

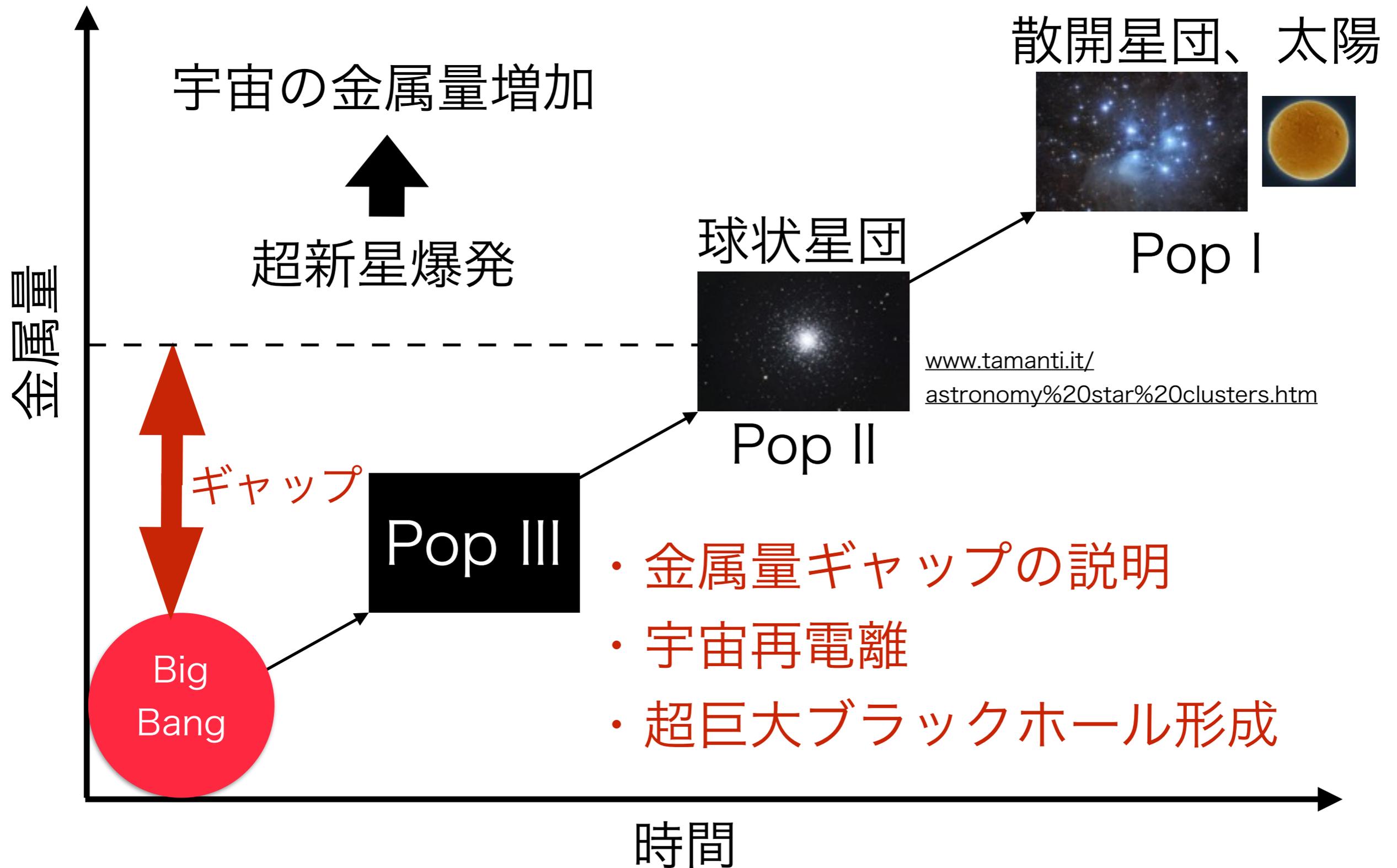
# 重力波観測によるPopIII星の存在の 間接的証明方法の研究

---

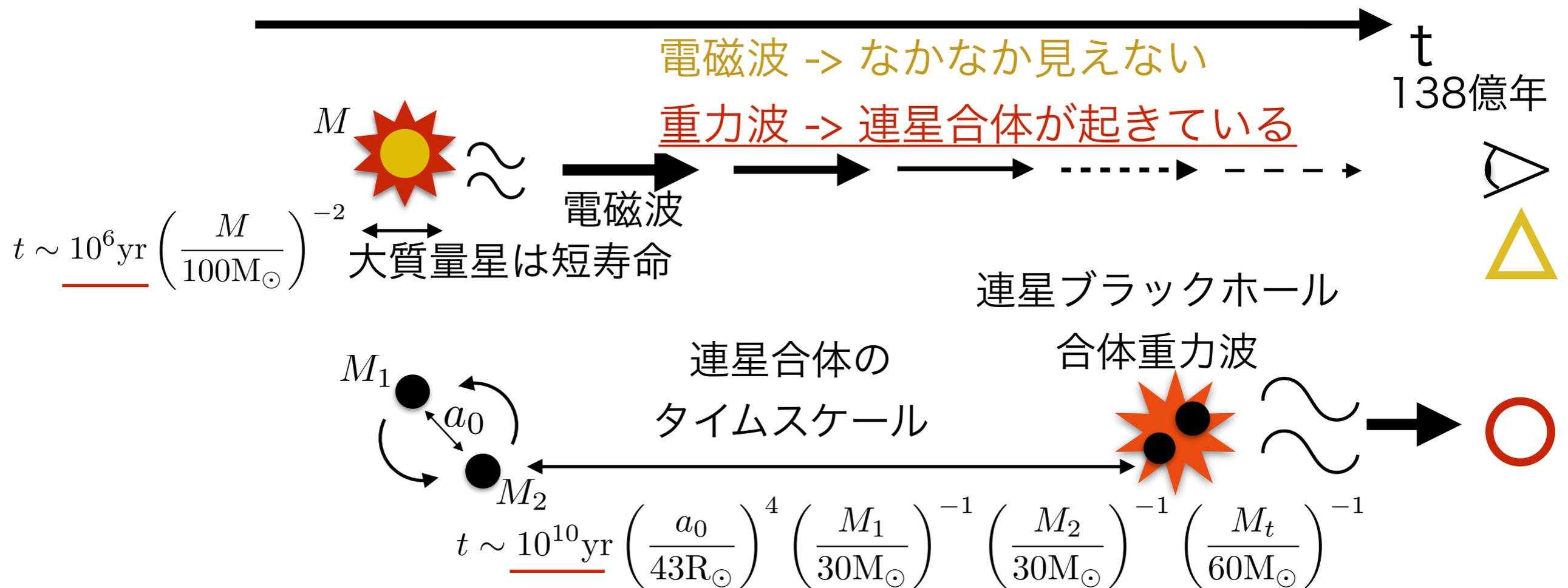
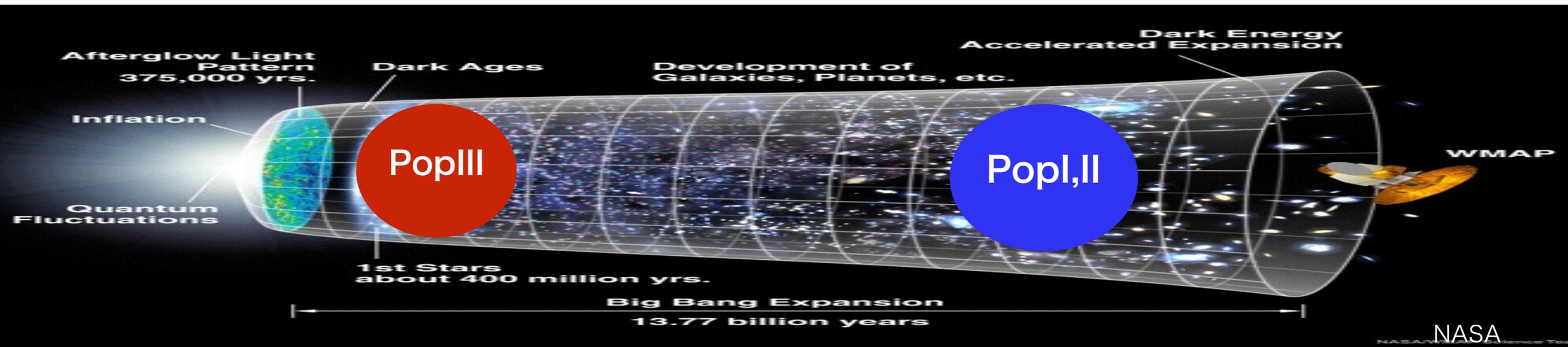
重力波研究交流会 2017/10/20

阪市大理 宮本晃伸

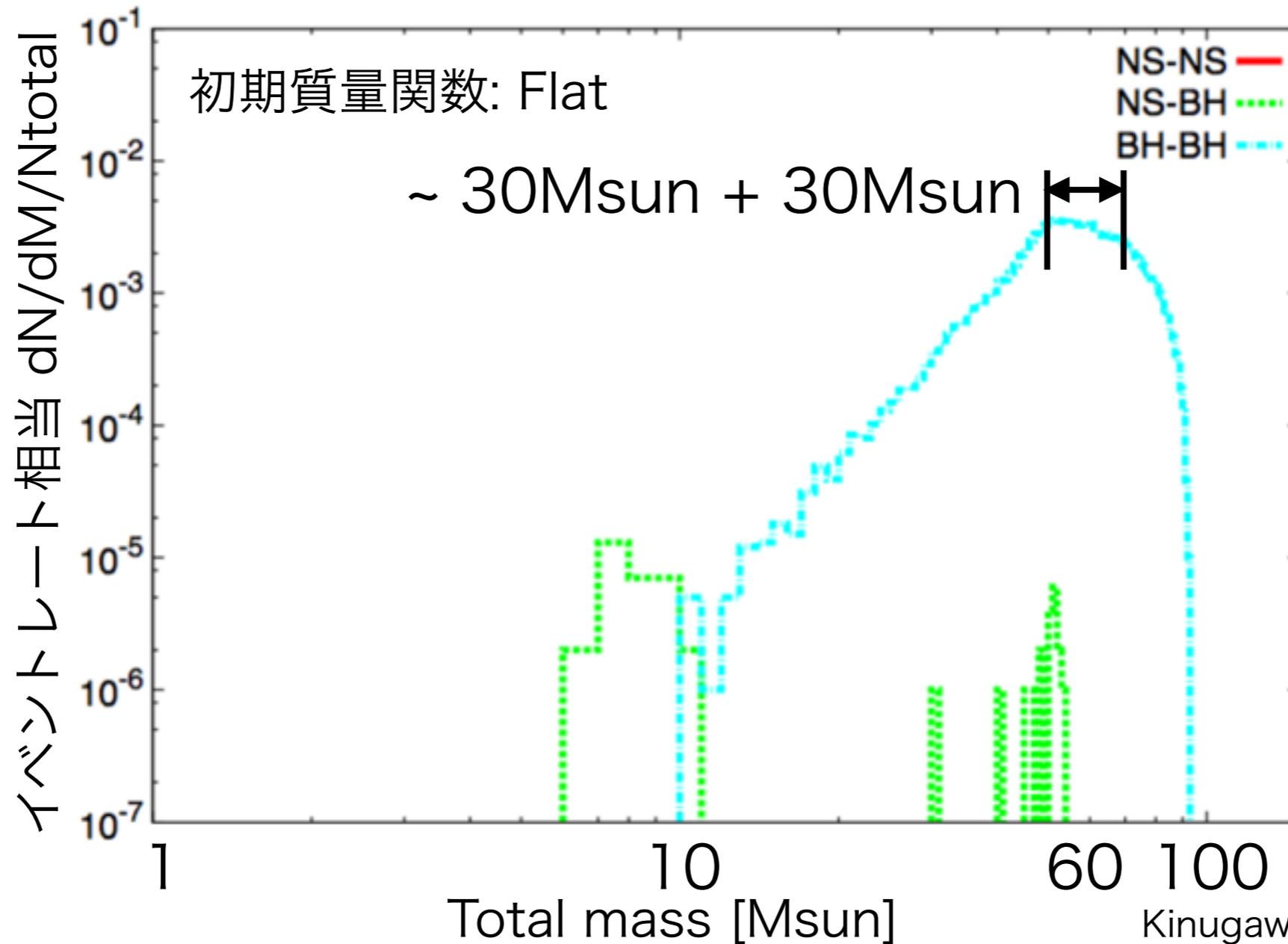
# 星の3種族 (Pop I, Pop II, Pop III)



# Pop III 連星BH合体重力波は検出可能



# Pop III 起源の連星ブラックホール質量



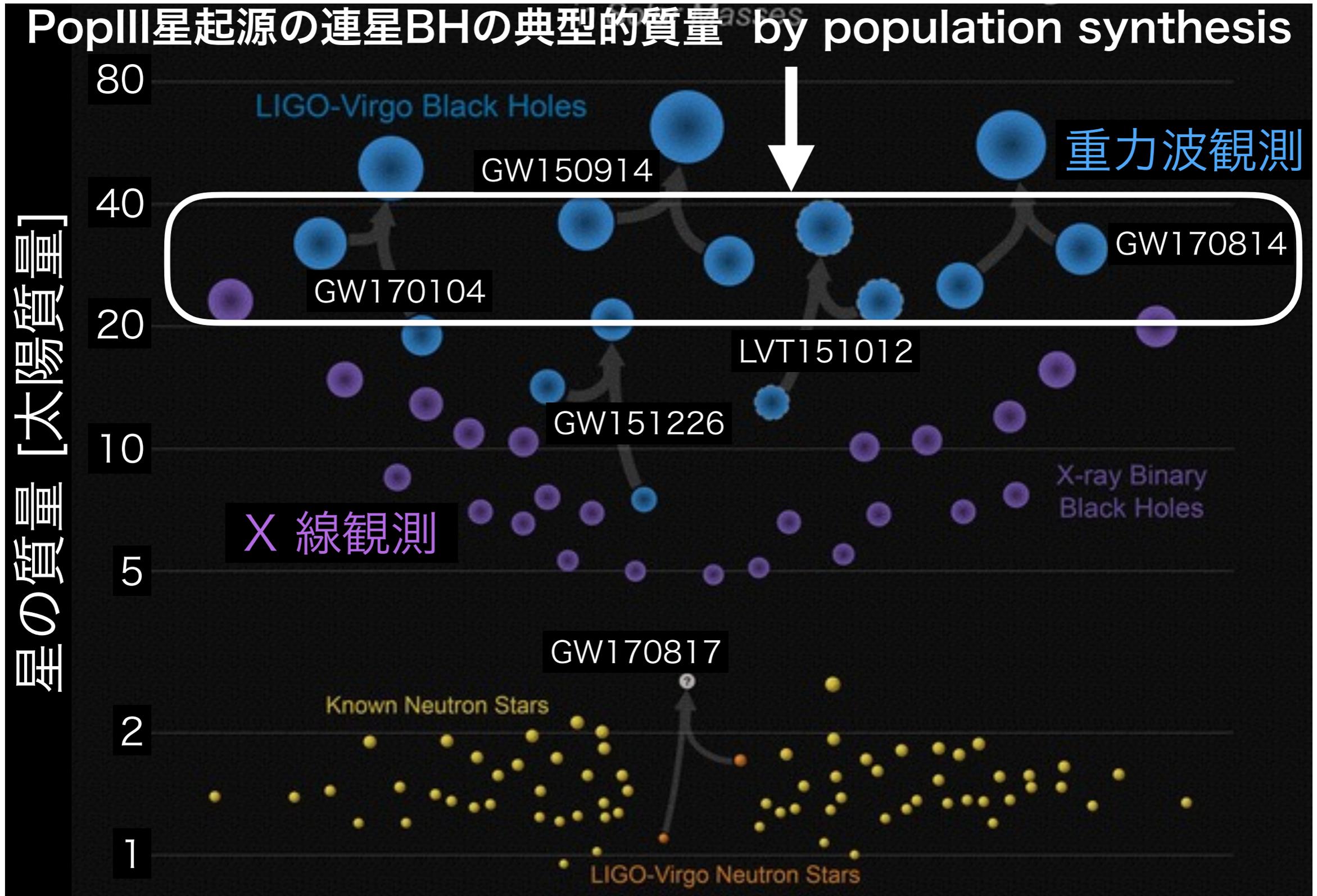
Kinugawa et al. 2014,  
MNRAS 442, 2963 Fig.6より

第二世代重力波検出器での検出率

$$\sim 140 \text{ events/yr} \left( \text{SFR}_p / (10^{-2.5} \text{ Msun/yr/Mpc}^3) \right) \times \text{Err}_{\text{sys}}$$

Kinugawa et al. 2014, MNRAS 442, 2963

# 30M<sub>☉</sub> のブラックホールは Pop III星起源か？



# Pop III星(初代星)の存在の間接的証明

Pop III 星：金属(H, He 以外の元素)を含まない、初代星

Pop III 星起源の連星ブラックホール：重力波で観測可能

Kinugawa et al. 2014, MNRAS 442, 2963

- > 重力波観測で宇宙の初期の情報を得ることができる
- > 重力波観測で Pop III星の存在を間接的に証明できる

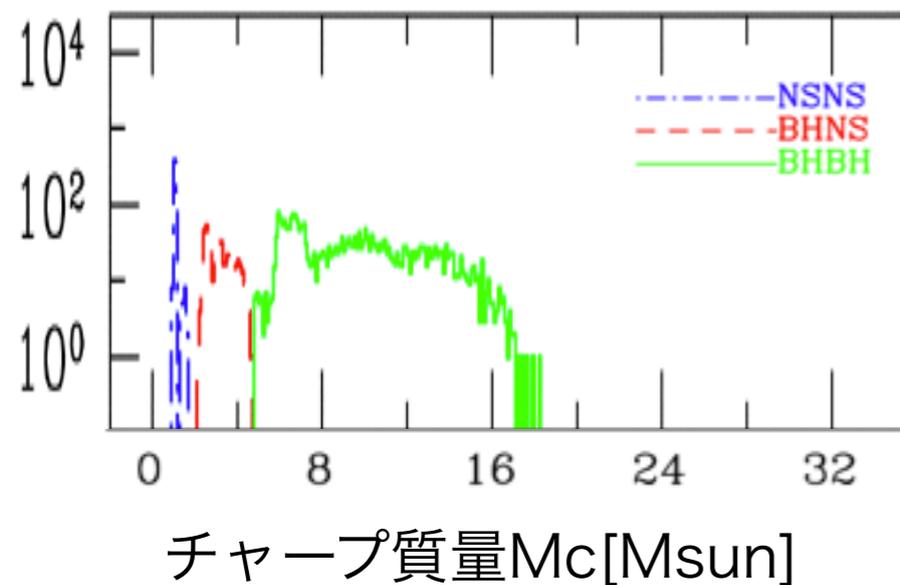
# Population synthesis モデル (Pop I/II, Pop III)

## Pop I/II model

Dominik et al. *Astrophys. J.* **759**, 52 (2012)

金属量 ( $Z \geq 0.1Z_{\odot}$ )

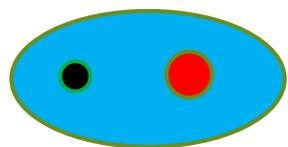
イベントレート相当



チャープ質量  $M_c$  [Msun]

