

# bKAGRA phase1 の PRMI とその ASC について

JGW-T1605362-v1

榎本 雄太郎

2016 年 7 月 10 日

## 1 はじめに

bKAGRA phase1 と呼ばれる phase では、power-recycled Michelson interferometer (PRMI) を運転する予定である。そこで、本文書では power recycling cavity の安定性や最適な Gouy 位相を実現するための PR 系鏡の位置、またその場合における PRMI を構成する鏡の alignment sensing について述べる。

## 2 PRMI の安定性と PR2/3 の位置

麻生さんの資料 [1] で議論されているように、PRFPMI のときと同じ位置に鏡を置き単に ITMX/Y を取り除いただけでは PRMI は不安定共振器になってしまう。これは、ITM を取り除くと ITM の基材によるレンズ効果がなくなるからである。ところで、同資料における安定性の議論は ABCD 行列を用いて行われており、特に多数 ( $> 2$ ) の鏡からなる共振器の安定性の議論には ABCD 行列が有用である [2]。

同資料では、PR2 と PR3 をそれぞれ 1 cm ずつお互いに近づければ PRMI を安定共振器にすることができることが示されている。また、道村さんの計算によると round trip Gouy phase  $\zeta_{\text{tot}}$  が

$$\cos \zeta_{\text{tot}} = 0.89 \quad (1)$$

であるのが望ましいことがわかった (図 1)。そこで、いくつかの PR2/3 の移動距離を試して ABCD 行列を計算したところ、PR2 と PR3 を 1.18 cm ずつ近づけると

