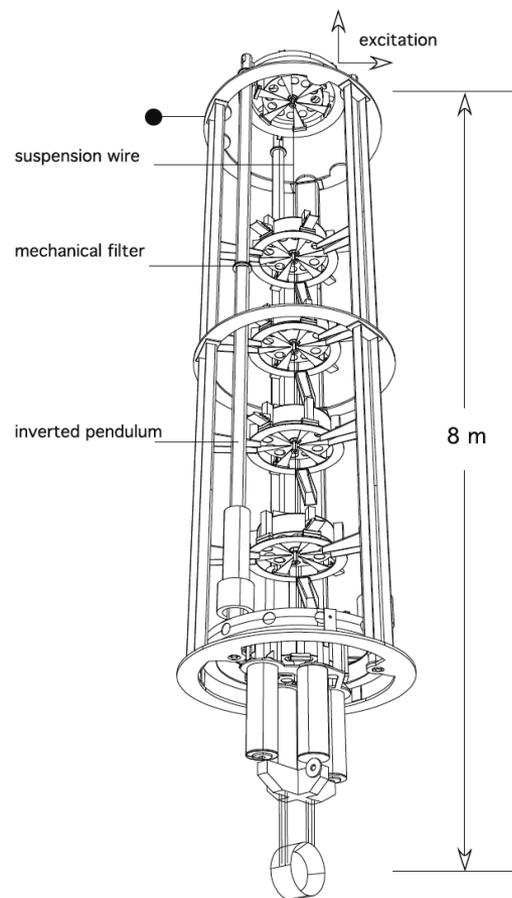


重力波分野における防振システム



LIGO: Quad suspension

$\sim 10^{-12} \text{ m/Hz}^{1/2} @ 10 \text{ Hz}$



Virgo: Superattenuator

$\sim 10^{-23} \text{ m/Hz}^{1/2} @ 10 \text{ Hz}$

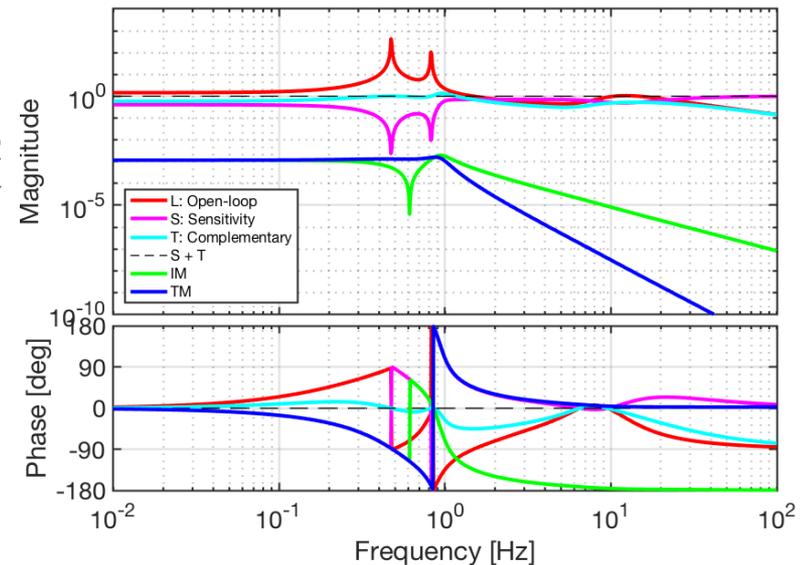
本審査に向けた現在の進捗状況

- モデルによる制御系の検証

- 共振モード 1/e 減衰時間の制御系
- 制御雑音の寄与
- 一入力一出力の場合と
多入力多出力の場合の比較

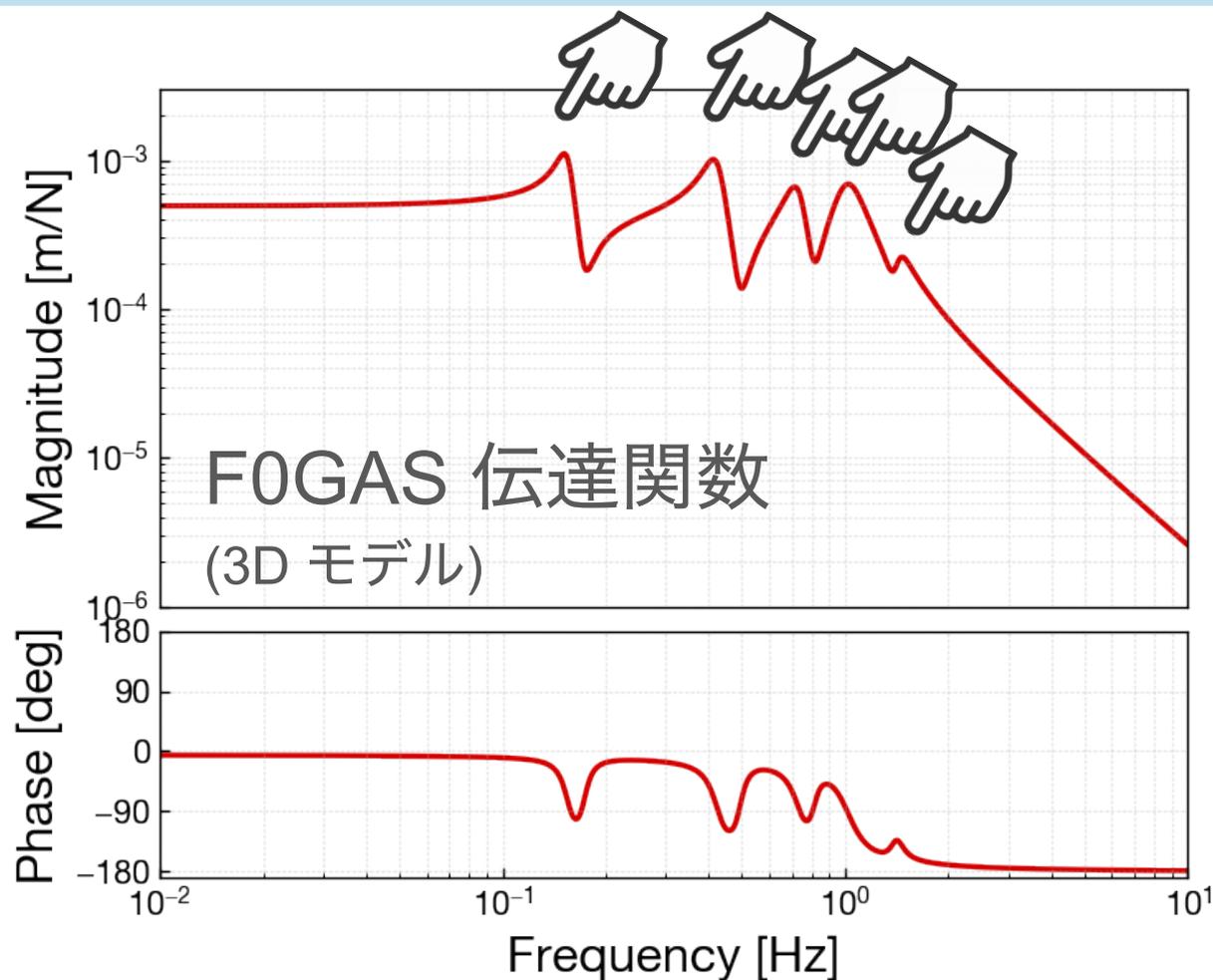
- 最適制御の性能評価

- 実装
- 性能試験



➤ 地下坑内作業は必要としないため2ヶ月で終了する見込み

モード基底



1次 : 0.17 Hz

2次 : 0.43 Hz

3次 : 0.74 Hz

4次 : 1.02 Hz

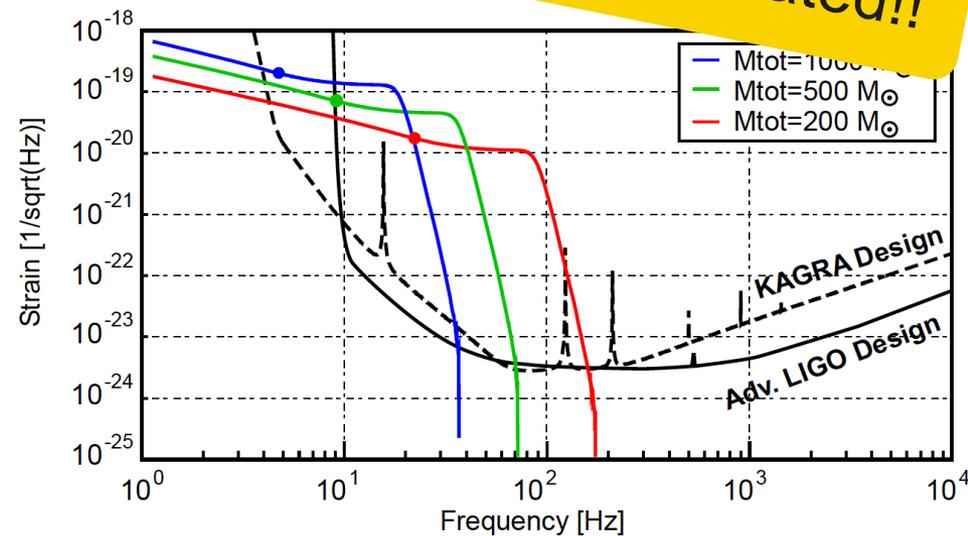
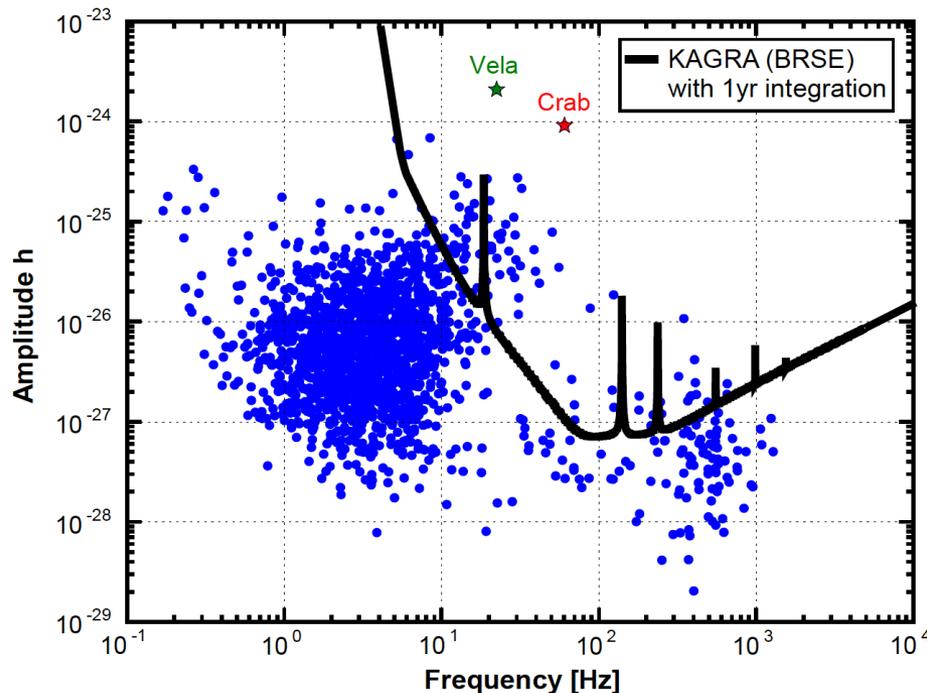
5次 : 1.43 Hz

▶ 3D剛体モデルで同定できているモード周波数

低周波帯における感度改善の意義

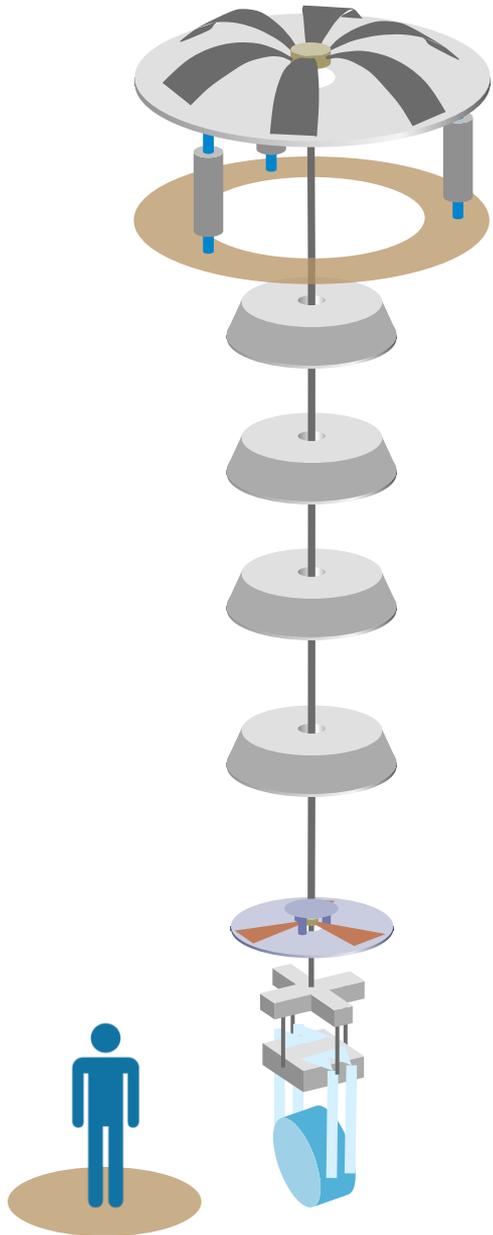
- コンパクト連星合体のパラメータ決定推定精度の向上
- 非対称な中性子星の自転
- 中間質量ブラックホール連星の合体

and more...