## Standard submodel B

共通外層

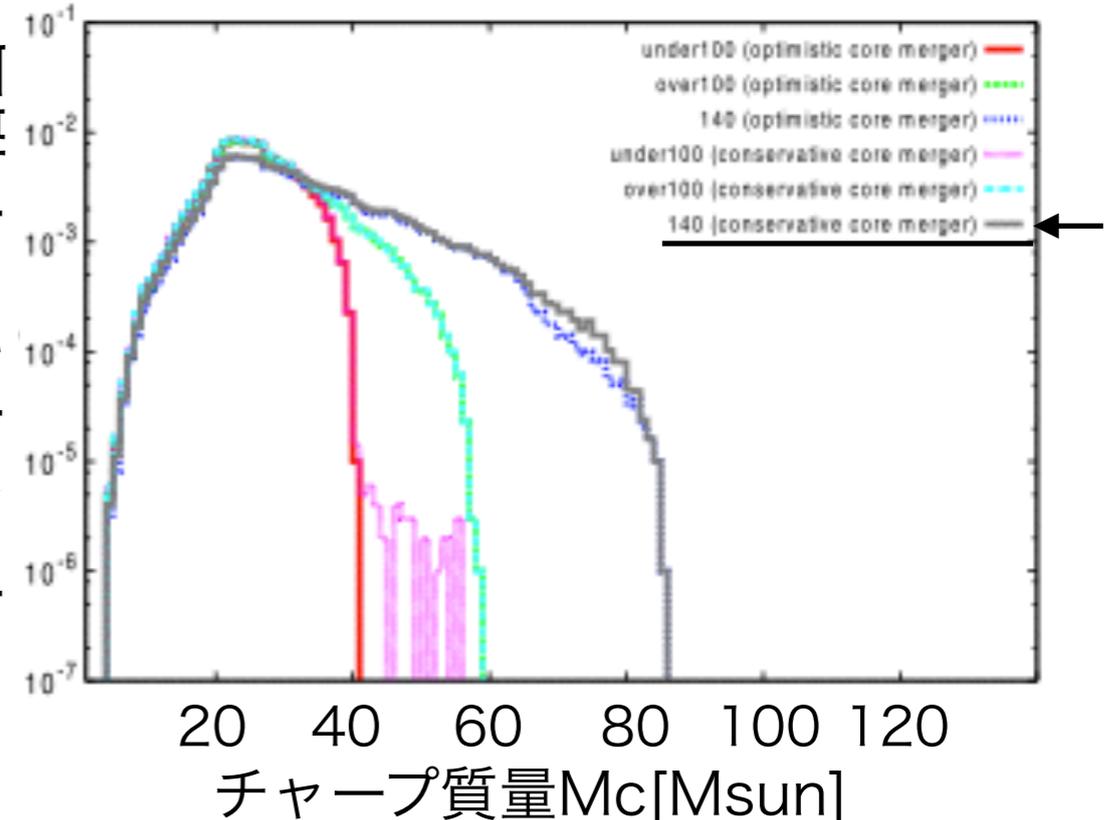


Hertzsprung Gapにある星が  
外層に入ると合体とみなす

## Pop III model

Kinugawa et al. *MNRAS* **456**, 1093 (2016)

イベントレート相当



チャープ質量  $M_c$  [Msun]

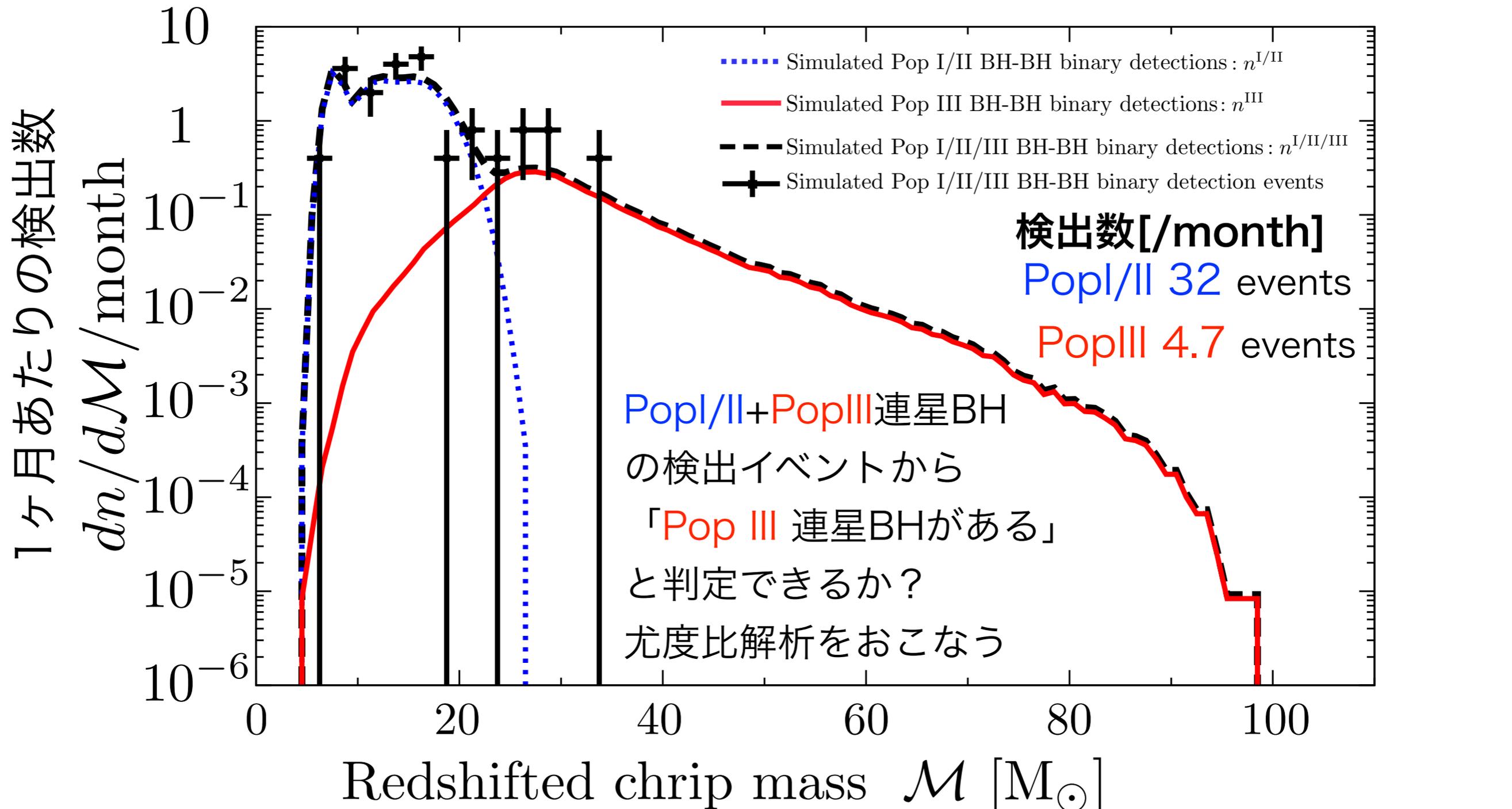
初期質量関数(IMF)

IMF: Flat  $\Psi(M) \propto \text{const.}$

ここでは、他のシナリオはとりあえず置いておく (Future work)

- Dynamical formation in globular cluster
- Primordial binary black hole
- etc.

# KAGRAで検出可能な連星の質量分布



$$\mathcal{M} = (1+z)(m_1 + m_2) \left[ \frac{m_1 m_2}{(m_1 + m_2)^2} \right]^{3/5}$$

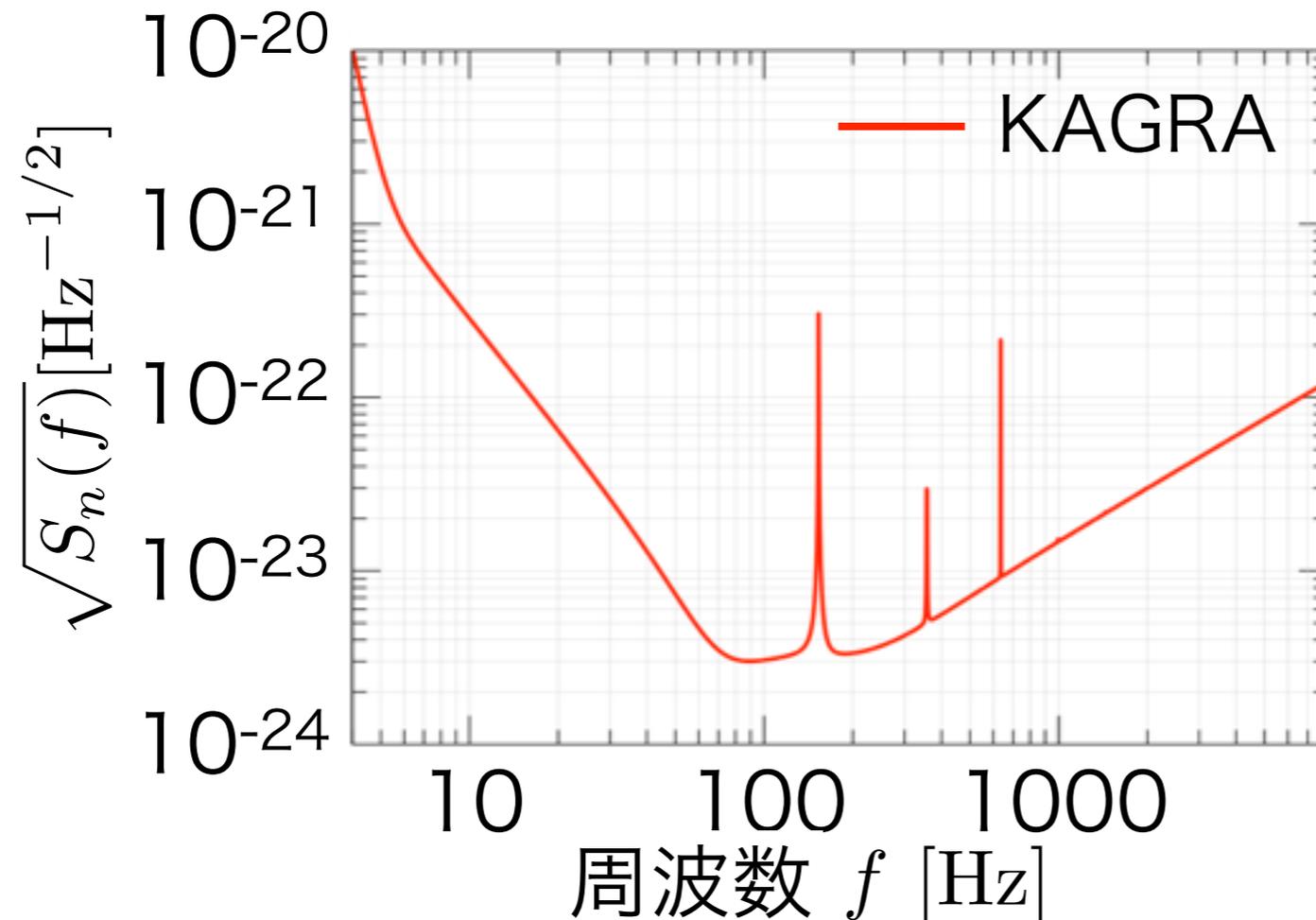
# 検出シミュレーション (分布、検出器)

連星ブラックホールのパラメータ

- ・ 赤方偏移, 質量( $m_1, m_2$ ) 分布 by population synthesis
- ・ 連星は等方的分布(軌道面の向き、天球上の位置)

としてモンテカルロシミュレーション

検出器はKAGRAを仮定



BW2009 VRSED  
<http://gwcenter.icrr.u-tokyo.ac.jp/en/researcher/parameter>

# 検出シミュレーション (信号雑音比)

## 信号雑音比 S/N(インスパイラルのみ)

インスパイラル重力波波形は予期できるためマッチドフィルターを仮定して計算

$$(S/N)^2 = \frac{5}{6} \frac{\pi^{-4/3} c^2 T_{\odot}^{5/3}}{d_L^2} \left( \frac{(1+z)M_c}{M_{\odot}} \right)^{5/3} \times \int_{f_{\min}}^{f_{\text{ISCO}}/(1+z)} df \frac{f^{-7/3}}{S_n(f)} \times \left( \frac{1 + \cos^2 \iota}{2} \right)^2 F_+^2 + \cos^2 \iota F_{\times}^2$$

チャープ質量:  $M_c = (M_1 + M_2) \left( \frac{M_1 M_2}{(M_1 + M_2)^2} \right)^{3/5}$   
検出器のアンテナパターン:  $F_+, F_{\times}$   
最内安定円軌道(ISCO)周波数:  $f_{\text{ISCO}}$   
 $T_{\odot} = \frac{GM_{\odot}}{c^3}$

## 信号雑音比閾値

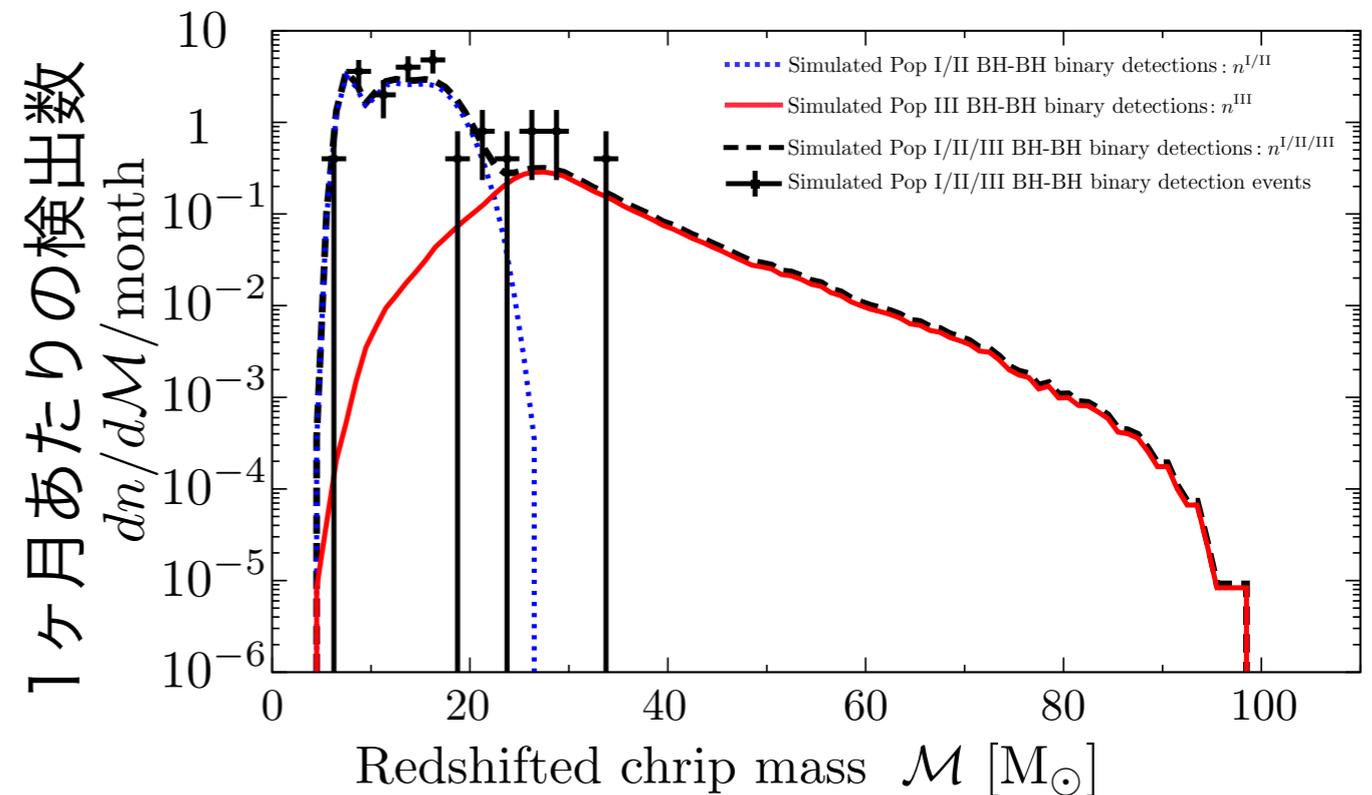
S/N > 8.0 の時検出

# 擬似検出イベント生成

検出可能な連星BHのチャープ質量分布  
(右図) を確率密度関数とする

$$p^{I/II}(\mathcal{M}) \quad : \text{Pop I/II のみ}$$

$$p^{I/II/III}(\mathcal{M}) \quad : \text{Pop I/II + Pop III}$$



検出イベント (検出数 $n$ )  $\vec{\mathcal{M}}(n) = \{\mathcal{M}_1, \mathcal{M}_2, \dots, \mathcal{M}_n\}$

$$p^{I/II}(\mathcal{M}) \quad \text{から擬似検出イベントを生成} \quad \longrightarrow \quad \vec{\mathcal{M}}^{I/II}(n)$$

$$p^{I/II/III}(\mathcal{M}) \quad \text{から擬似検出イベントを生成} \quad \longrightarrow \quad \vec{\mathcal{M}}^{I/II/III}(n)$$

# 対数尤度比の計算

検出イベント (検出数 $n$ ):  $\vec{\mathcal{M}}(n) = \{\mathcal{M}_1, \mathcal{M}_2, \dots, \mathcal{M}_n\}$



Pop I/II (Pop IIIなし)  $\theta^{I/II}$

Pop I/II/III (Pop IIIあり)  $\theta^{I/II/III}$

尤度の定義式

$$L(\vec{\mathcal{M}}(n) | \theta^{I/II}) = \prod_{i=1}^n p^{I/II}(\mathcal{M}_i)$$

$$L(\vec{\mathcal{M}}(n) | \theta^{I/II/III}) = \prod_{i=1}^n p^{I/II/III}(\mathcal{M}_i)$$

対数尤度比の定義式

$$\ln \Lambda(\vec{\mathcal{M}}(n)) = \ln \left[ \frac{L(\vec{\mathcal{M}}(n) | \theta^{I/II/III})}{L(\vec{\mathcal{M}}(n) | \theta^{I/II})} \right]$$

# 尤度比解析

擬似検出イベント  $\vec{\mathcal{M}}^{I/II}(n)$   $\times 10^7$  セット



対数尤度比を計算

対数尤度比  $\ln \Lambda(\vec{\mathcal{M}}^{I/II}(n)) = \ln \left[ \frac{L(\vec{\mathcal{M}}^{I/II}(n) | \theta^{I/II/III})}{L(\vec{\mathcal{M}}^{I/II}(n) | \theta^{I/II})} \right]$  の分布

この分布の上から1%の位置に**対数尤度比閾値**を設定 (= 誤認率 1%)

---

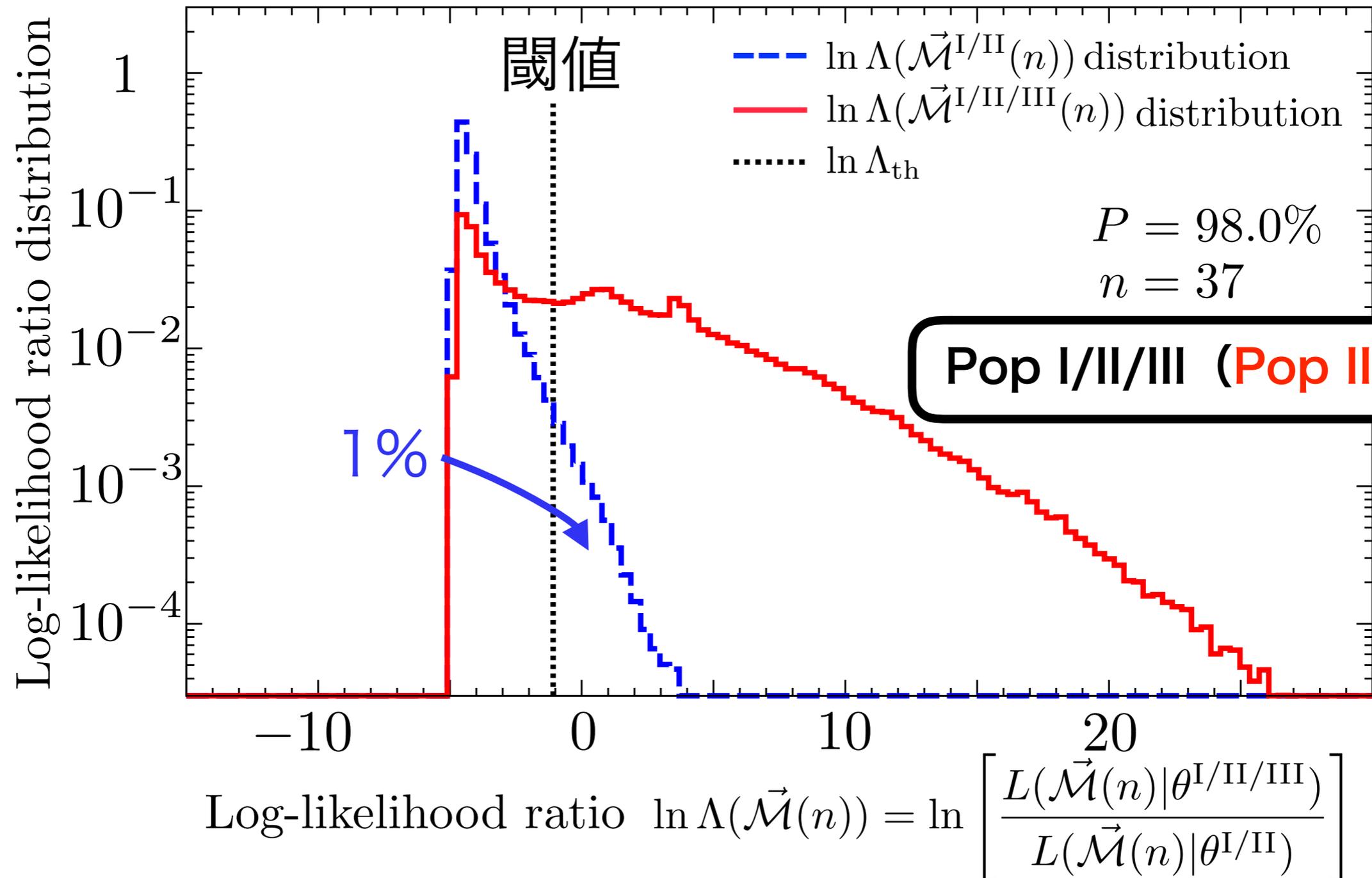
擬似検出イベント  $\vec{\mathcal{M}}^{I/II/III}(n)$   $\times 10^7$  セット