$$\cos \zeta_{\text{tot},\text{PIT}} = 0.8802, \quad (2)$$

$$\cos \zeta_{\text{tot},\text{YAW}} = 0.9009 \quad (3)$$

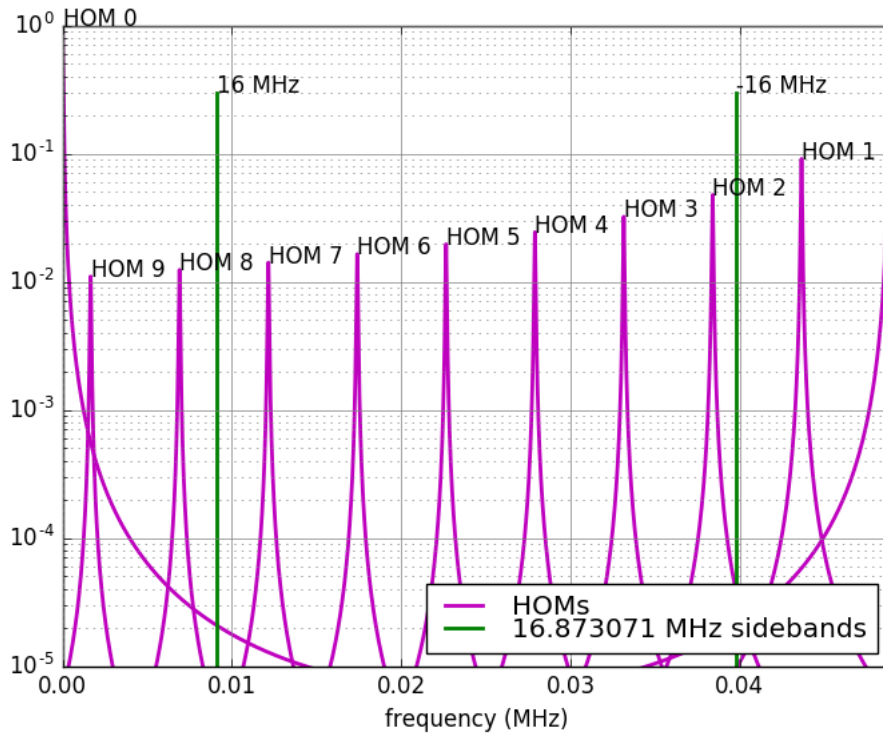


図1  $\cos \zeta_{\text{tot}} = 0.8906$  の場合の HOM と RF サイドバンドの構造。Plot by 道村さん。

を得ることがわかった。参考までに、移動距離がそれぞれ 1.15 cm の場合、

$$\cos \zeta_{\text{tot,PIT}} = 0.8881, \quad (4)$$

$$\cos \zeta_{\text{tot,YAW}} = 0.9084 \quad (5)$$

1.20 cm の場合、

$$\cos \zeta_{\text{tot,PIT}} = 0.8750, \quad (6)$$

$$\cos \zeta_{\text{tot,YAW}} = 0.8958 \quad (7)$$

である。まとめると、PRMI が安定共振器であり、RF サイドバンドの HOM がキャリアの基本モードの共振と重ならないためには、PR2 と PR3 をそれぞれ 1.18 cm ずつ近づければよい (PR2-PR3 の距離は 2.36 cm 縮む)。

### 3 PRMI の ASC

次に、PRMI の alignment sensing について議論する。alignment の信号を取得することができるのは、図 2 に示されているような 5 つのポートである。PRMI を構成する 6 つの鏡、ETMX/Y, BS, PRM/2/3 の alignment 信号をこの 5 つのポートからなるべく分離良く取得する方法についてのシミュレーションを Optickle2 を用いて行った。現在までに得られた結果を以下に述べる。使用したパラメータや実行ファイルは <https://granite.phys.s.u-tokyo.ac.jp/svn/LCGT/trunk/mif/KAGRAOptickle/bKAGRAPHase1/> 以下にある。

