

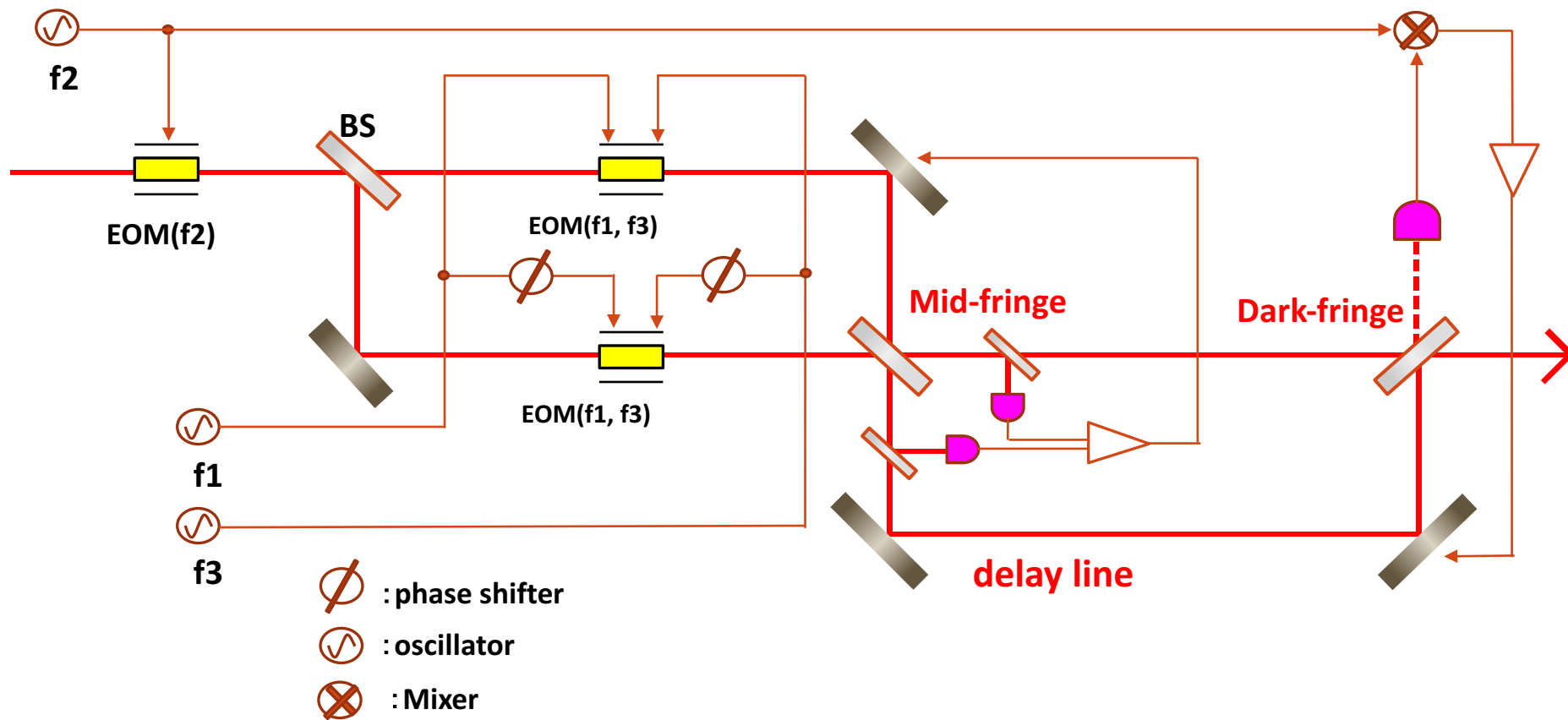
MZIを用いた変調システム ～現状報告 Jan 15. 2018～

KOHEI YAMAMOTO

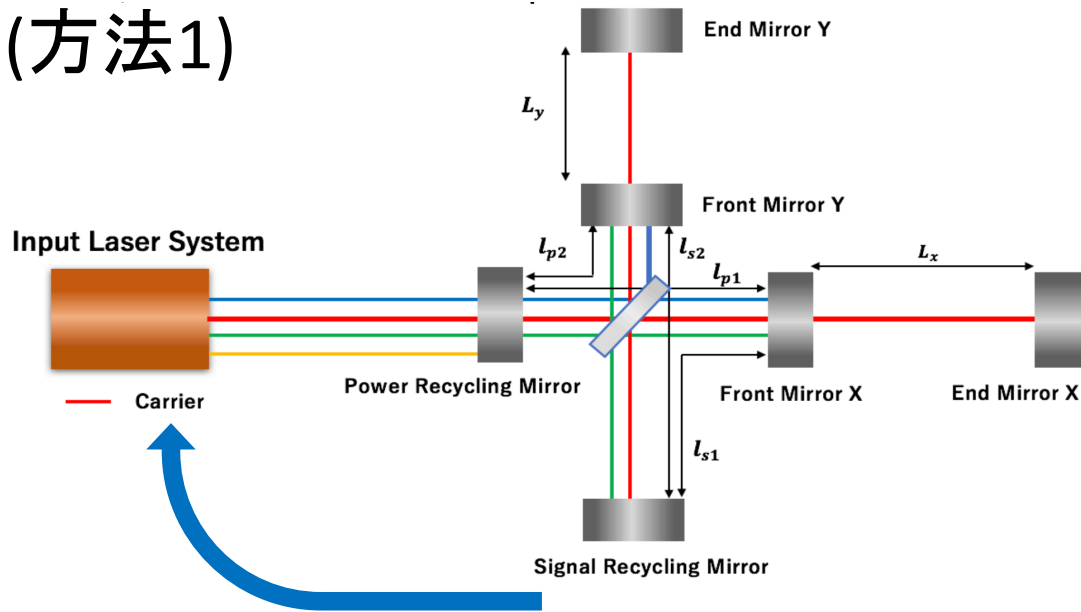
概要

- ・MZIの雑音要求値を二つの方法によって導出・比較を行なった
- ・要求値が非常に厳しい可能性が高い
- ・しかし未だ十分に信頼性の高い結果を得たとは言えないので,なるべく早く落とし所を見つけて結論に至らなければならない.二つの方法がコンシステントにならない(どちらにせよ要求は厳しそうだが)
 - *この点について自分なりに考えたことを色々書いていくので,みなさんにチェック・アドバイスをいただけるとありがたいです.
- ・少なくともMZIが最終的に厳しいとなった時に代替りとなる方法(THD?)について検討するのが良いように思われる.

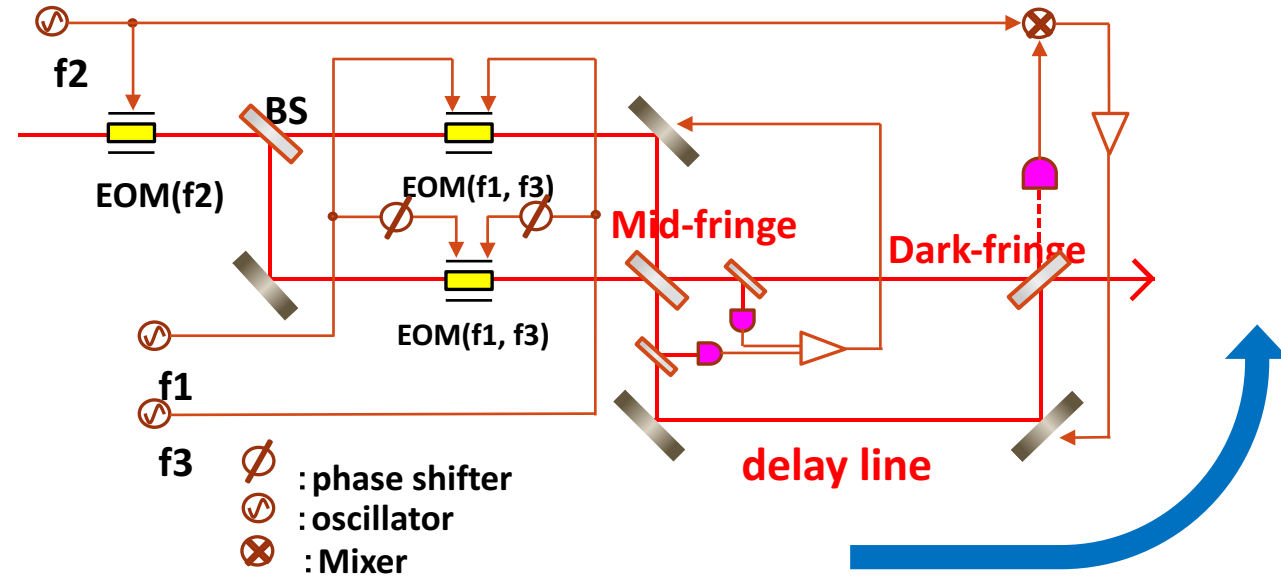
現在変調システムとして用いるMZIのシミュレーションを行っている。
 具体的には考えられるMZI内のエラーの要求値を導くことが目的である



これまで... (方法1)



DARMから, RFサイドバンド雑音に対する
要求値を導出(文献[1])



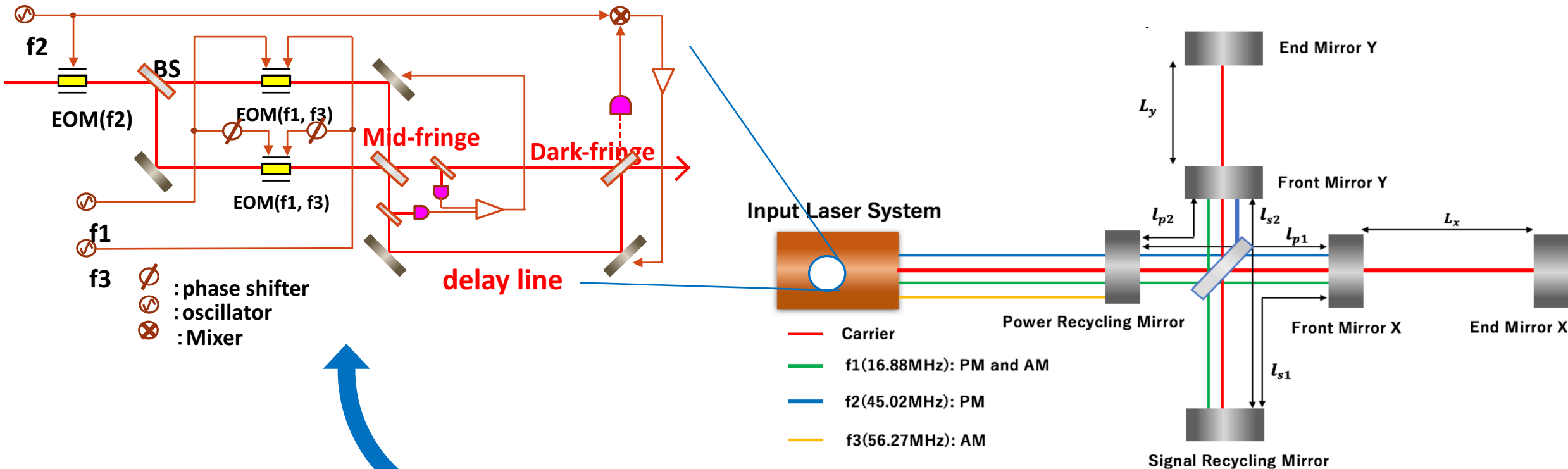
MZIの各要素からoutputのサイドバンド
までの伝達関数を導出

➡ MZIの各雑音に対する要求値を導出

[1] Y. Aso et al. "Interferometer design of the KAGRA gravitational wave detector". Phys.Rev.D 88, 043007(2013)

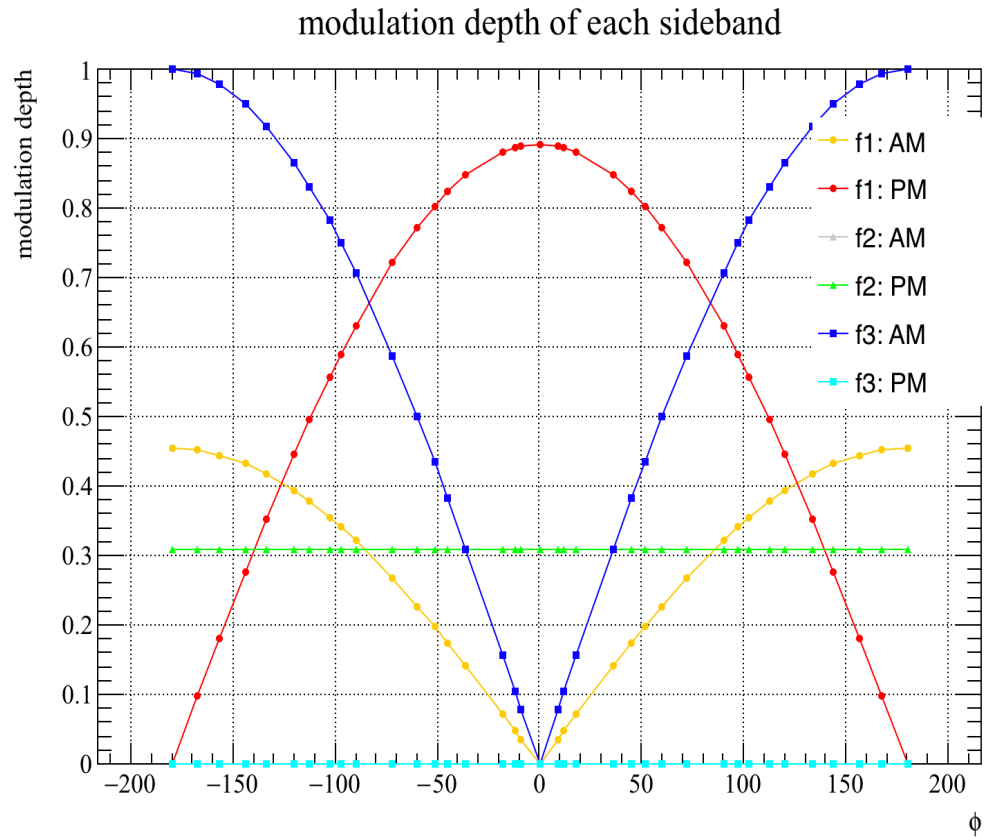
しかし...(方法2)

これまで用いていたサイドバンド要求値は、サイドバンドが純粋な位相変調の場合にのみ利用可能なので、KAGRA全体のLSCコードにMZIを組み込んで、直接要求値を計算することにした



MZIの雑音からDARMまでのカップルを直接計算することにより、MZIの雑音要求値を導く

これら二つの方法はある程度比較可能のはず...



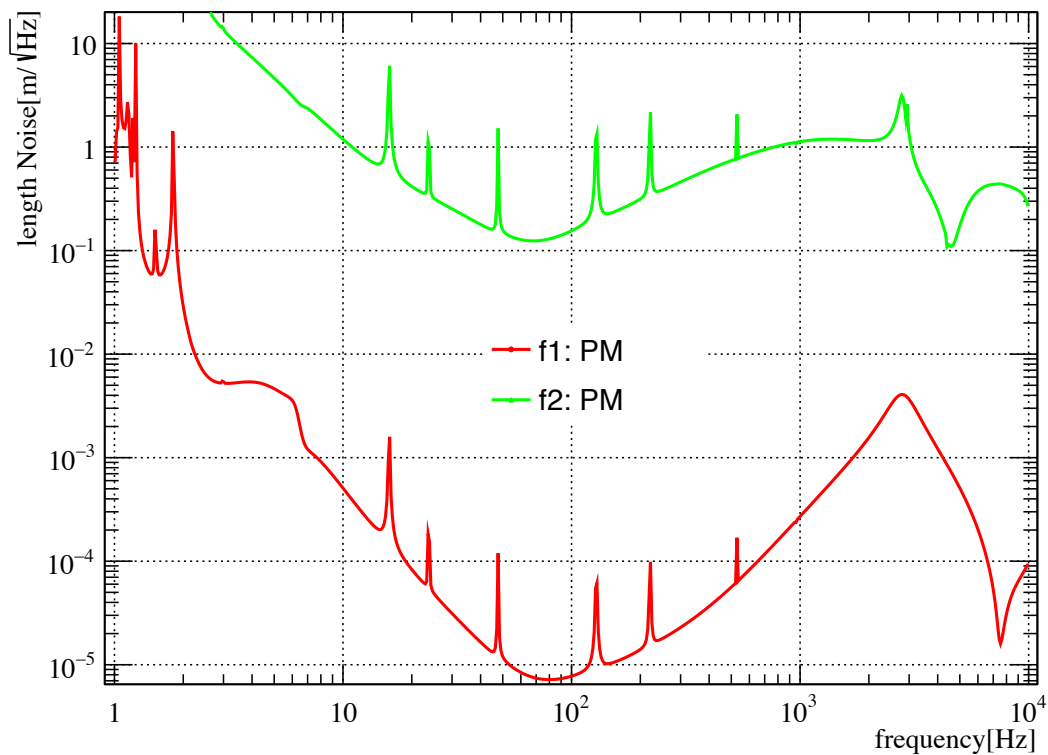
これまでの結果とは、位相差を0に設定することで(BRSE)大まかに比較できるはず

	Phase difference b/w EOMs	availability
Results so far	zero	○
	Non-zero	×
Future results	zero	○
	Non-zero	○

方法1と方法2を比較してみても...