- Pop I/II 連星BHのcutoff  $\mathcal{M}$  をこえるイベントを1つでも含む  $\rightarrow$  明らかに**Pop III**あり  
これを満たすデータセット数  $D_C$
- 対数尤度比が閾値をこえる  $\rightarrow$  尤度比解析により **Pop III** ありと判定  
これを満たすデータセット数  $D_L$

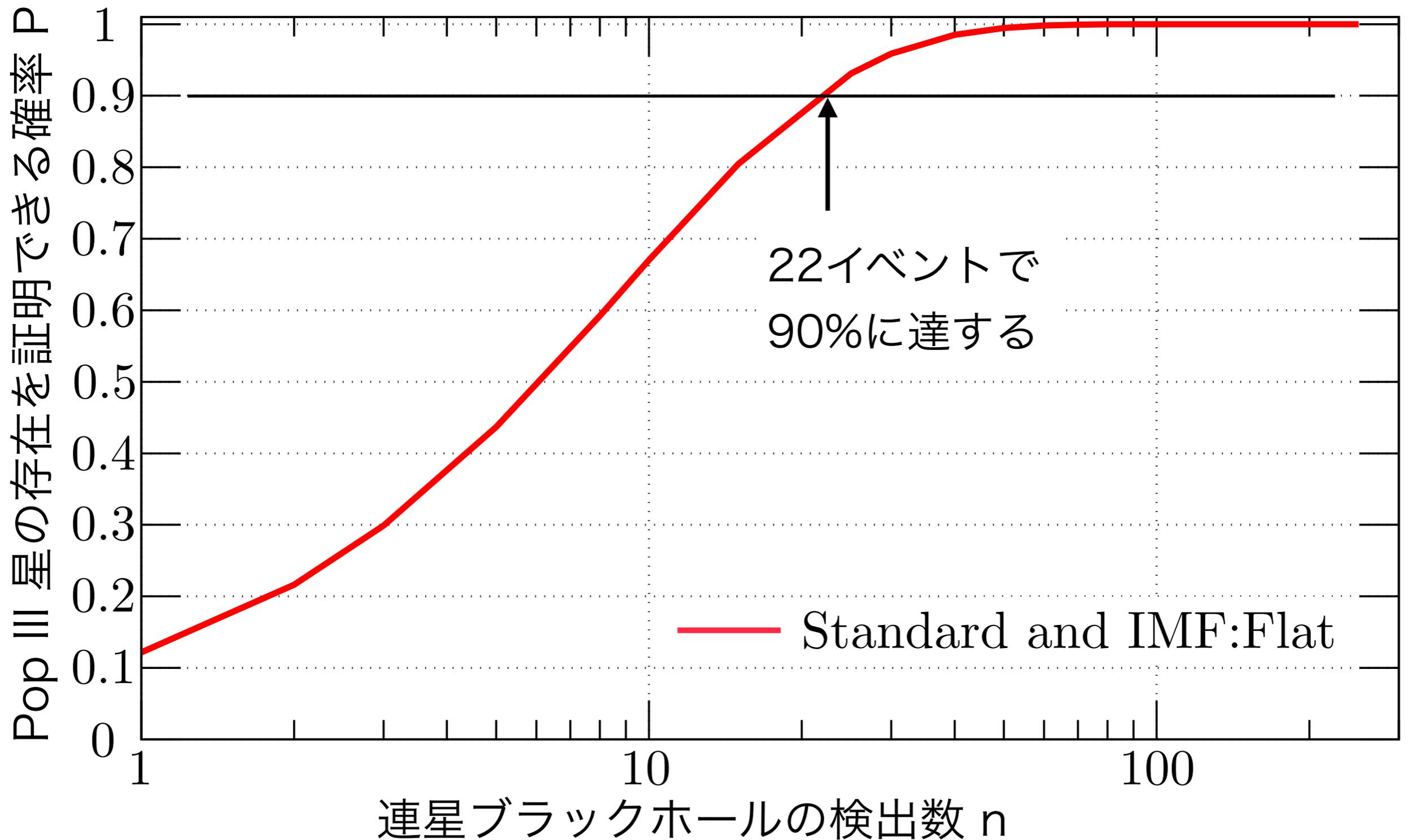
“Pop III 星の存在を証明できる確率”  $P = \frac{D_L + D_C}{10^7}$

# Pop III 星の存在を証明できる確率

Pop I/II (Pop IIIなし)



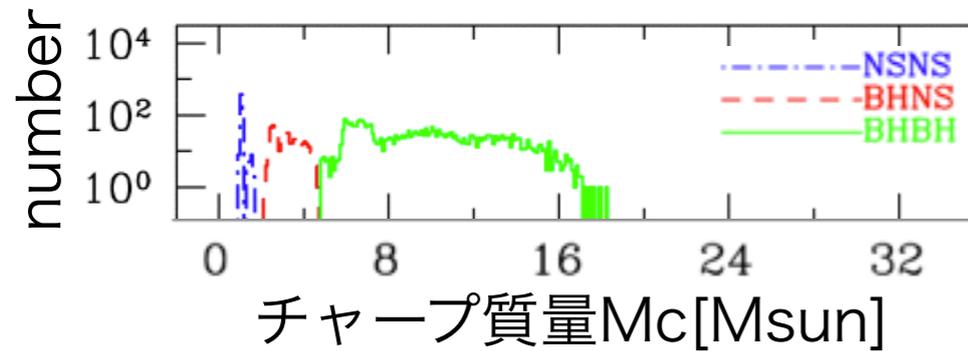
# Pop III 星の存在証明の確率



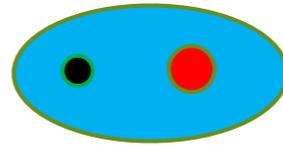
# さらに Pop I/II モデル

## Standard

Dominik et al. Astrophys. J. **759**, 52 (2012)

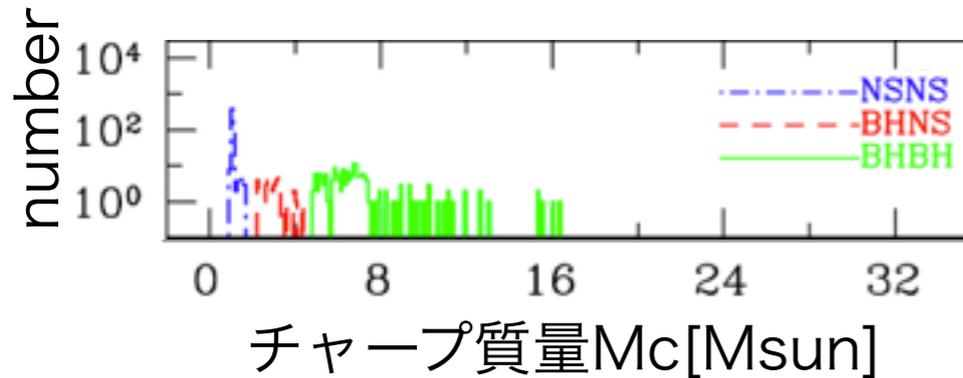


共通外層



Hertzsprung Gapにある星が外層に入ると合体とみなす

## High BH kicks

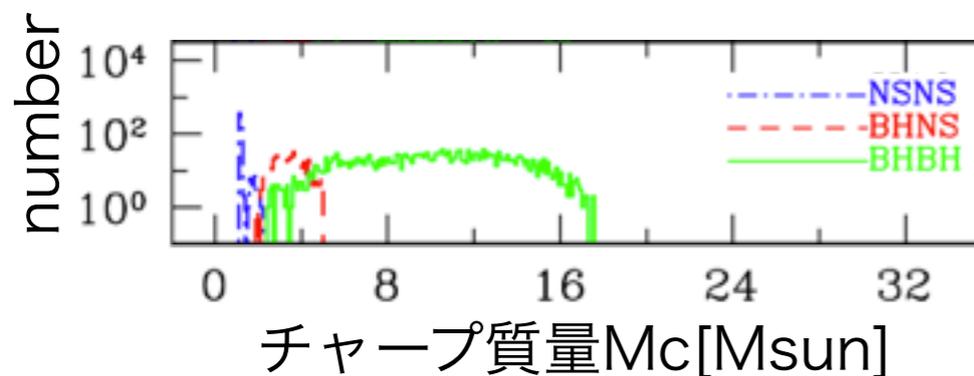


超新星爆発



爆発後のフォールバックの量に関わらず伴星は爆発の影響を受ける

## Delayed SN



超新星爆発



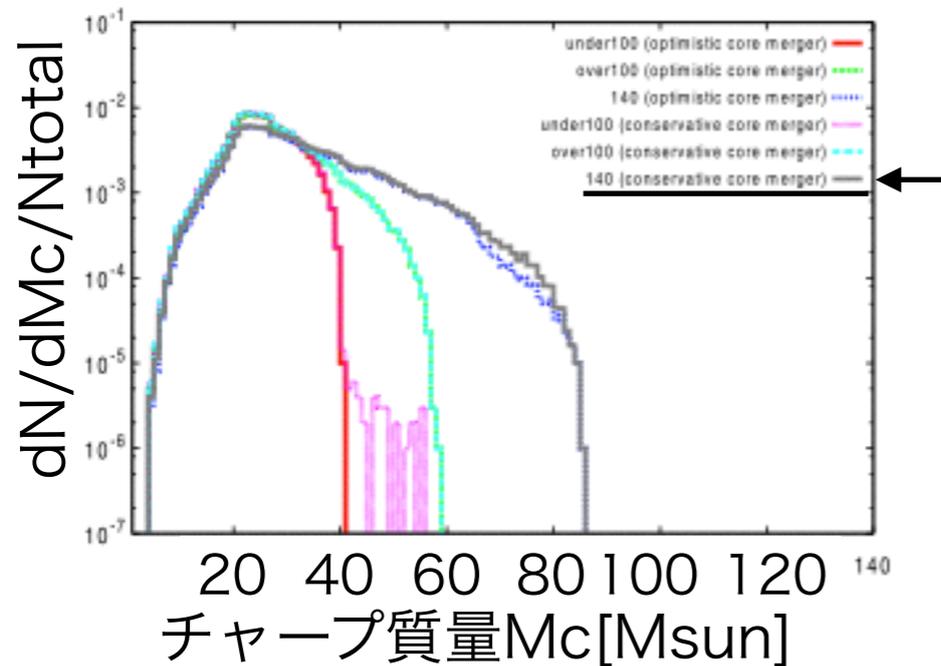
バウンスの1秒後に爆発を起こす

# さらに Pop III モデル

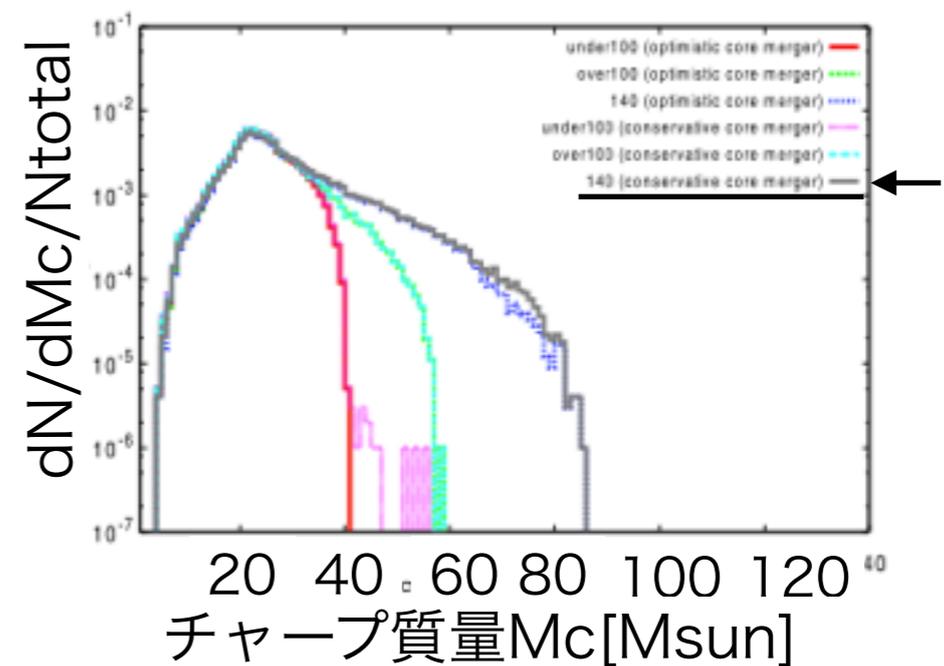
初期質量関数(IMF)  $\Psi(M)$

Kinugawa et al. MNRAS **456**, 1093 (2016)

IMF : Flat  $\Psi(M) \propto \text{const.}$

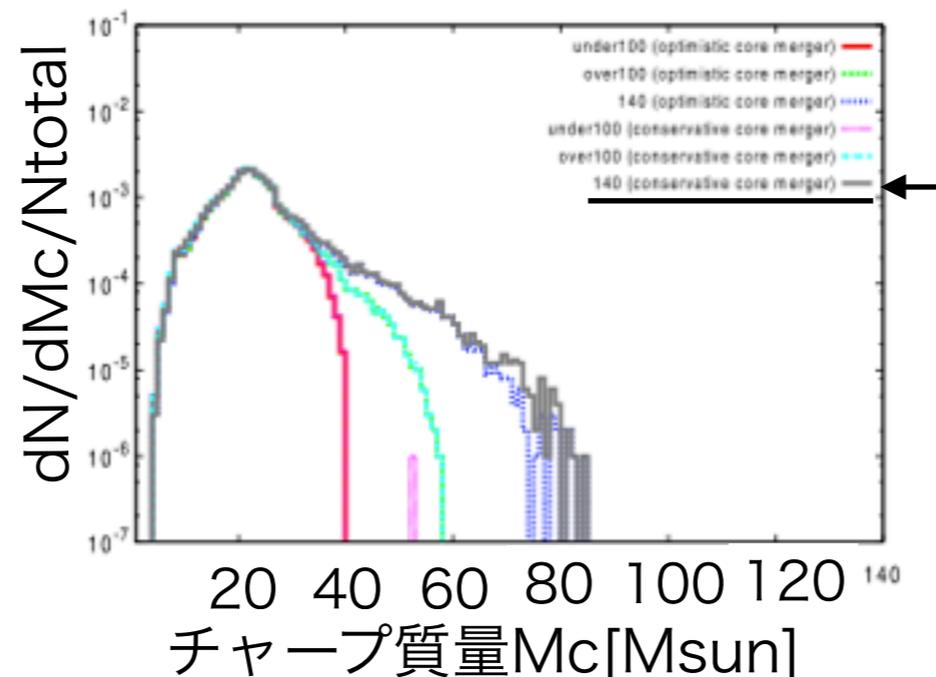


IMF : Logflat  $\Psi(M) \propto M^{-1}$



IMF : Salpeter

$\Psi(M) \propto M^{-2.35}$



# 検出可能な連星の質量分布

- ..... Simulated Pop I/II BH-BH binary detections :  $n^{I/II}$
- Simulated Pop I/II/III BH-BH binary detections :  $n^{I/II/III}$
- Simulated Pop III BH-BH binary detections :  $n^{III}$
- +----- Simulated events of Pop I/II/III BH-BH binary mergers

検出数[/month]