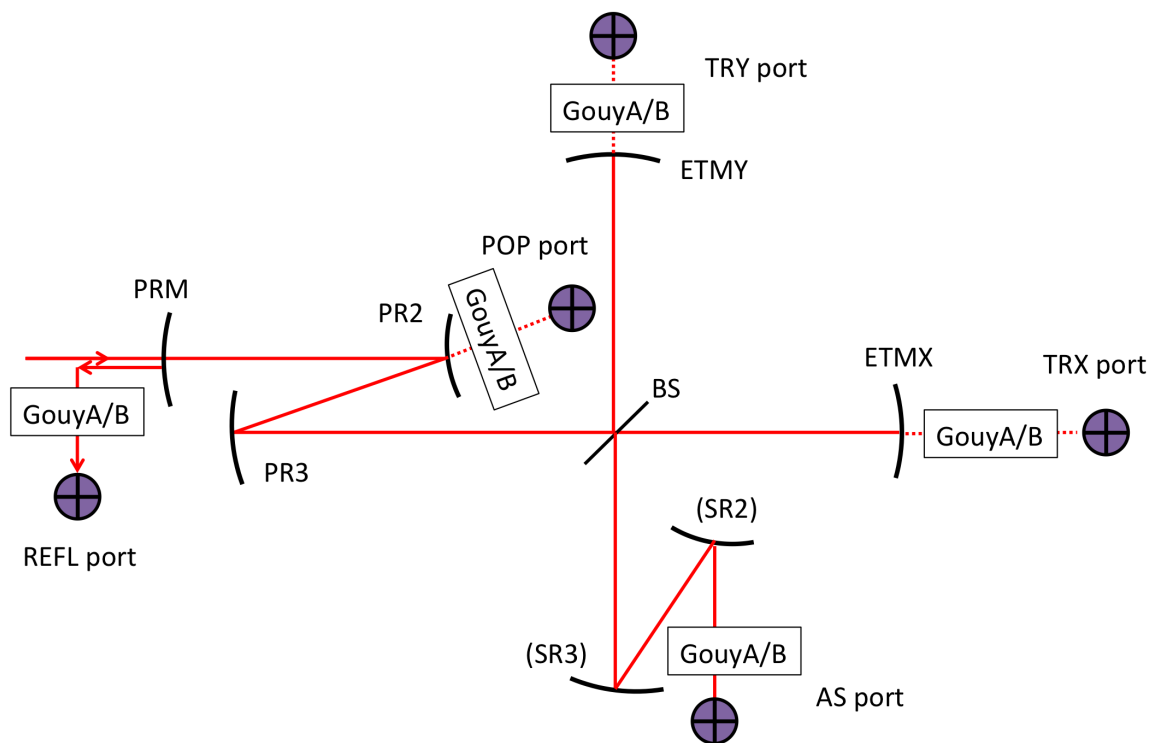


図 2

ASC の pitch の Sensing matrix は以下のようになった:

表 1 ASC sensing matrix (pitch)

	COMM	DIFF	BS	PRM	PR2'	PR3'
REFLA_I	+5.14e+02	+2.42e-01	-4.29e+02	-8.37e+01	-1.75e-01	-1.25e+03
REFLA_Q	-7.54e-01	-2.05e+00	-1.08e+00	+1.88e-01	+2.42e-04	+1.85e+00
REFLB_I	-8.28e-02	-2.92e+00	-2.44e+00	-2.13e+01	+1.76e-03	-3.69e+00
REFLB_Q	+1.51e+00	-6.80e+00	-6.95e+00	-2.16e-01	-5.77e-04	-3.68e+00
ASA_I	+8.78e-03	+1.66e+00	+1.38e+00	-1.24e-03	+1.18e-05	-2.03e-02
ASA_Q	+1.00e+00	+1.89e+02	+1.57e+02	-1.41e-01	+1.34e-03	-2.31e+00
ASB_I	-2.41e-03	-1.24e-03	+1.08e-03	+1.32e-04	+2.58e-07	+2.03e-03
ASB_Q	-2.75e-01	-1.41e-01	+1.23e-01	+1.50e-02	+2.94e-05	+2.31e-01
POPA_DC	+4.45e+01	+1.61e+01	-2.64e+01	+3.93e+02	+8.11e+02	-2.67e+01
POPB_DC	+1.02e+04	+8.87e+00	-8.52e+03	-1.58e+03	-1.06e+02	-2.48e+04
TRXA_DC	-2.38e+01	+1.74e-01	+2.01e+01	-4.13e-02	-1.83e-02	+1.79e+00
TRXB_DC	+9.38e+01	+1.32e-01	-7.83e+01	-1.63e+01	+1.53e-01	-2.66e+02
TRYA_DC	-2.39e+01	+1.74e-01	-1.85e+01	-4.07e-02	-1.85e-02	+1.88e+00
TRYB_DC	+9.37e+01	+1.32e-01	-1.05e+02	-1.63e+01	+1.53e-01	-2.66e+02

ここで、 $COMM = ETMX + ETMY$ 、 $DIFF = ETMX - ETMY$ 、 $PR2' = 0.99 PR2 - 0.122 PR3$ 、 $PR3' = 0.122 PR2 + 0.99 PR3$  である。DC は QPD の DC 出力、I/Q は QPD の RF 出力を復調した際の I/Q 位相成分である。REFL の I/Q は PRCL の信号が pure に I-phase に現れるような復調位相を用いて、AS の I/Q は MICH の信号が pure に Q-phase に現れるような復調位相を用いてそれぞれ定義した。また、A/B はそれぞれ各ポートでの直交する Gouy 位相成分の信号を表す。REFL の A/B は REFLB\_I に PRM 以外がなるべく現れないように、AS の A/B は DIFF と BS が pure に ASA\_Q に現れるように、POP の A/B は POPA\_DC に PR3' が現れないように、TR の A/B は TRXA/TRYA に PR 系の信号が現れないように定義した。PR2' は REFL に現れないような PR2 と PR3 の線型和として定義され、PR3' は PR2' に”直交”するように定義された。