EX.1 ダークフリンジ

BRSE dark-fringe noise(phase noise)($\phi=0.0$)



方法1: Phase noiseからの寄与

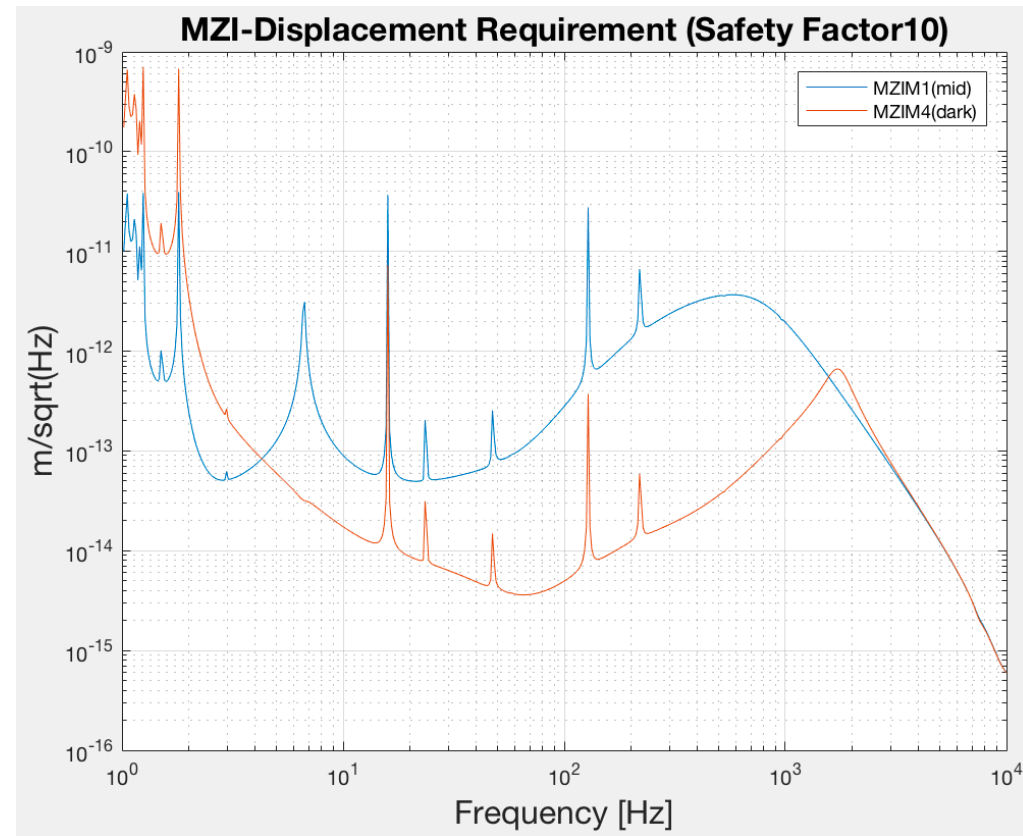
*ISCモデルの結果の形から

ミッドフリンジ: f2 Amplitude noise

ダークフリンジ: f1 Phase noise

がそれぞれ支配的であることがわかるので、それらに的を絞る

10桁も違う..

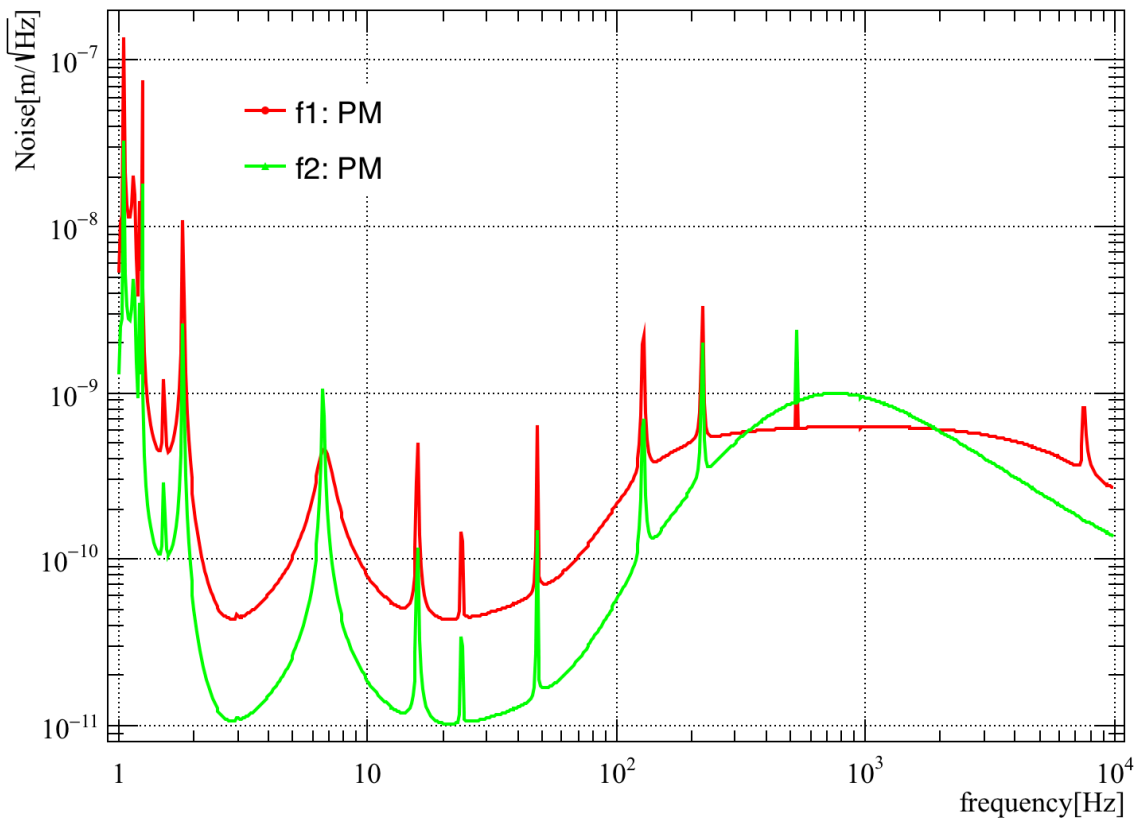


方法2

方法1と方法2を比較してみても...

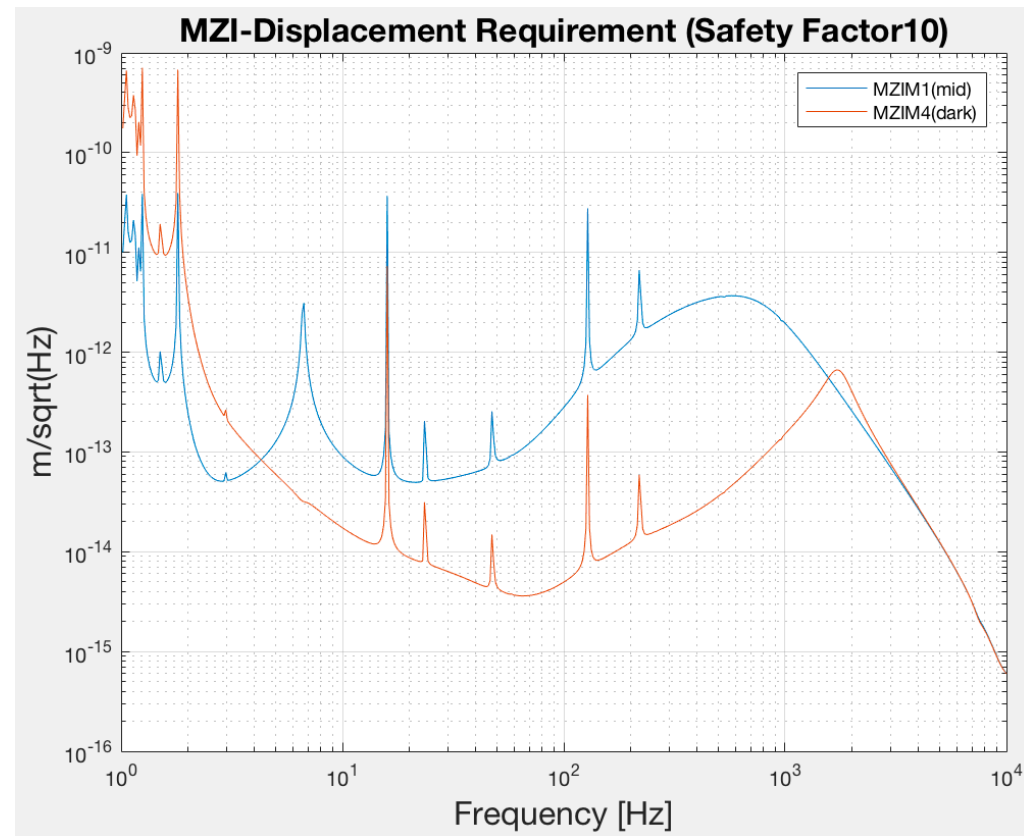
EX.1 ミドルFRINGE

BRSE mid-fringe noise requirement($\phi=0$)



方法1: Amplitude noiseからの寄与

2桁程度違う



方法2

どこでここまで大きな差が生まれてしまっているのか突き止めたいのだが...

可能性.

I 方法1のMZIからoutputのサイドバンドまでの伝達関数が桁で間違っている

e.g. 単位が違うとか, 計算している量の定義が違うとか(特に“Phase noise[dBc]”の計算は怪しい?これはダークフリ
ンジにとって重要)

“方法1が悪い”

II 方法2のMZIのoutputのサイドバンド要求値と, 方法1で使っていたもの(文献[1]の結果)が, 何かしらの理由により
大きくかけ離れている (f2が比較には良いだろう)

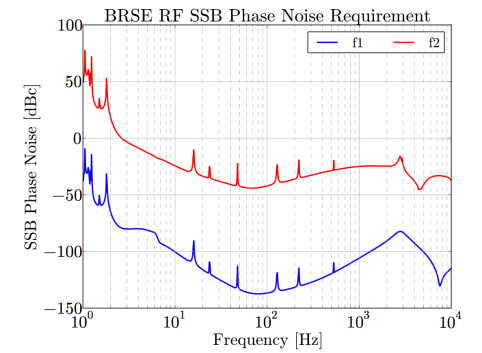
”1と2の精度の高い比較は不可能”

III 方法1の伝達関数はMZIが小さいゆえ”周波数依存しない”という仮定(周波数依存性は, outputのサイドバンドか
らDARM signalまでのものが支配的)の元で計算していたが, 実のところ周波数依存性が大きかった.

“方法1が悪い”

IV: 方法2がそもそも正しく計算されていない

”方法2が悪い”



[1] Y. Aso et al. "Interferometer design of the KAGRA gravitational wave detector". Phys.Rev.D 88, 043007(2013)

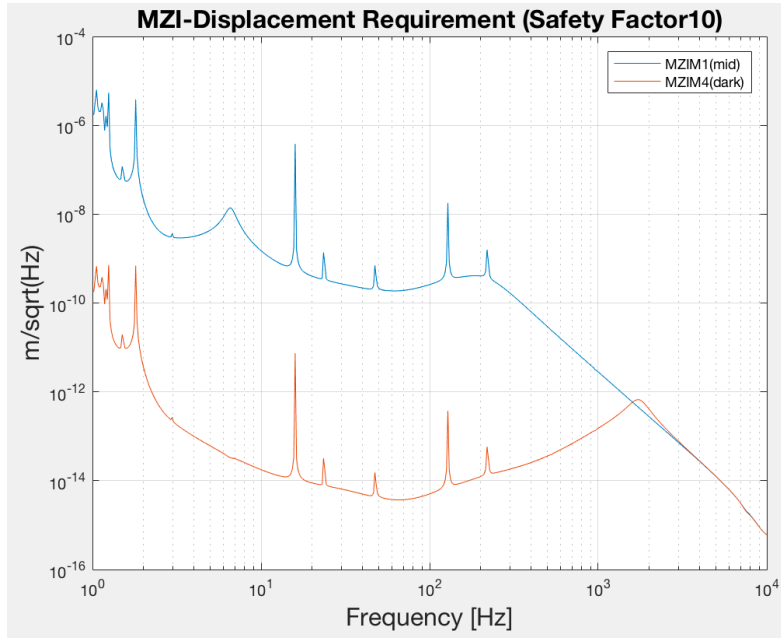
可能性 I : MZIからサイドバンドまでの伝達関数

可能性I: 方法1の伝達関数の特徴は方法2でも正しく見えるか

EOM間の位相差やミッドのズレによって、どの成分が寄与しているのか変わるだろうか?

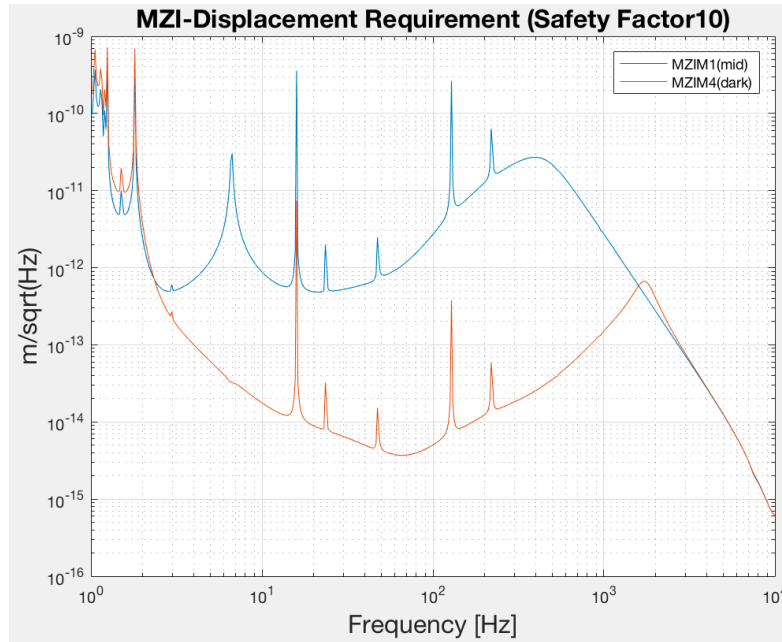
位相差0(BRSE)

ほぼ変わらない(方法1もamplitude noiseはこの傾向にあった)



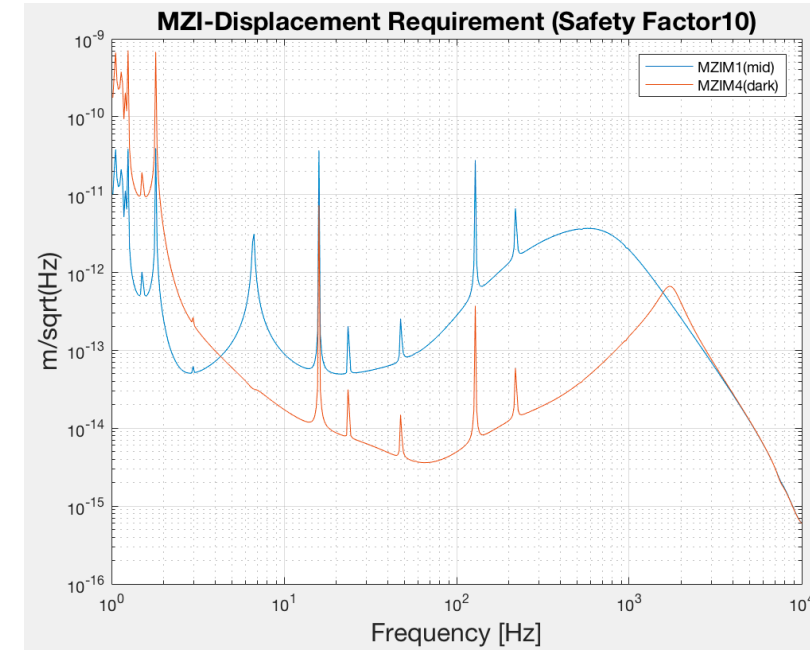
ミッドフリンジズレなし

ミッド: f1のAmp
ダーク: (高周波)f1のphase, (低周波)f2のphase



ミッドフリンジ0.1%ズレ

ミッド: f2のAmp
ダーク: (高周波)f1のphase, (低周波)f2のphase



ミッドフリンジ1%ズレ

ミッド: f2のAmp
ダーク: (高周波)f1のphase, (低周波)f2のphase

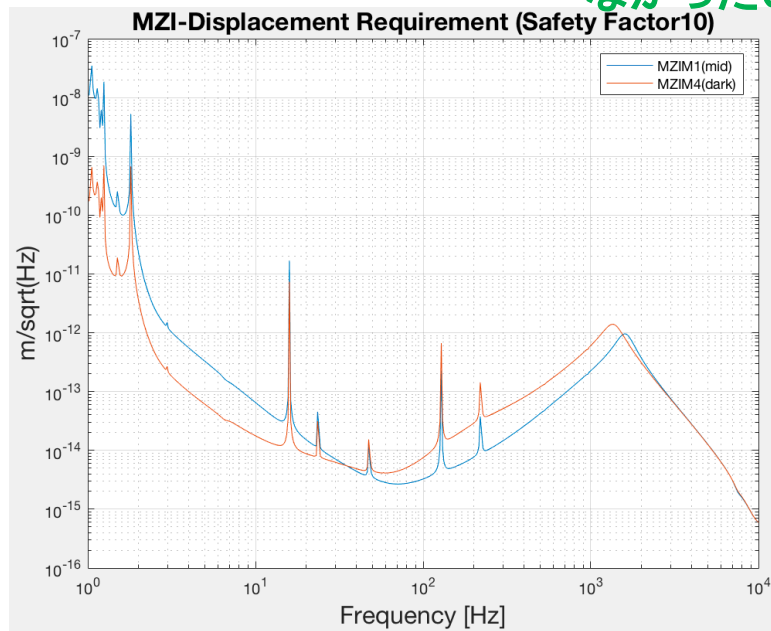
可能性I: 方法1の伝達関数の特徴は方法2でも正しく見えるか

EOM間の位相差やミッドのズレによって、どの成分が寄与しているのか変わるだろうか?