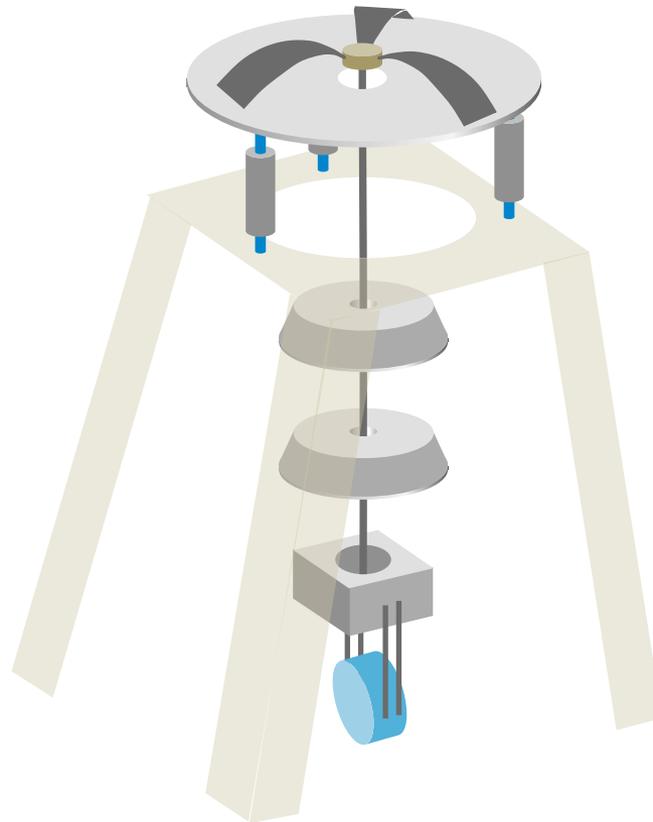


KAGRAの防振懸架系

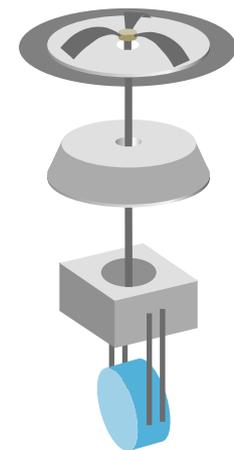
Type-A



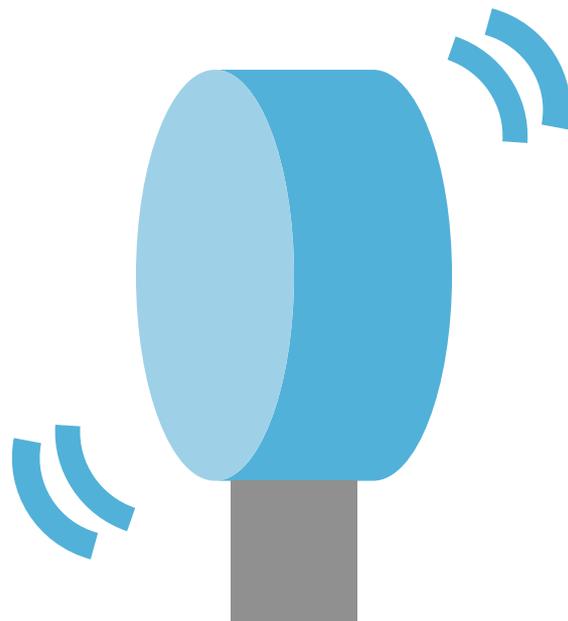
Type-B



Type-Bp

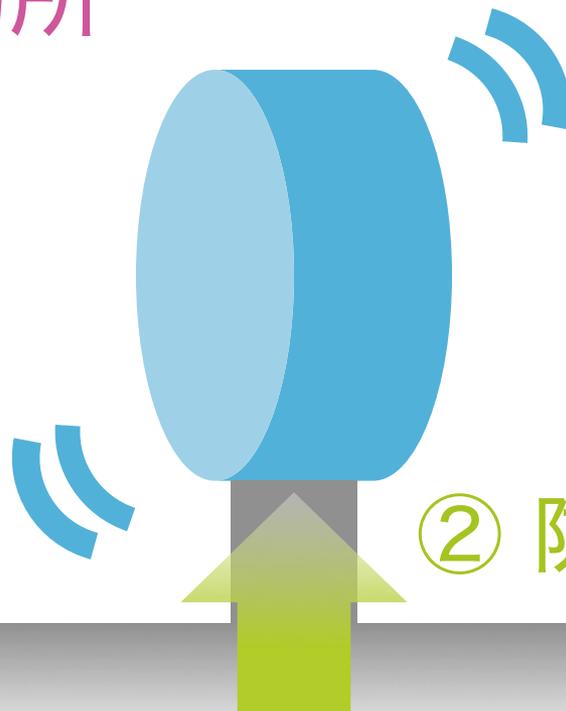


地面振動雑音とは



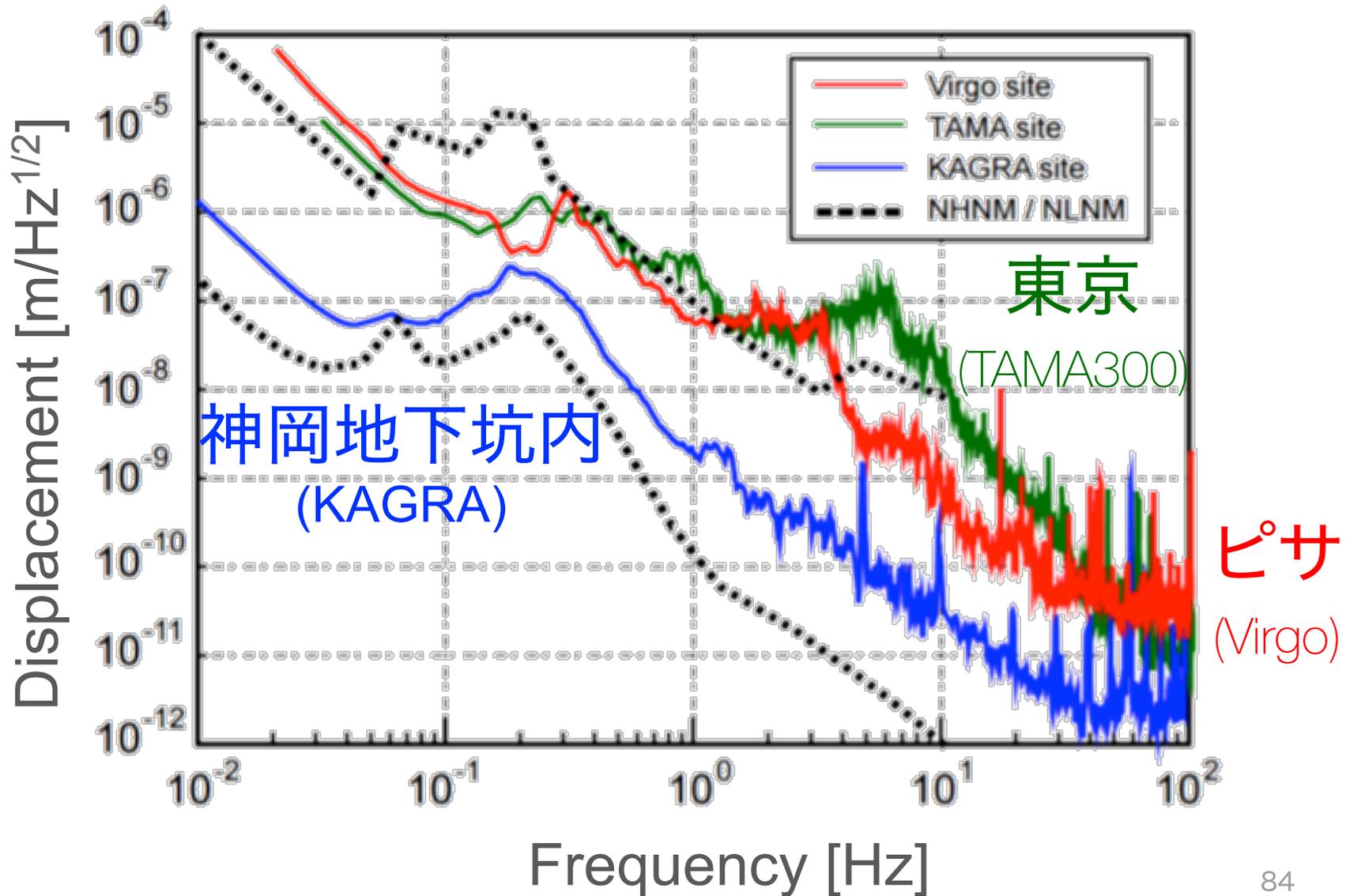
地面振動雑音を減らすには？

① 静かな場所

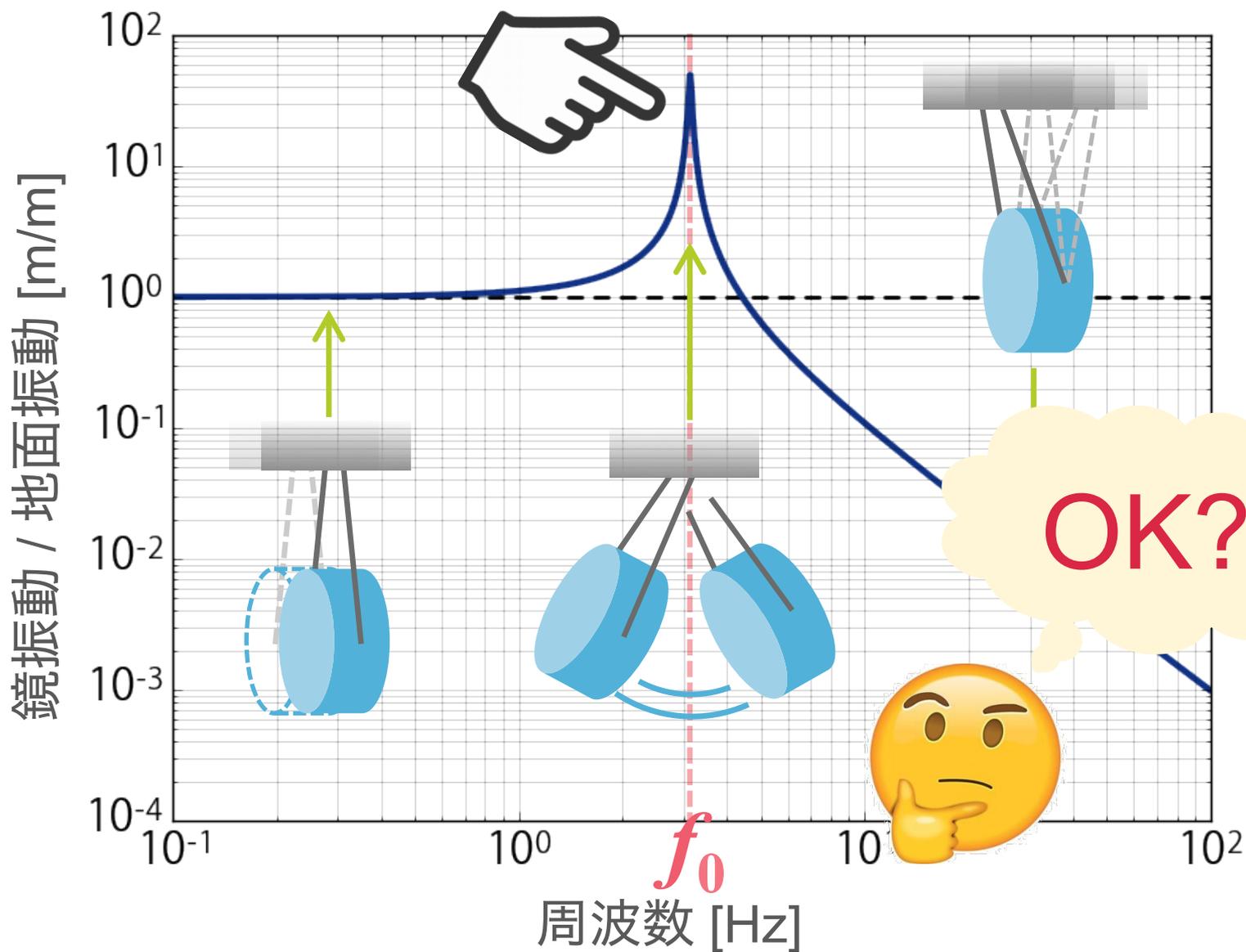


② 防振

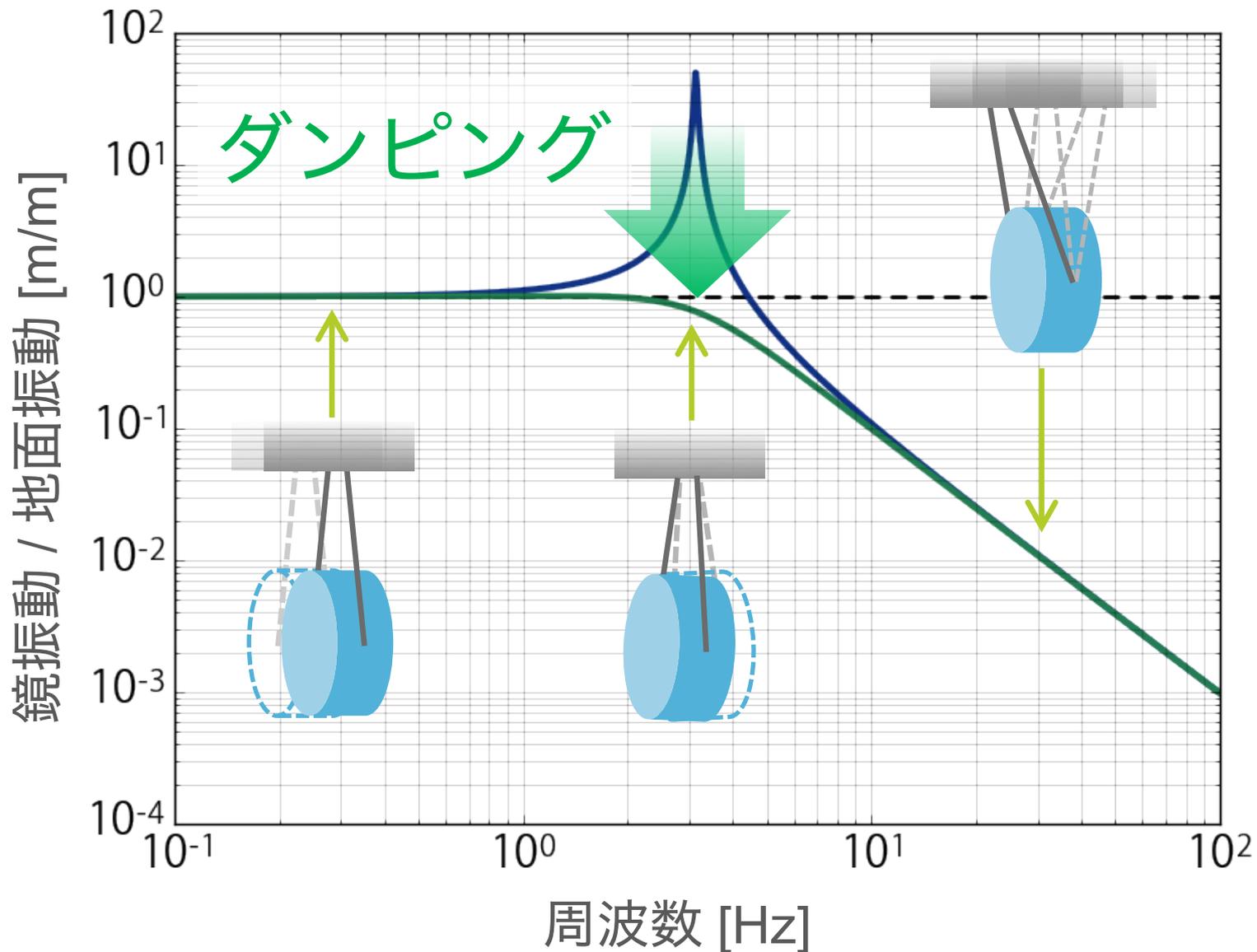
① 地下は静か



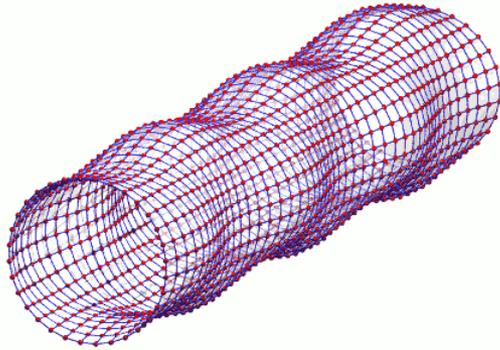
振り子の周波数応答



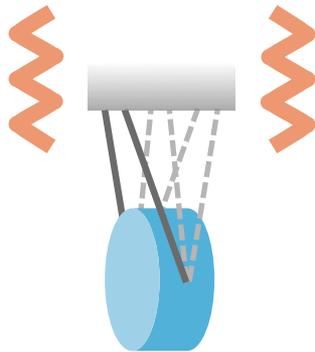
共振を抑制するには...