32 events  
Pop I/II  
Standard

1 events  
Pop I/II  
High BH kicks

27 events  
Pop I/II  
Delayed SN

4.7 events

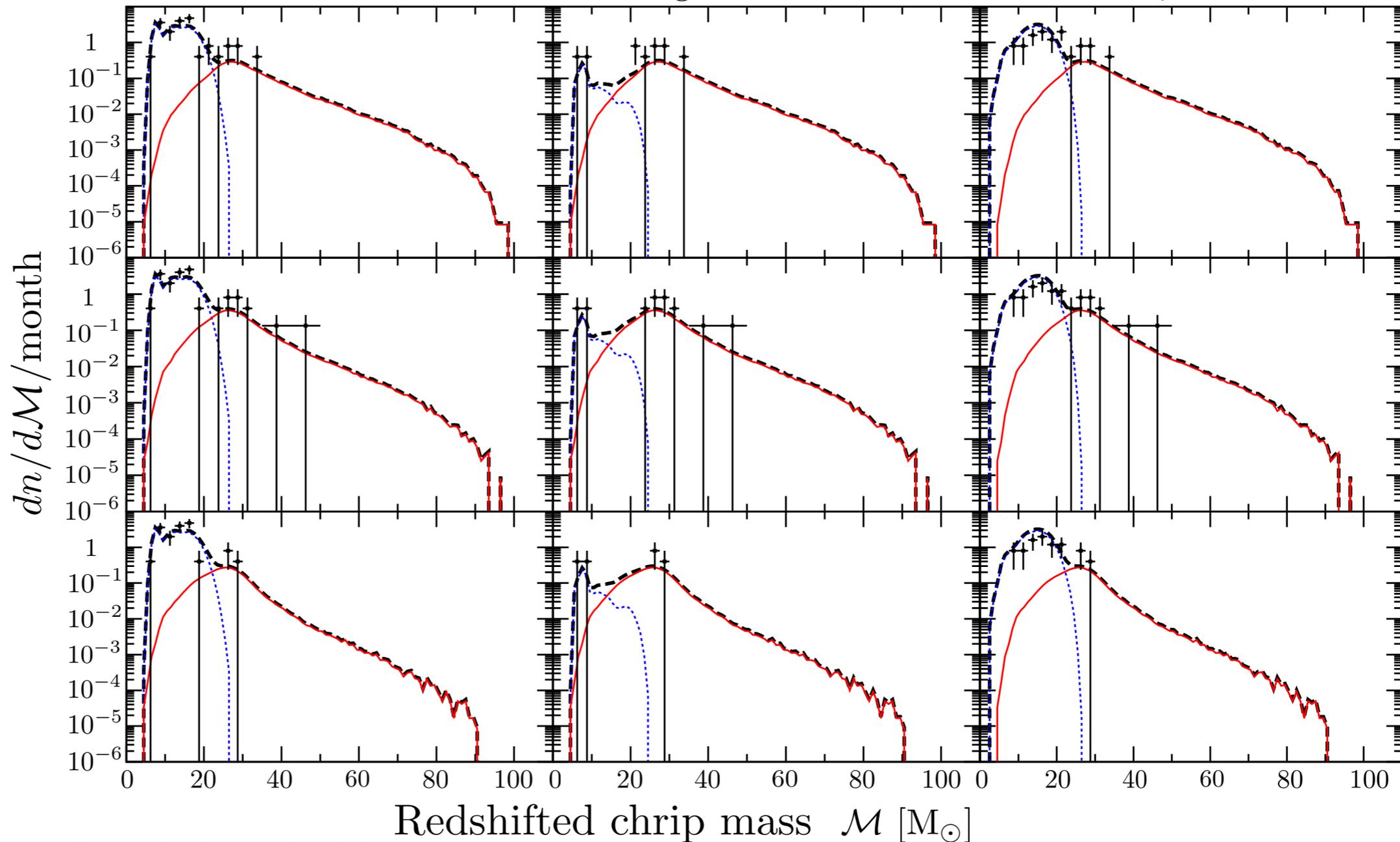
Pop III  
IMF:Flat

5.2 events

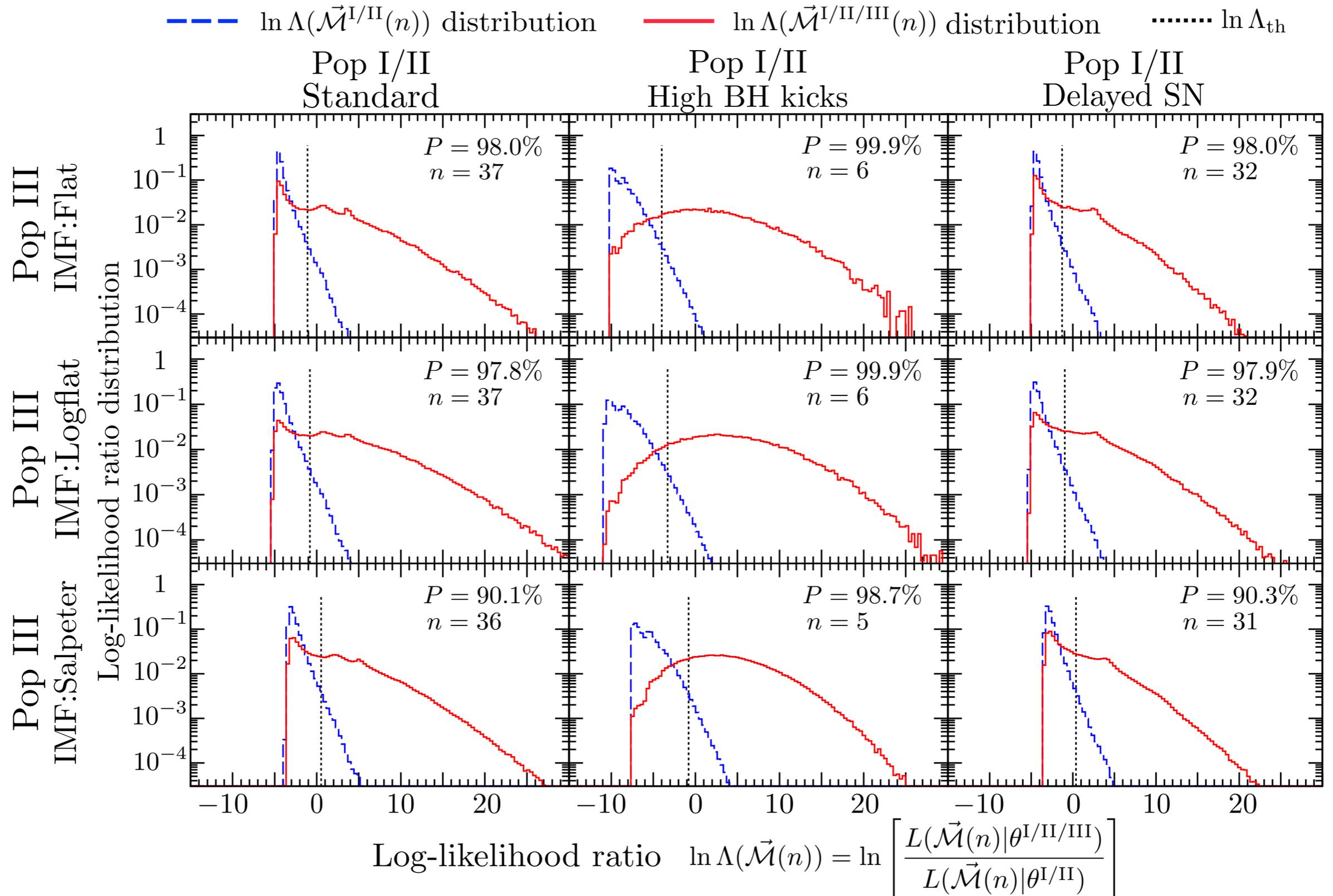
Pop III  
IMF:Logflat

3.8 events

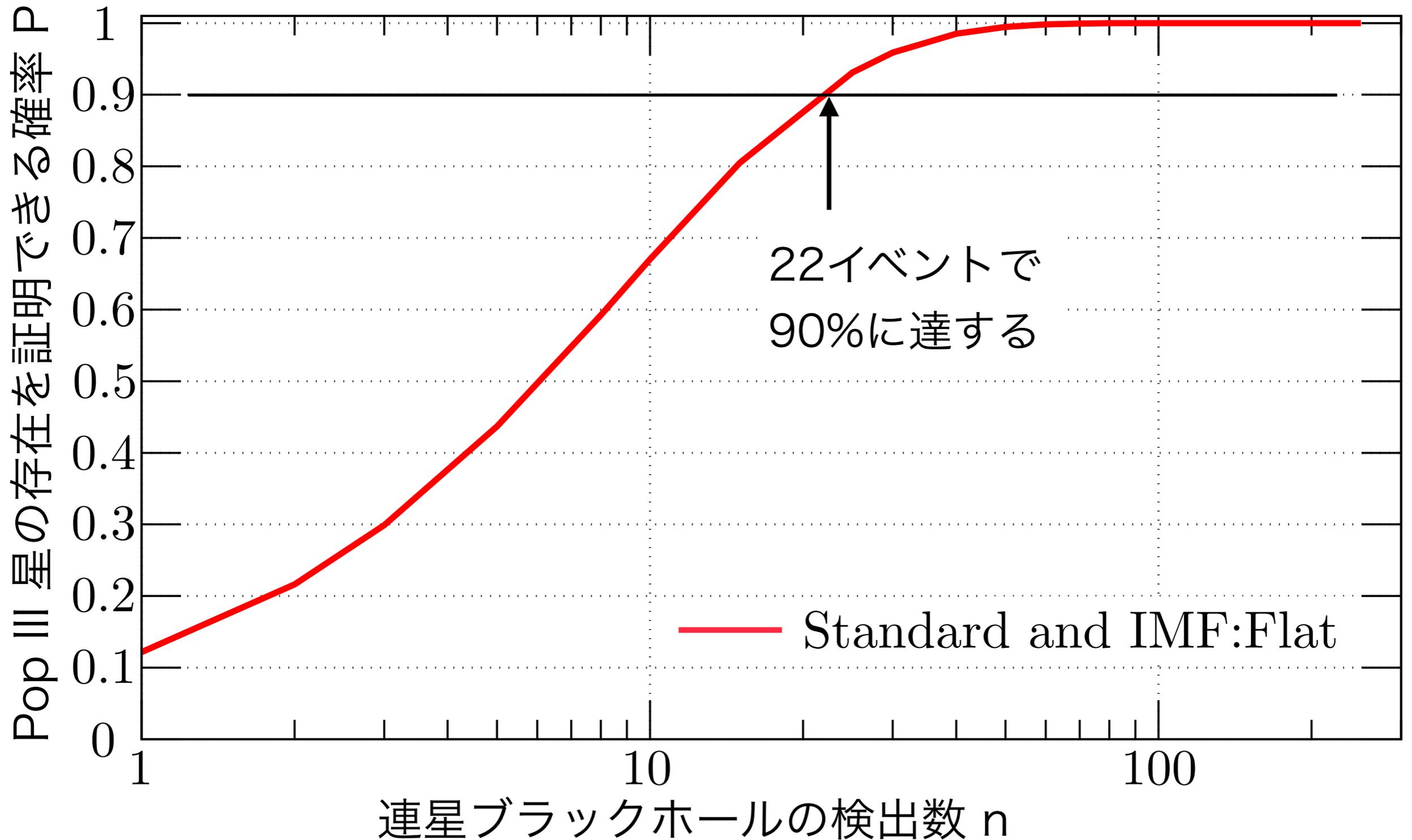
Pop III  
IMF:Salpeter



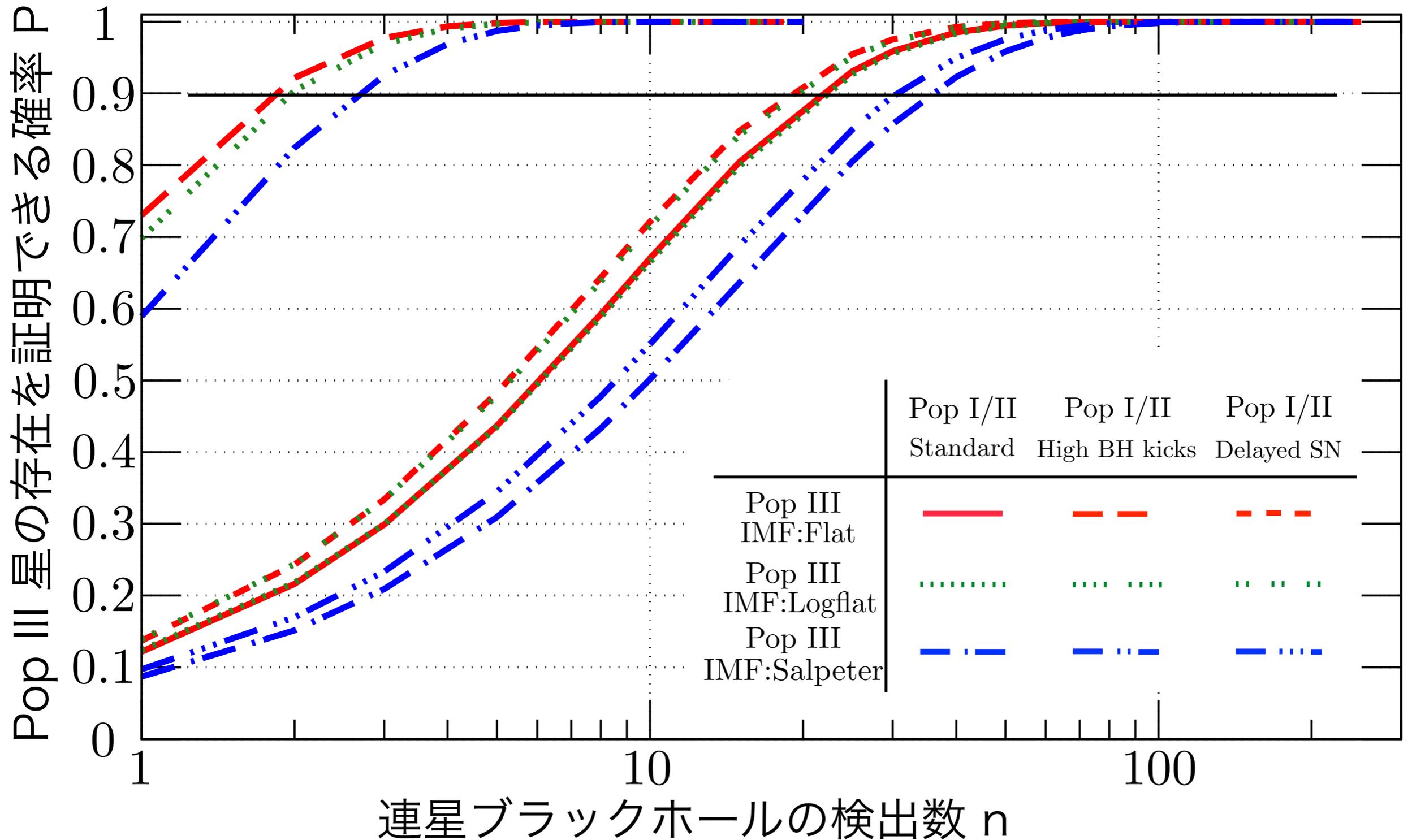
# Log likelihood ratio 分布



# Pop III 星の存在証明の確率 (再掲)



# Pop III 星の存在証明の確率



# まとめ

連星ブラックホール合体重力波の検出シミュレーションの結果、  
デザイン感度の**KAGRA**での検出率を  
~30 events/month (Pop I/II), ~5 events/month (Pop III)  
と見積もった インスパイラル重力波のみ

典型的population synthesisモデルにおいて、  
~22 eventsの重力波を検出することで、Pop III 星の存在を証明できる確率が  
90%に達することがわかった

以上より、デザイン感度のKAGRA、およびデザイン感度の  
Advanced LIGO, Advanced Virgo で観測をおこなうと、  
数年の内にPop III 星の存在の証明やさらにpopulation synthesis モデルの  
制限ができるようになるかもしれない。

## 問題点-課題

- ・ 恒星進化シナリオ以外のシナリオとのモデル判別
- ・ より低金属量星起源の連星BHの寄与
- ・ 実際の検出イベントを用いた解析

# バックアップ

# LIGO O1 run のイベント数との比較

デザイン感度でのKAGRAで検出率は

4.8 - 37.2 events/month

- ・ O1でのLIGOの感度はデザインのKAGRAの感度の約1/3倍
- ・ LIGOの2台のcoincident analysis time は 51.5 days

$4.8 - 37.2 \text{ events}/(30\text{days}) / 3^3 \times 51.5\text{days}$

$= 0.3 - 2.4 \text{ events}/(51.5\text{days})$

LIGO O1 の2 events と無矛盾

# $D_C, D_L, P$

今回仮定したモデルにおいては、  
Pop III 星の存在を証明できる確率  $P$  には、 $D_C$  が大きく寄与している

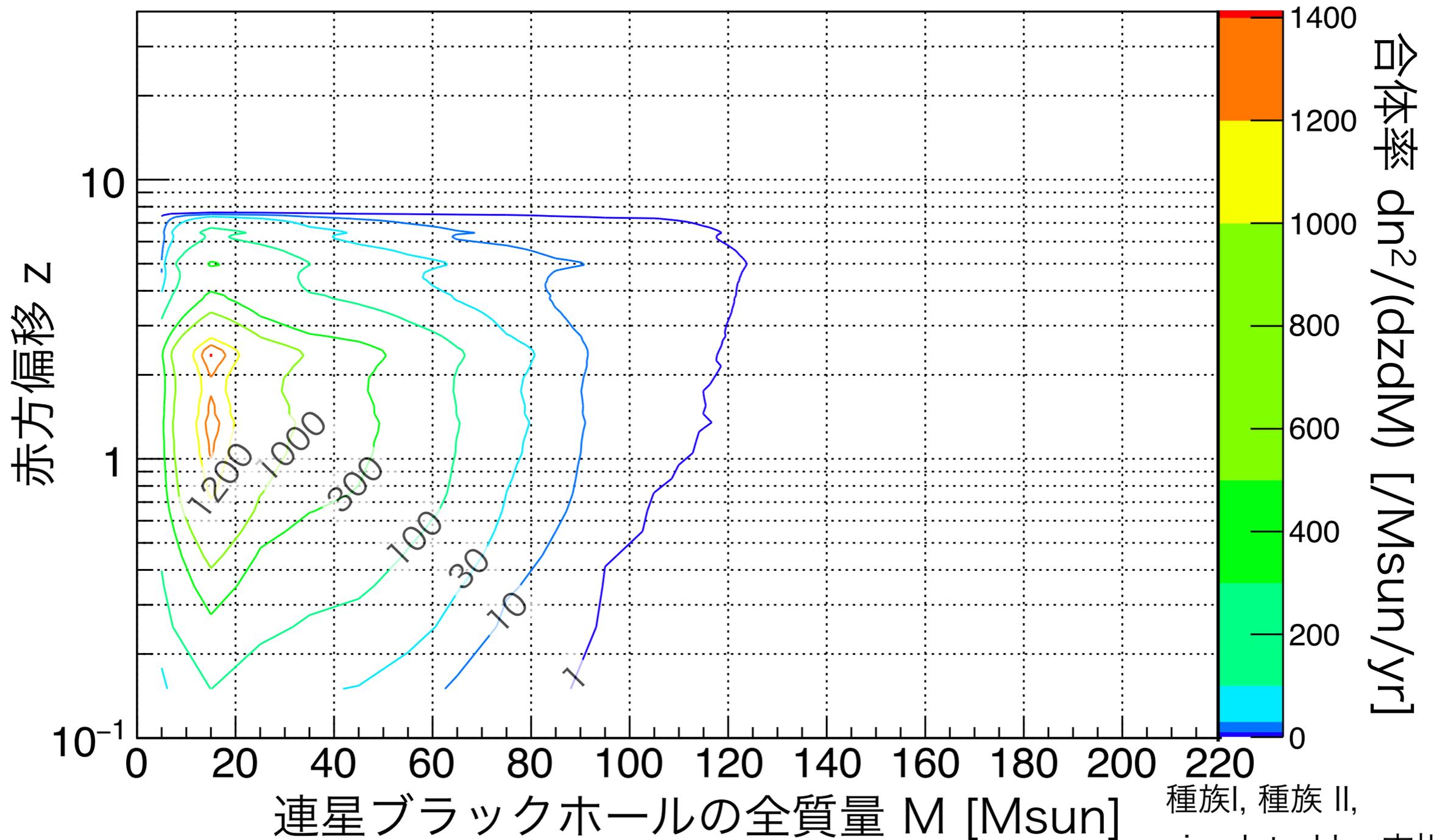
TABLE II. The probability of identifying the existence of Pop III stars  $P$ . The first column shows variations of Pop I/II and Pop III models. The second column shows the sum of the event rates of Pop I/II model and Pop III model. The third column is the number of data sets  $D_C$  that Pop I/II model and Pop I/II/III model are clearly distinguished. The fourth column is the number of data sets  $D_L$  that Pop I/II model and Pop I/II/III model are distinguished by the likelihood analysis. The fifth column shows the  $P$  for equivalent a 1-month period of observation, respectively.