位相差101(DRSE)

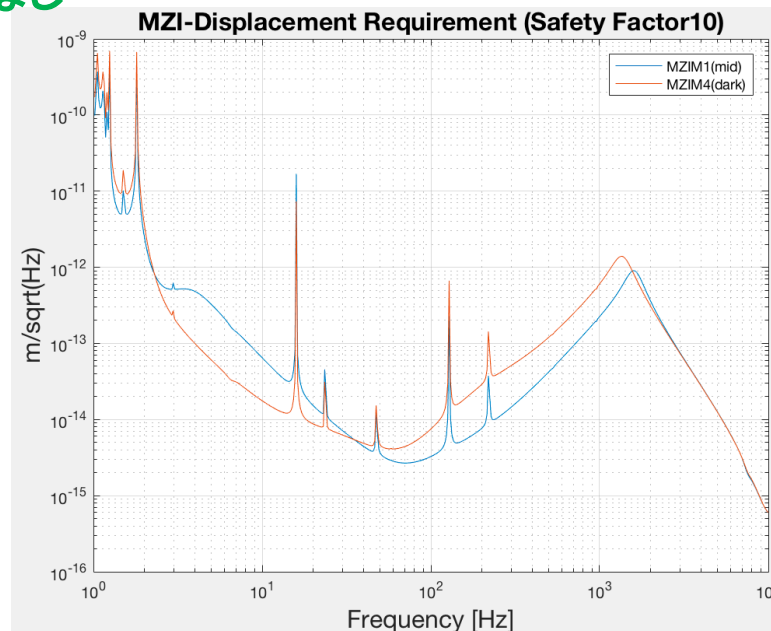
このページはDRSEをうまく渡せていなかったのでもし

ほぼ変わらない(方法1もphase noiseは線形に出ていた)



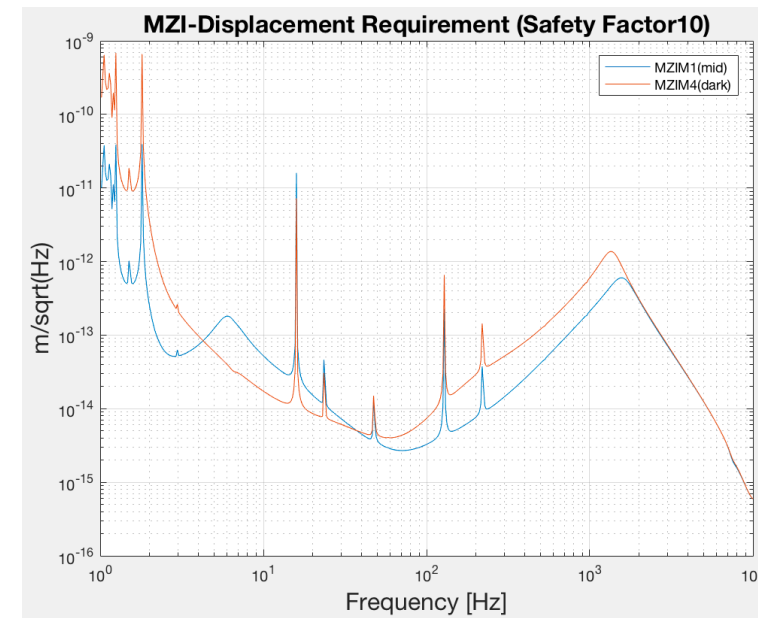
ミッドフリッジズレなし

ミッド: (高周波)f1のphase, (低周波)f2のphase
ダーク: (高周波)f1のphase, (低周波)f2のphase



ミッドフリッジ0.1%ズレ

ミッド: f1のphase
ダーク: (高周波)f1のphase, (低周波)f2のphase



ミッドフリッジ1%ズレ

ミッド: (高周波)f1のphase, (低周波)f1のamp
ダーク: (高周波)f1のphase, (低周波)f2のphase

可能性I: 方法1の伝達関数の特徴は方法2でも正しく見えるか

要求値に寄与している成分の特徴がしっかり反映されているように思える. MZIからサイドバンドまでの伝達関数は方法1でも2でも同様の特徴をコンシステントに持っている.

つまり

- ・伝達関数が定数因子だけ何か違う
- ・方法1の計算で伝達関数とは違うところで何かまずいことをしている

一つ目について, 単位などのミスはなかった.
よって二つ目だが...

可能性I: 伝達関数(Phase noise) の計算方法の確認

変位誤差の影響

$$e^{i(\Omega t + m \sin(\omega_m t + \phi))} \stackrel{(\phi = \beta \sin \omega_\beta t)}{\simeq} [J_0(m) + J_1(m)e^{i(\omega_m t + \phi)} - J_1(m)e^{-i(\omega_m t + \phi)}] e^{i\Omega t}$$

upperに着目 $J_1(m)e^{i(\omega_m t + \phi)} \simeq J_0(m)[J_0(\beta) + J_1(\beta)e^{i\omega_\beta t} - J_1(\beta)]e^{i\omega_\beta t}$

文献では単位はdBcで定義されているので...

$$\begin{aligned}
 (PhaseNoise) &= 10 \log_{10} \frac{J_1(\beta)^2}{J_0(\beta)^2} \\
 &= 10 \log_{10} \left(\frac{\beta^2}{4} [dBc] \right)
 \end{aligned}$$

文献のデータがここに対応しているのが最も怪しい
(上の計算は合っているだろうか)

よって, $\beta \leftrightarrow$ (要求値を求めたい誤差)関係を導くことができれば, β の要求値を, 例えばDelay lineの変位雑音の要求値とかに焼き直せる.

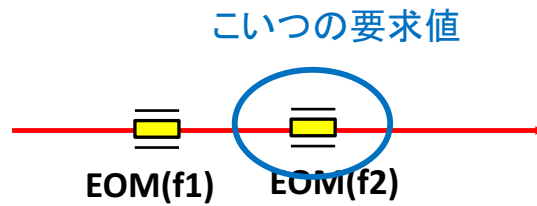
$$\begin{aligned}
 &[A + C_+ e^{i\omega_m t} + C_- e^{-i\omega_m t}] e^{i\Omega t} \\
 &= [A + |C_+ + C_-^*| \cos(\omega_m t + \arg(C_+ + C_-^*)) \\
 &\quad + i|C_+ - C_-^*| \sin(\omega_m t + \arg(C_+ + C_-^*))] e^{i\Omega t}
 \end{aligned}$$

可能性Ⅱ: MZIが与えるMZIより後ろの部分への影響

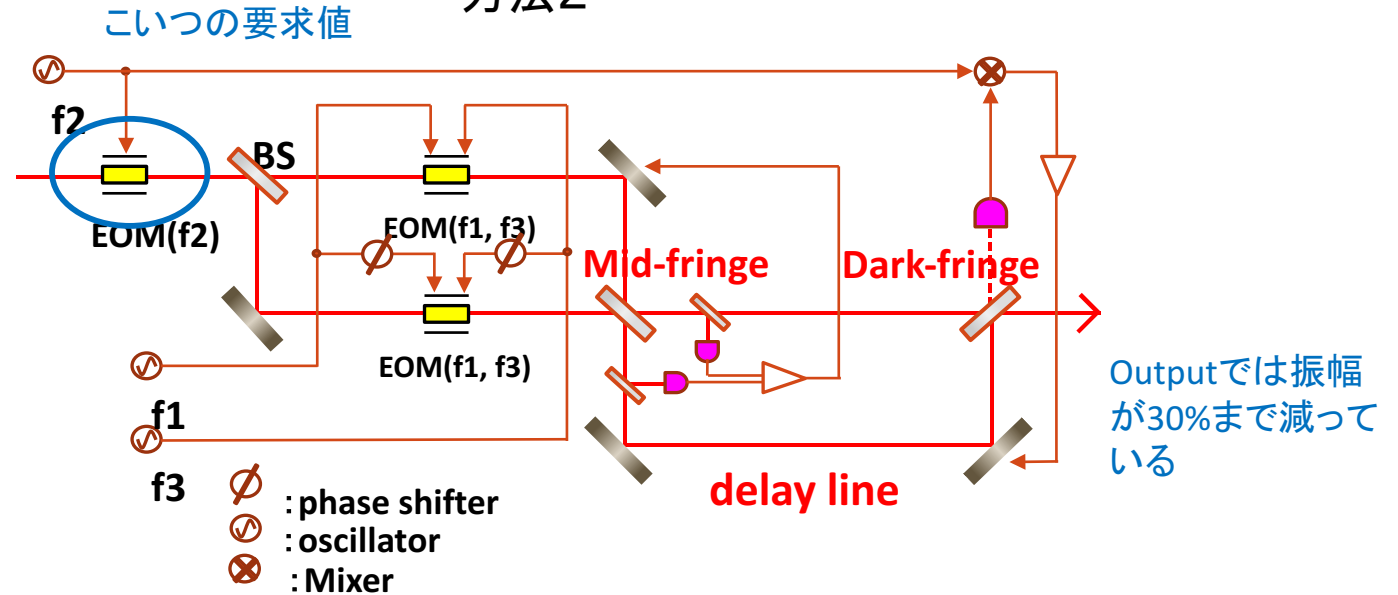
可能性 II : f2のノイズ要求値を比較

f2の要求値の意味が少し違うことに留意

方法1



方法2



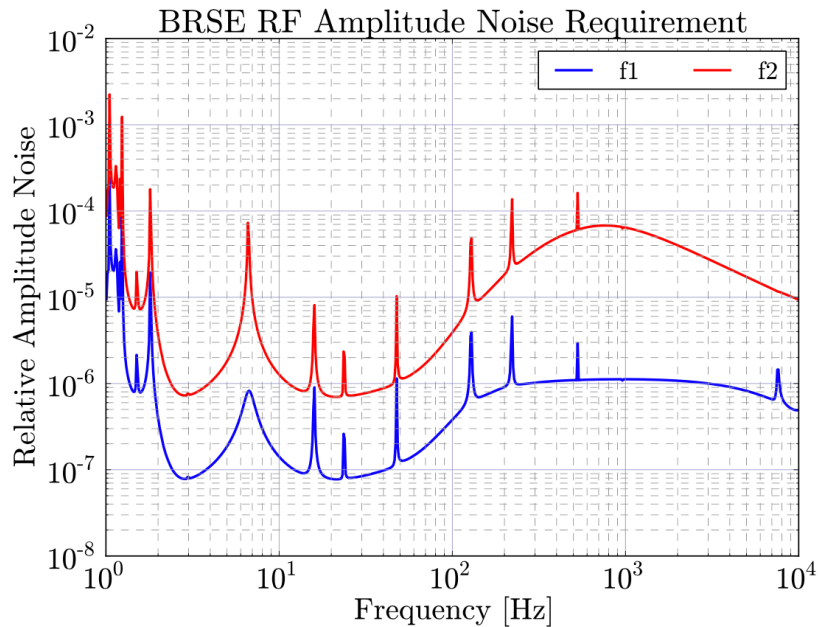
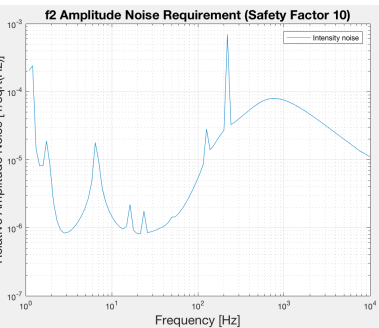
Amplitudeについては今回の方が多少厳しく出る?

可能性 II : f2のノイズ要求値を比較

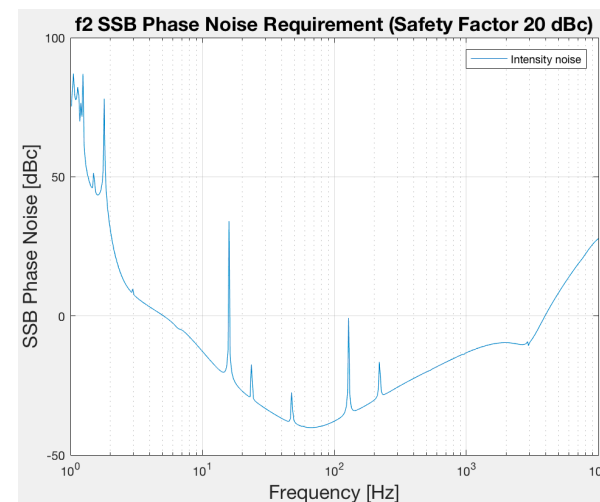
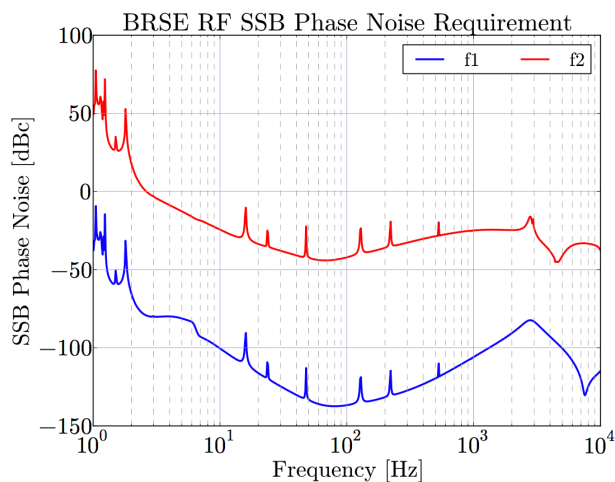
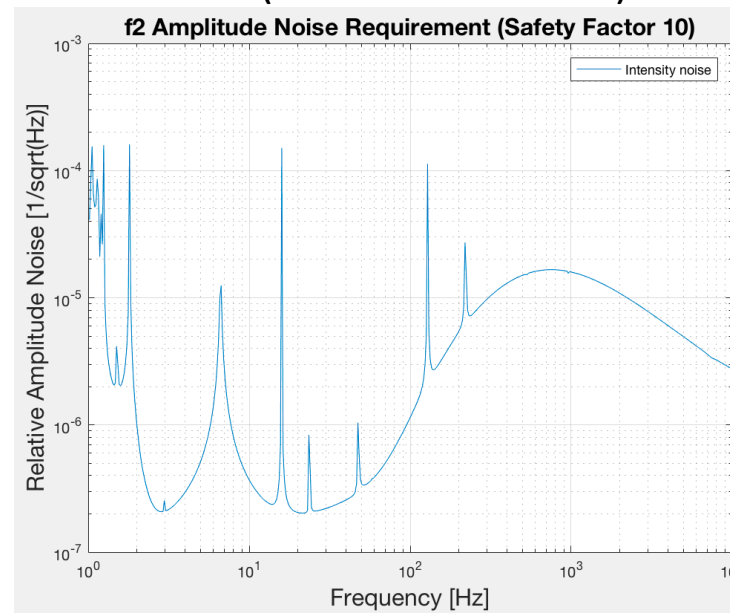
文献[1]