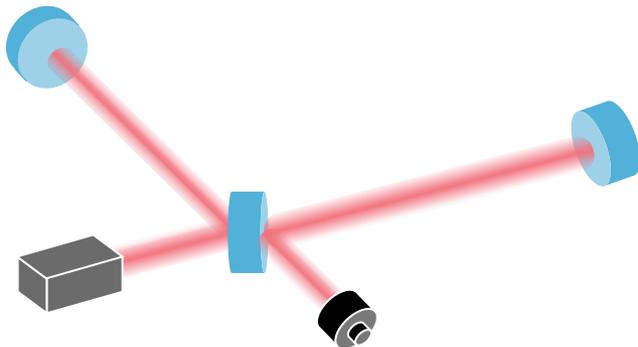
防振懸架系の役割



1. 重力波に対する
自由落下応答

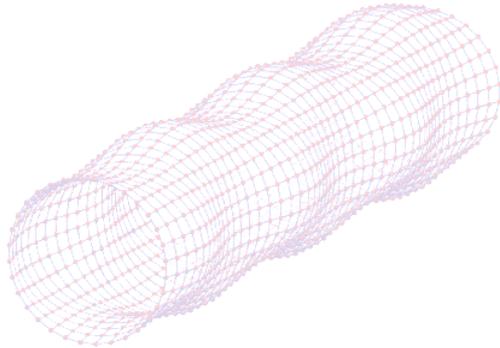


2. 地面振動からの防振

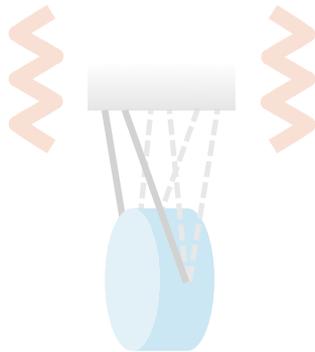


3. 干渉計の制御性能

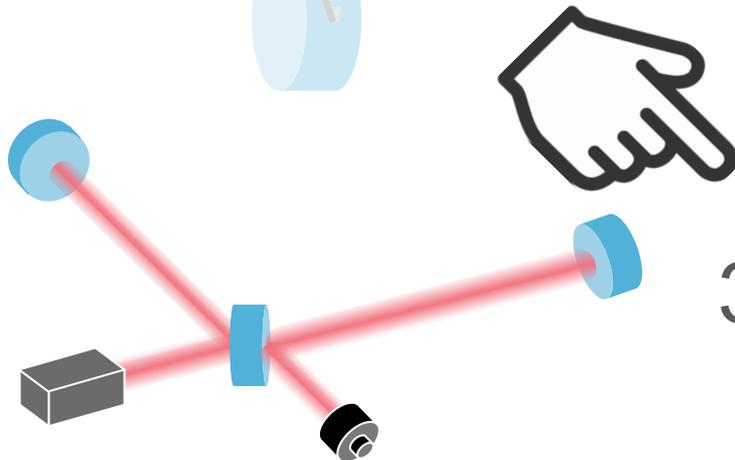
Why Are Mirrors Suspended?