Pop I/II and Pop III	Event rate [/month]	$D_C$	$D_L$	$P = (D_C + D_L)/10^7$
Standard and IMF:Flat	36.68	9 503 988	294 964	0.980
Standard and IMF:Logflat	37.17	9 302 652	478 977	0.978
Standard and IMF:Salpeter	35.79	7 631 154	1382 485	0.901
High BH kicks and IMF:Flat	5.735	9 965 669	28 968	0.999
High BH kicks and IMF:Logflat	6.232	9 912 516	78 855	0.999
High BH kicks and IMF:Salpeter	4.849	9 333 580	538 701	0.987
Delayed SN and IMF:Flat	31.98	9 628 499	176 166	0.980
Delayed SN and IMF:Logflat	32.47	9 505 284	281 221	0.979
Delayed SN and IMF:Salpeter	31.09	8 161 445	868 814	0.903

# 第三世代検出器で距離分布の判別

# 連星ブラックホールの分布 (種族I+II)

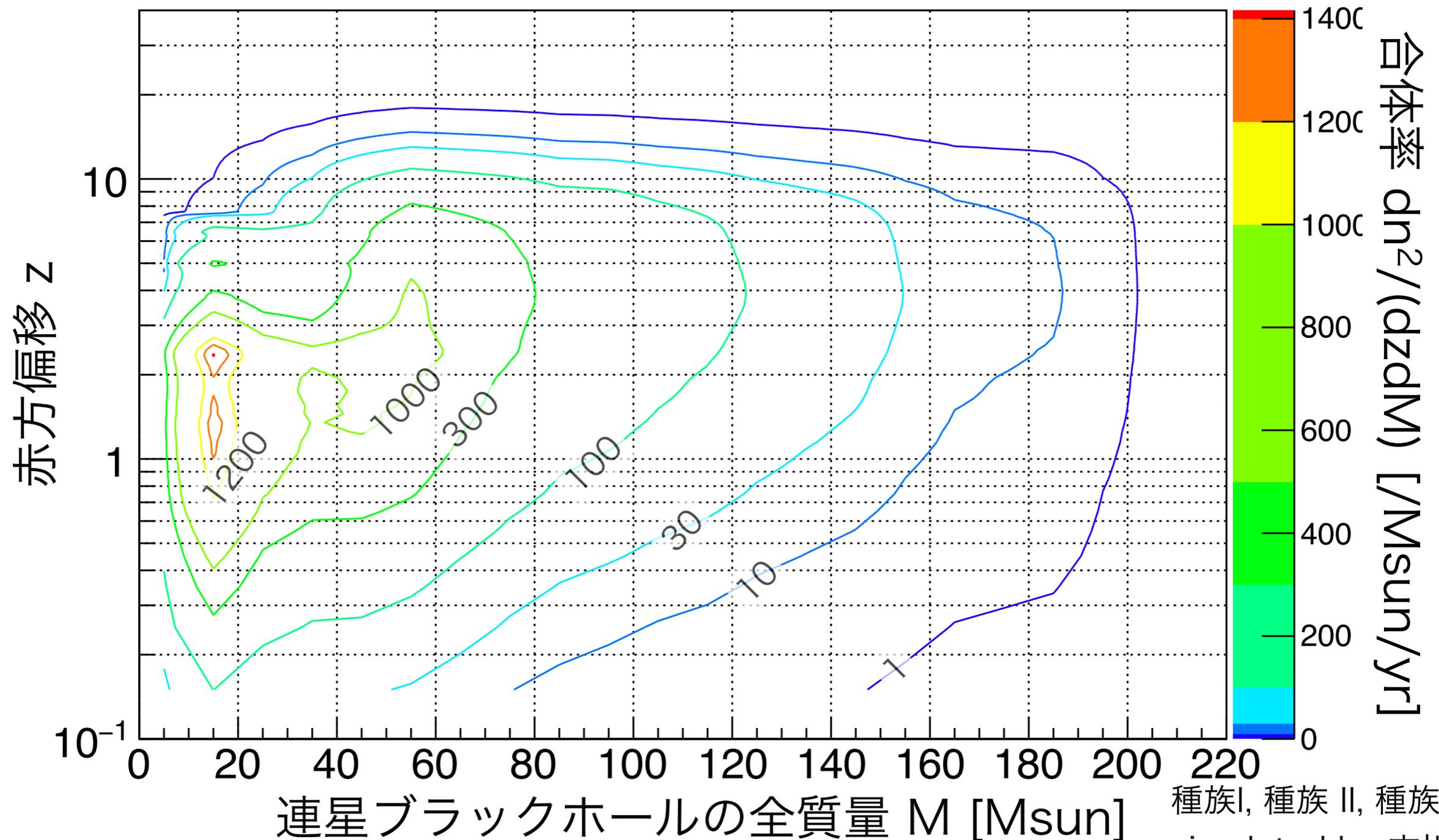
連星ブラックホール: 種族 I + 種族 II ( $Z \geq 0.0002$ )



種族I, 種族 II,  
simulated by 衣川さん

# 連星ブラックホールの分布 (種族I+II+III)

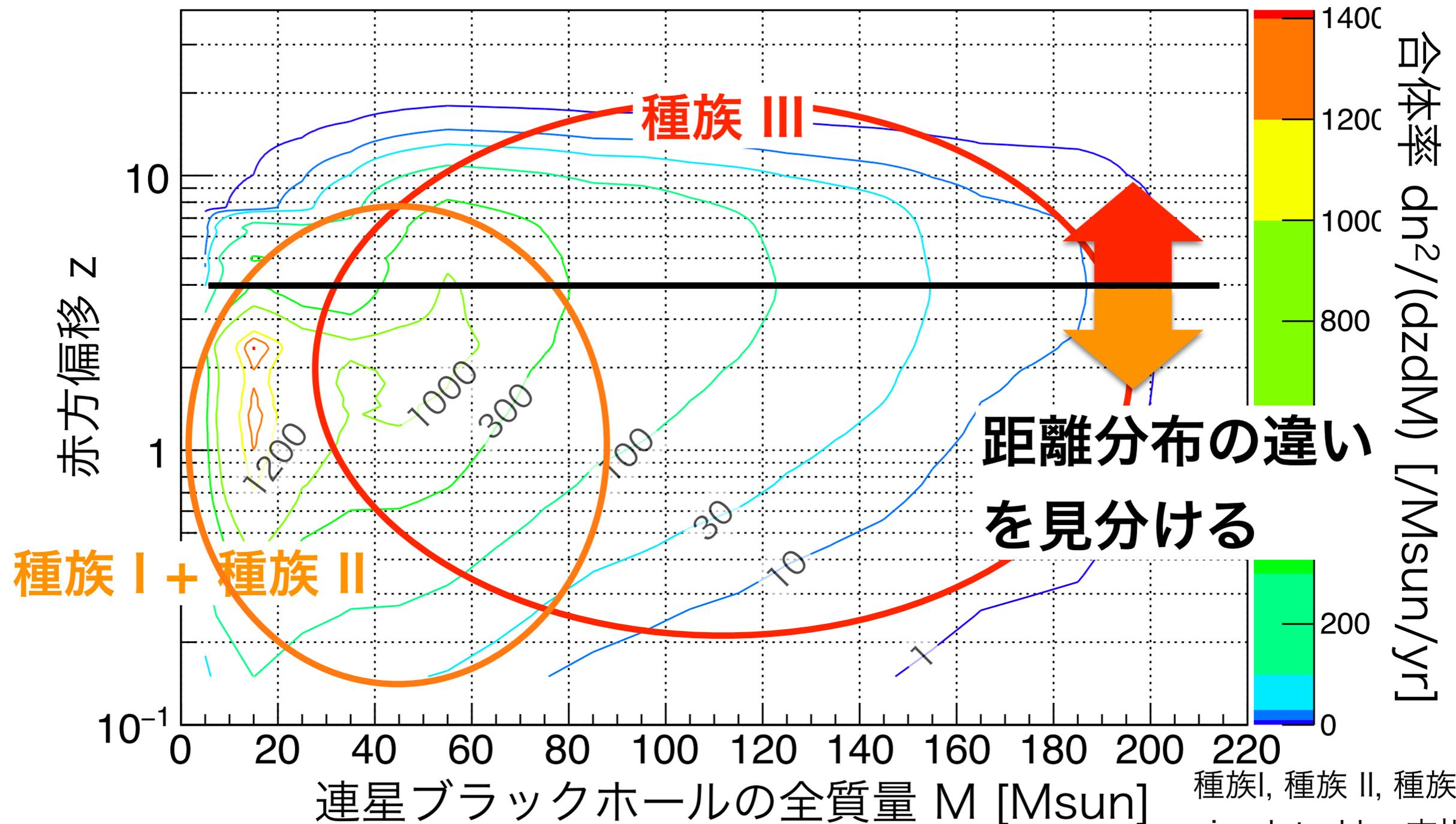
連星ブラックホール: **種族 I + 種族 II ( $Z \geq 0.0002$ )** + **種族 III**



種族I, 種族 II, 種族 III  
simulated by 衣川さん

# 連星ブラックホールの分布 (種族I+II+III)

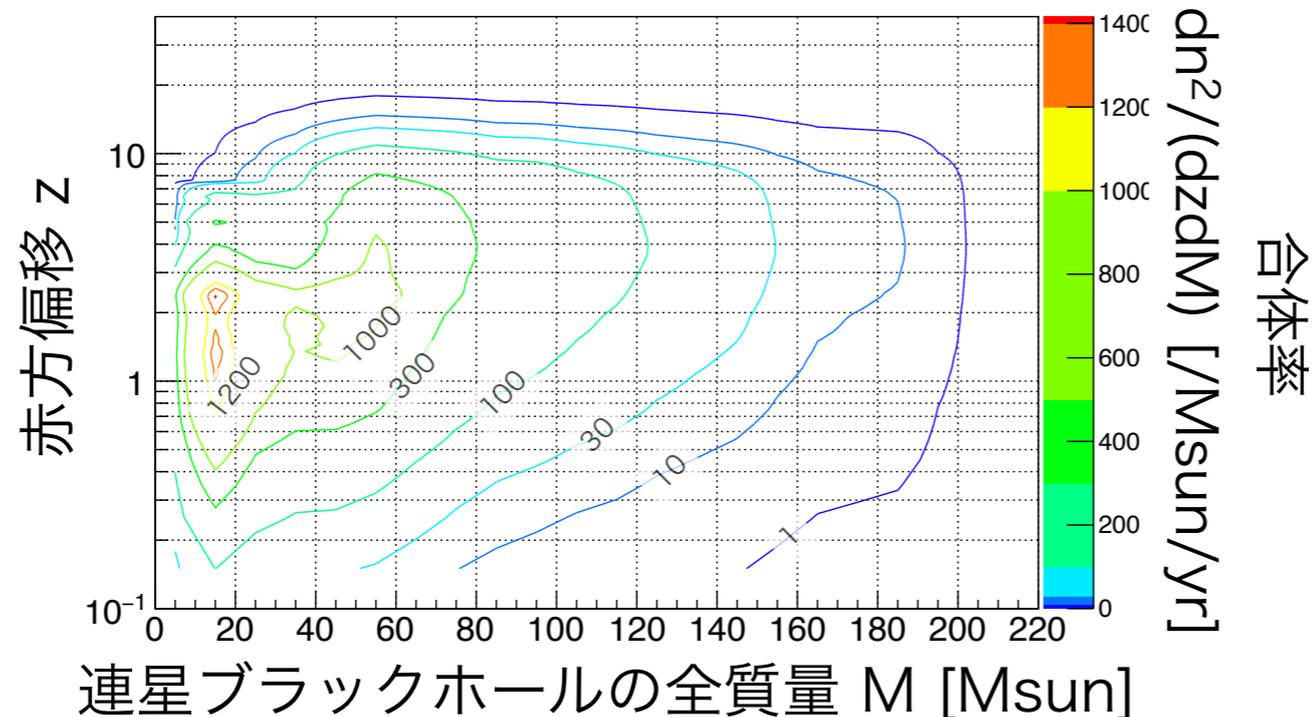
連星ブラックホール: **種族 I + 種族 II ( $Z \geq 0.0002$ )** + **種族 III**



種族I, 種族 II, 種族 III  
simulated by 衣川さん

# 検出シミュレーション (分布、検出器)

- 赤方偏移, 質量( $m_1, m_2$ ) 分布 連星進化計算より



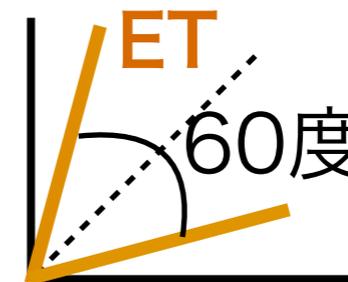
- 連星は等方的分布(軌道面の向き、天球上の位置)

第3世代検出器 (仮定) :

米(Hanford) にCosmic Explorer(CE) 40 km

欧(Virgoの所) にEinstein Telescope(ET) 10 km, 腕開角60度, 干涉計1台

日(KAGRAの所) に ETと同等の感度を持った検出器, 同上



Virgo, KAGRAの  
腕の角の2等分線  
から両側に30度

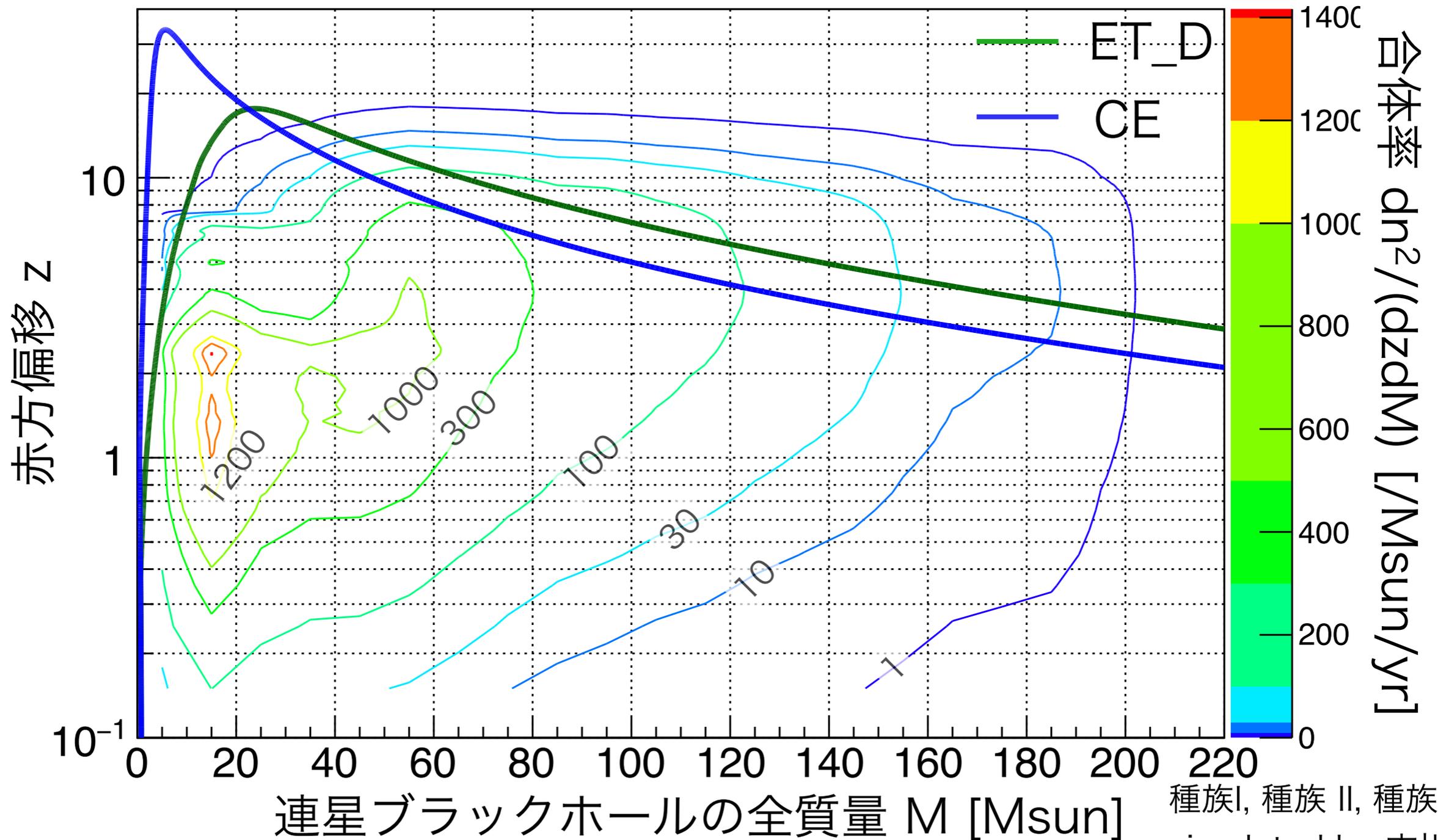
# ET, CEによる検出可能な領域

連星ブラックホール :

種族 I + 種族 II ( $Z \geq 0.0002$ )

+

種族 III



# 検出シミュレーション (信号雑音比)

## • 信号雑音比 S/N

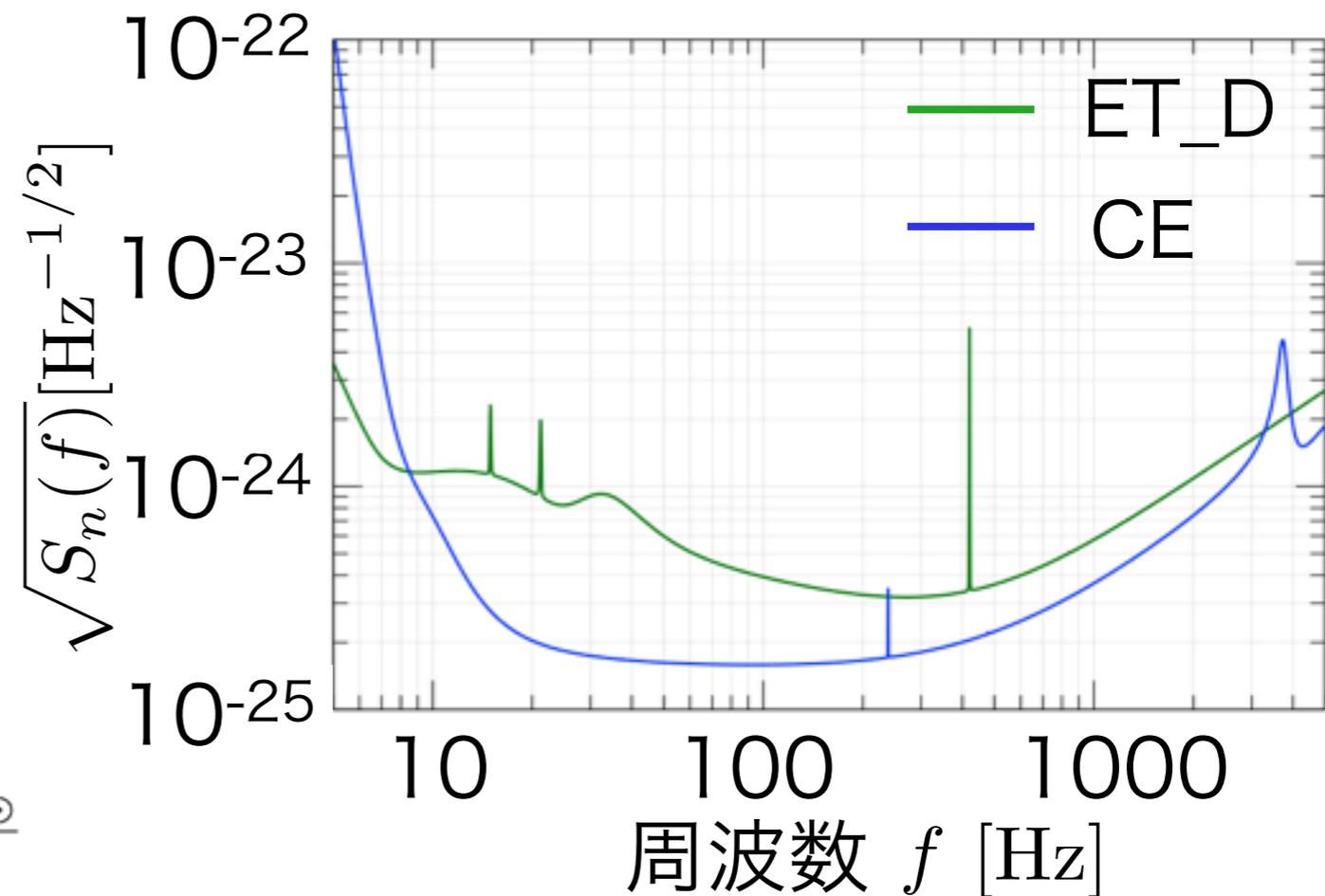
インスパイラル重力波波形は予期できるためマッチドフィルターを仮定して計算

$$(S/N)^2 = \frac{5}{6} \frac{\pi^{-4/3} c^2 T_{\odot}^{5/3}}{d_L^2} \left( \frac{(1+z)M_c}{M_{\odot}} \right)^{5/3} \times \int_{f_{\min}}^{f_{\text{ISCO}}/(1+z)} df \frac{f^{-7/3}}{S_n(f)} \times \left( \frac{1 + \cos^2 \iota}{2} \right)^2 F_+^2 + \cos^2 \iota F_{\times}^2$$