[1] Y. Aso et al. "Interferometer design of the KAGRA gravitational wave detector". Phys.Rev.D 88, 043007(2013)

MZI(ミッドのオフセット込み)



まあ大した変
わりはない



可能性 II : f2のノイズ要求値を比較

結論: (この議論だけでは断言できないが)MZIの下流が(少なくともf2に対して)そこまで大きな差を生んでいるわけではないような気がする。

つまり, 例えばMZIのミッドフリンジには常にズレがあると仮定して方法1(対応して方法2)を行なっているが, そいつがMZIより下流に大きな影響を及ぼすことにより, 方法1と方法2の比較が著しく異なるという可能性は低いことが示唆される。

可能性Ⅲ: MZIからoutputのサイドバンドへのTFの周波数依存性

可能性III: MZIの各要素からoutputのサイドバンドまでの伝達関数の周波数依存

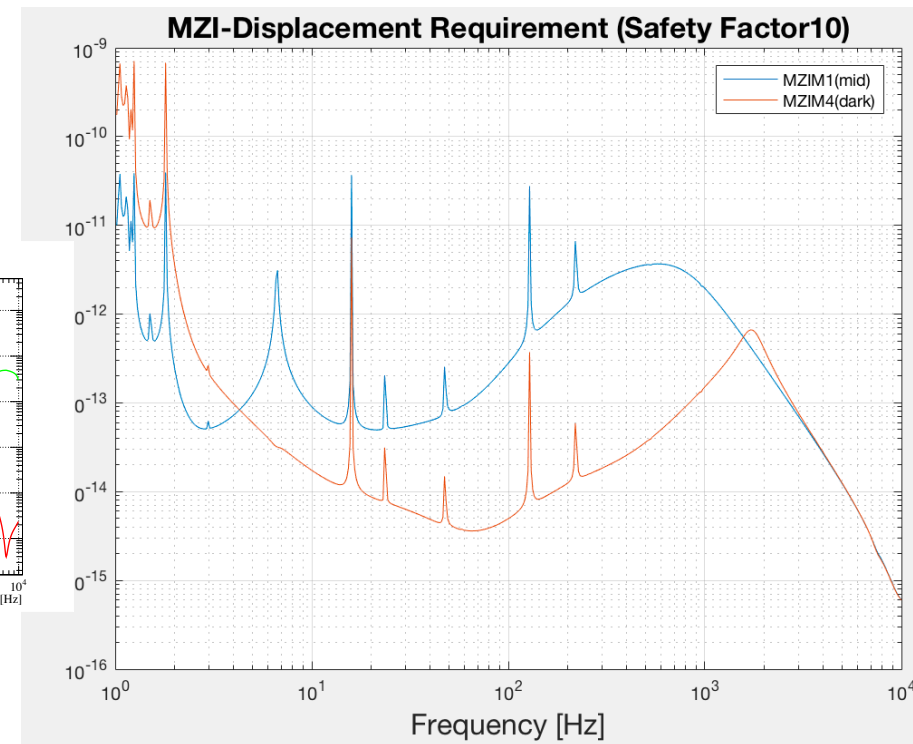
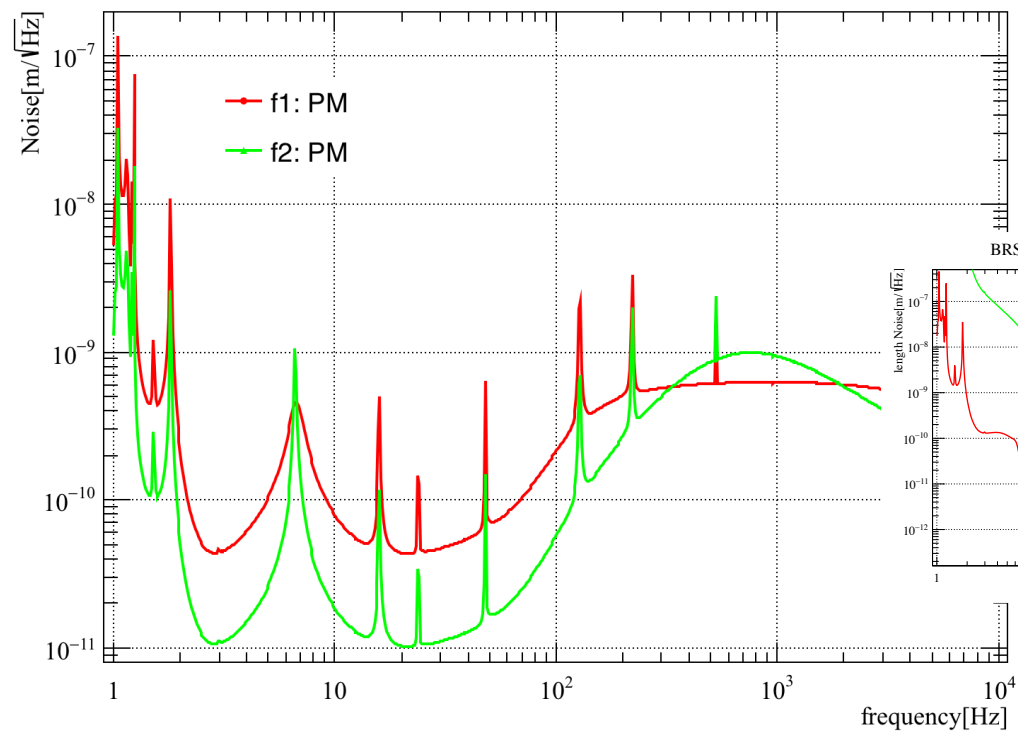
ミッドFRINGEからの伝達関数

形的には完全にamplitudeが支配的に見えるが、phaseの方がf2は厳しい(しかし、f1とf2の依存性の違いで一桁程度行く可能性がある)のでチェック

Darkは形的に高周波ではf1のphase

方法1 (Amplitude Noiseの要求値から)
BRSE mid-fringe noise requirement($\phi=0$)

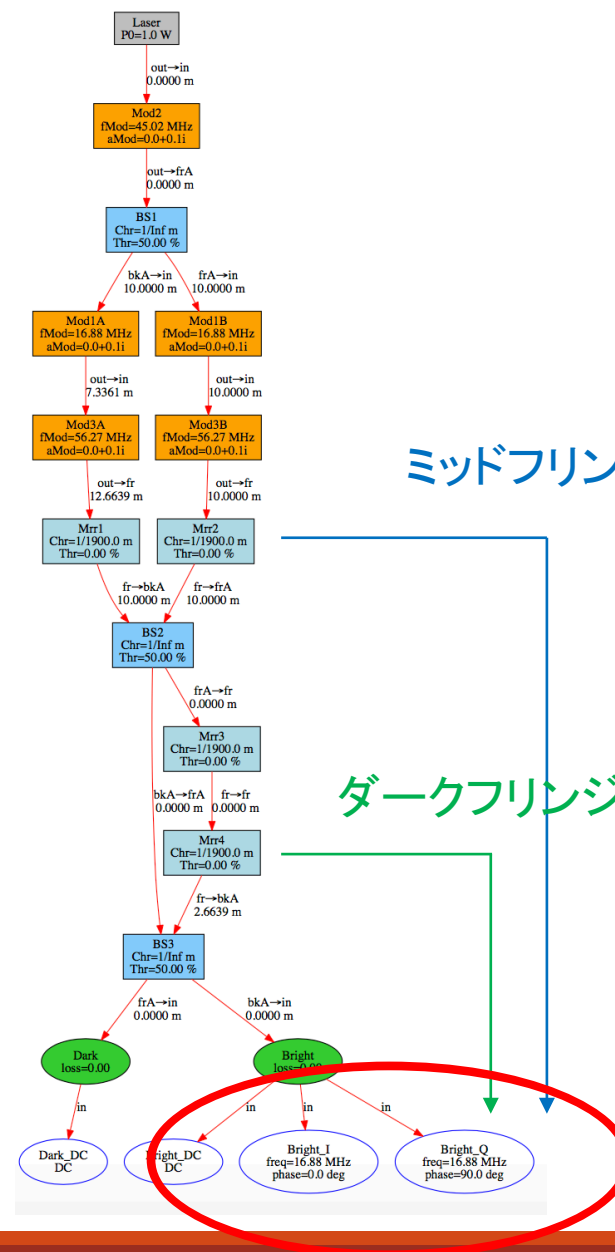
方法2(方法1で仮定した、 $1.659e-9[m]$)のズレを入れている)



可能性III: MZIの各要素からoutputのサイドバンドまでの伝達関数の周波数依存

Tickle関数により, 様々な周波数で, 鏡やRF変調器の振幅や位相などを振ってみた.

各光学素子からMZIのoutputの"Relative Amplitude noise"や"Phase noise[dBc]"までの伝達関数を直接計算はできないが, それは新しく用意した(f1, f2)復調のProbeまでの伝達関数と"周波数依存の傾向"においては一致するだろう.



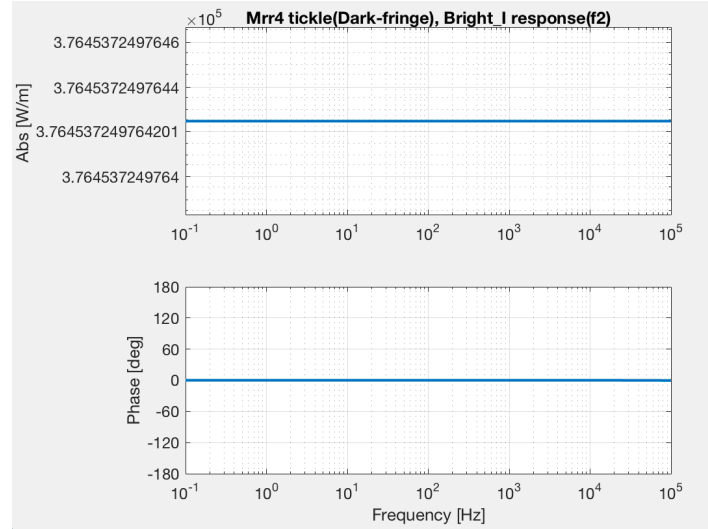
ミッドフリンジからの伝達関数

ダークフリンジからの伝達関数

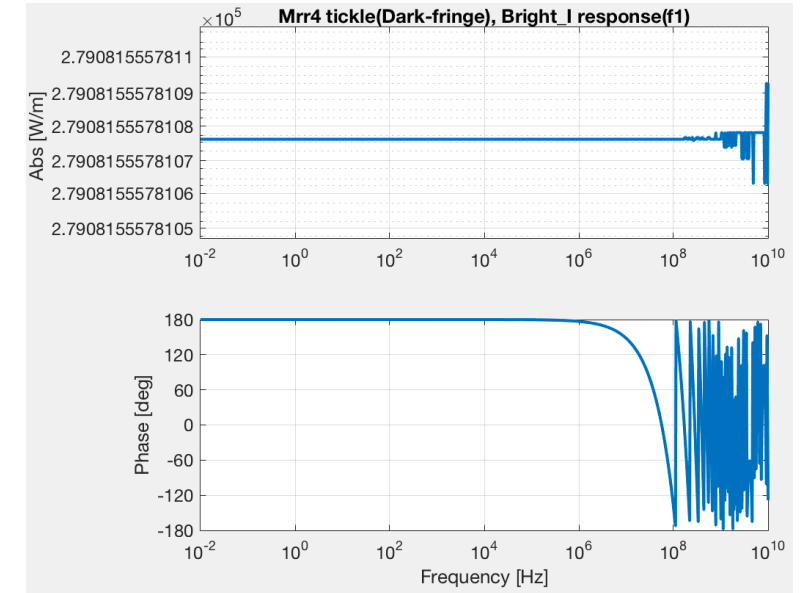
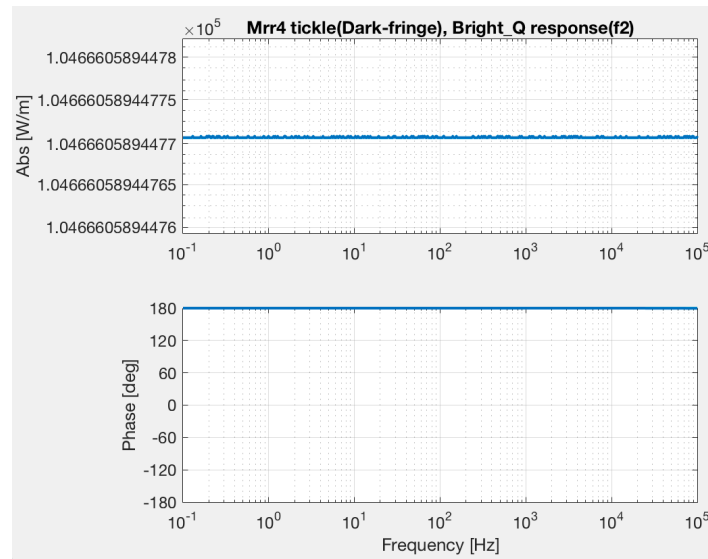
可能性III: MZIの各要素からoutputのサイドバンドまでの伝達関数の周波数依存

ダークフリンジからの伝達関数

I phase



Q phase



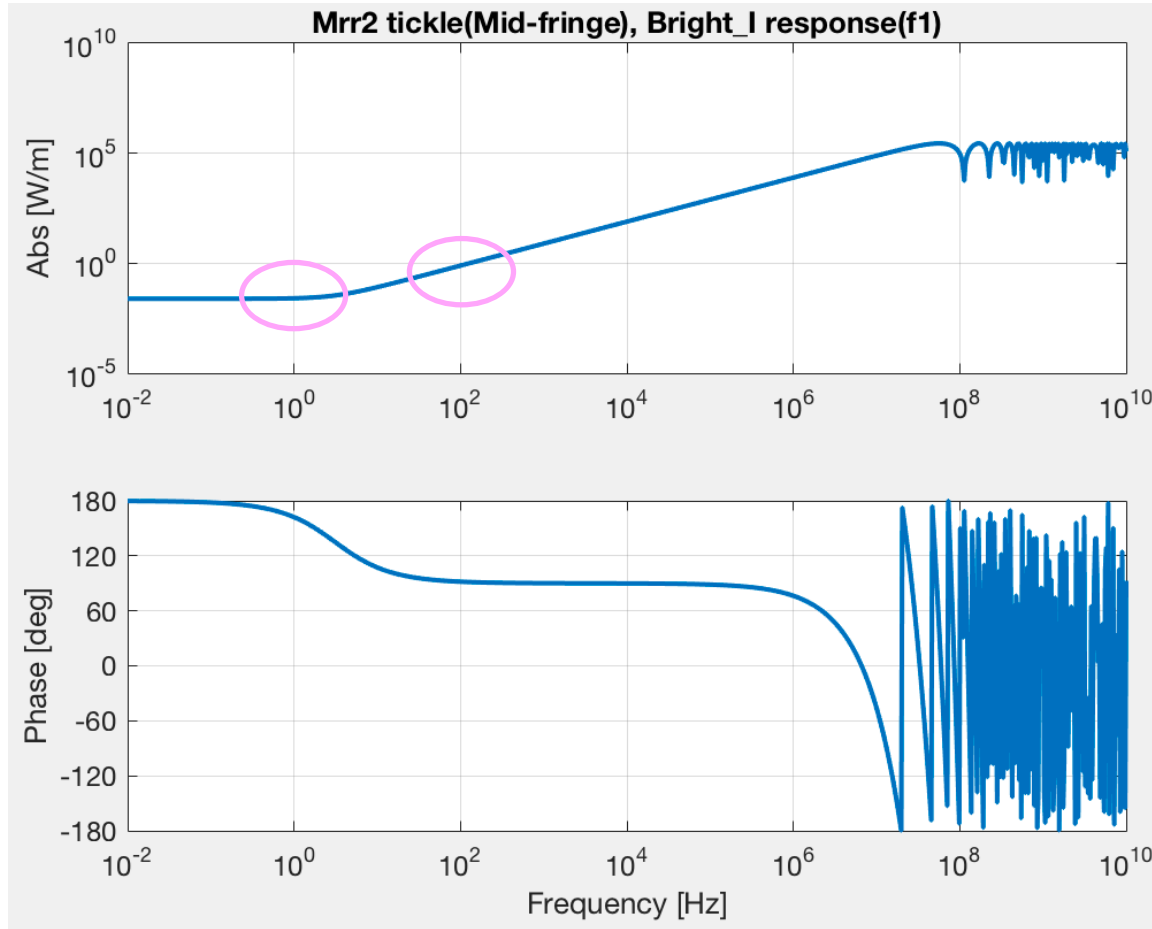
予想の通り, 考えている帯域での周波数依存性はないと言って良い.