1. Geodesic (free-falling) response to GW

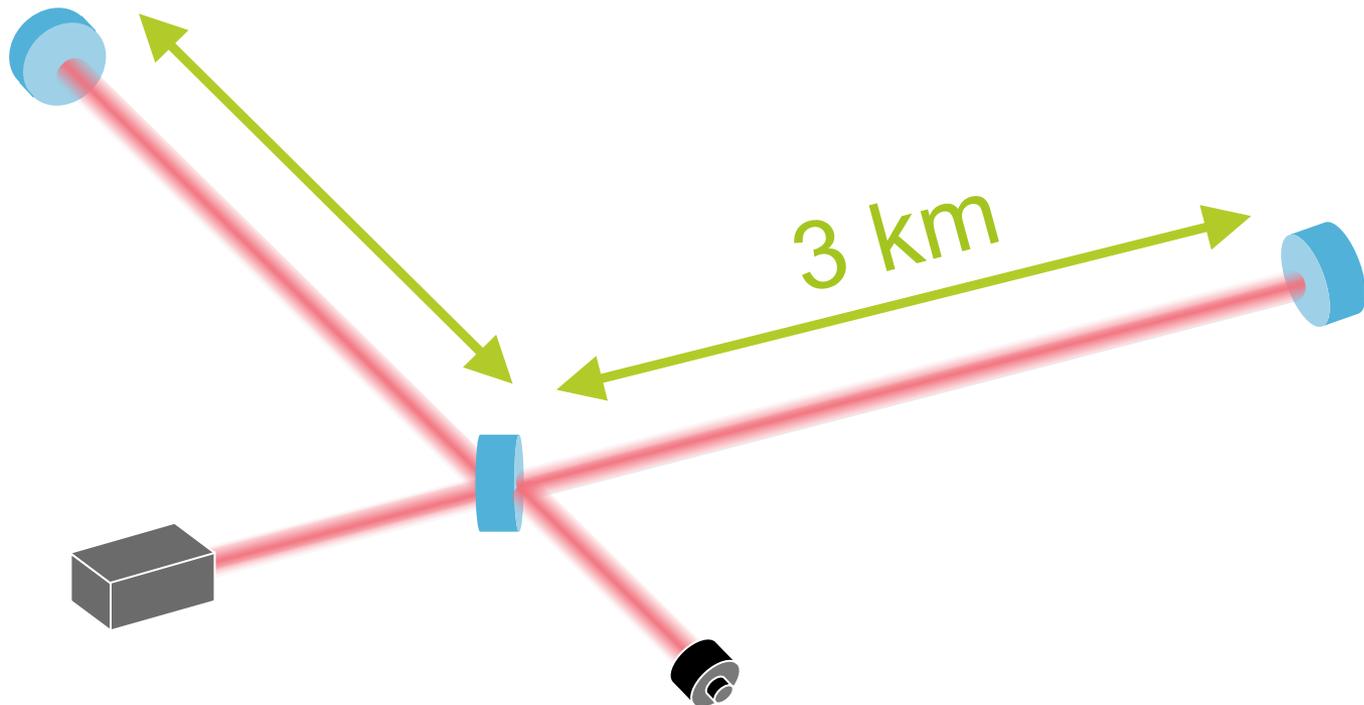


2. Vibration isolation

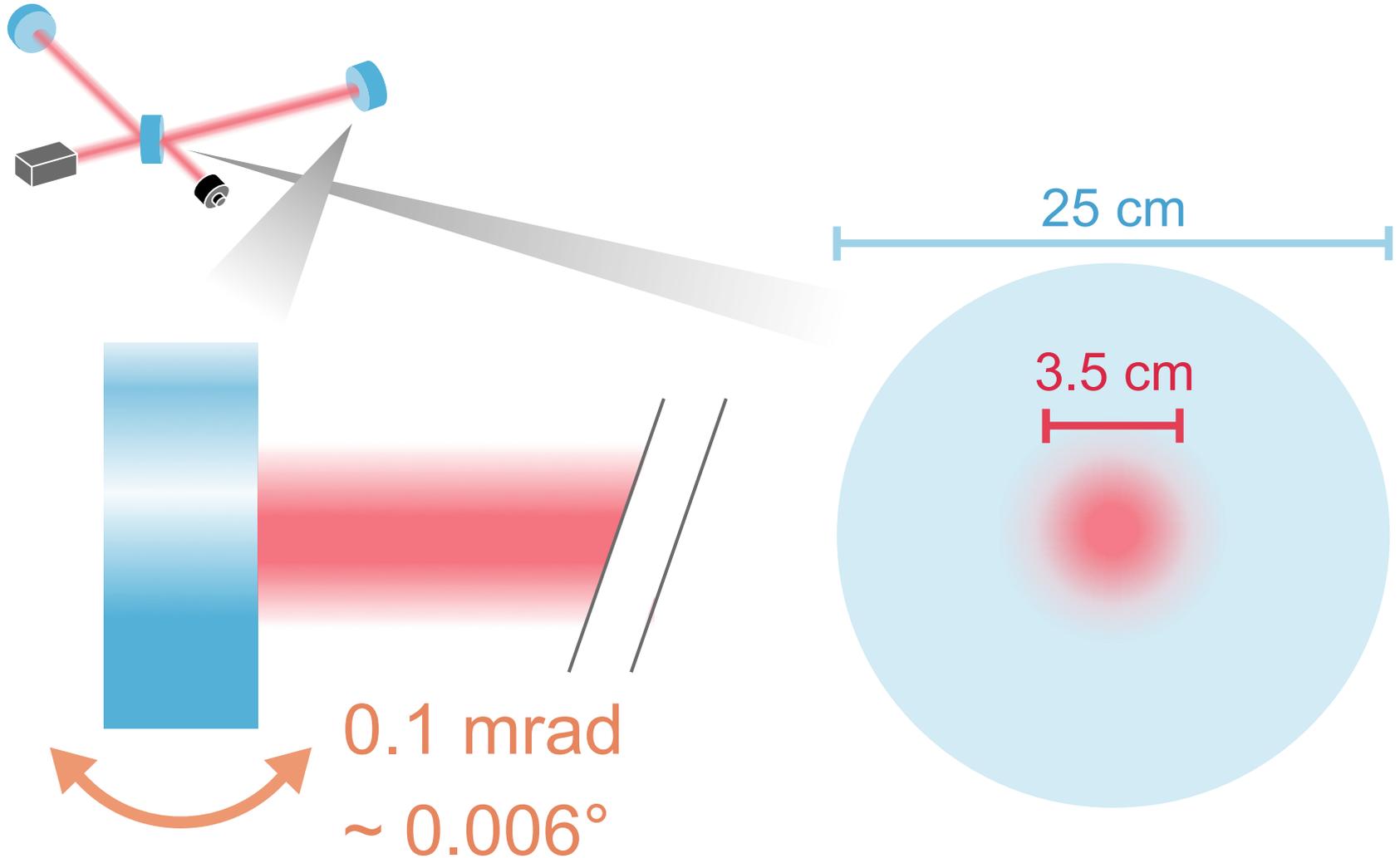


3. Interferometer control

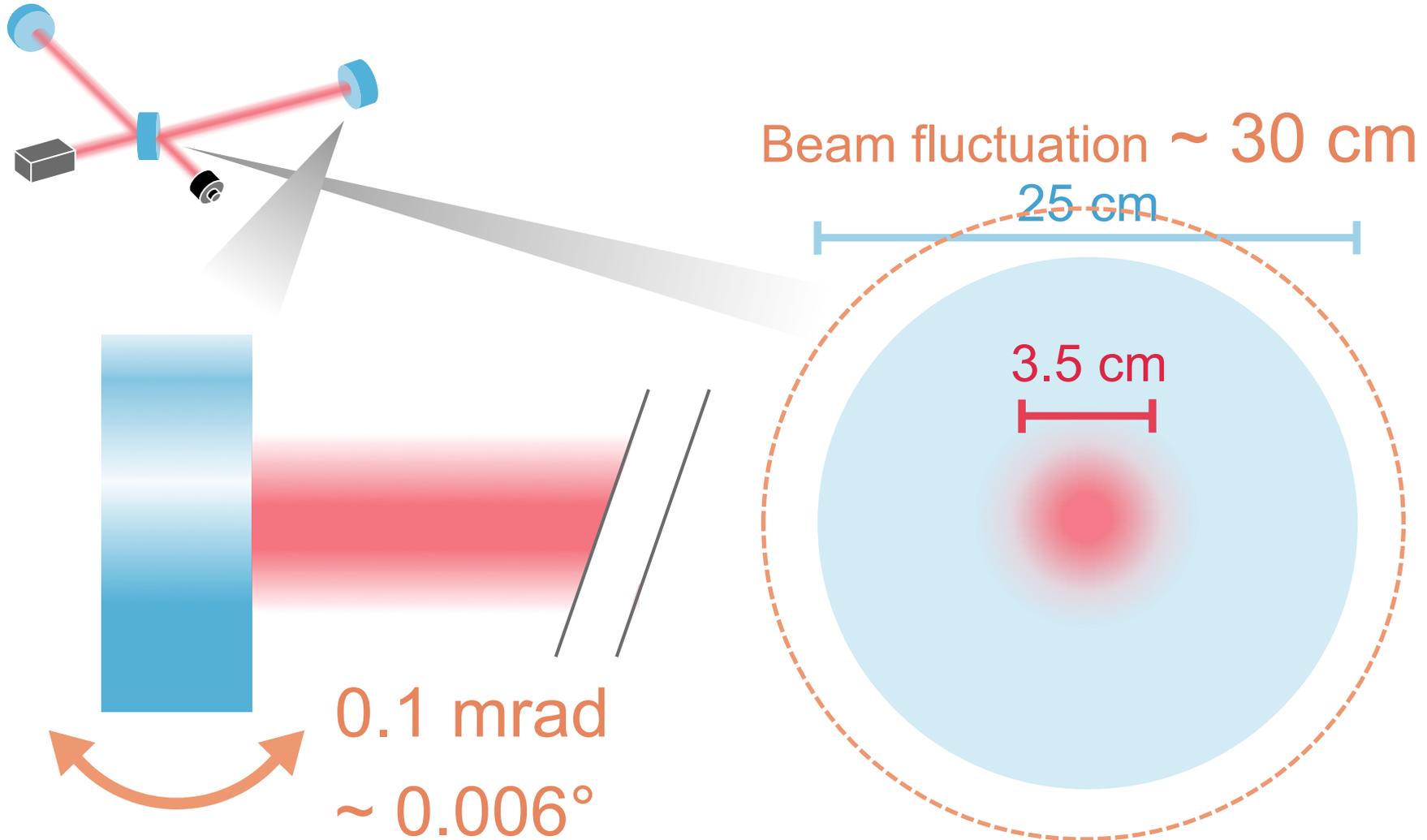
Michelson Interferometer



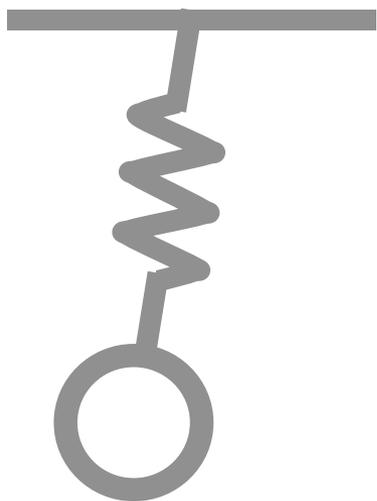
Mirror Alignment



Mirror Alignment

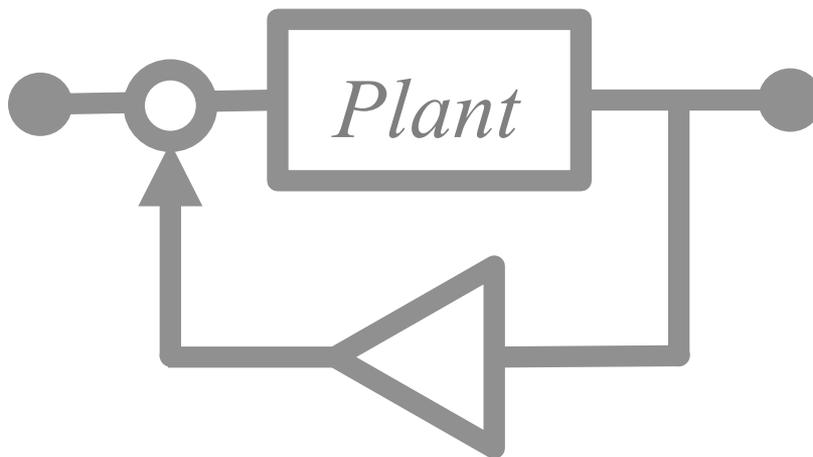


防振懸架系の性能評価



機械的パラメータ
の同定

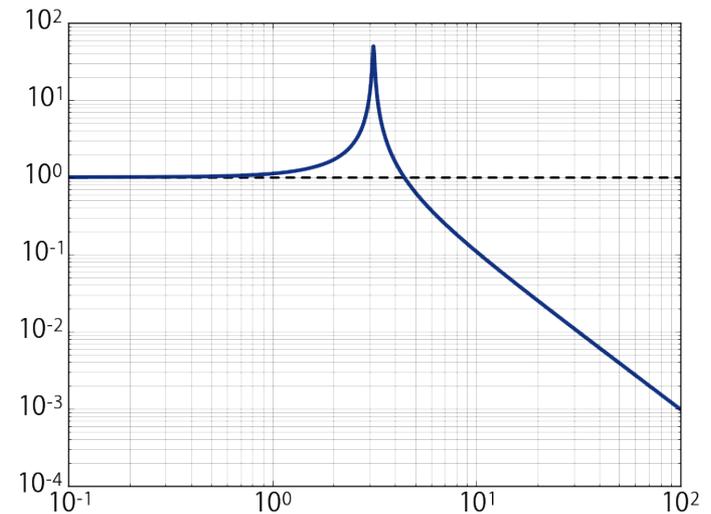
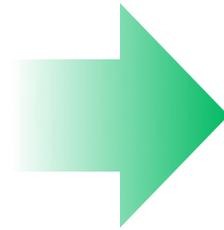
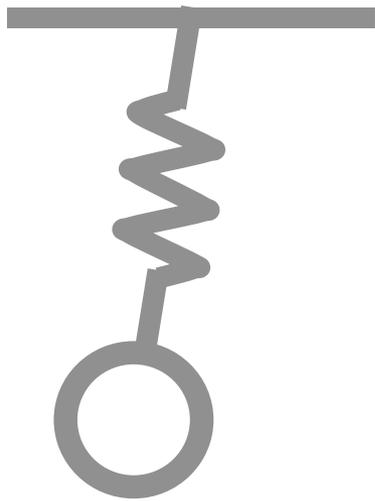
▶ 防振性能



制御系設計

▶ 制御性能

機械的パラメータの同定

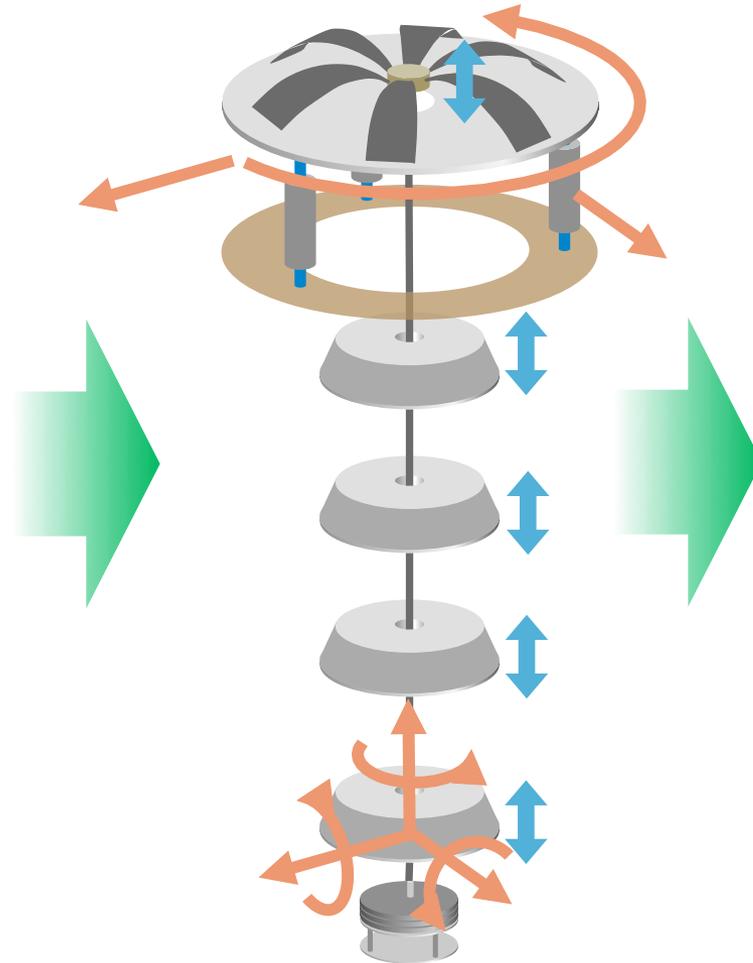


- 固有振動モード
周波数
- 振動のQ値

- 伝達関数の測定
- 3D剛体モデルシミュレーションとの比較

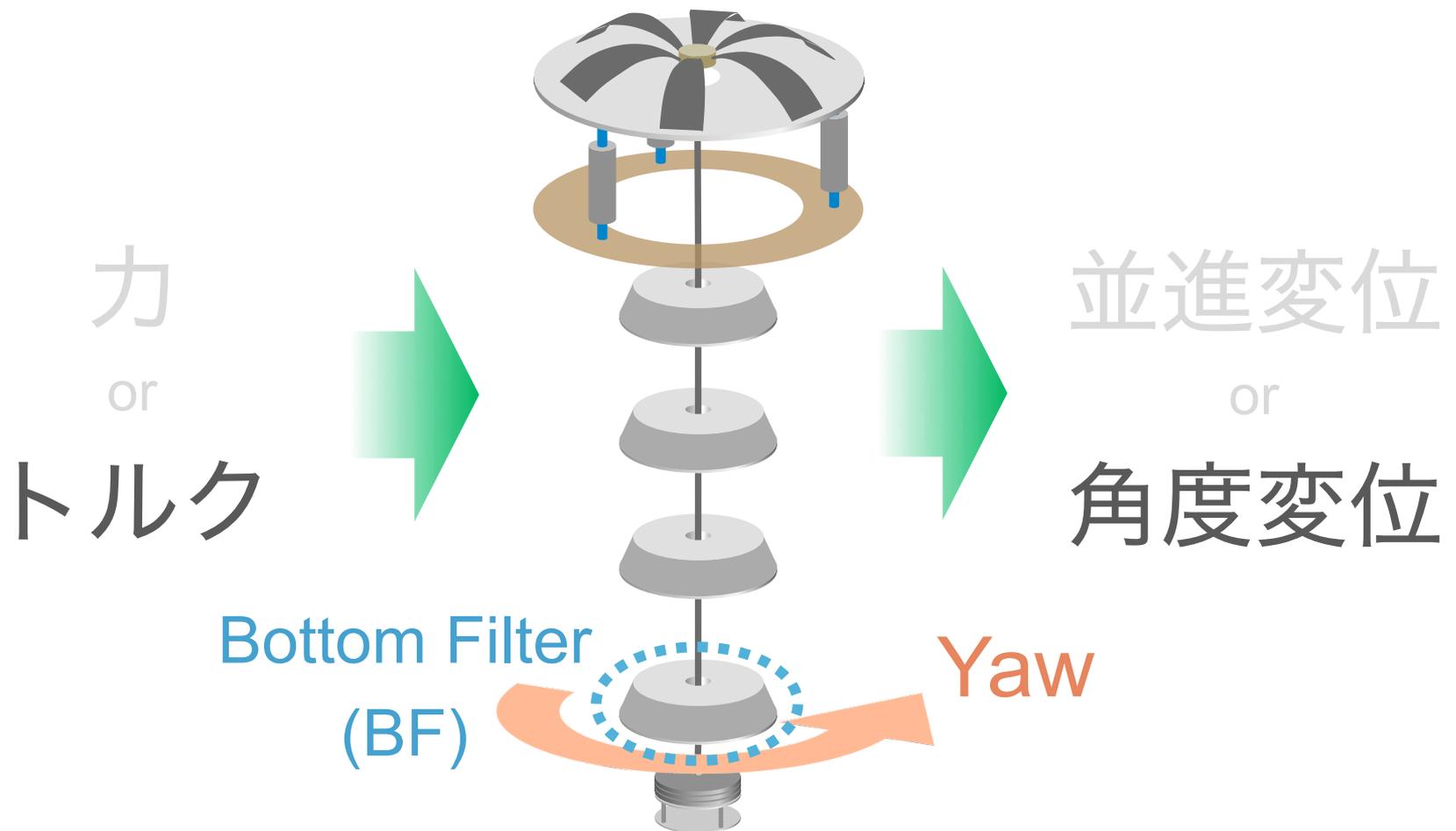
伝達関数の測定

力
or
トルク

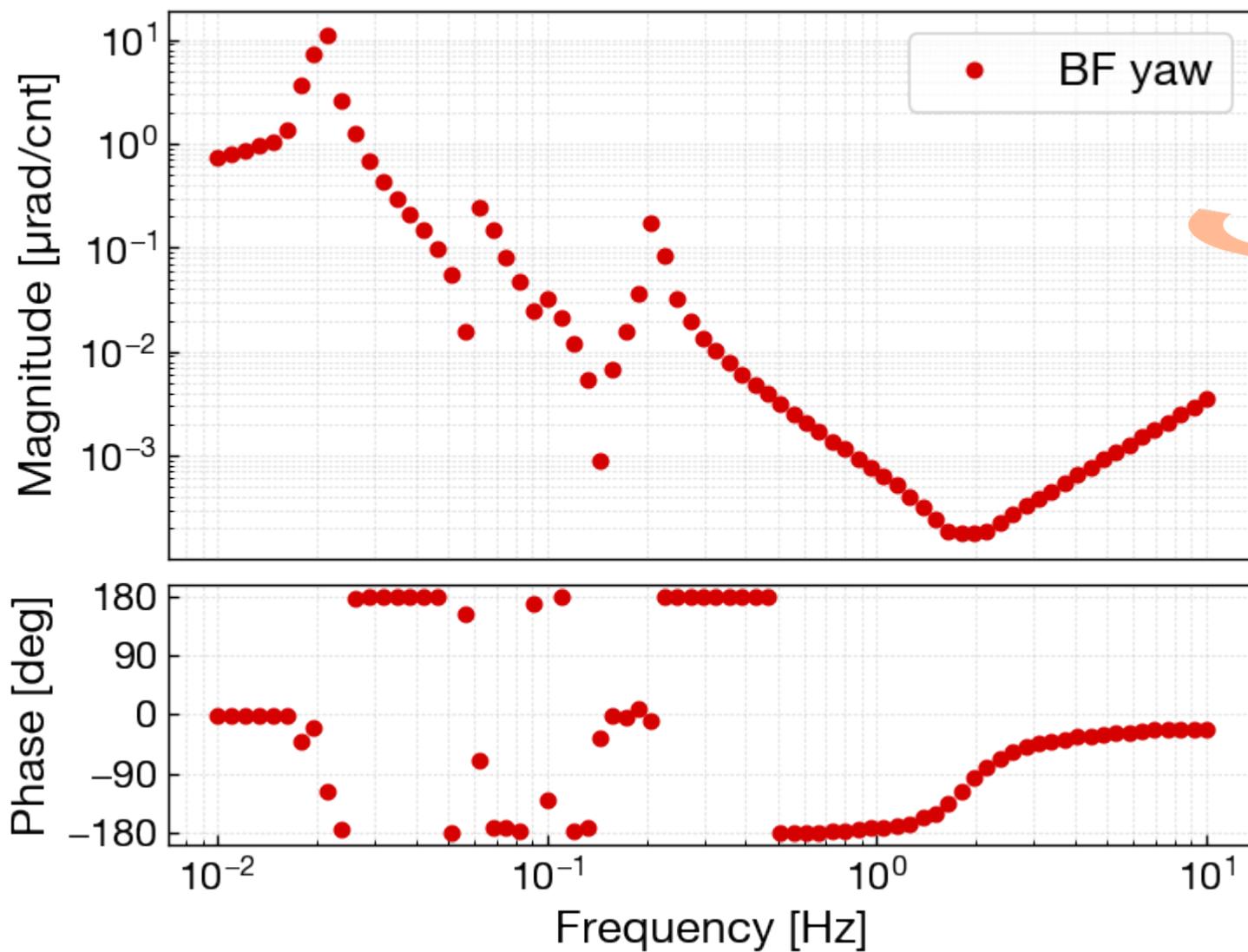
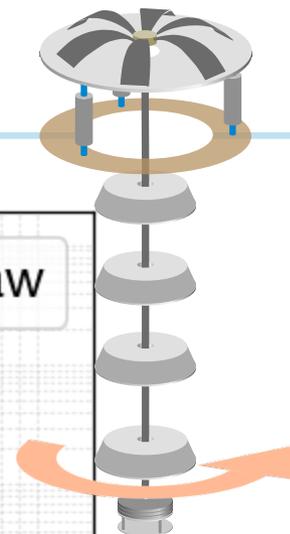