チャープ質量:  $M_c = (M_1 + M_2) \left( \frac{M_1 M_2}{(M_1 + M_2)^2} \right)^{3/5}$

検出器のアンテナパターン:  $F_+, F_{\times}$

最内安定円軌道(ISCO)周波数:  $f_{\text{ISCO}} \quad T_{\odot} = \frac{GM_{\odot}}{c^3}$

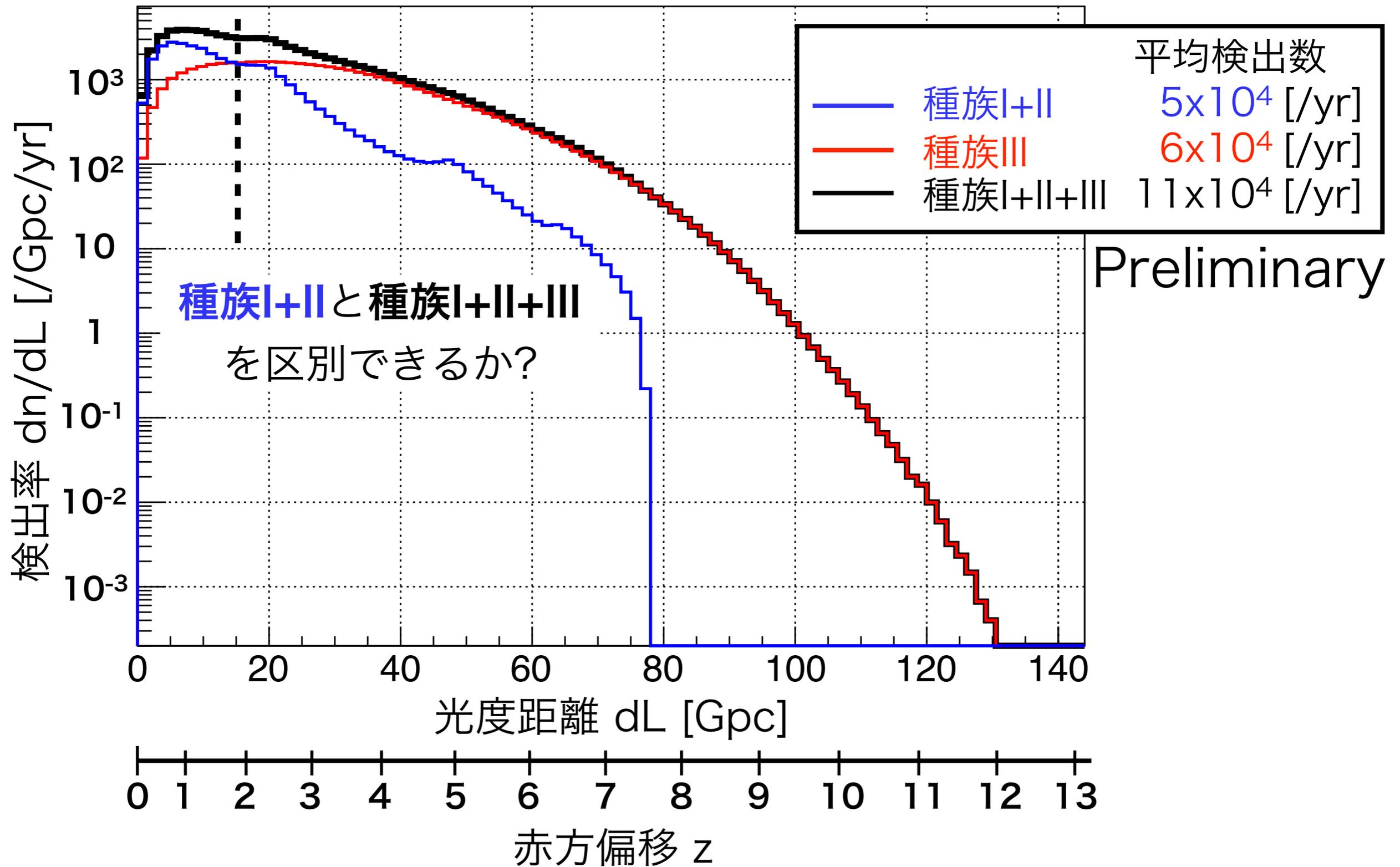


from <http://iopscience.iop.org/article/10.1088/1361-6382/aa51f4/data>

## • 信号雑音比閾値

第3世代検出器で3台同時に  $S/N > 8.0$  の時検出

# 検出可能な連星の光度距離分布



# 対数尤度比の計算

検出イベント (検出数 $n$ ):  $\vec{d}_L(n) = \{d_{L1}, d_{L2}, \dots, d_{Ln}\}$



種族 I+II (種族IIIなし)  $\theta^{I+II}$

種族 I+II+III (種族IIIあり)  $\theta^{I+II+III}$

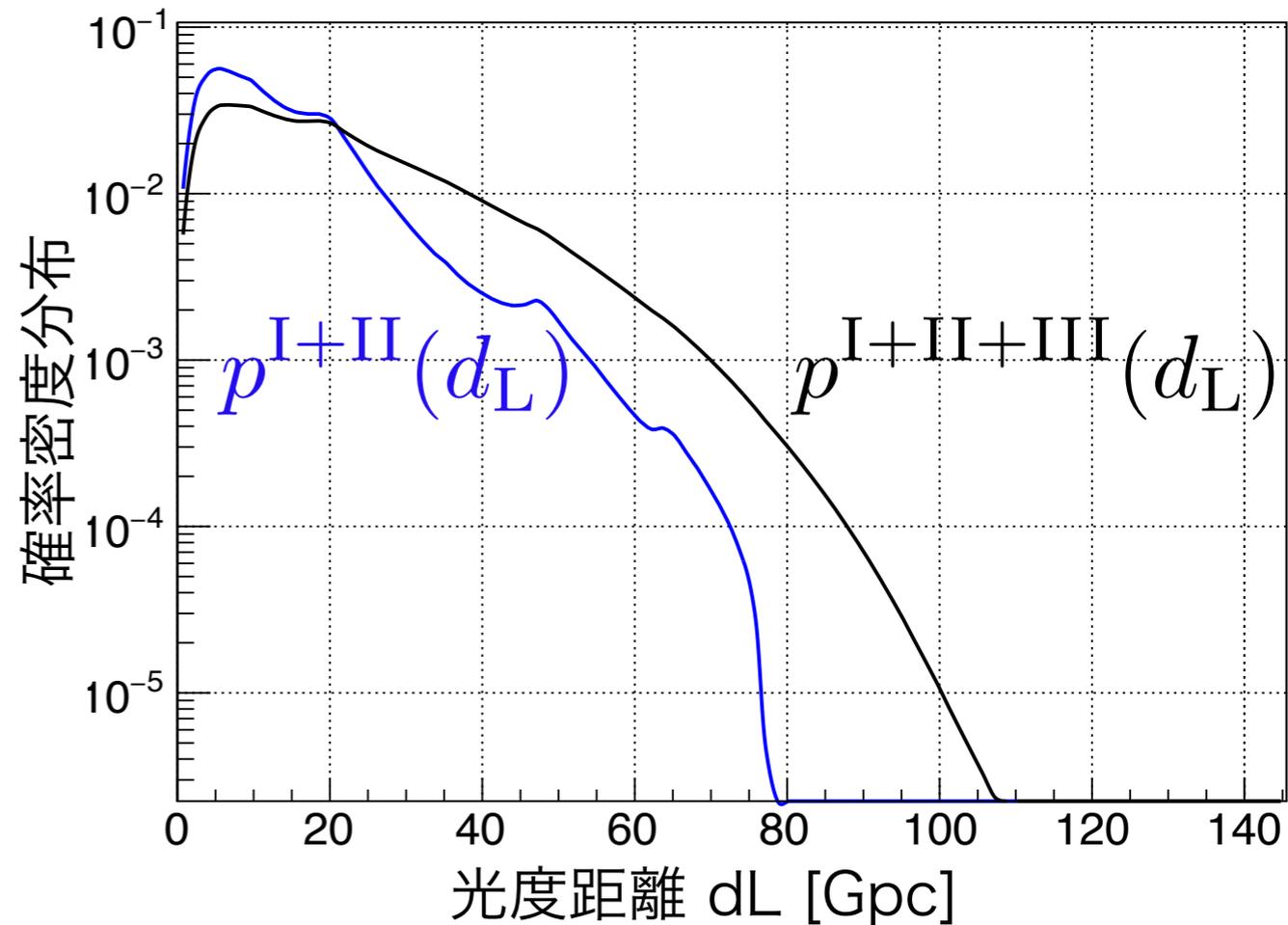
尤度の計算式

$$L(\vec{d}_L(n) | \theta^{I+II}) = \prod_{i=1}^n p^{I+II}(d_{Li})$$

$$L(\vec{d}_L(n) | \theta^{I+II+III}) = \prod_{i=1}^n p^{I+II+III}(d_{Li})$$

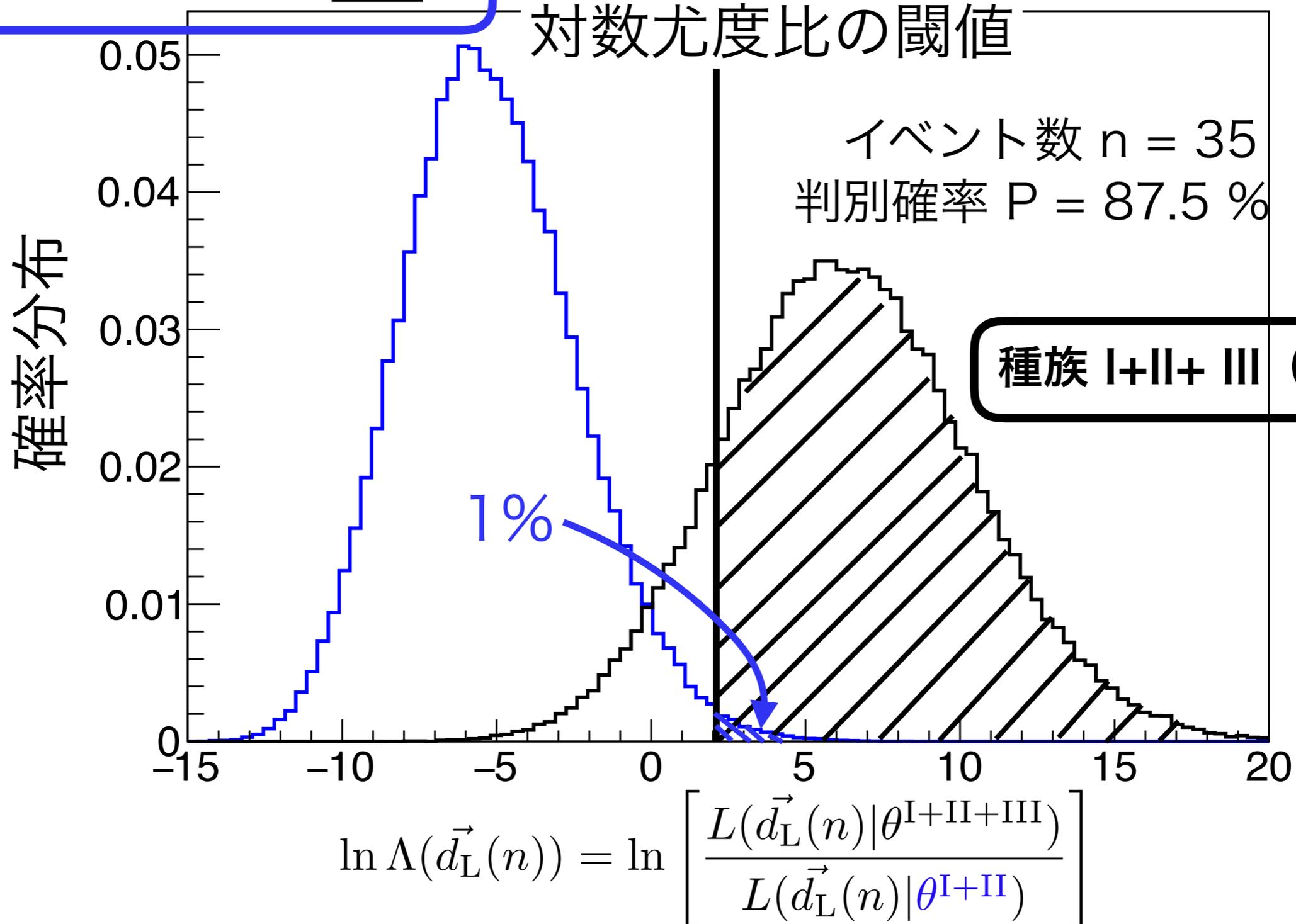
対数尤度比の計算式

$$\ln \Lambda(\vec{d}_L(n)) = \ln \left[ \frac{L(\vec{d}_L(n) | \theta^{I+II+III})}{L(\vec{d}_L(n) | \theta^{I+II})} \right]$$



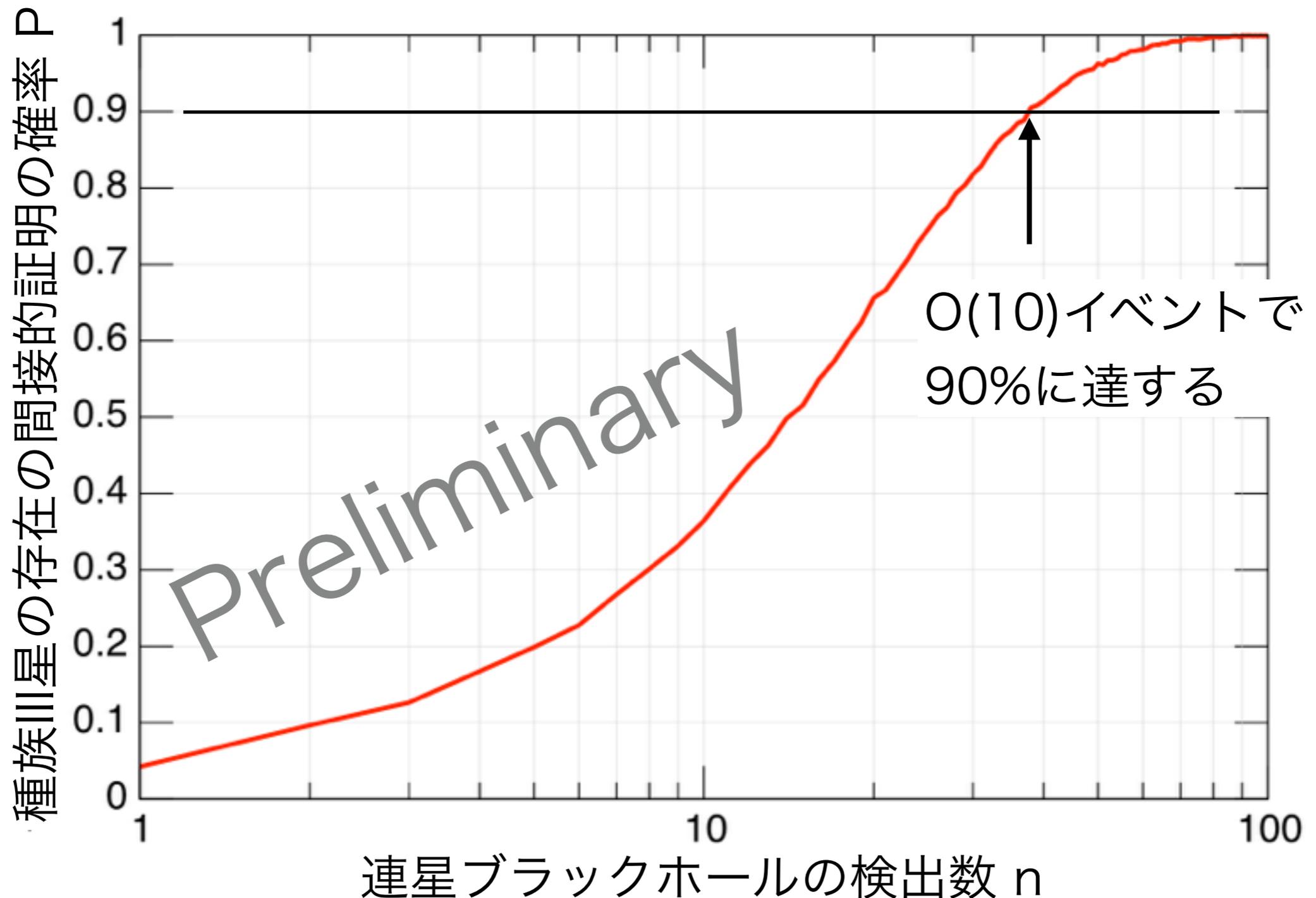
# 対数尤度比の分布

種族 I+II (種族IIIなし)



# 検出数に伴う判別確率Pの推移

‘種族IIIあり’の場合に ‘種族IIIあり’ と正しく判別できる確率 P



# まとめ

第3世代重力波検出器を想定して、重力波検出シミュレーションをおこなった。  
イベントレート

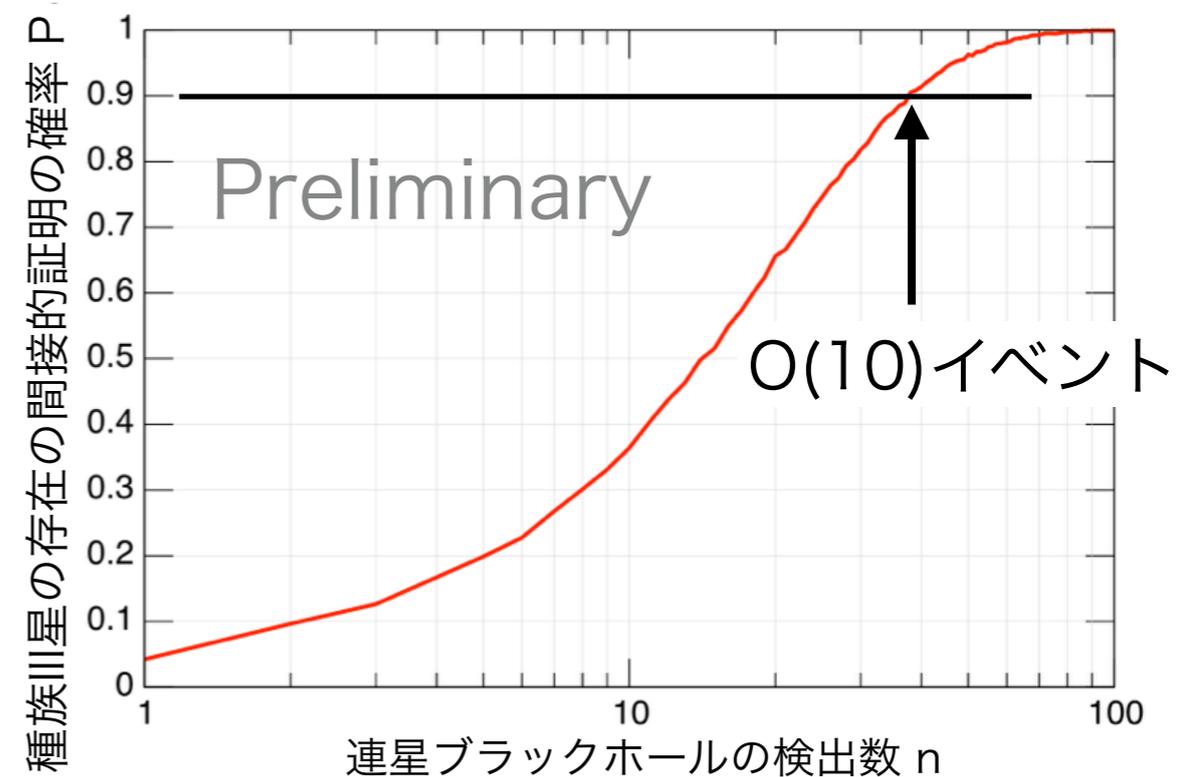
種族I+II星 起源連星ブラックホール:  $5 \times 10^4$  [/yr]