可能性III: MZIの各要素からoutputのサイドバンドまでの伝達関数の周波数依存

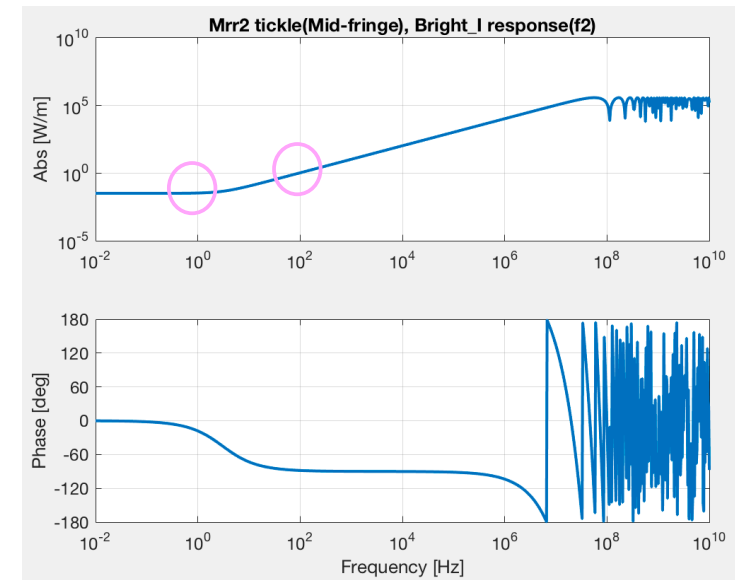
ミッドFRINGEからの伝達関数

周波数依存していることが確認できた...

○で囲った、 10^0 付近と 10^2 付近では伝達関数のオーダーが 10^2 程度異なることを(生データからも)確認した。



f1 demodulation

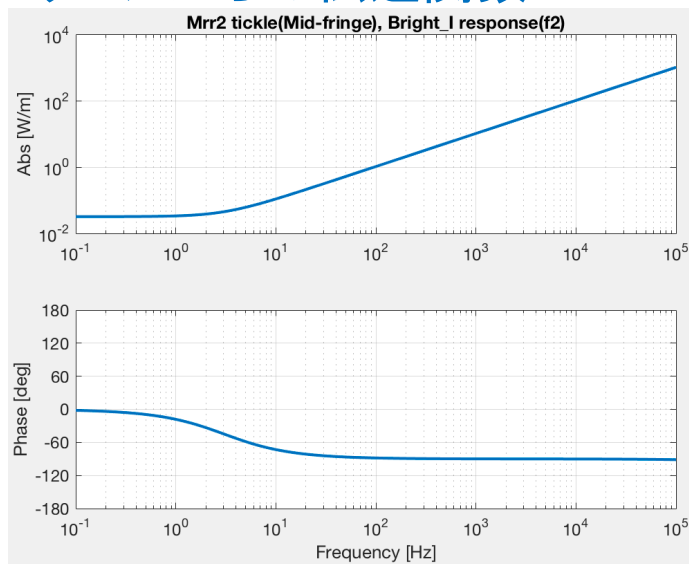


f2 demodulation

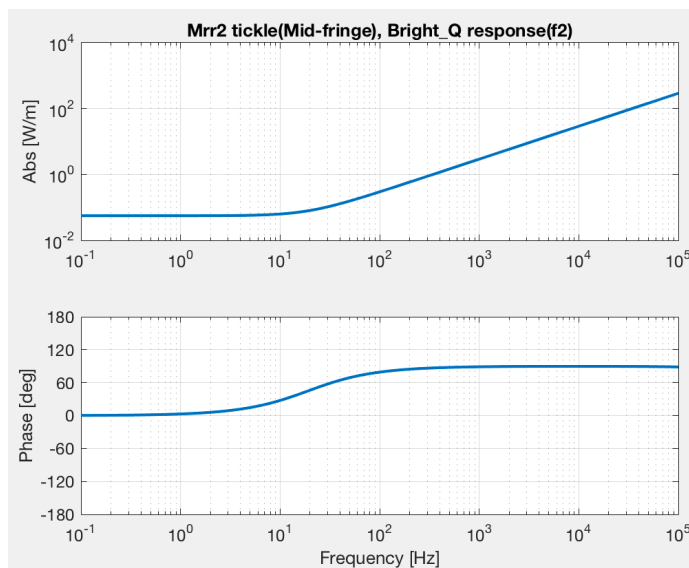
可能性III: MZIの各要素からoutputのサイドバンドまでの伝達関数の周波数依存

ミッドフリンジからの伝達関数

I phase

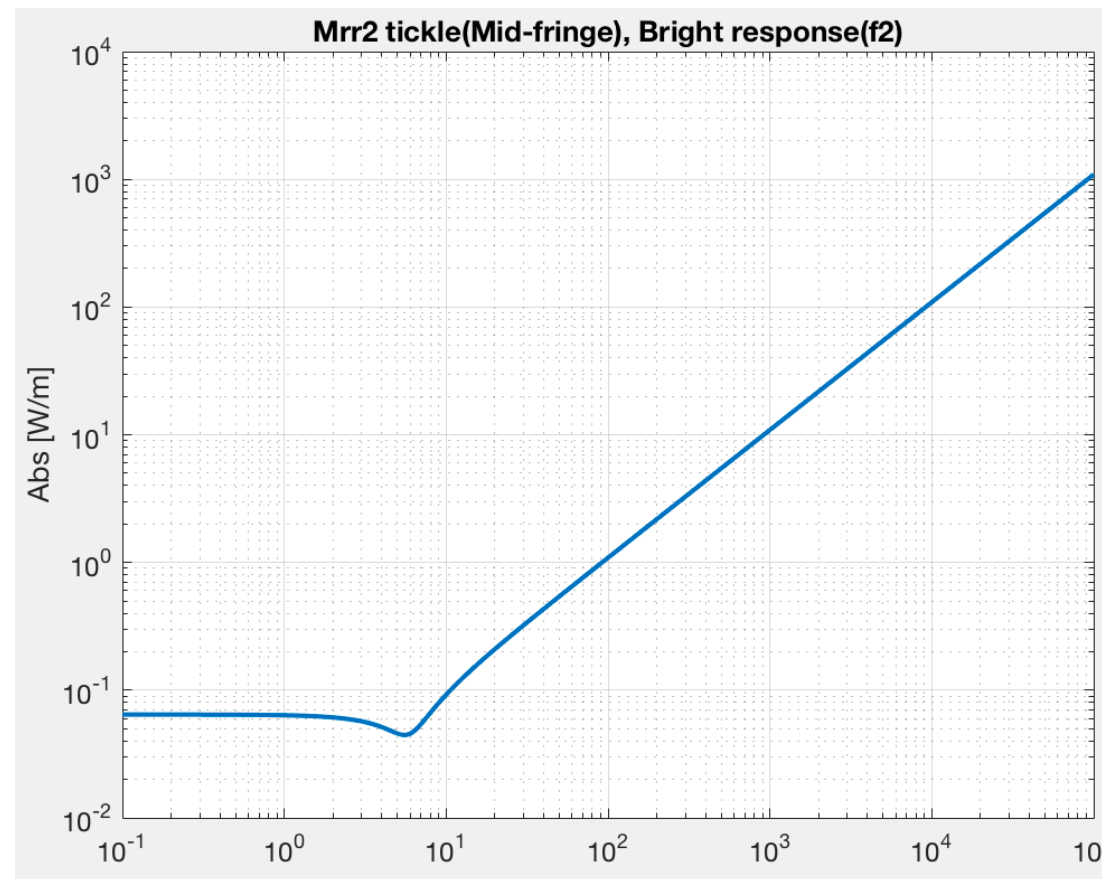


Q phase



周波数依存していることが確認できた...

$$\sqrt{I^2 + Q^2}$$



可能性III: MZIの各要素からoutputのサイドバンドまでの伝達関数の周波数依存

留意点: 上で求めた依存性は, Intensity[W] <-> displacement[m]であるが, 今回の計算で用いているのは, Amplitude <-> displacement[m]であるが...

$$\frac{\frac{\delta Intensity(f)}{\delta l}}{\frac{\delta Intensity(0)}{\delta l}} = \frac{\frac{2E(f)\delta E(f)}{\delta l}}{\frac{2E(0)\delta E(0)}{\delta l}}$$

であるので, $E(f) \cong E(0)$ と仮定する(DC成分は変わらない)と, その依存性がそのままAmplitudeを考えている場合にも使えるだろう.

可能性III: MZIの各要素からoutputのサイドバンドまでの伝達関数の周波数依存

確認手順

壱: 周波数依存性からFreqFactor = TF(f)/TF(0)を算出する

貳: FreqTF = FreqFactor × FOTFを作る

こいつが今まで使っていた周波数依存しない伝達関数である

参: 麻生さんのデータにFOTFの代わりにFreqTFをかけて、改めて要求値を算出する。

よん: これらと、LSC結果の差をとる

(frequencyのサンプル点合わせないとね。ISCはf=logspace(0,4,100);)

しかし0,4,500にしてみよう

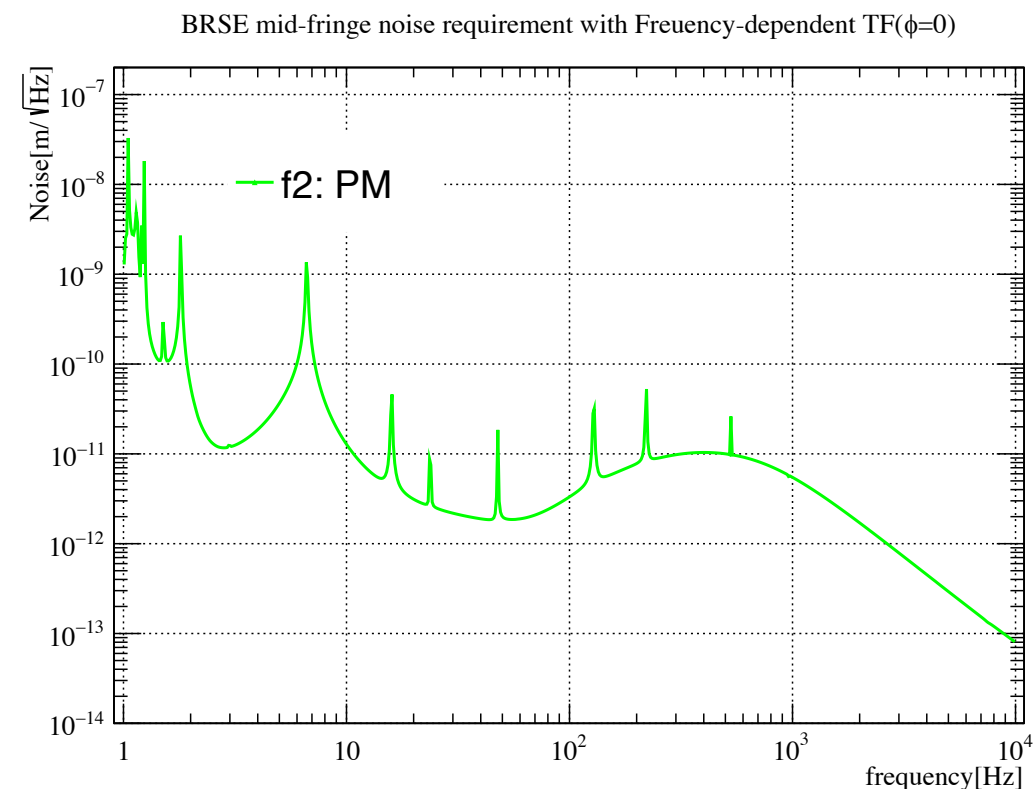
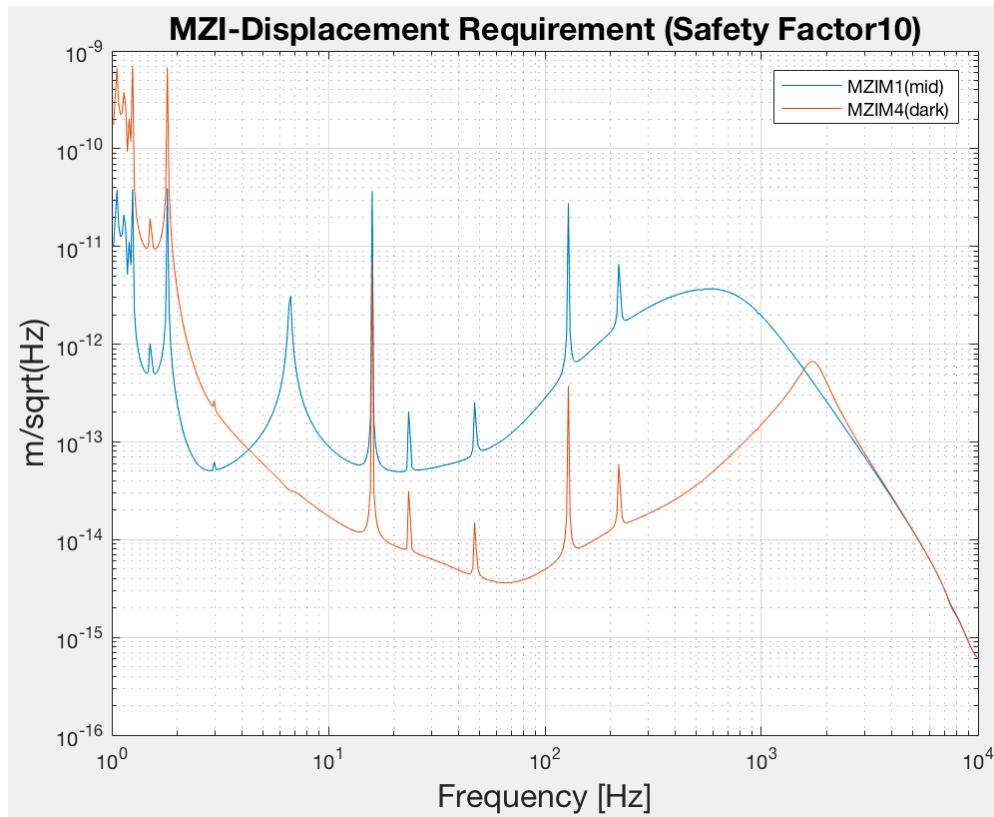
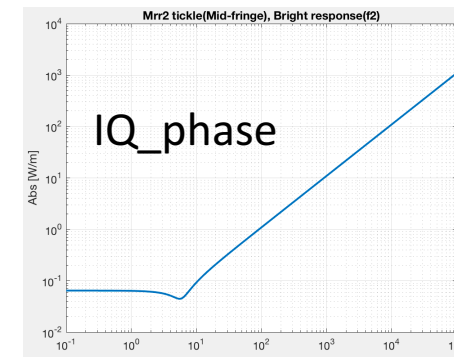
周波数依存は0の場合を確認

Answer: まあ定数でした

可能性III: MZIの各要素からoutputのサイドバンドまでの伝達関数の周波数依存

周波数依存した伝達関数を用いて求めたミッドフリンジの要求値を方法2と比較すると...