並進変位
or
角度変位

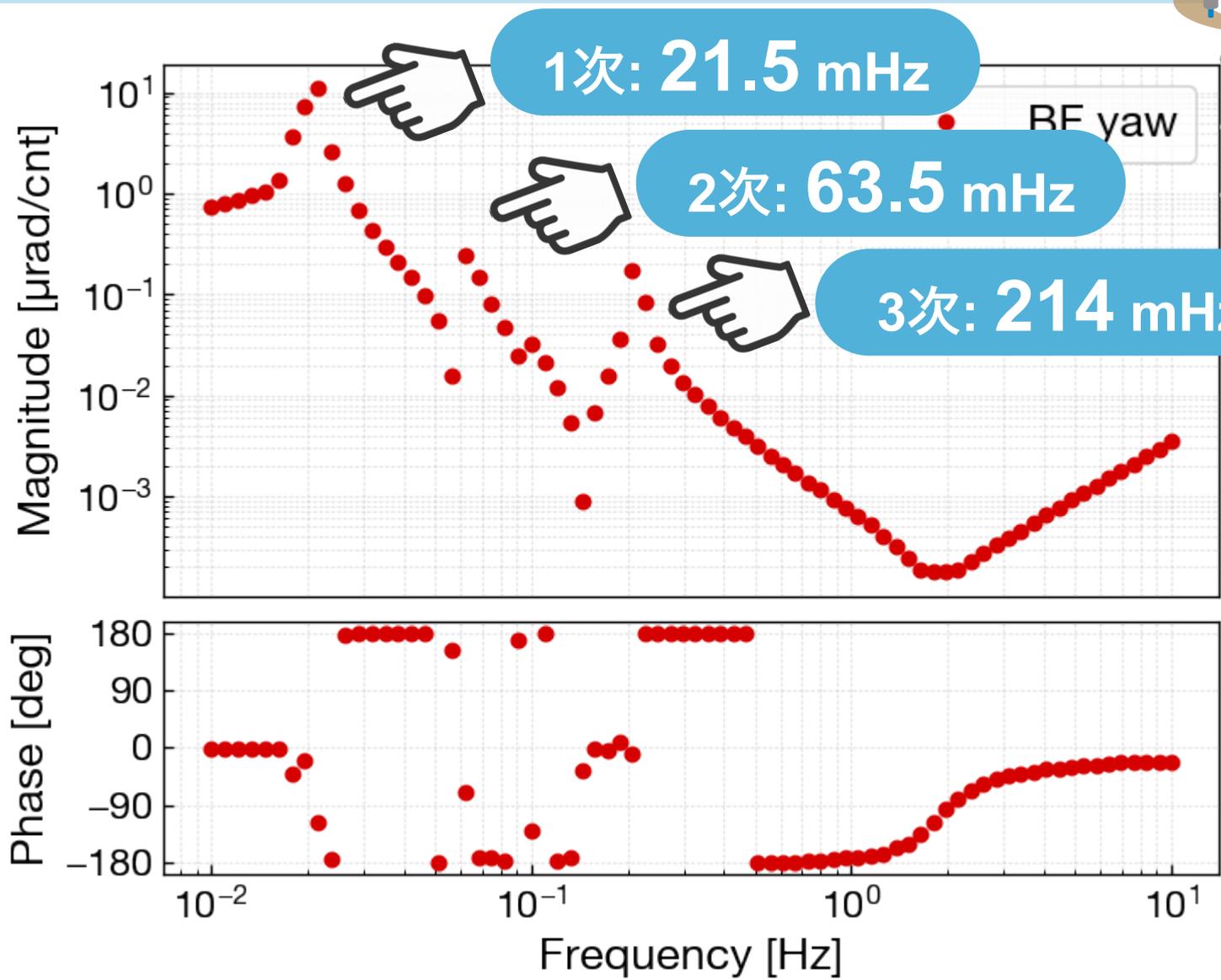
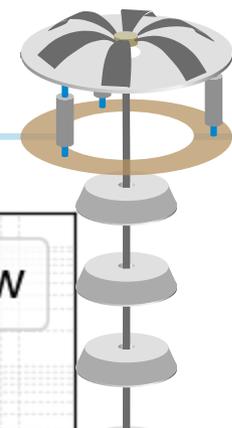
伝達関数の測定



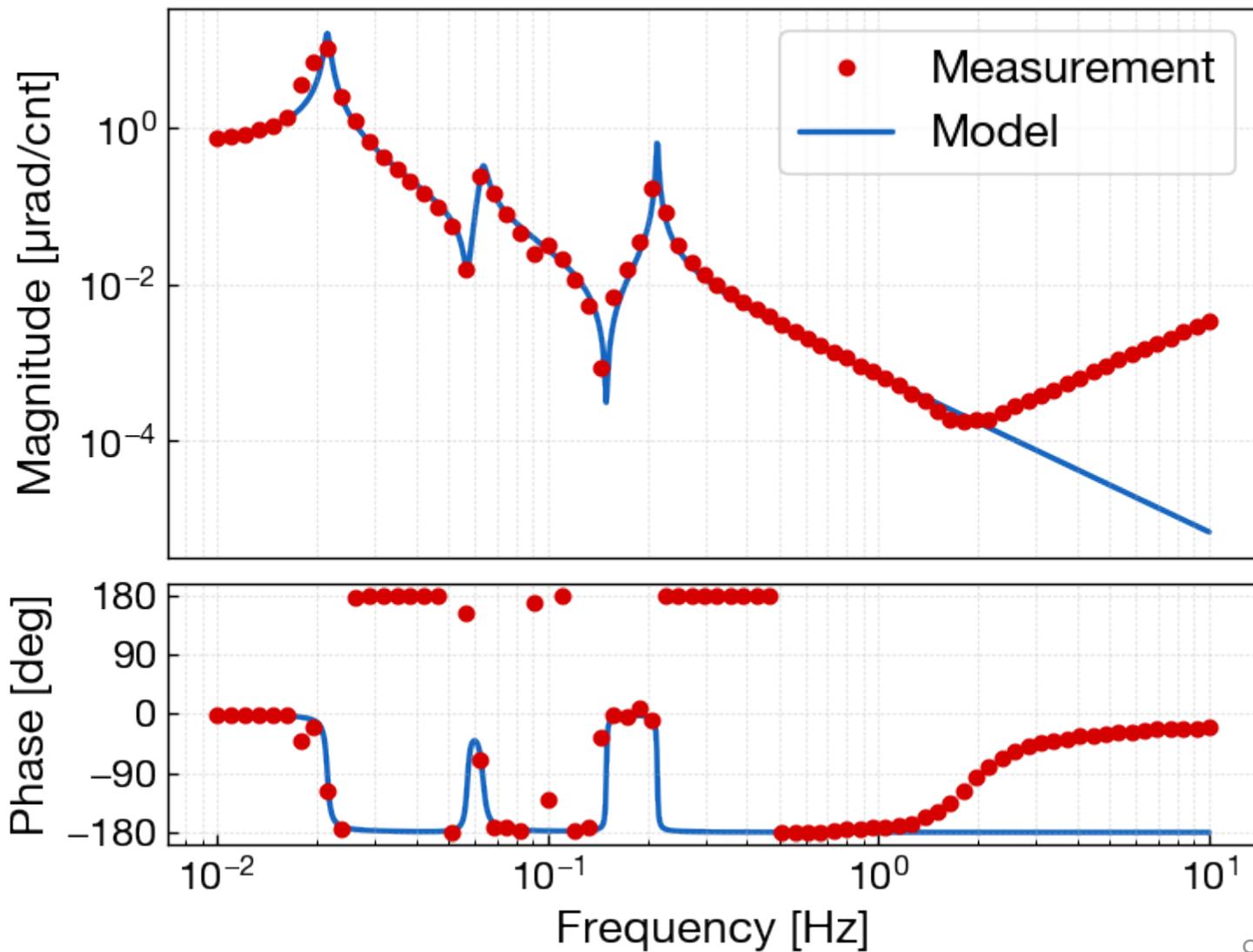
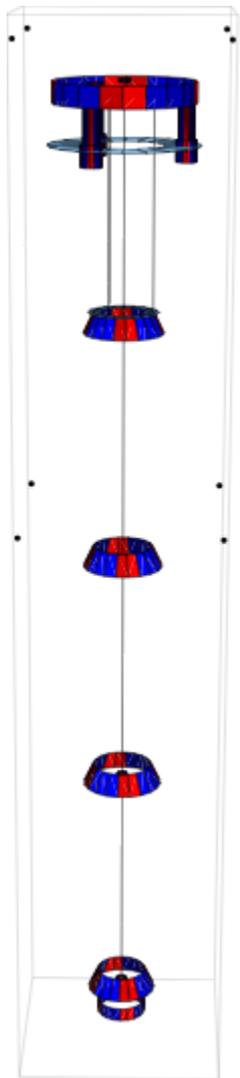
トルク角度伝達関数 (BF Yaw)



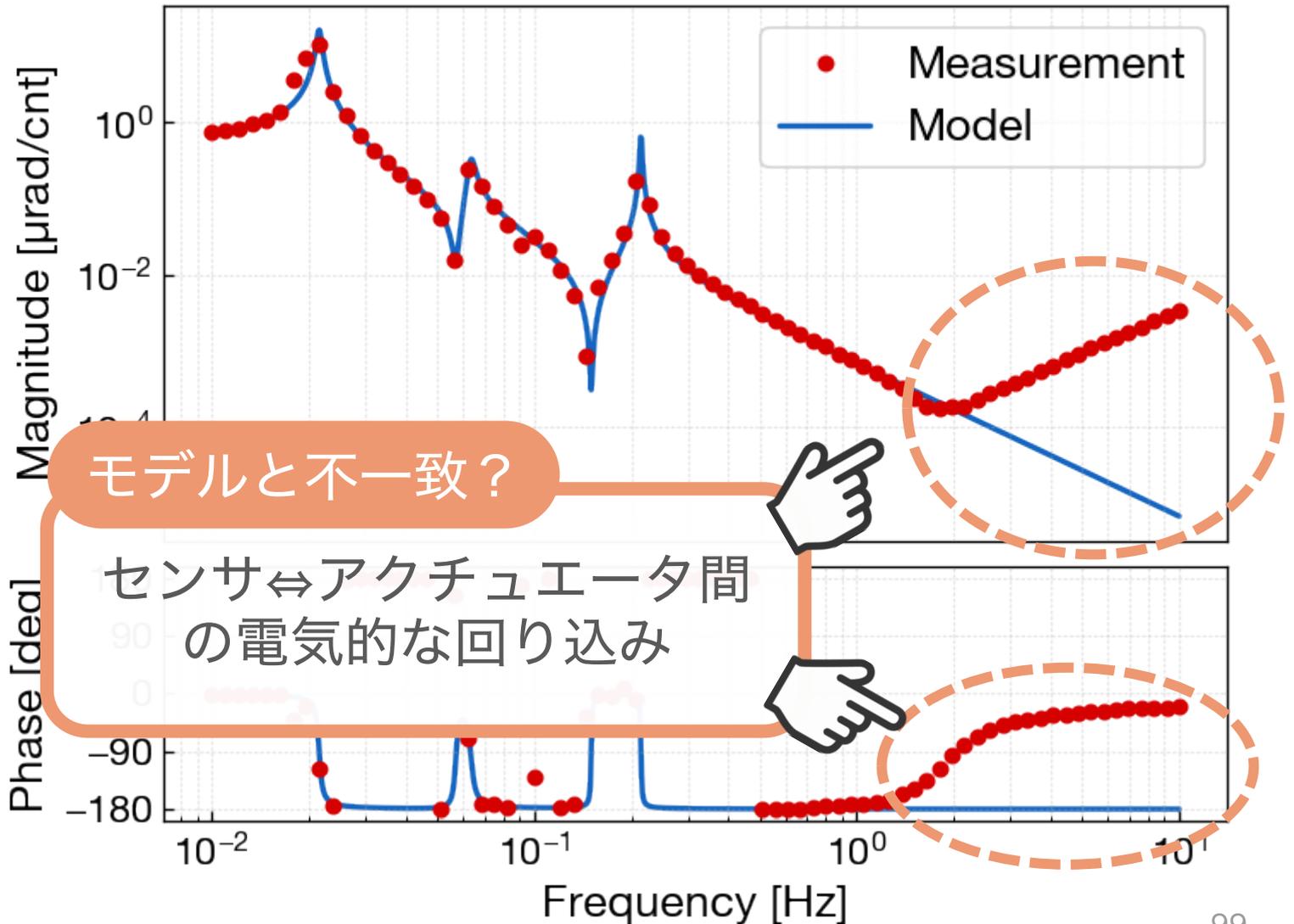
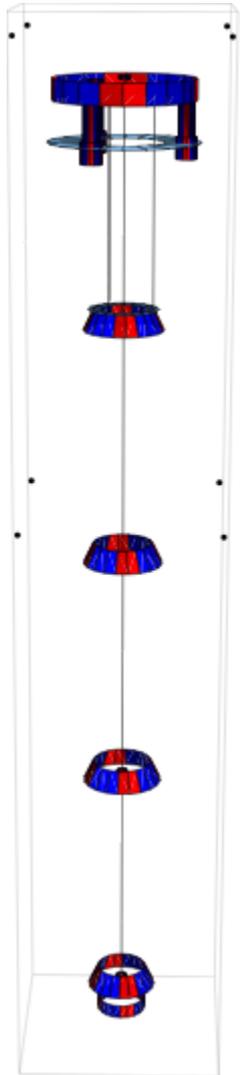
トルク角度伝達関数 (BF Yaw)