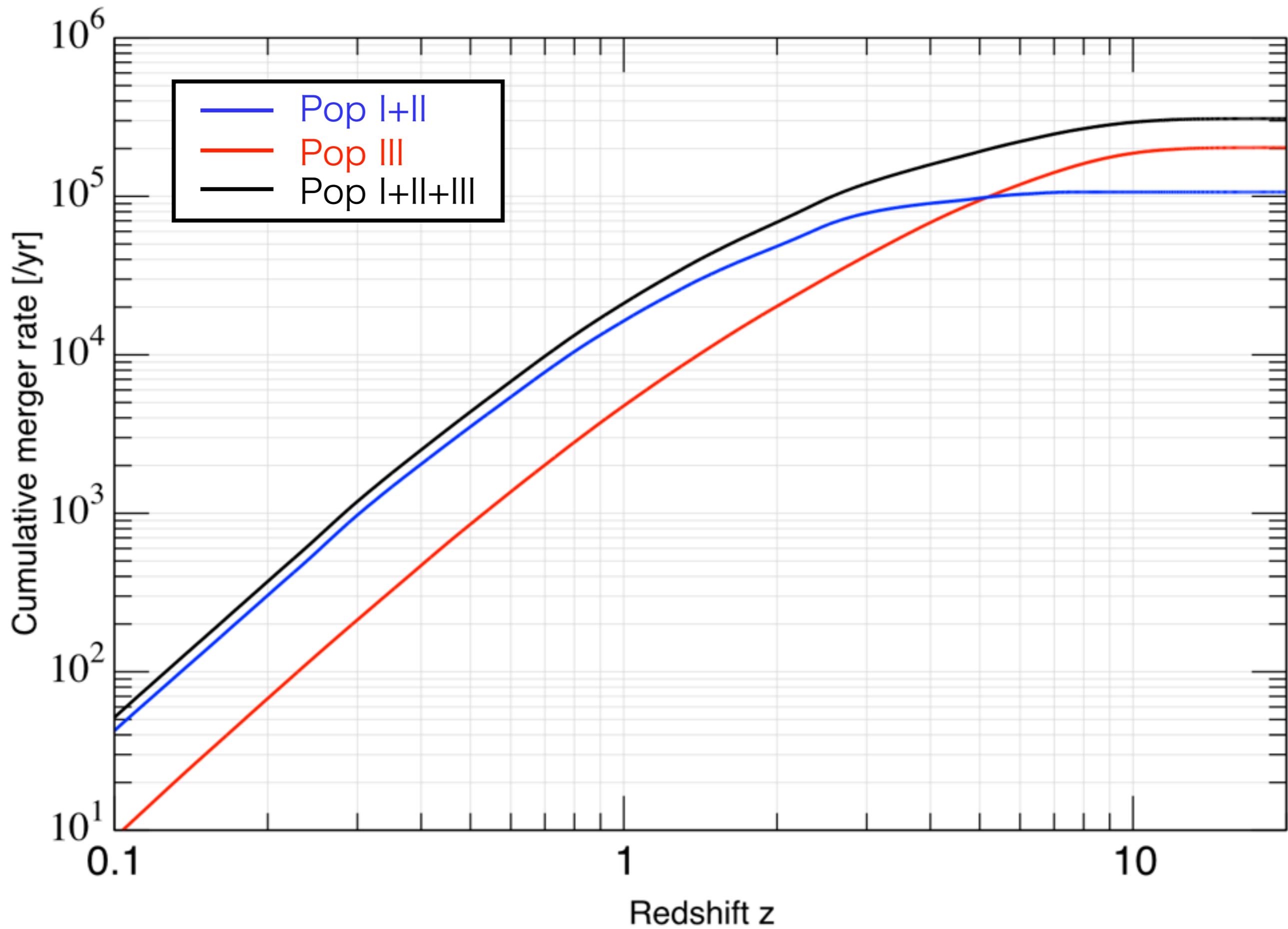
種族III星 起源連星ブラックホール:  $6 \times 10^4$  [/yr] Preliminary

連星進化計算から得られる連星ブラックホールの**光度距離分布**を尤度関数として、**尤度解析**をすることにより種族III起源連星ブラックホールが存在するときに  
‘ある’と判別できる確率  $P$ を計算した。

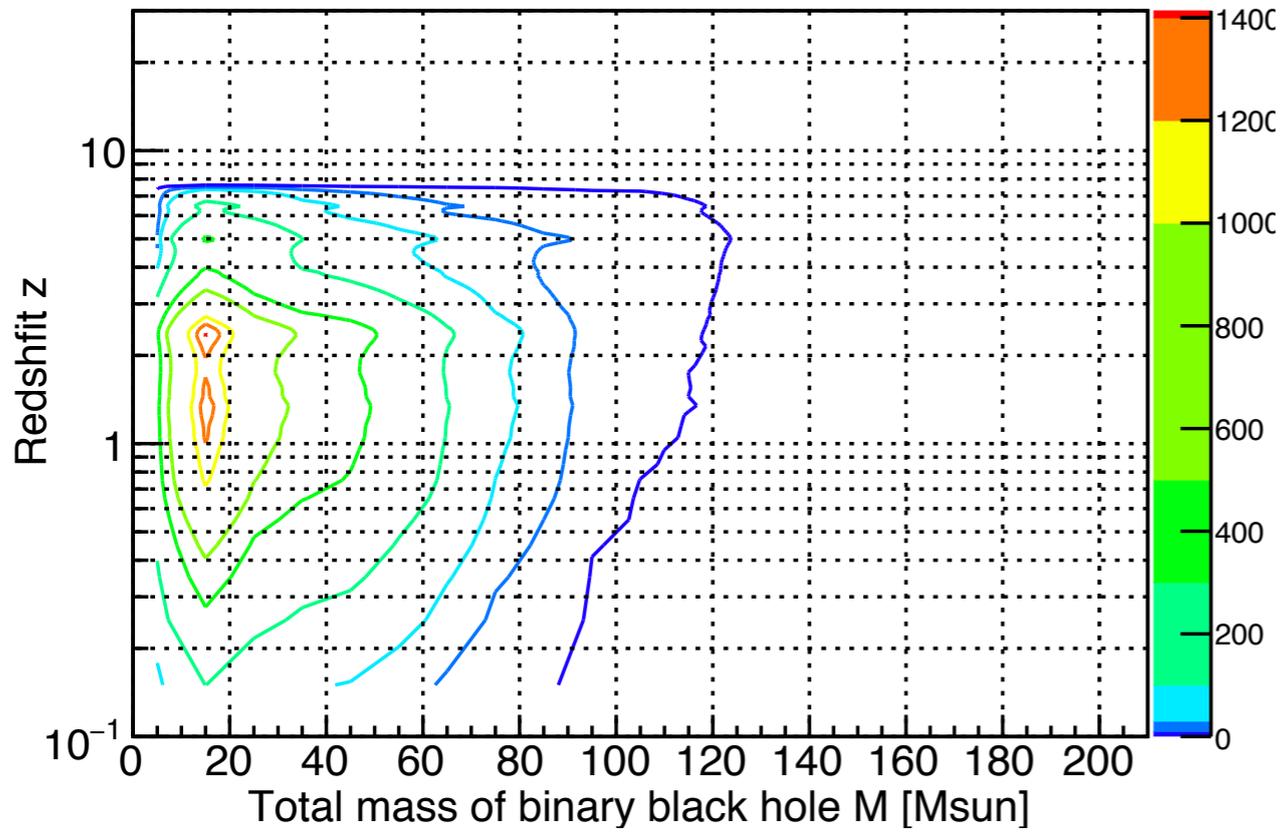
検出数  $n$  が **O(10)** あれば**種族III星**の存在を判別できる確率が**90%**に達する。

**第3世代重力波検出器**が稼働を始めると、すぐに**種族III星**の存在や**宇宙の初期**に関する情報を得ることが可能となるだろう。

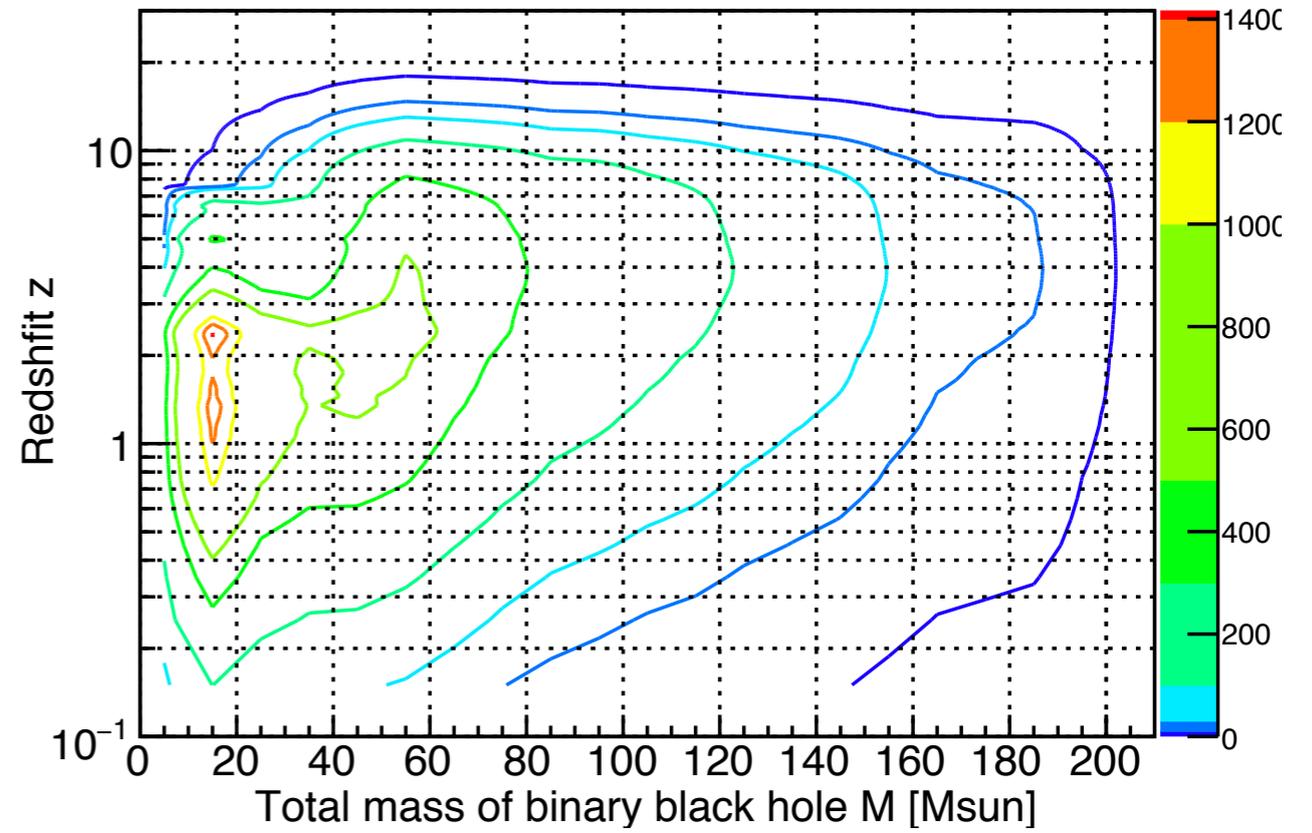




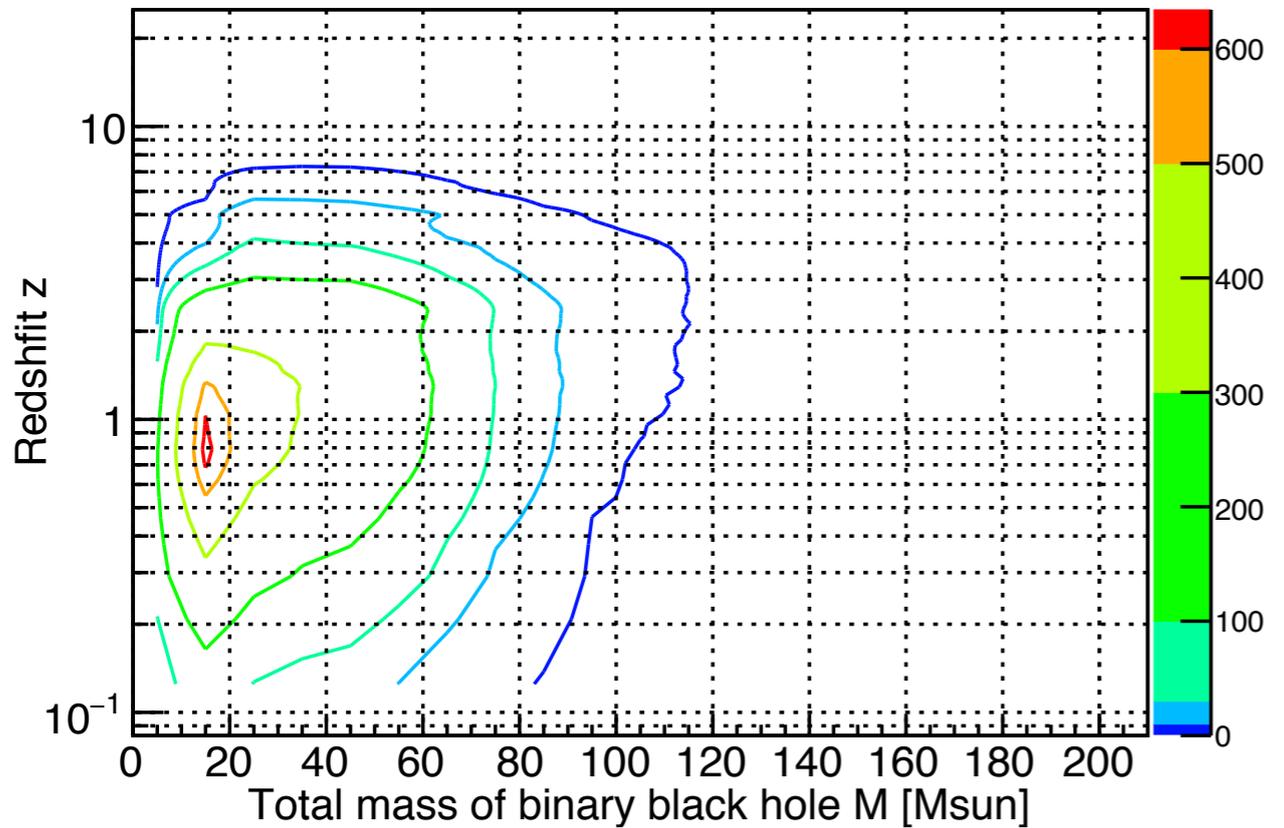
Merger rate of Pop I/II BBH  $dn^2/(dz dM)$  [/Msun/yr]



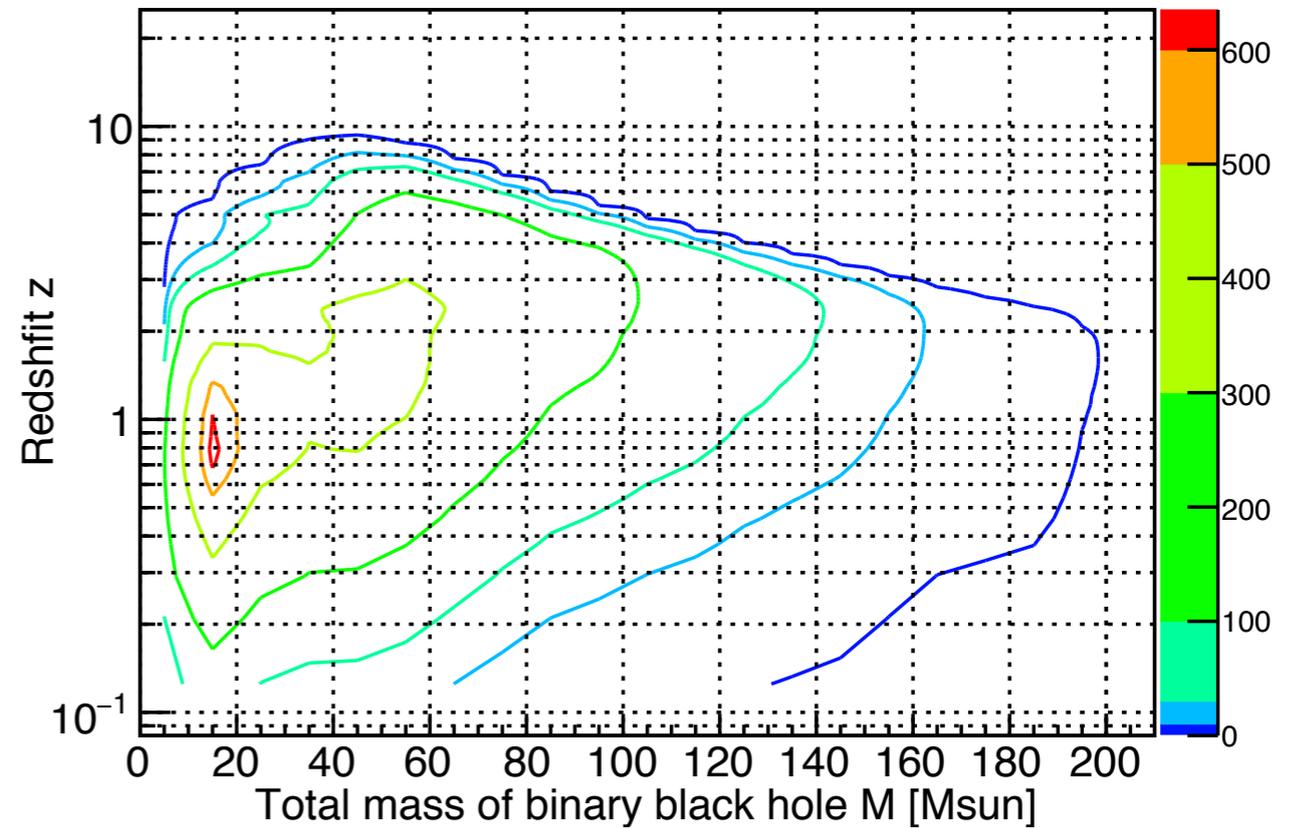
Merger rate of Pop I/II/III BBH  $dn^2/(dz dM)$  [/Msun/yr]



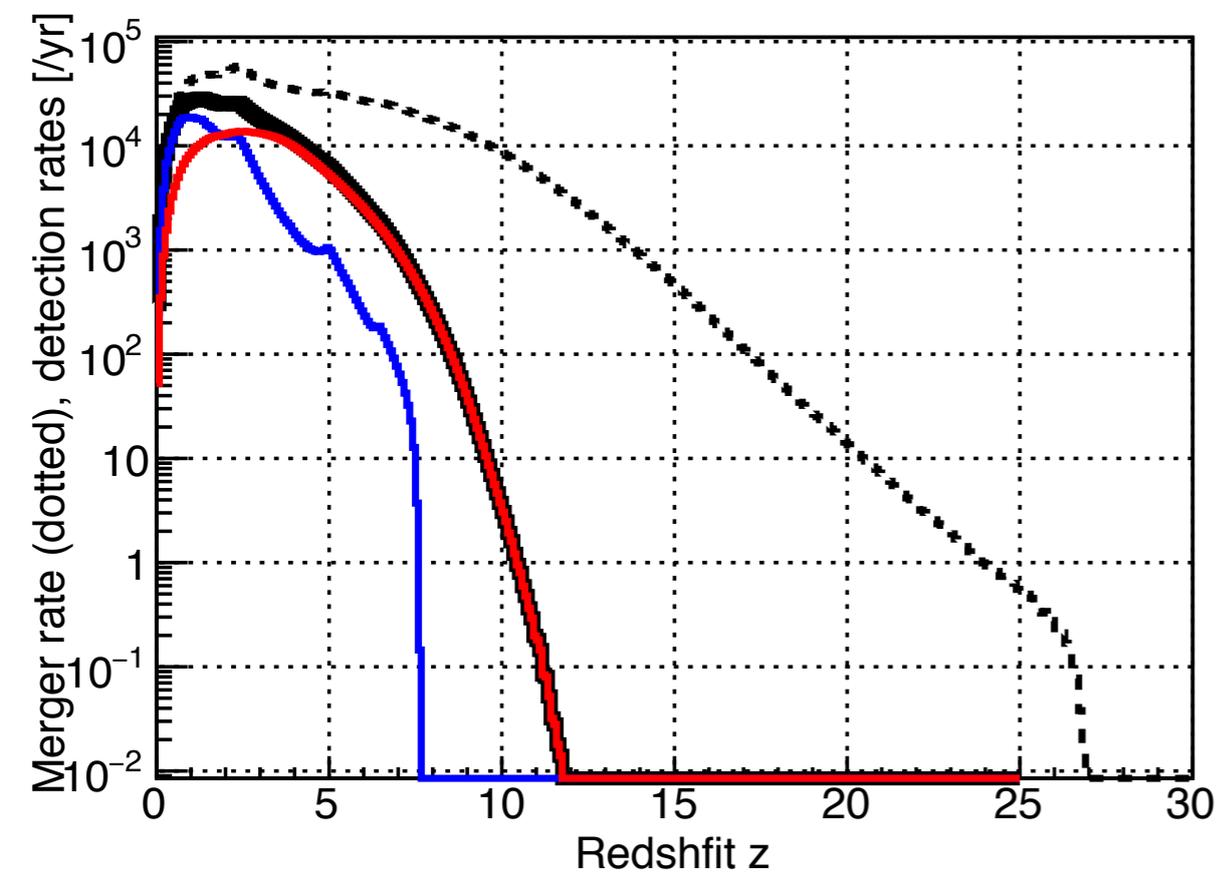
Detection rate of Pop I/II BBH  $dn^2/(dz dM)$  [/Msun/yr]