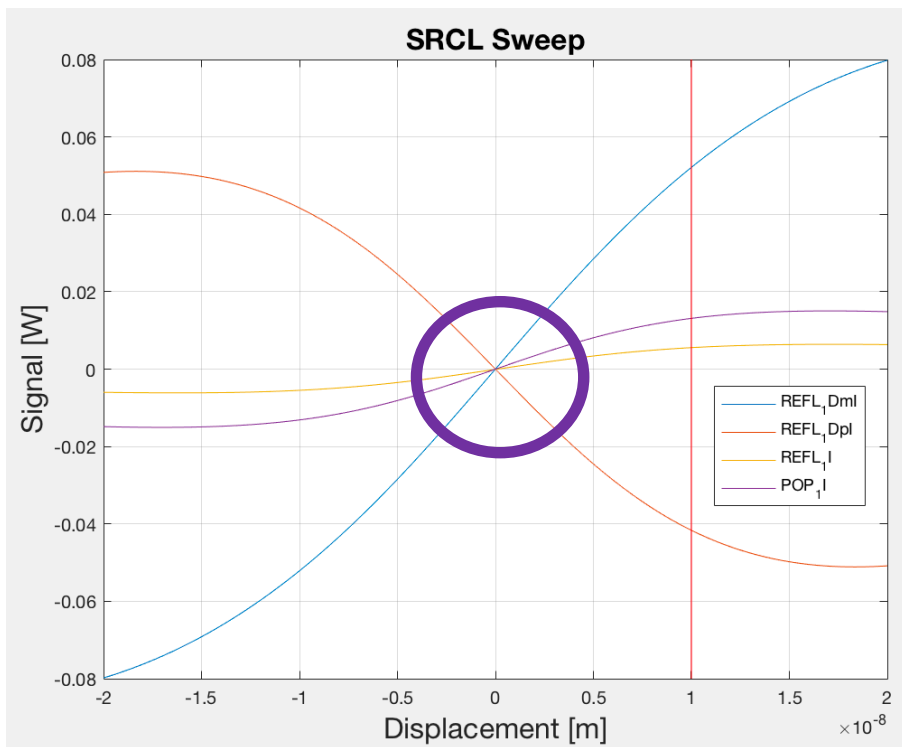
形だけ見るとむしろ一致が悪くなっている。
オーダーでは近くなったが



可能性IV: LSCモデルへの組み込みが正しくできていない

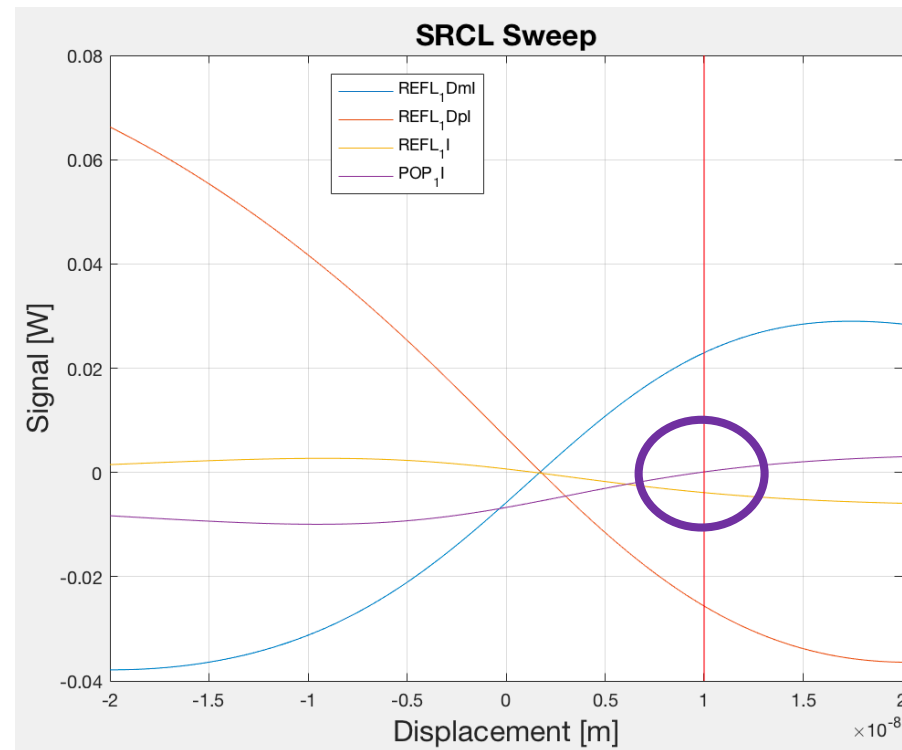
方法2: LSCモデル

f1のEOM間の位相差によってdetune phaseが変わるように組み込む.



位相差 $\Phi = 0$

detune
→



位相差 $\Phi = 100$

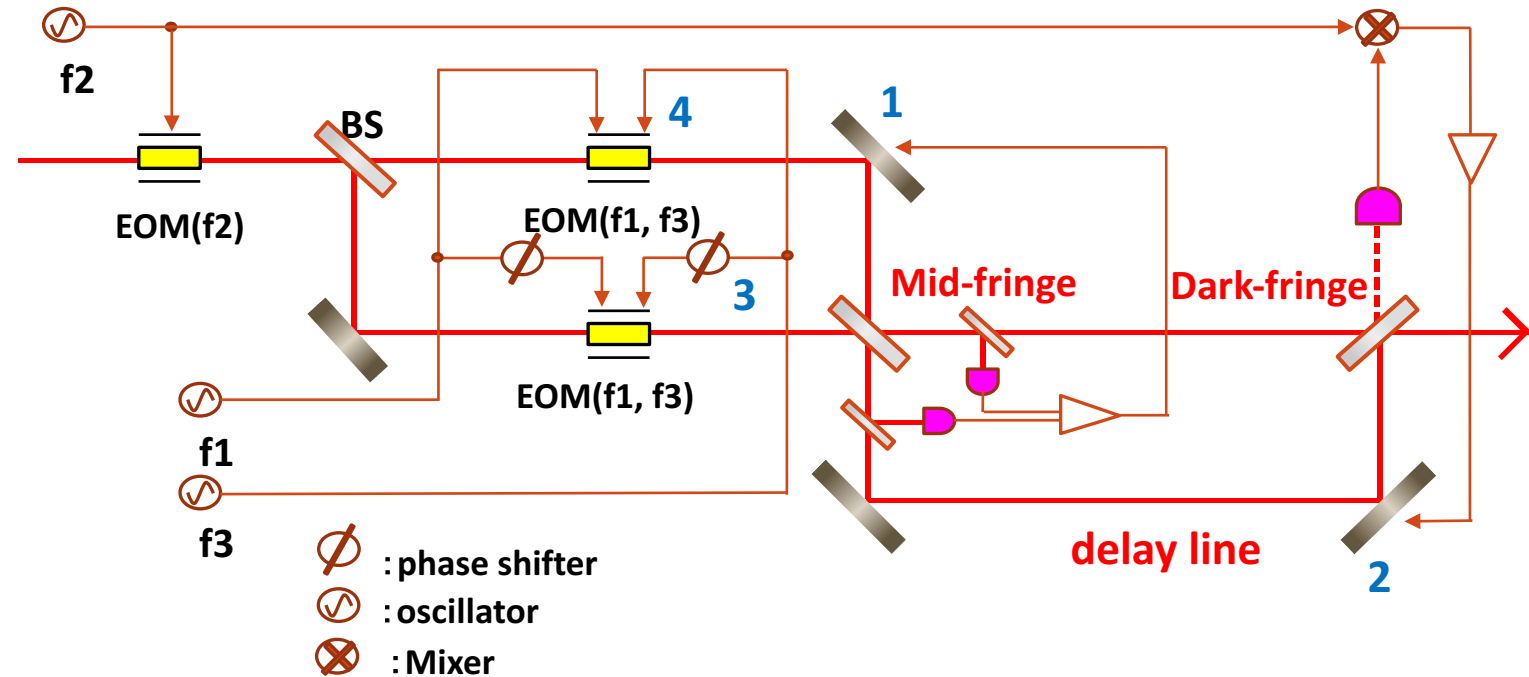
こうしてdetune phaseなどを設定した後にOptickleのモデルを再構成する。
e.g. $\Phi = 0$ かどうかでDRSEかBRSEかを切り替える

← この点でDRSEをうまく渡せていなかったことが要求値の形からわかった(比較する対象ではないが組み込みが正しくできているか検討するヒントかも)

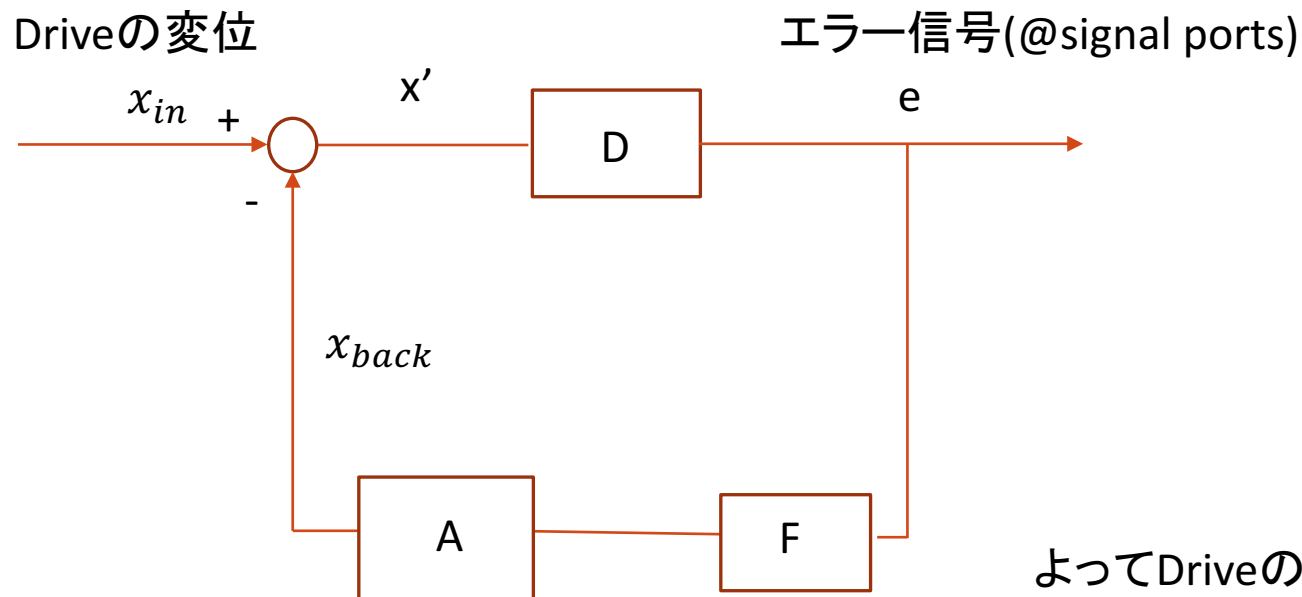
考えられるnoise

1. ミッドFRINGE
2. ダークFRINGE
3. EOM間の位相差
4. EOMの変換効率の差

*とりあえず,ここではミッドFRINGEとダークFRINGEに焦点を当てる



結局のところ...



$$e = H * D * x_{in} = T * x_{in}$$

eをDARM信号(AS port)のものにするために、Sensing matrixとか(1,0,0,0,0)とか色々かけてる.

$$e_{darm} = T * x_{in}$$

$$\leftrightarrow x_{in} = T^{-1} * e_{darm}$$

よってDriveの変位の要求値 x_{req} はsafety factor(=10)を用いて

$$x_{req} = T^{-1} * e_{darm} / 10$$

$$e_{darm} = \sqrt{QN^2 + DN^2}$$

として計算できる.

*DN(displacement noise)は、地面振動と熱雑音を含んでおり、データファイルから読み込む

方法2: LSCモデル

どのように計算しているのか $(I + G)^{-1}$

$$H = (I + G)^{-1} = (I + S * D * A * F2)^{-1}$$

S: Sensing matrix, [5(DOF), 5(Signal ports)]

*ここでは5×5の単位行列にした(然るべきポートに信号が現れる)

D: Detector matrix = sigAC(iPrb, iDrv, freq), [5(Signal ports), Drive]

A: Actuator matrix, [Drive, 5(DOF)]

A = Mmod[Drive, Drive] * Mtf[Drive, Drive] * Mconv[Drive, 5(DOF)]

Mmod: 単位行列

Mtf: Mechanical TF matrix (DOFに関わるTM, BS, PRM, SRMについての対角成分のみnon-zero)

Mconv: DOF to Actuator conversion matrix

*(EOMやMZIのミラーのような)DOFに関わるミラー以外のDriveに対応した要素は全て0

F2: Feed forward matrix, [5(DOF), 5(DOF)] (e.g. (1,3)要素はMICH->DARMのカップルを差っ引く)

->H = [5(DOF), 5(DOF)]のフィードバック因子

方法2: LSCモデル

どのように計算しているのか
各DriveからDARMまでの伝達関数T

$$T = (1,0,0,0,0) * H * S * D$$

H: DOF to DOF, [5(DOF),5(DOF)]

S: Sensing matrix(Signal ports to DOF), [5(DOF), 5(Signal ports)]

D: Detector matrix(Drive to Signal ports), [5(Signal ports), Drive]

(1,0,0,0,0): DARMを取り出す.

方法2: LSCモデル

どのように計算しているのか

DARM signalのショットノイズQN

$$QN = (1, 0, 0, 0, 0) * H * S * NSdarm$$

H: DOF to DOF, [5,5]

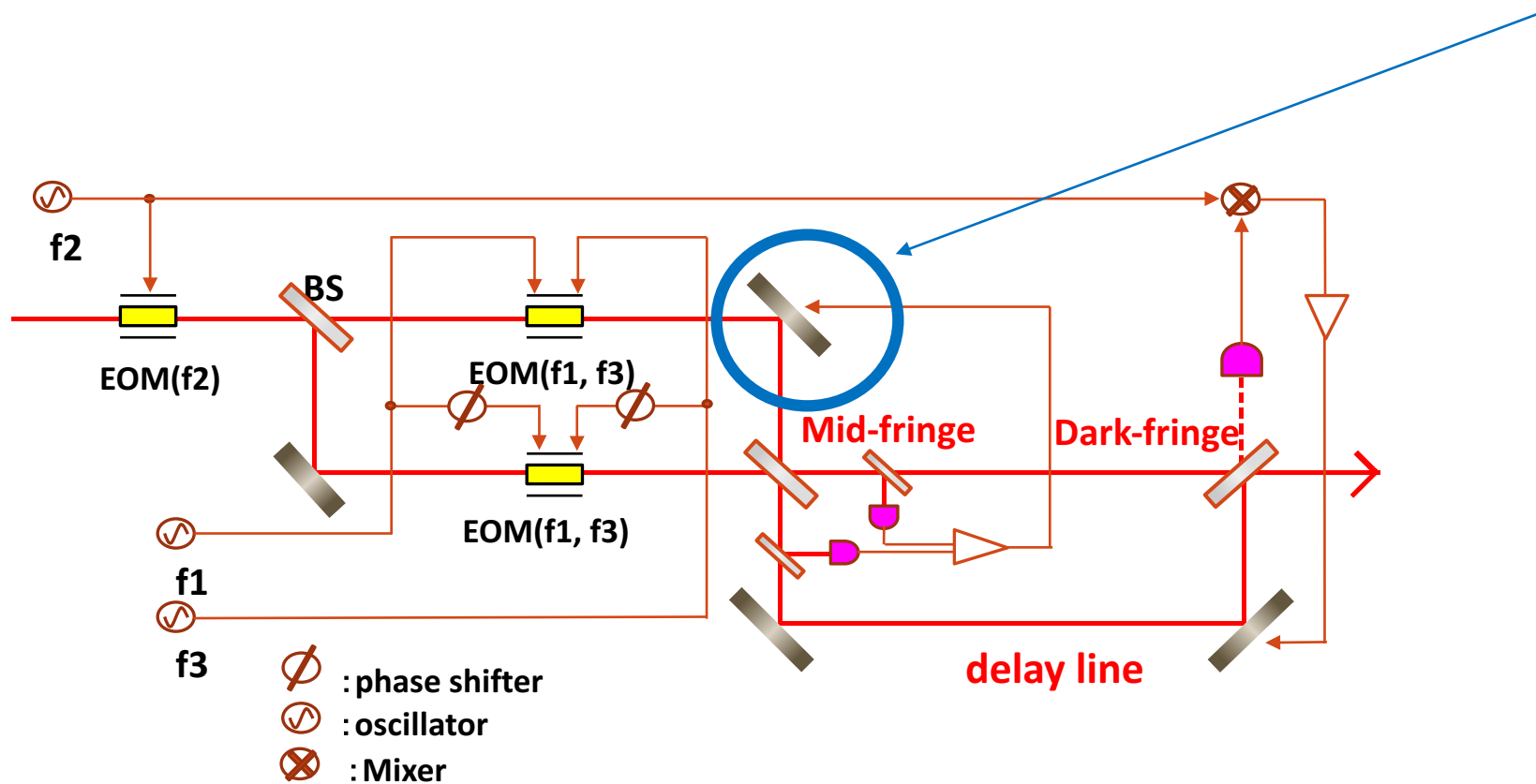
S: Signal ports to DOF, [5(DOF), 5(Signal ports)]

NSdarm: AS_portのショットノイズ, [5(Signal ports)]

*noiseAC関数を用いる

(1,0,0,0,0): DARMを取り出す.