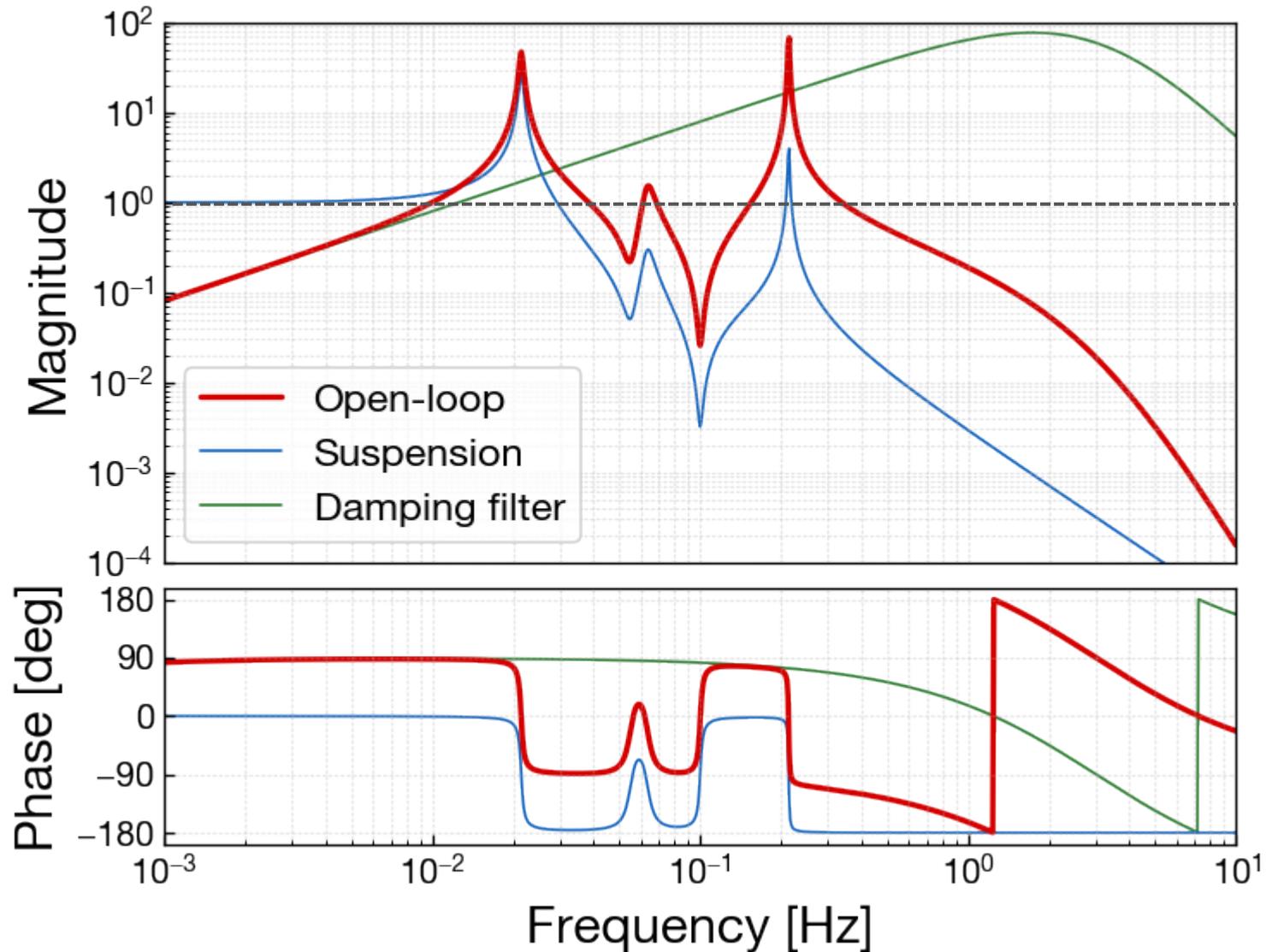
モデルとの比較



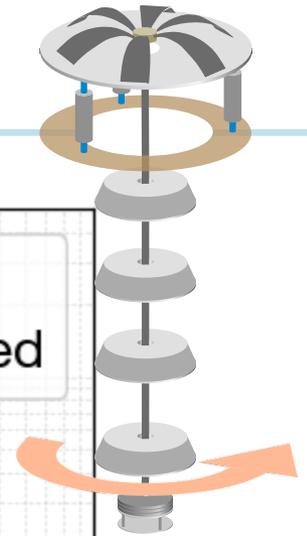
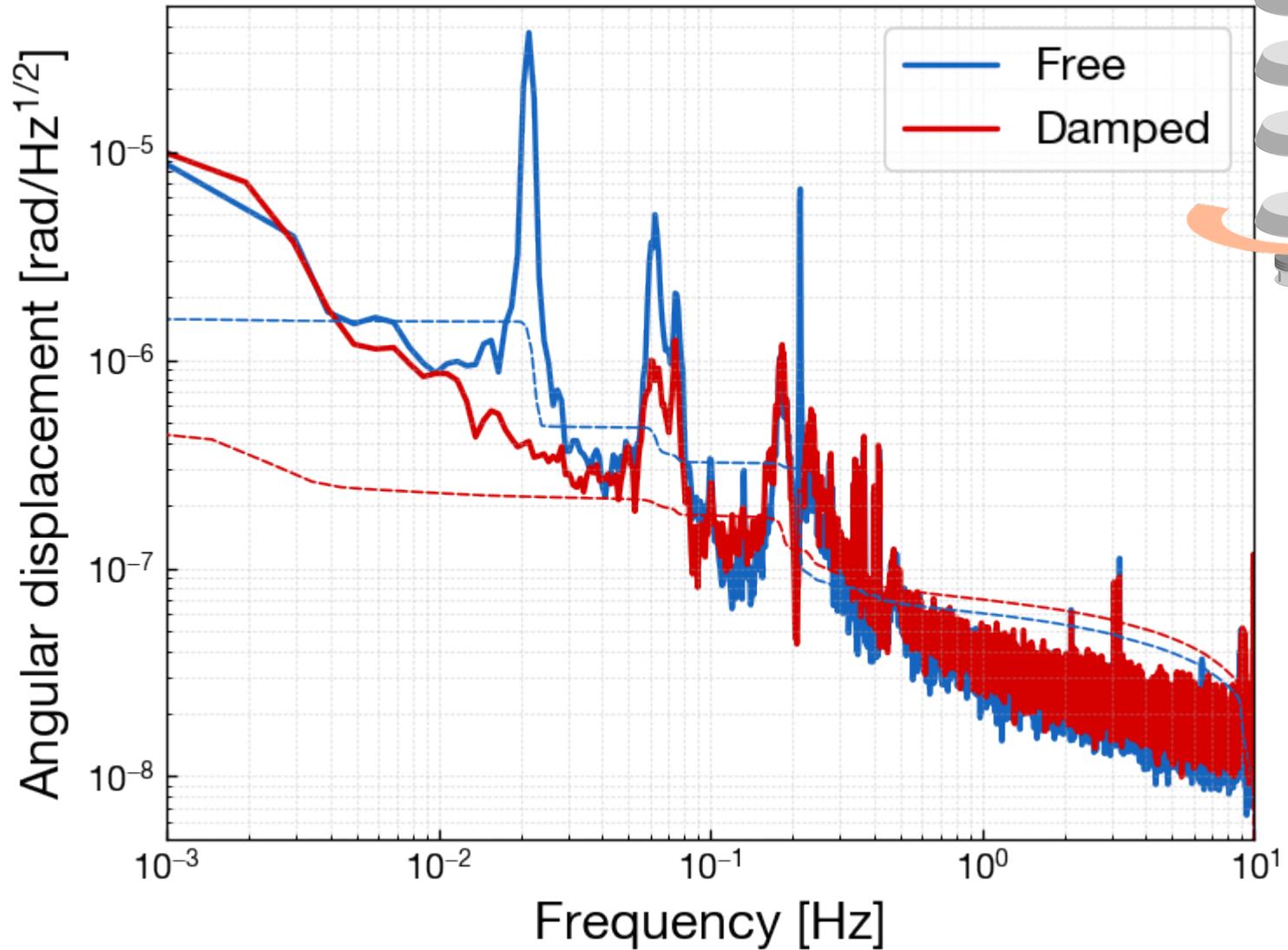
モデルとの比較



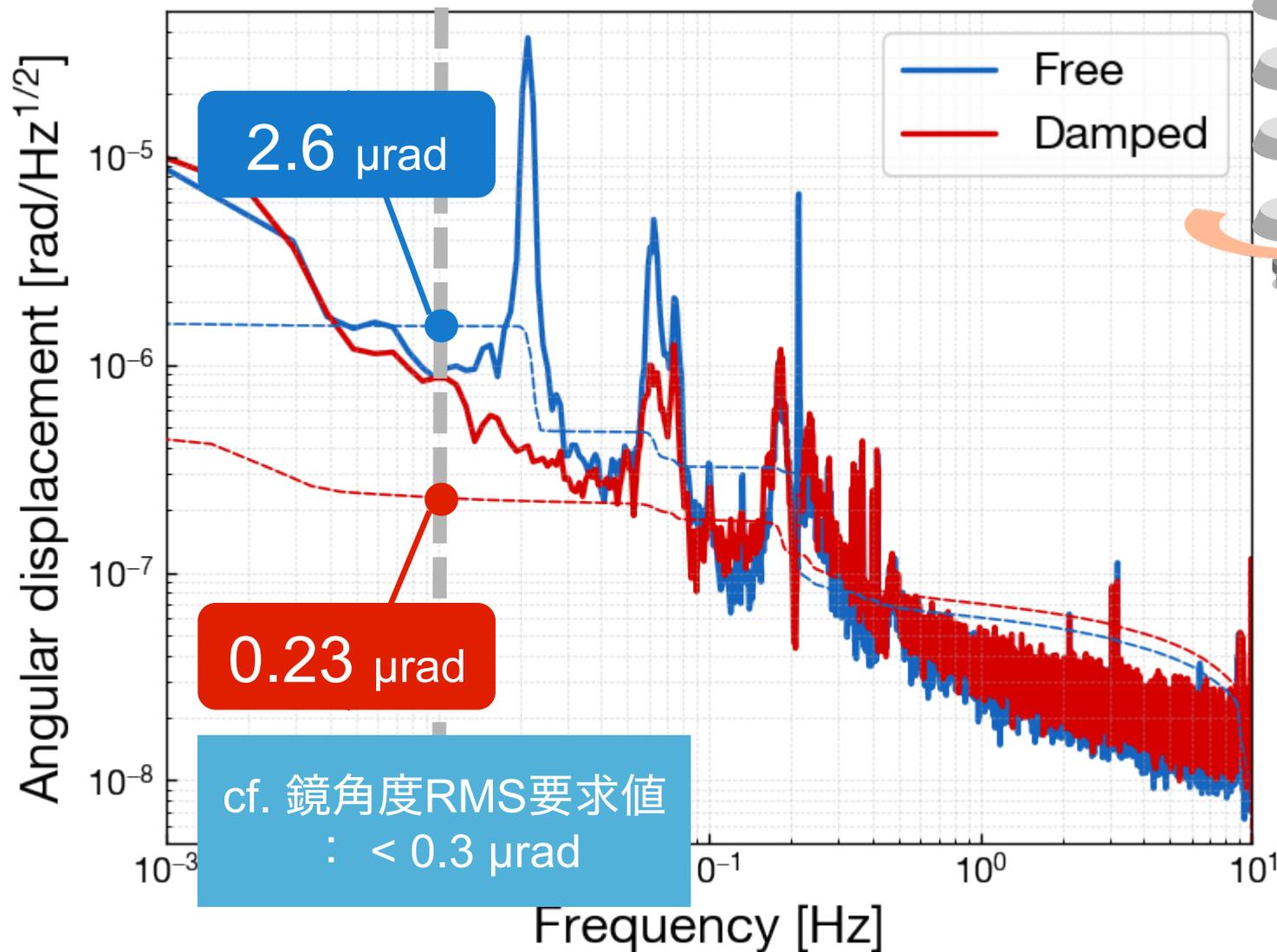
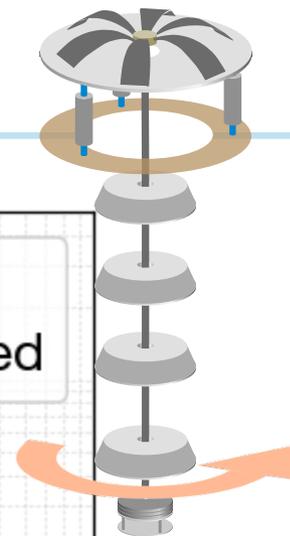
ダンピング制御 - 開ループ伝達関数



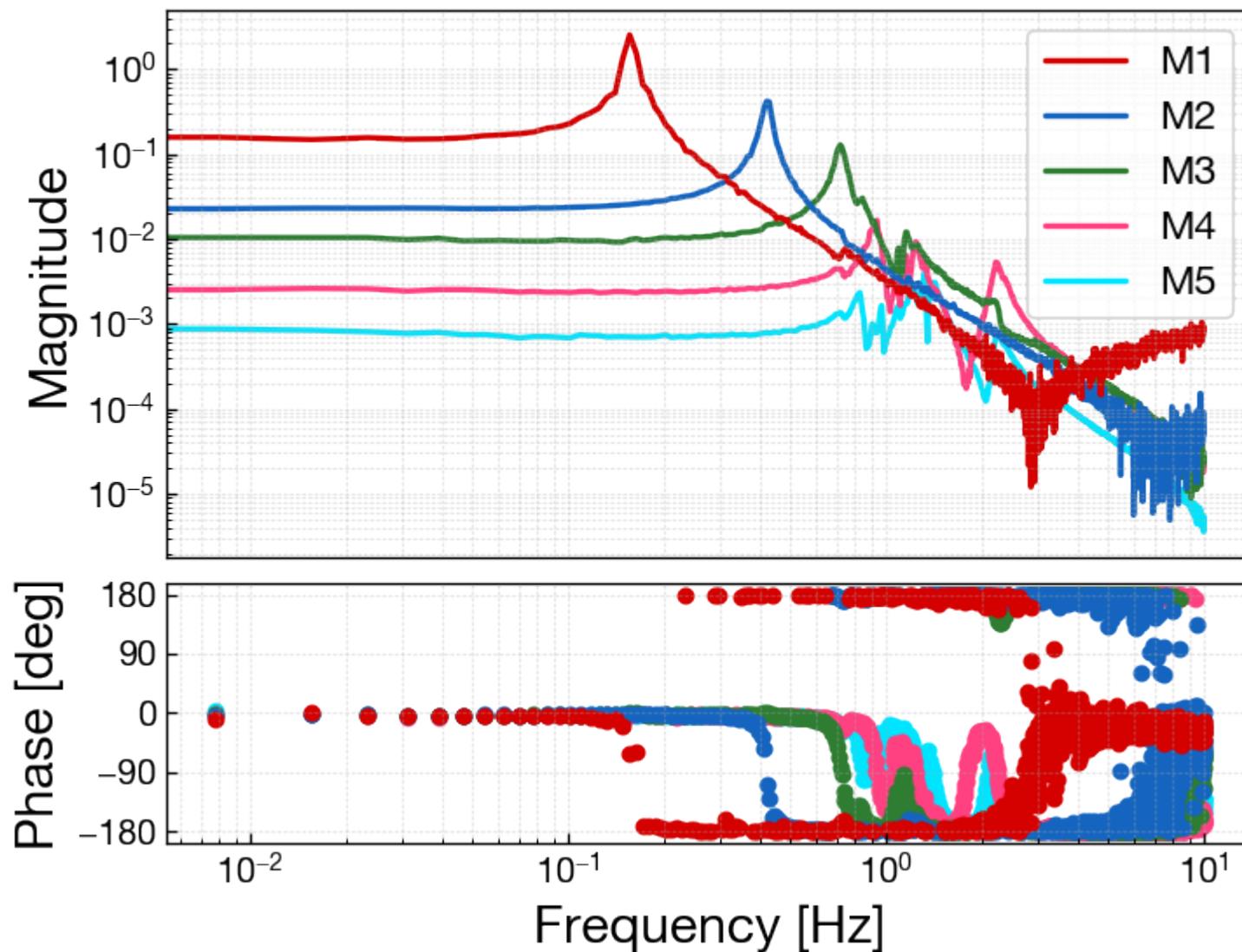
ダンピング制御の結果



ダンピング制御の結果



モード座標系での力変位伝達関数



最適制御

状態空間モデル

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \underline{A}\mathbf{x}(t) + \underline{B}\mathbf{u}(t)$$

$$\mathbf{y}(t) = \underline{C}\mathbf{x}(t) + \underline{D}\mathbf{u}(t)$$

状態変数

入力

評価関数 $J = \int_0^{t_f} [\mathbf{x}^T(t) \mathbf{Q} \mathbf{x}(t) + \mathbf{u}^T(t) \mathbf{R} \mathbf{u}(t)] dt$

重み付け行列

➤ 最適フィードバックゲイン

$$\mathbf{u}(t) = -\mathbf{F}\mathbf{x}(t), \quad \mathbf{F} = \mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^T\mathbf{P}$$

MIMO制御の長所と短所

- 多段フィードバックを自動的に計算
 - KAGRAの防振システムのような多自由度連成振動系の制御に適する
- モデルをベースとした制御
 - 物理パラメータの時間変化やロバスト性などを定量的に考慮できる（応用）
- × 性能がモデリング精度に依存
 - 実システムとモデルの誤差を減らす必要