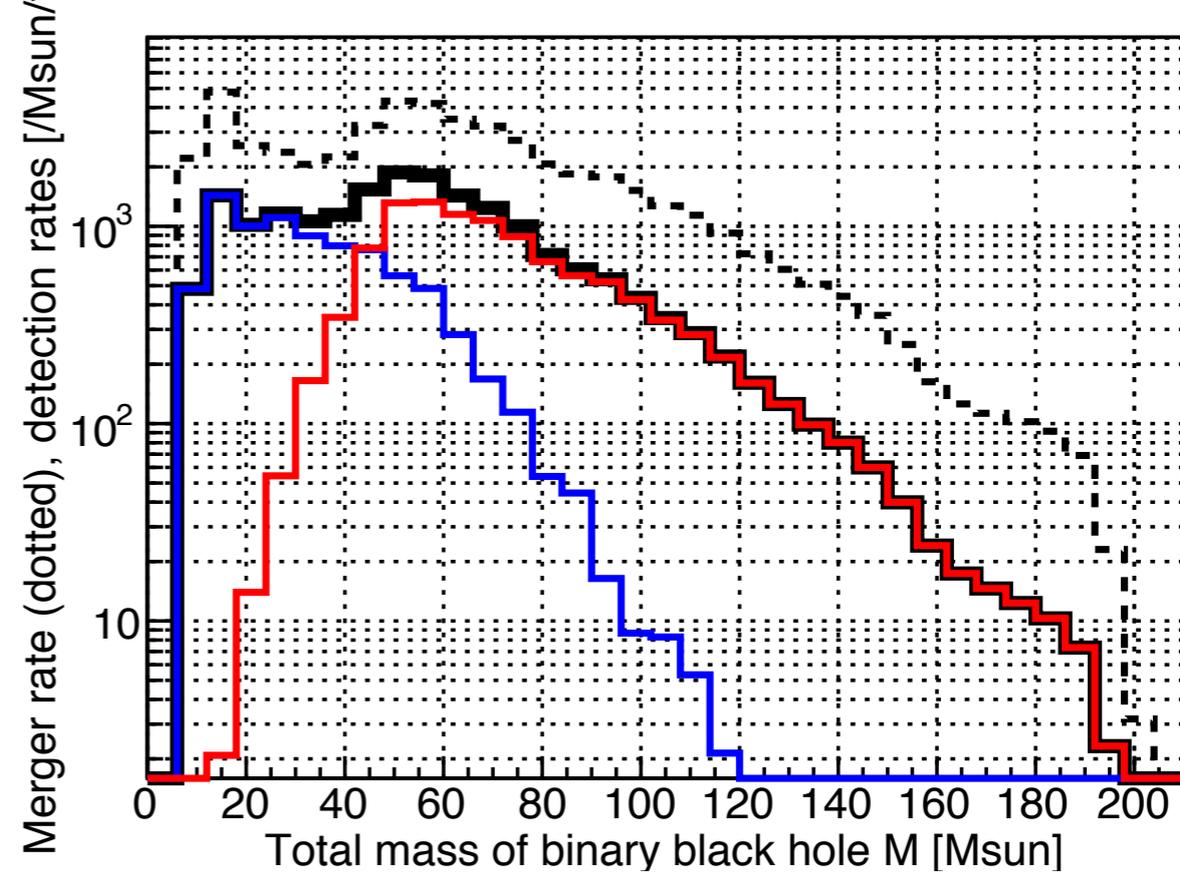
Detection rate of Pop I/II/III BBH  $dn^2/(dz dM)$  [/Msun/yr]



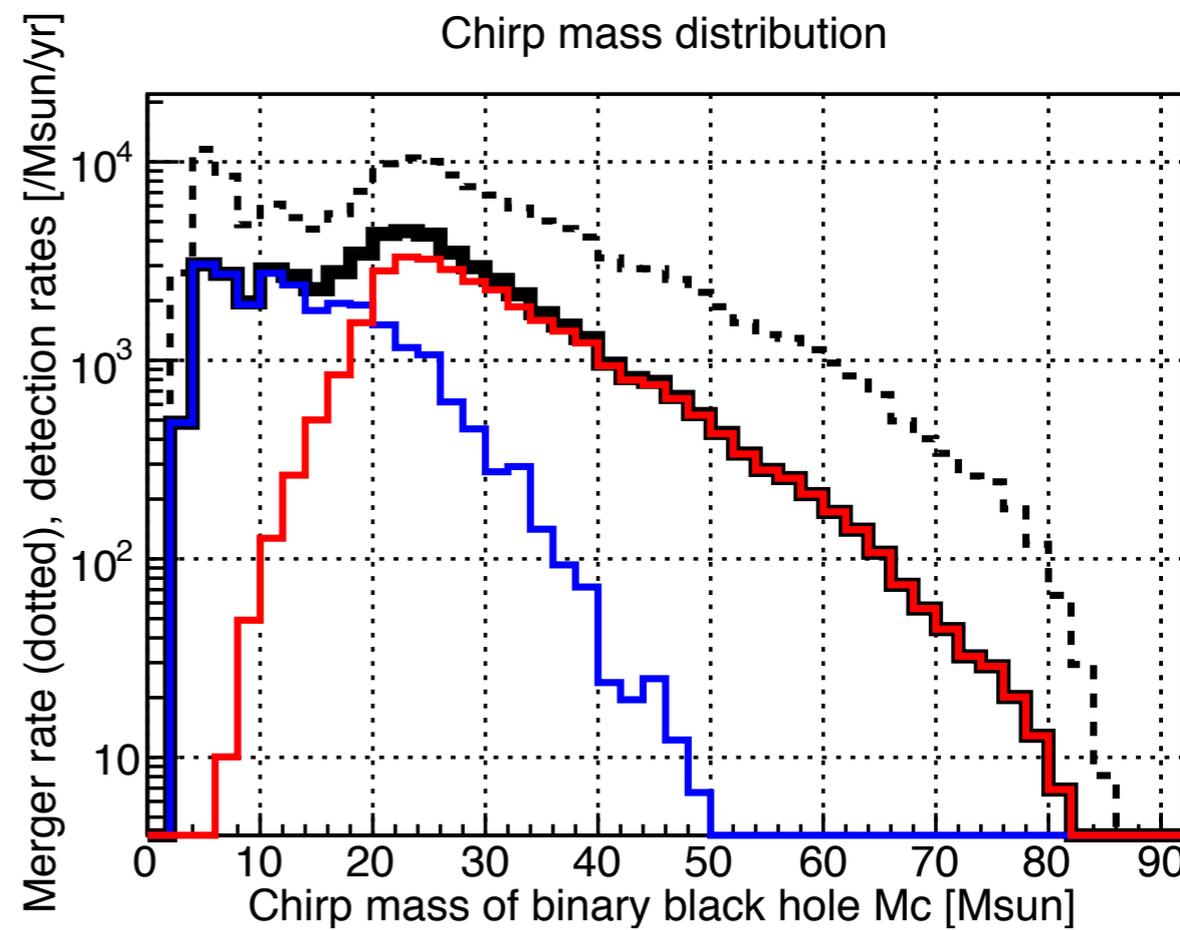
Redshift distribution



Total mass distribution



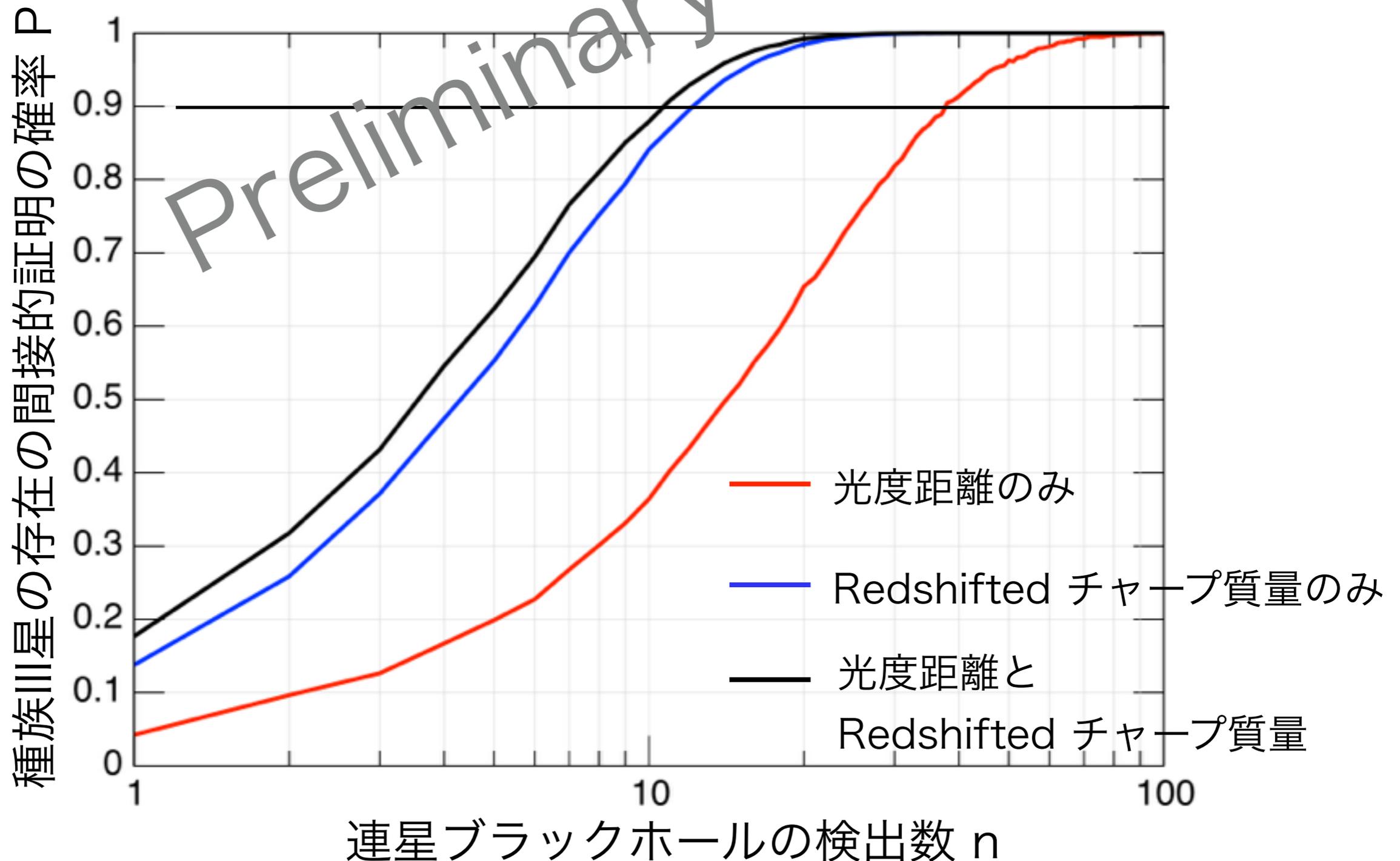
Chirp mass distribution



- Merger rate (Pop I+II+III)
- Detection rate (Pop I+II)
- Detection rate (Pop III)
- Detection rate (Pop I+II+III)

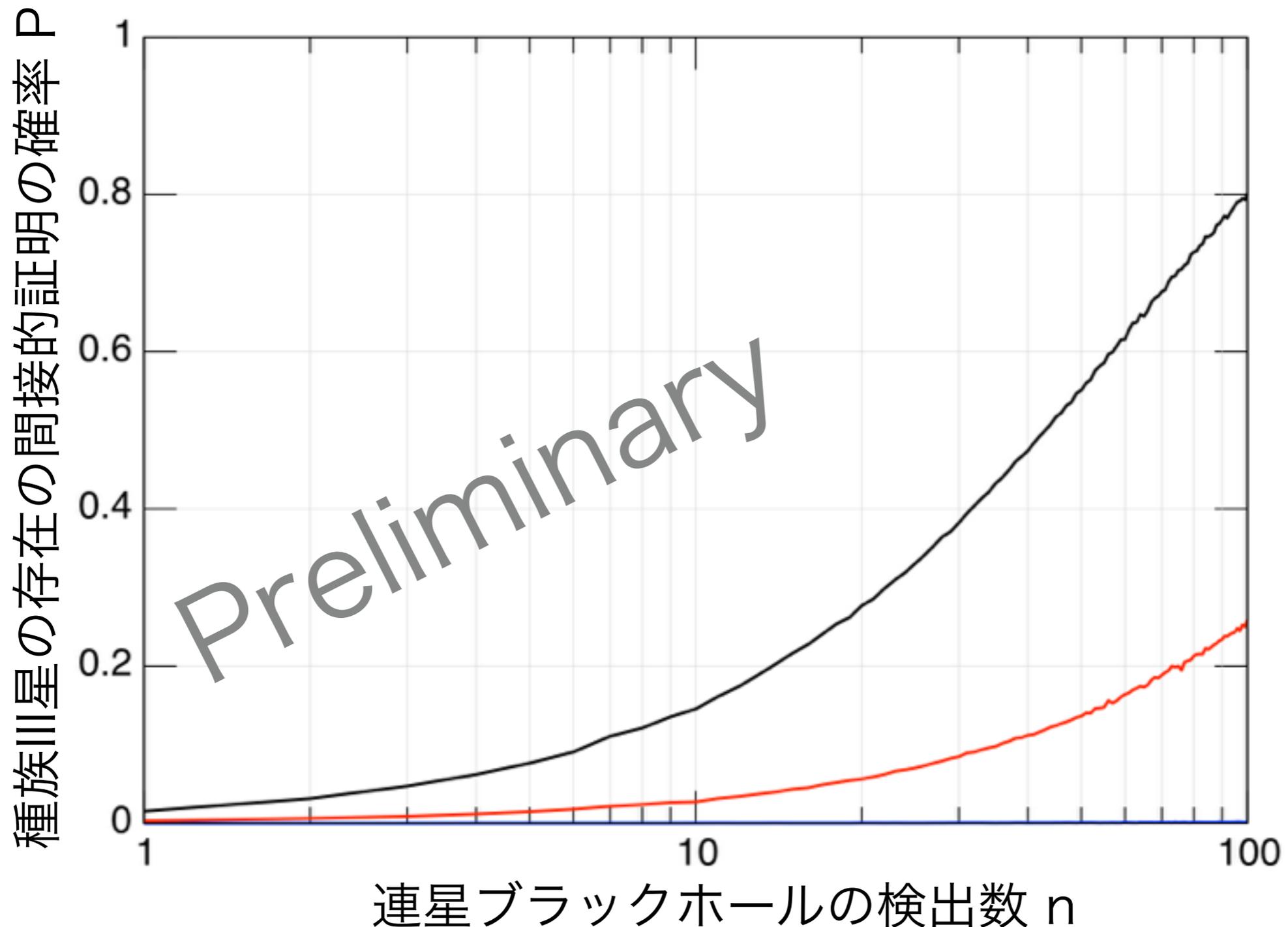
# 検出数に伴う判別確率Pの推移

‘種族IIIあり’の場合に ‘種族IIIあり’ と正しく判別できる確率 P



# 検出数に伴う判別確率Pの推移

明らかに「**種族III**あり」と判別できる確率 P



# 光度距離の推定誤差

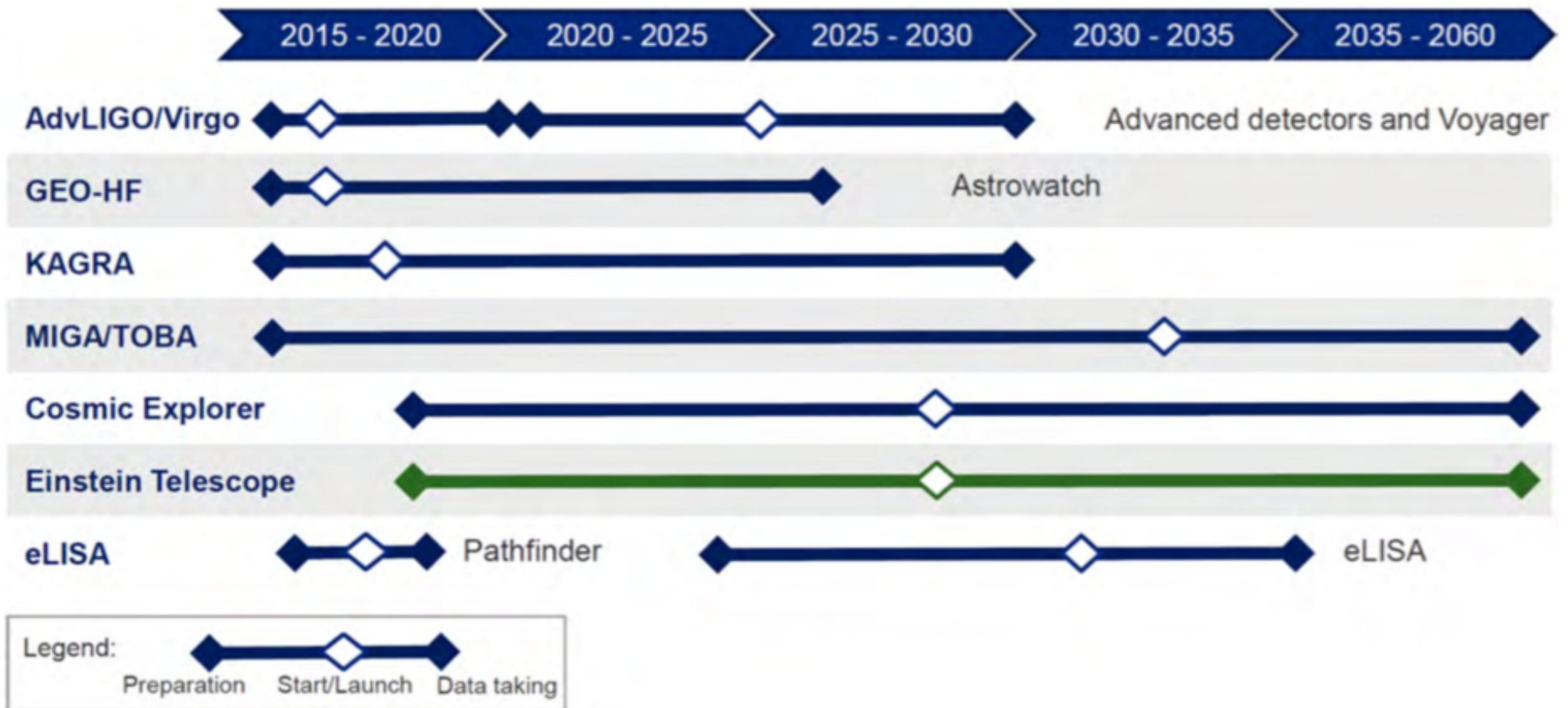
検出シミュレーションにおいて  
検出した連星の光度距離  $d_L$  には  
フィッシャー行列に基づいて誤差をつけた

$$\frac{\Delta d_L}{d_L} \simeq \frac{1}{\sqrt{\sum_i (S/N)_i^2}} \quad (S/N)_i : \text{各検出器の信号雑音比}$$

$$\frac{\Delta d_L}{d_L} \text{ が}$$

ガウス分布  $N(0, \frac{1}{\sqrt{\sum_i (S/N)_i^2}})$  に従うと仮定

# 観測ロードマップ



<https://www.knaw.nl/shared/resources/adviezen/bestanden/KNAWAgendaEinsteinTelescope.pdf>