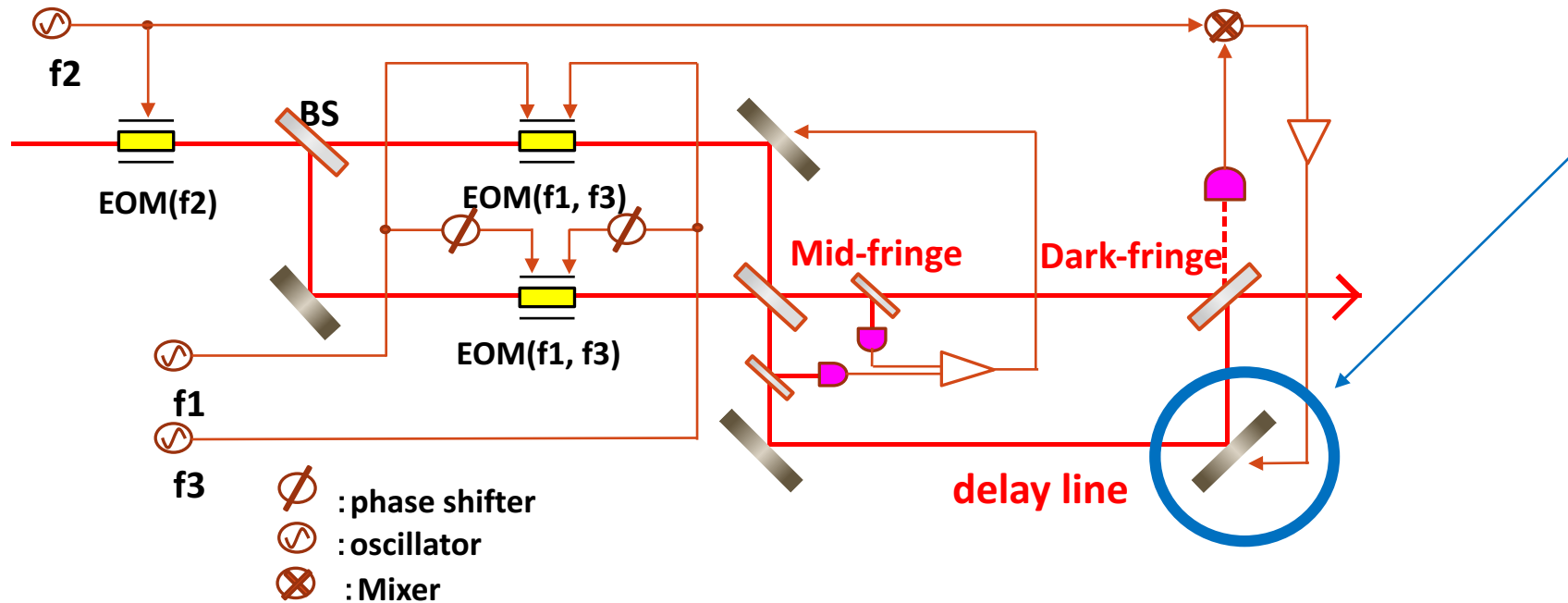
1.ミッドFRINGE



このミラーを動かすことにより、そのdisplacement noiseからDARM signalまでのnoise coupling(noise requirement)を計算している

このミラーをDriveとして追加

2. ダークフリンジ

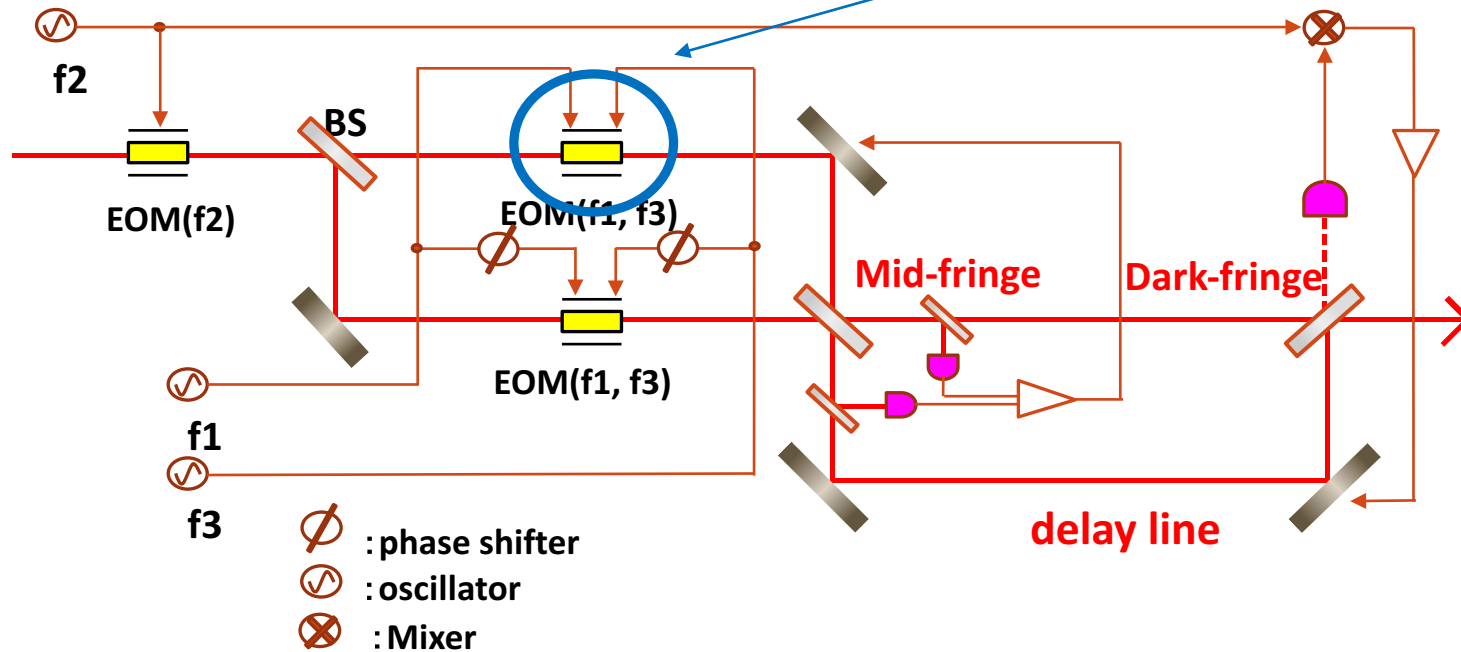


このミラーを動かすことにより, その displacement noise から DARM signal までの noise coupling (noise requirement) を計算している

このミラーを Drive として追加

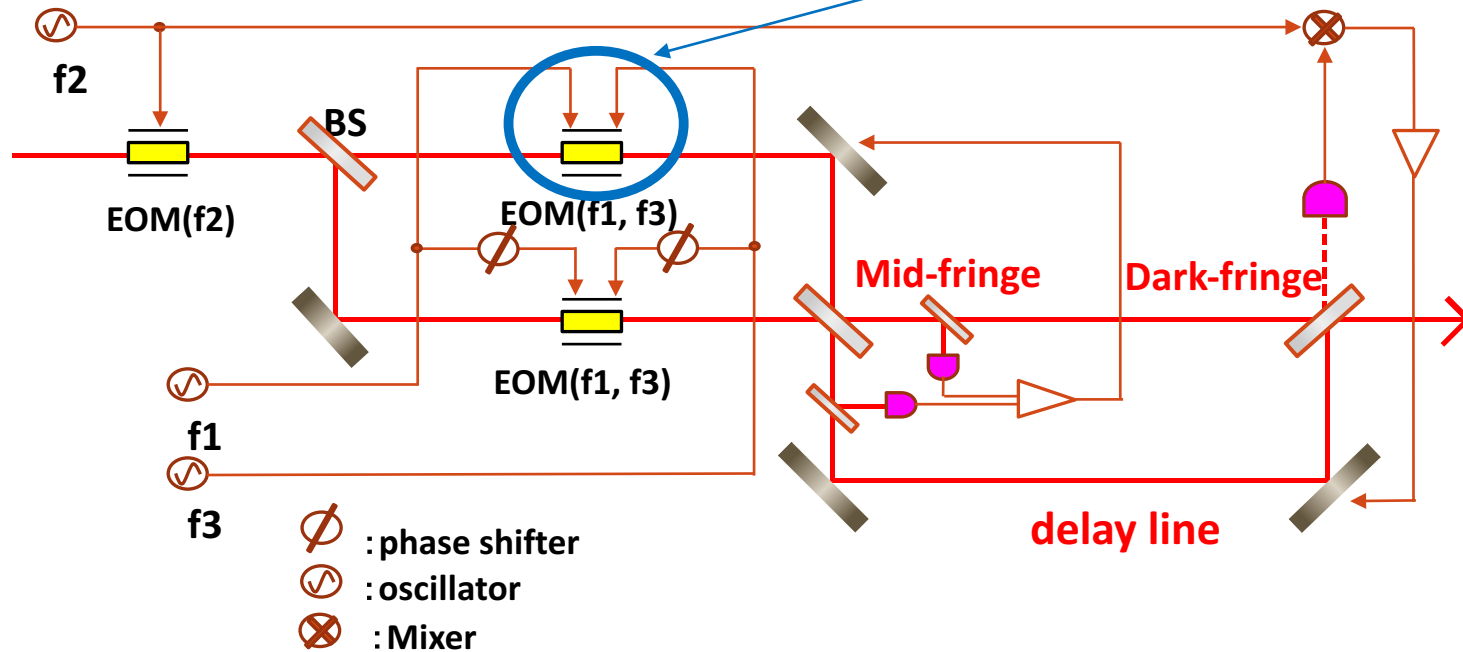
3.EOM間の位相差

EOM間の位相差のノイズは, 片方のEOMの phase noiseに相当. このEOMの位相雑音要求値を求めれば良い.



このEOMのphaseをDriveとして追加

4.EOMの変換効率



EOMの変換効率の差は, 片方のEOMの Amplitude noiseに相当. このEOMの振幅雑音要求値を求めれば良い.

このEOMのphaseをDriveとして追加

残るもの:

- ・(Dark)ダークフリッジは, Phase noiseの計算方法が間違っているためおかしい.

 - *少なくとも, MZIのダークポートには方法1・2両方について同じだけ漏れていることは確認できたのでMZIの構成は全くの同条件になっている

 - **方法1において, ミッドフリッジとダークフリッジは全く同様にして求めているのでダークフリッジのAmplitude noiseの計算が間違っているとするとは, ミッドフリッジの計算もそうであることを意味する.

 - >LSCでダークに寄与するPhase noiseのTF計算が方法1でおかしいと考えるべきだと思う

- ・LSCモデルについてf3(AM)が入っていることが(可能性IIの検討では効いてこなかったが)比較を難しくしているかもしれない(方法1のサイドバンド要求値を求めた際には, f1とf2が直列につないであるだけでf3は存在しない)

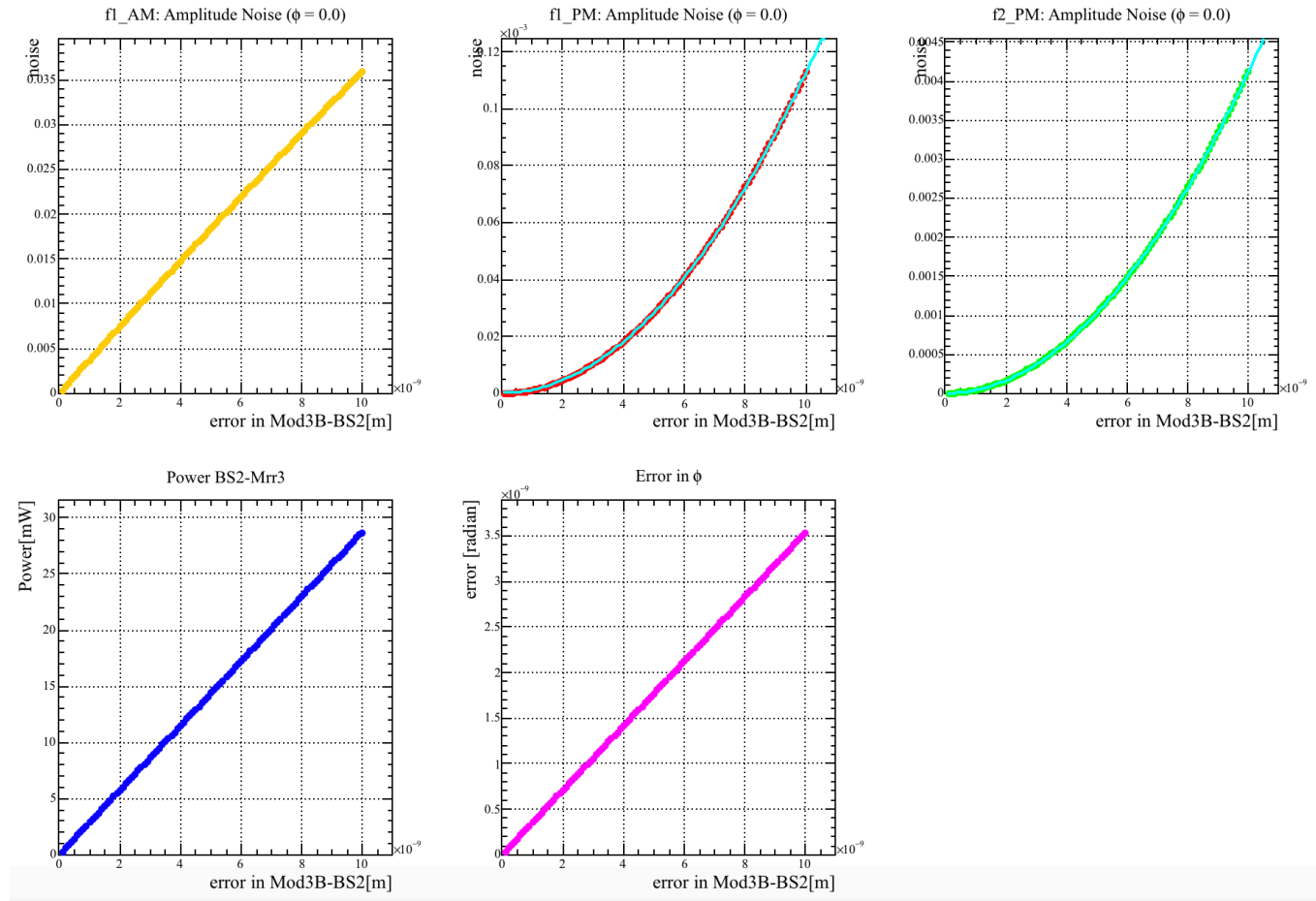
 - *f3のdepthを0にしただけでは, matrixが発散しまくったので保留にしていた

- ・(Mid)ミッドについては, 「1%ずれ」は方法1ではMZI内にのみ寄与するものであるが, 実際にはLSCモデル全体に影響を与えるものであるため, 麻生さんの結果がそのズレを考えていない以上, まったく同じ結果にはならない (可能性IIの検討では効いてこなかった)

- ・DRSEがうまく渡せていなかったのも, そこを注意深く検討(しかし比較にはBRSEを用いるので関係ないのかも. LSCモデルへの組み込みの検討のヒントにはなるかもしれない)

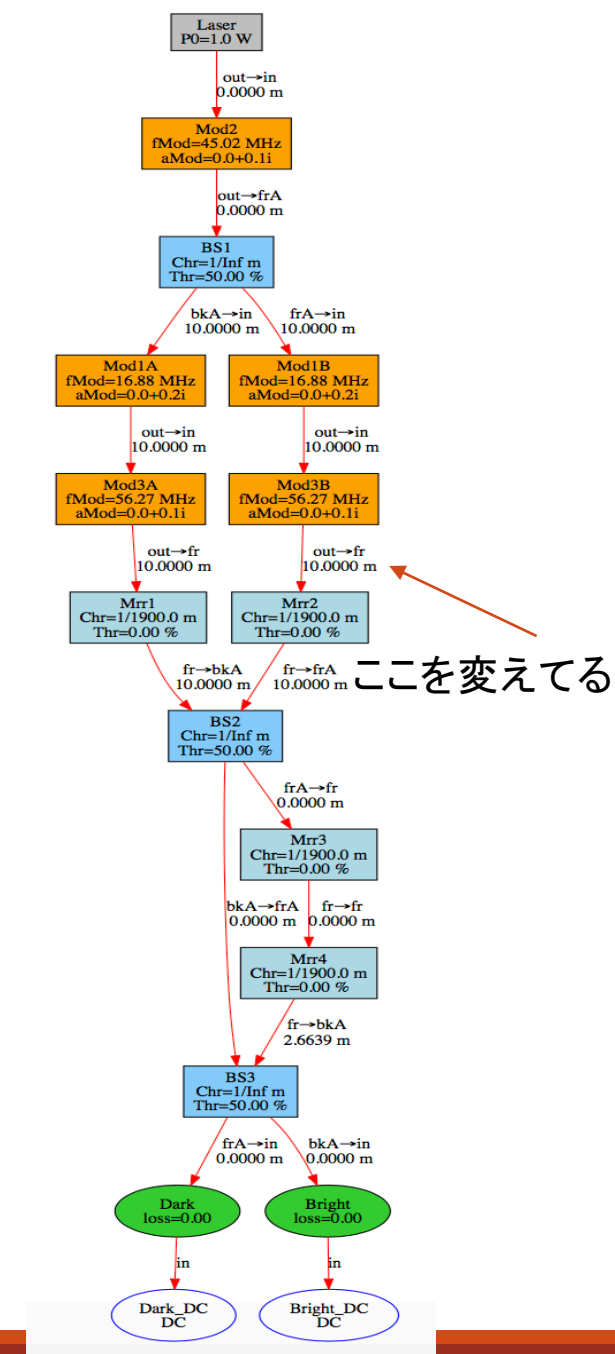
Midのパワーずれに関する考察

方法1



これを見るとPMの変動が長さ変動 δl の2次に比例していることがわかる...