重力波分野における現代制御

T. Accadia et al., Rev. Sci. Instrum. **82**, 094052 (2011)

- KalmanフィルタによるVirgo倒立振り子の状態推定

M. Beker et al., Rev. Sci. Instrum. **85**, 034501 (2014)

- Virgo external optical benchの最適制御

B. Shapiro PhD Thesis (2012)

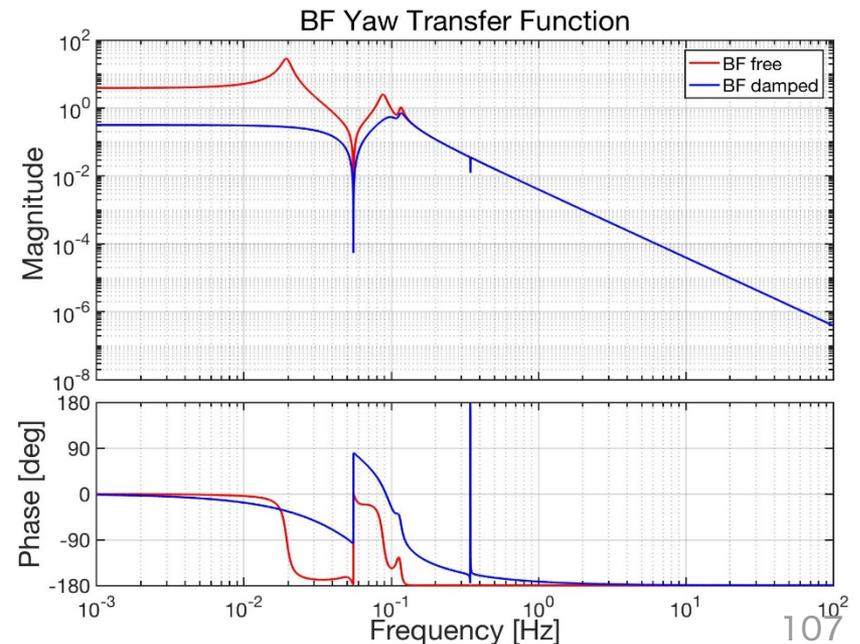
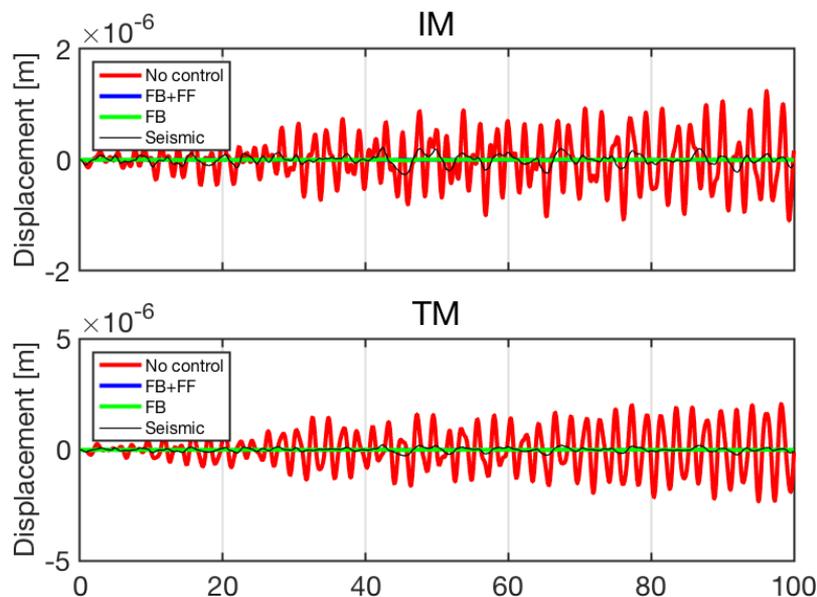
- LIGO quad suspensionの適応モーダルダンピング

D. Martynov PhD Thesis (2015)

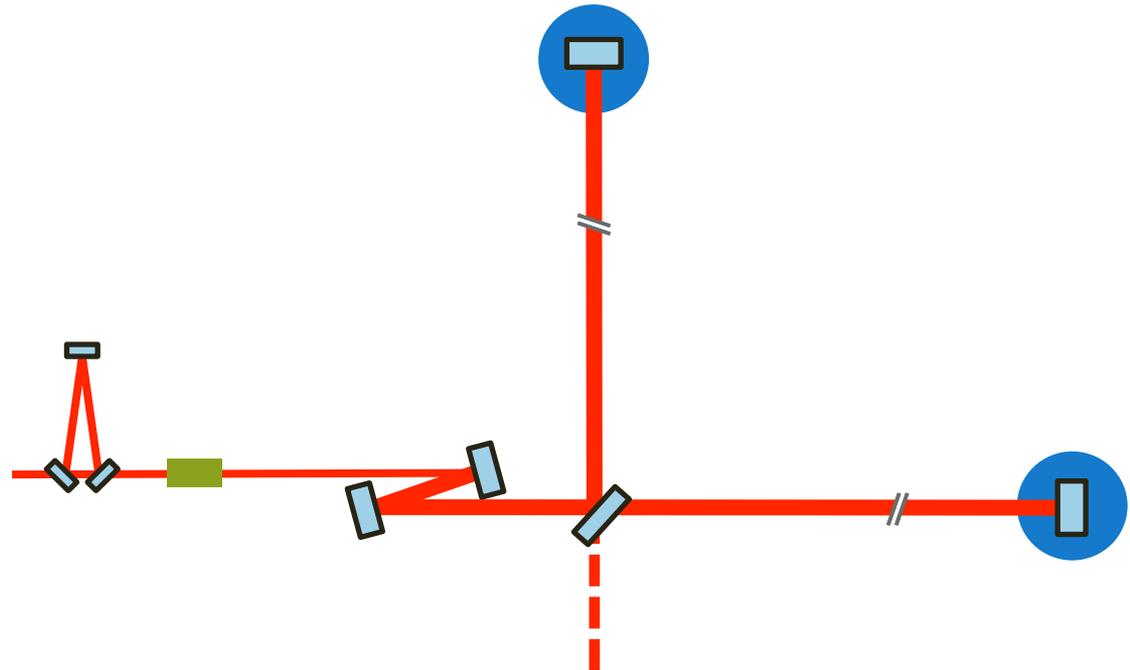
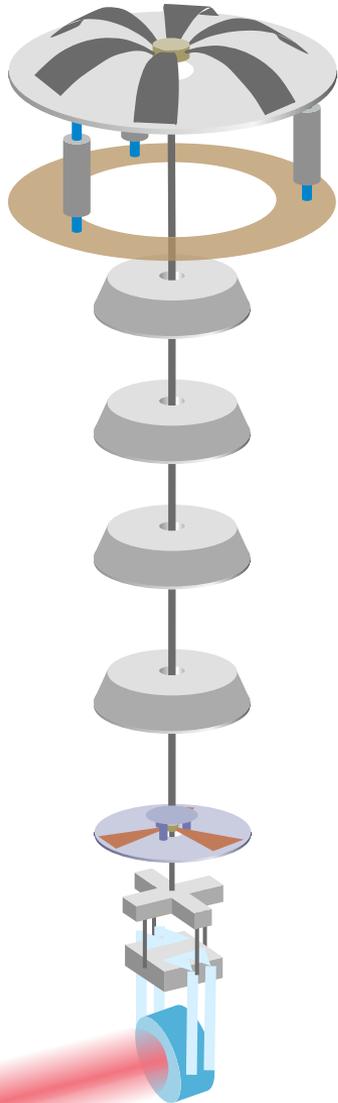
- LIGO quad suspensionの光てこ制御における H_{∞} 制御

最適制御の実装に向けて

- ✓ 2段振り子トイモデルによる検証
- ✓ Type-Aモデルを用いたGASモーダルダンピング
- Type-Aモデルでの最適制御の調整
- KAGRAデジタルシステムへ実装・性能評価

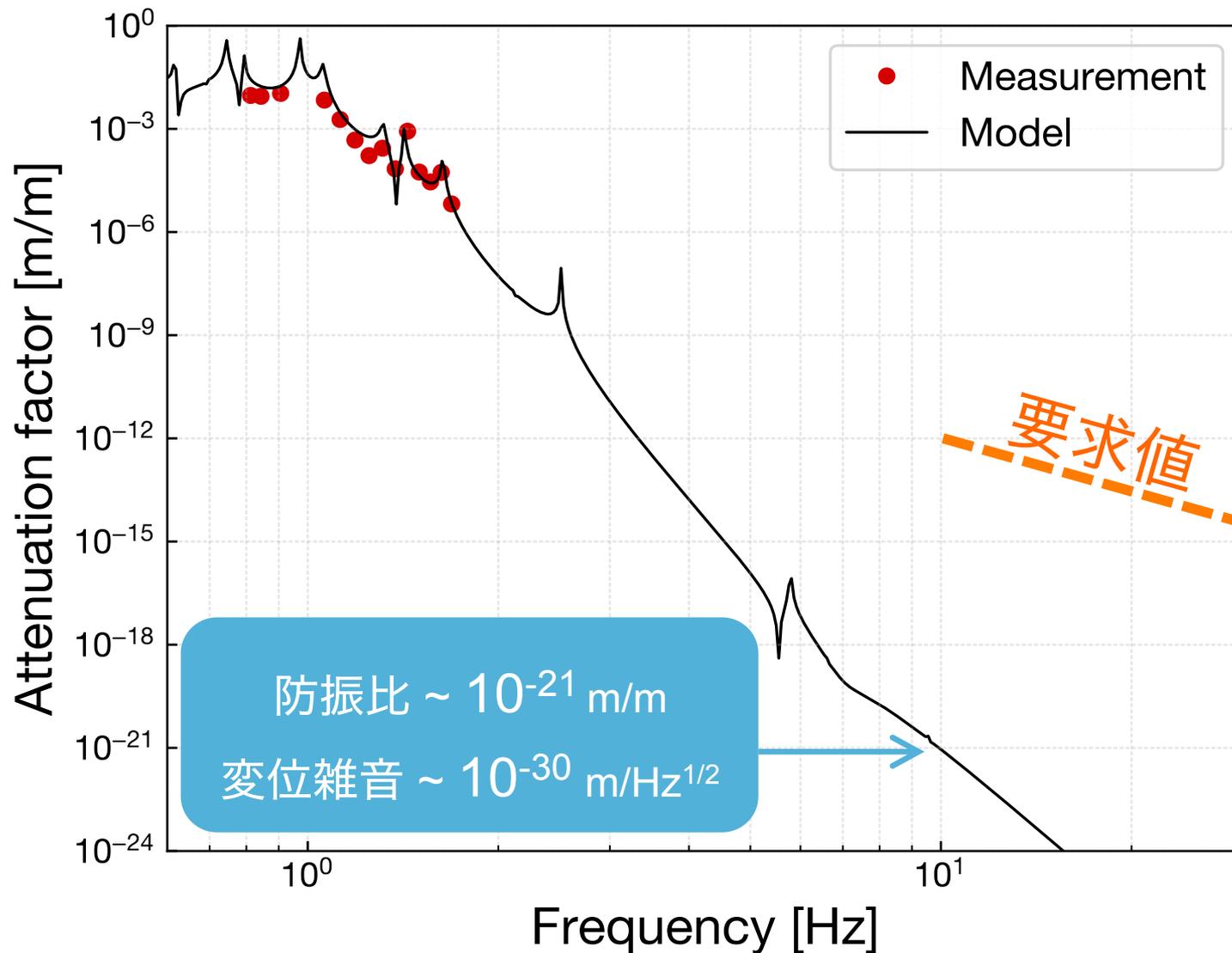


防振比の測定 @ Engineering run

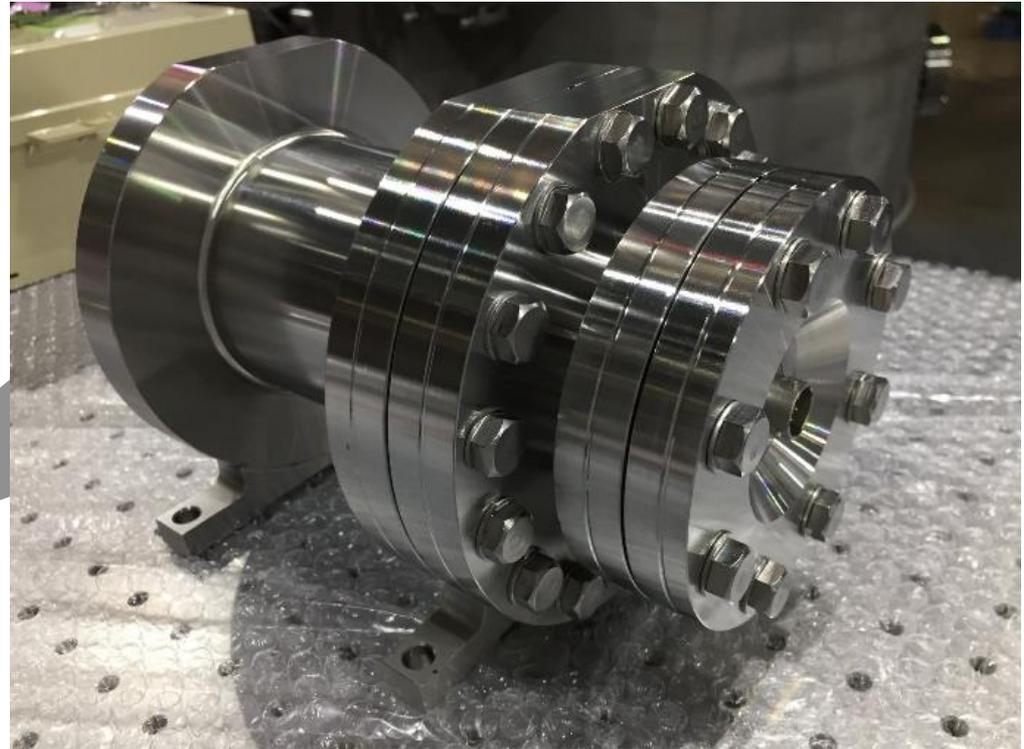
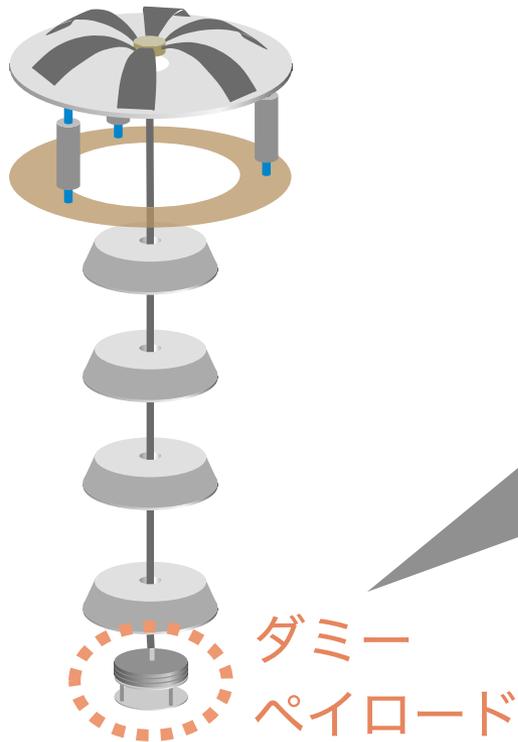