$$f1: \delta Amp = 1.07707 \times 10^{12} \times \delta l^2, \quad f2: \delta Amp = 4.12672 \times 10^{13} \times \delta l^2$$



Midのパワーずれに関する考察

方法1

正確なミッドFRINGEがわからないため、常に誤差 Δl が存在すると仮定し、その周りで(地面振動などにより)時間変動する誤差 δl があるとする。

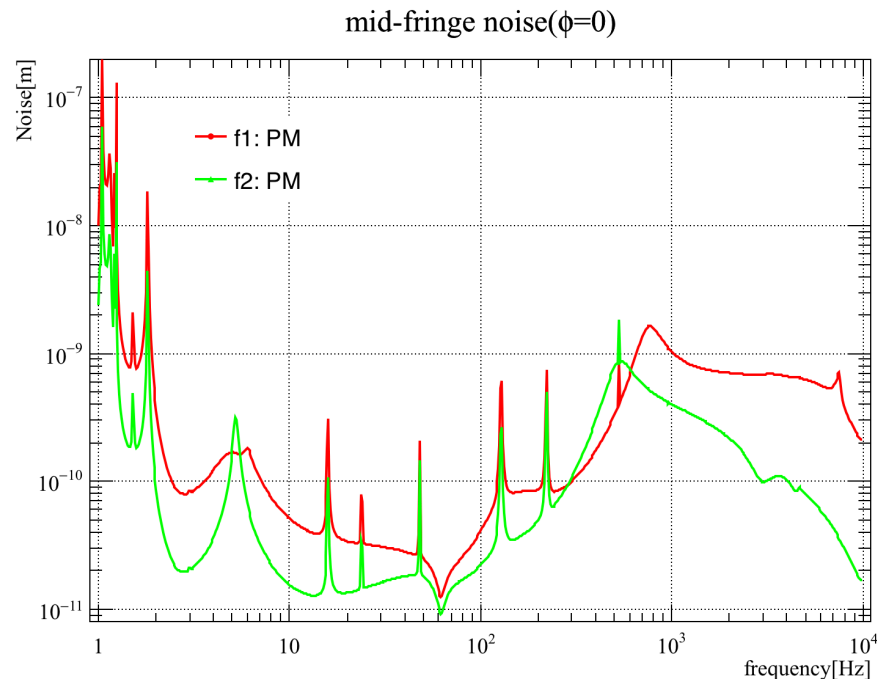
$$\delta Amp \propto \Delta l \times \delta l \leftarrow \delta l \text{ に対する伝達関数を見積れる!}$$

* Δl はミッドFRINGEにすべきBS直後のパワーのずれが1%(この妥当性が不安)に対応するときの値を用いる。 $\Delta l = 1.659 \times 10^{-9} [m]$

結局...

$$f1: \frac{\delta l}{\delta Amp} = 5.596 \times 10^{-4}$$

$$f2: \frac{\delta l}{\delta Amp} = 1.461 \times 10^{-5}$$



Midのパワーずれに関する考察

Midのパワーのズレが1%の代わりに0.1%として計算を進めて見ることにする。

結局...

$$\Delta l = 1.659 \times 10^{-9} [\text{m}] \text{の代わりに} \Delta l = 1.706 \times 10^{-10} [\text{m}]$$

$$\text{f1: } \frac{\delta l}{\delta \text{Amp}} = 5.596 \times 10^{-4}$$

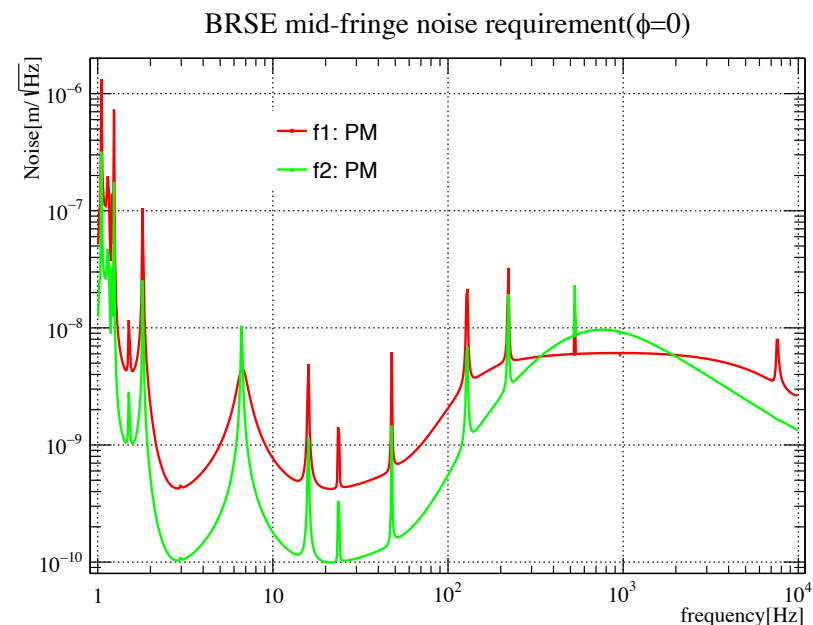
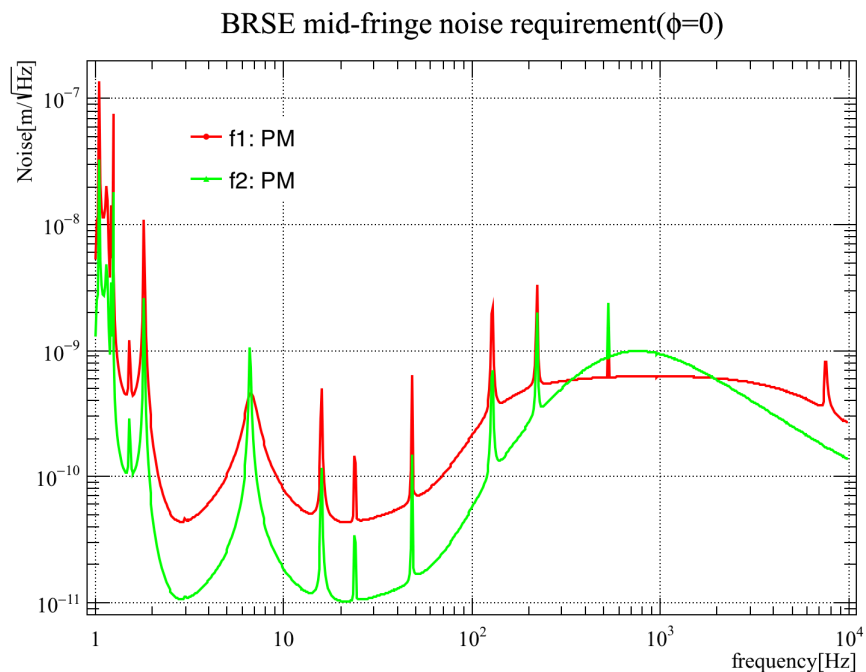
$$\text{f2: } \frac{\delta l}{\delta \text{Amp}} = 1.461 \times 10^{-5}$$

の代わりに

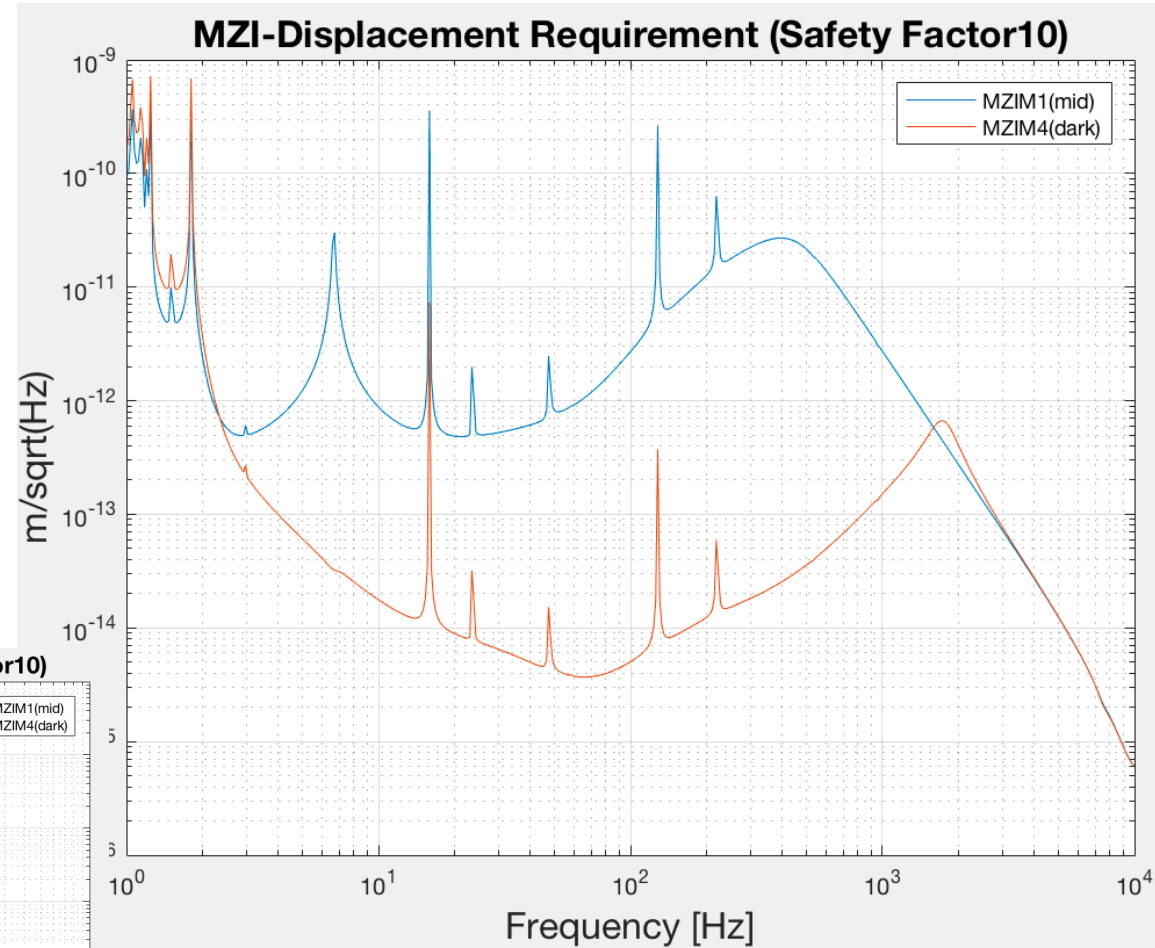
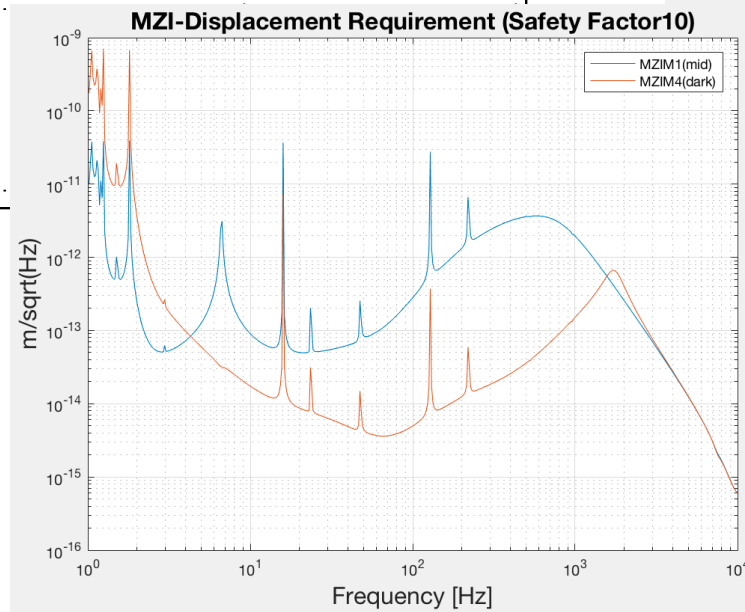
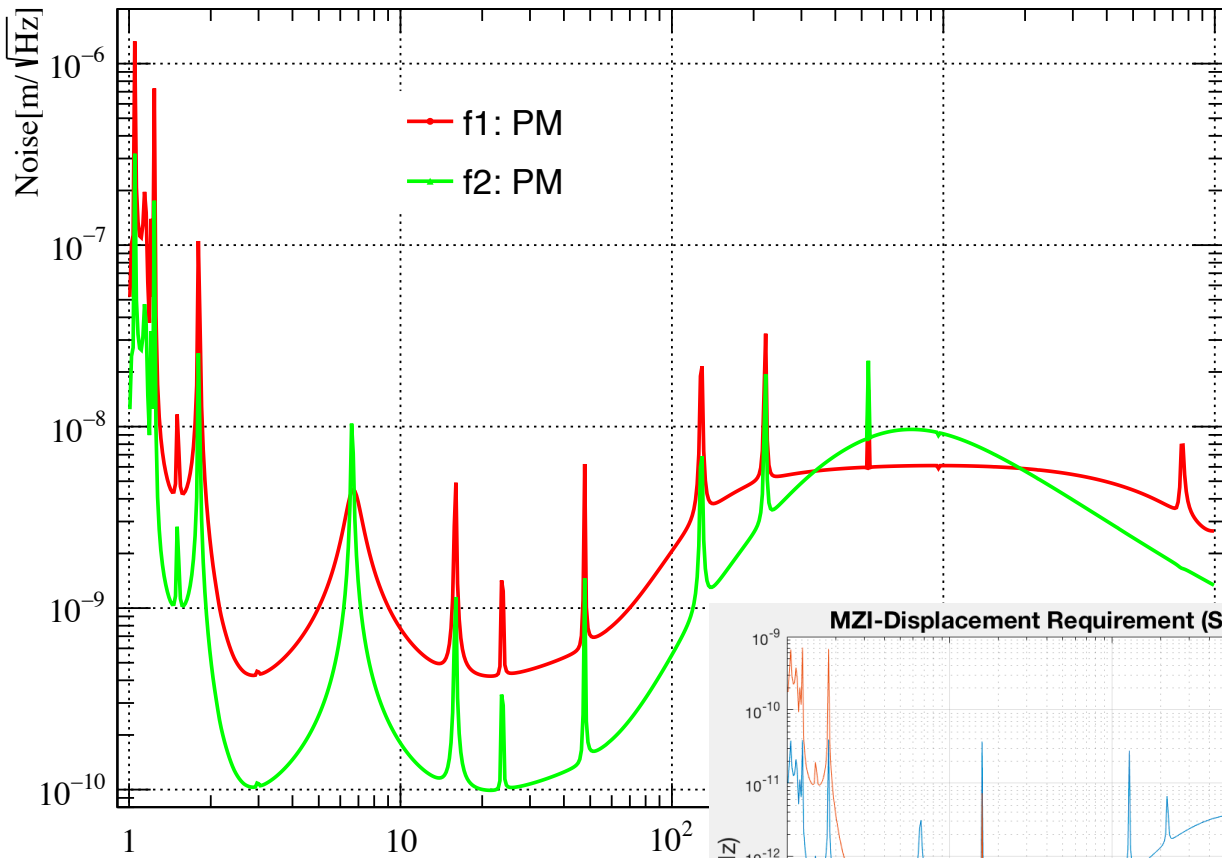
$$\text{f1: } \frac{\delta l}{\delta \text{Amp}} = 5.442 \times 10^{-3}$$

$$\text{f2: } \frac{\delta l}{\delta \text{Amp}} = 1.4204 \times 10^{-4}$$

として一桁小さくなる



BRSE mid-fringe noise requirement($\phi=0$)



LSC計算も一桁だけ緩くなっていることから、MZIから outputまでの伝達関数からの寄与になっていると 言っていと思う(可能性1の考察で、MZIより下流 は大して変わっていないと言っている?)