低温Michelson干渉計で防振比の測定
一部帯域で測定 ▶ モデルから全帯域を推定

防振比の測定結果

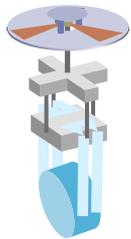


ダミーペイロードでの残留RMS

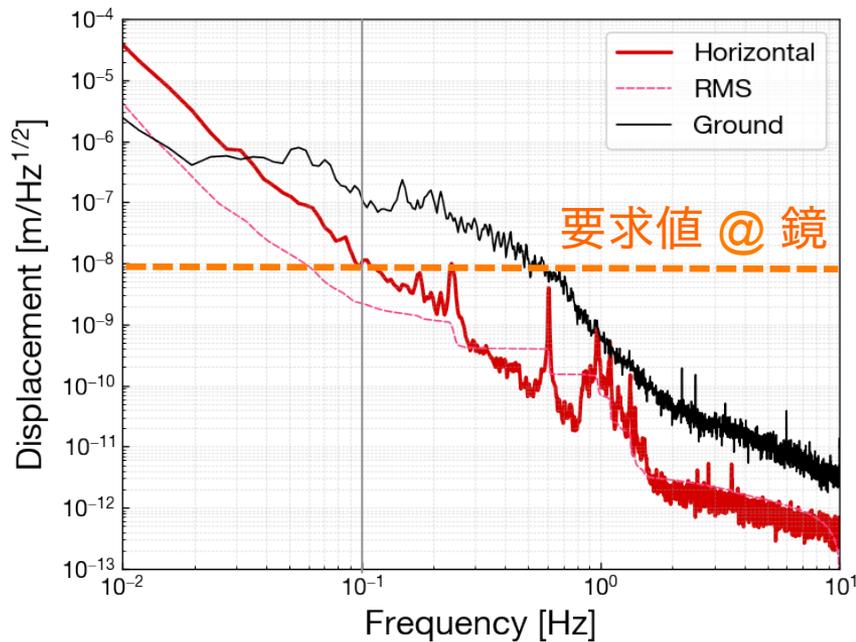


Geophone (速度センサ) x2

▶ 水平方向と鉛直方向のRMSを評価

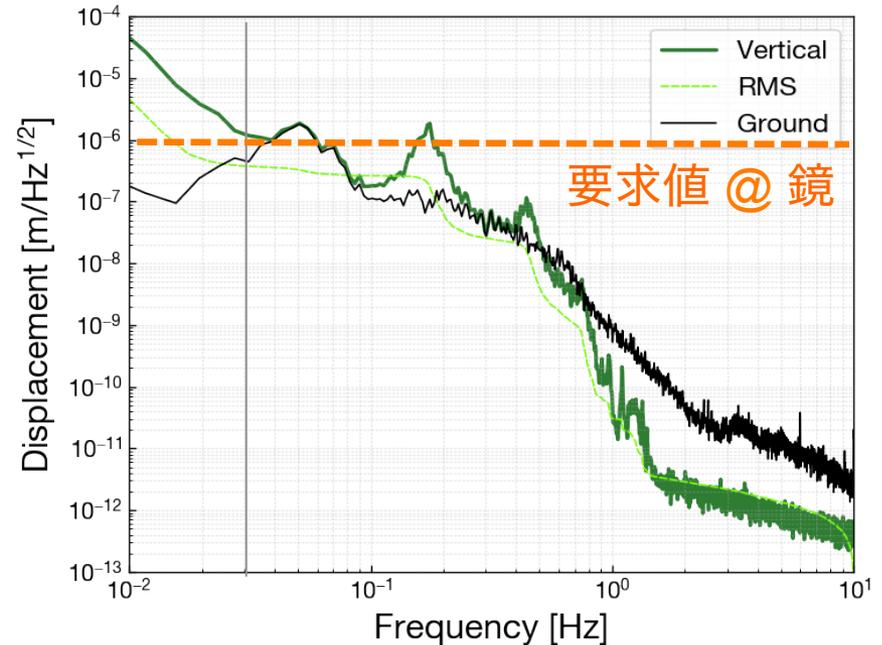


残留RMSの測定結果



水平方向

$2.2 \times 10^{-9} \text{ m } (> 0.1 \text{ Hz})$



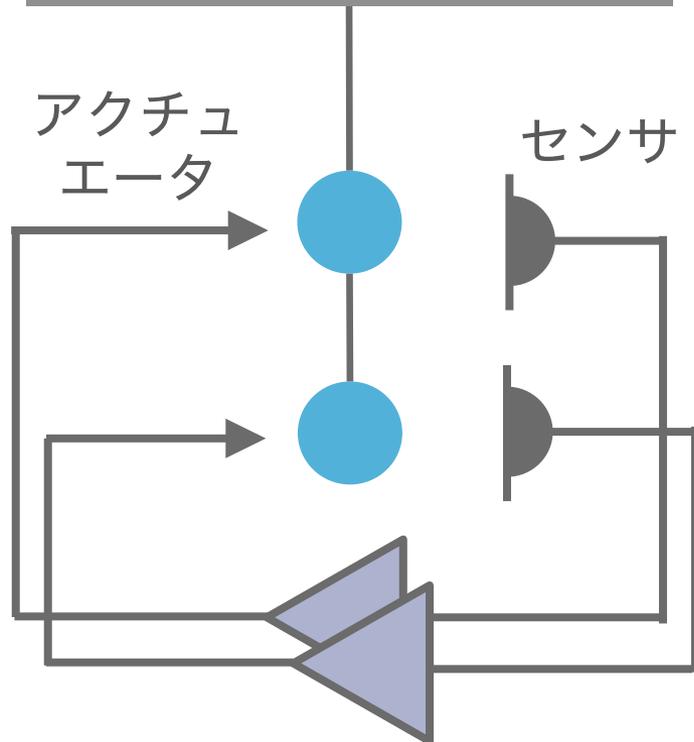
鉛直方向

$3.9 \times 10^{-7} \text{ m } (> 0.03 \text{ Hz})$

タワー部の性能としては **OK** ▶ ペイロード接続後再評価

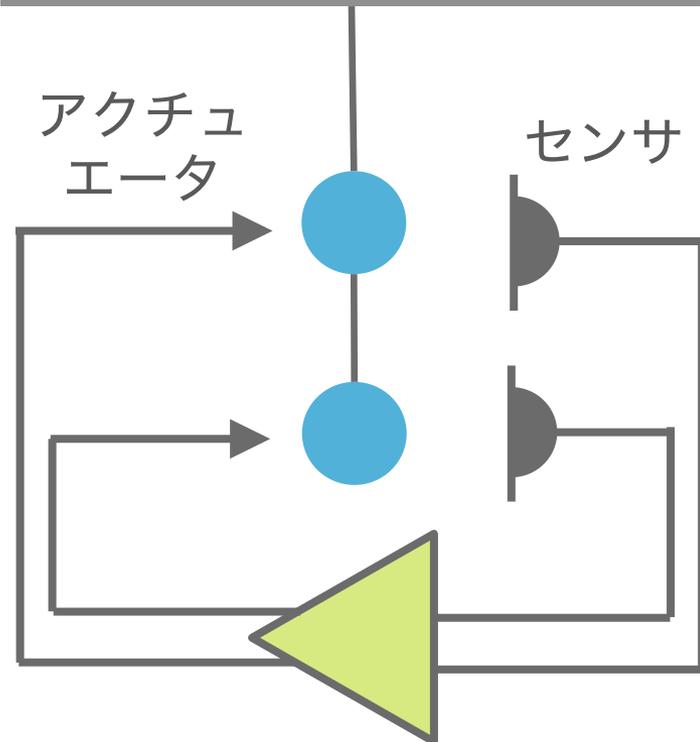
多入力多出力(MIMO)制御とは？

一入力一出力制御



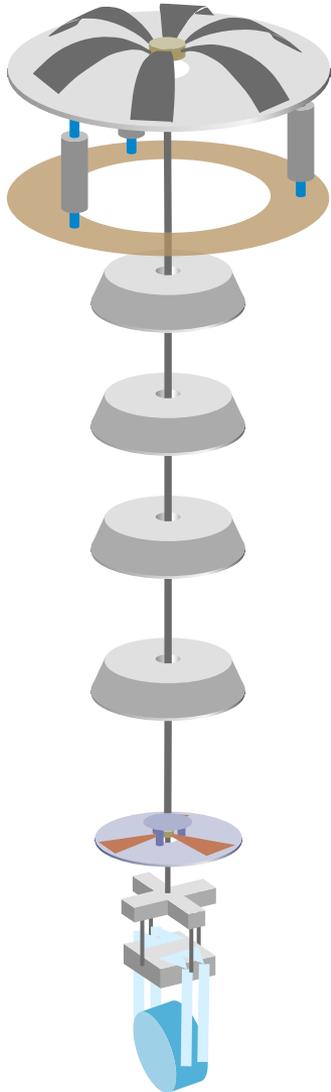
- センサ信号をそれぞれの段のアクチュエータにフィードバック
- 測定した伝達関数をベースにフィルタを設計

多入力多出力制御



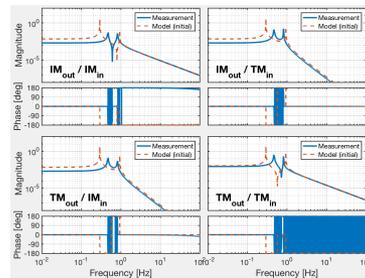
- 各段のセンサ信号をまとめて処理してフィードバック信号を分配
- 状態空間モデルをベースにフィルタを設計

SISO vs. MIMO

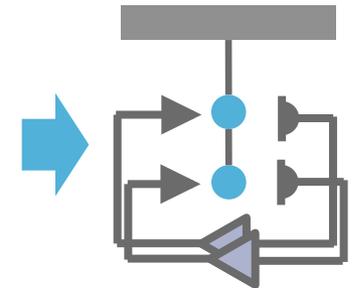


防振システム ▶ 多自由度連成振動系

従来の制御の場合...

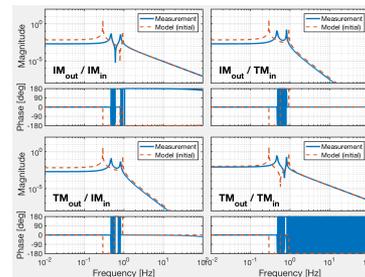


測定データ



制御系を構築

多入力多出力(MIMO)制御の場合...

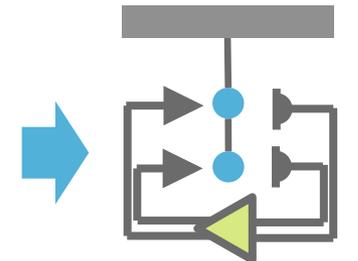


測定データ



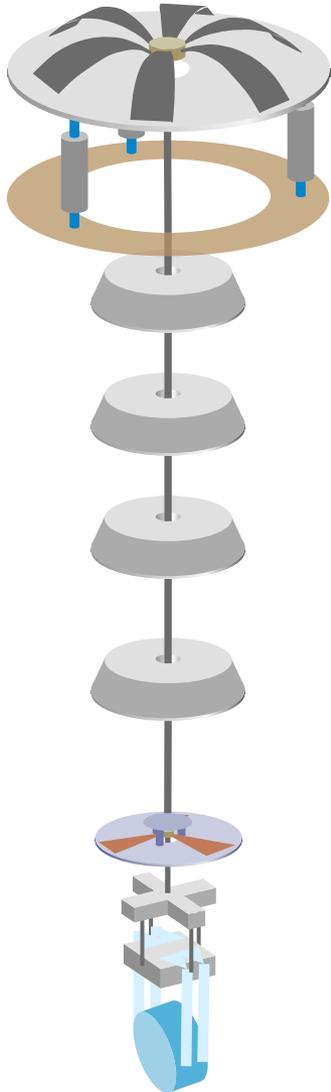
$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) &= Cx(t) + Du(t)\end{aligned}$$

システム全体を
モデリング

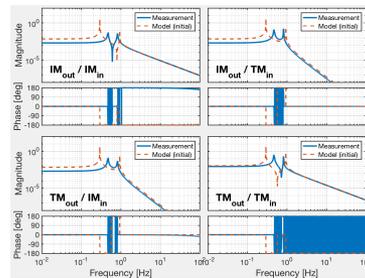


制御系を構築

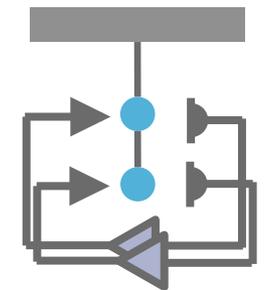
SISO vs. MIMO



防振システム ▶ 多自由度連成振動系
一入力一出力(SISO)制御の場合...

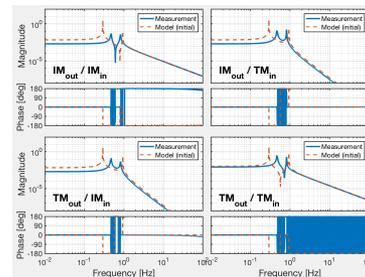


測定データ



制御系を構築

多入力多出力(MIMO)制御の場合...

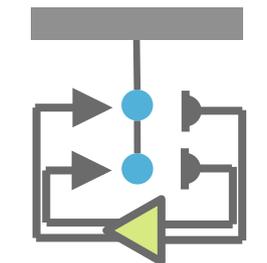


測定データ



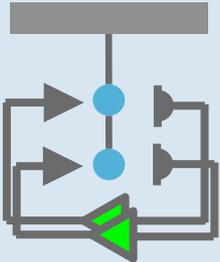
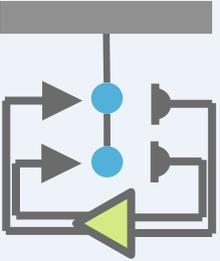
$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) &= Cx(t) + Du(t)\end{aligned}$$

システム全体を
モデリング

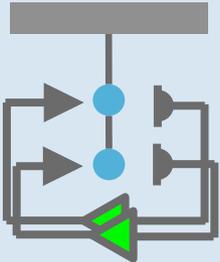
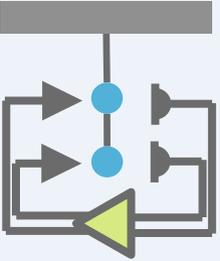


制御系を構築

SISO vs. MIMO

	長所	短所
 <p>従来の 制御</p>	<p>その場で手軽に設計可能 これまで干渉計制御に用い られてきた実績</p>	<p>人の手による経験的なtuning が必要 1自由度ごとに扱う 十人十色な制御設計思想</p>
 <p>MIMO</p>	<p>多段にわたる連成振動をモ デリング可能 自由度間coupling Systematicな最適化が可能</p>	<p>制御性能がモデリングの精度 に依存 精度の良いモデリングが大変</p>

SISO vs. MIMO

	長所	短所
 <p>従来の 制御</p>	<p>その場で手軽に設計可能 これまで干渉計制御に用い られてきた実績</p>	<p>人の手による経験的なtuning が必要 1自由度ごとに扱う 十人十色な制御設計思想</p>
 <p>MIMO</p>	<p>多段にわたる連成振動をモ デリング可能 自由度間coupling Systematicな最適化が可能</p>	<p>制御性能がモデリングの精度 に依存 精度の良いモデリングが大変</p>