以上のような基底における信号の取得と分離について、以下の表に簡単にまとめる：

表 2 ASC sensing matrix (pitch) の概要

	COMM	DIFF	BS	PRM	PR2'	PR3'
TRCOMMA_DC	⊙					
ASA_Q		⊙	⊙			
TRDIFFA_DC			⊙			
REFLB_I		△(14%)	△(12%)	⊙		△(18%)
POPA_DC				△(48%)	⊙	
REFLA_I	△(41%)		△(34%)			⊙

ここで、 $TRCOMMA\_DC = TRXA\_DC + TRYA\_DC$ 、 $TRDIFFA\_DC = TRXA\_DC - TRYA\_DC$  である。この表の見方は次のようである：各信号（プローブ）に対し最も大きな寄与（伝達関数）をもつ自由度に ⊙ を記し、最大のものと比較して 10% 以上の寄与でそのプローブに混合してしまう自由度に △ を記している。

表 2 から考えられる信号分離の方法は次のようである。まず  $TRXA\_DC$  と  $TRYA\_DC$  の和と差から COMM と BS を取得し、 $ASA\_Q$  から BS の寄与を差し引き DIFF を得る。次に、 $REFLB\_I$ 、 $POPA\_DC$ 、 $REFLA\_I$  から COMM、DIFF、BS の寄与を差し引いた上で、 $REFLA\_I$  から  $PR3'$  を、 $REFLB\_I$  から  $PR3'$  を差し引いて PRM を、 $POPA\_DC$  から PRM を差し引いて  $PR2'$  が得られる。このような考えに基づいて計算した sensing matrix を次に示す。

表3 ASC sensing matrix (pitch) の荒い対角化

	COMM	DIFF	BS	PRM	PR2'	PR3'
a	-4.77e+01	+3.49e-01	+1.59e+00	-8.19e-02	-3.67e-02	+3.68e+00
b	+8.64e-01	+1.89e+02	-7.99e-01	-1.17e-01	+1.12e-03	-1.92e+00
c	+3.31e-02	+7.67e-05	+3.86e+01	-5.74e-03	+5.40e-05	-9.40e-02
d	-1.41e-02	+1.31e+00	+1.25e+00	-2.13e+01	+1.76e-03	-3.70e+00
e	+6.29e+01	+1.41e+01	-4.63e+01	+1.73e+01	+8.21e+02	-3.87e+01
f	-1.17e+01	+3.53e+00	+1.30e+01	-8.38e+01	-6.08e-01	-1.21e+03

ここで、

$$a = \text{TRXA\_DC} + \text{TRYA\_DC}, \quad (8)$$

$$b = \text{ASA\_Q} - 4.1 \times (\text{TRXA\_DC} - \text{TRYA\_DC}), \quad (9)$$

$$c = \text{TRXA\_DC} - \text{TRYA\_DC}, \quad (10)$$

$$d = \text{REFLB\_I} + 0.015 \times \text{ASA\_Q}, \quad (11)$$

$$e = \text{POPA\_DC} - 0.068 \times \text{REFLA\_I} - 1.5 \times \text{TRXA\_DC}, \quad (12)$$

$$f = \text{REFLA\_I} + 22 \times \text{TRXA\_DC}. \quad (13)$$

## 4 考察: もっとシンプルにできるか

bKAGRA phase1 の ASC になにが求められていて、また様々な制約の中でどこまでやることができるかに依存する問題ではあるが、6 自由度のアラインメント信号の取得と分離はやや複雑すぎるかもしれない。そこでより単純な ASC について以下で考える。

PRMI の共振器、干渉計としてのアラインメントの自由度は、pitch, yaw それぞれにつき、入射光と PRC の (PRM-PR2 での)mode の一致 (2 自由度) と MI 部分のコントラスト (1 自由度) の計 3 自由度である。鏡の自由度の立場では、PRC のフロントミラーの角度と「エンドミラー」の角度、BS を基準としてみたときの ETMX と ETMY の角度の違いの 3 自由度と表現することもできる。したがって、mode match やコントラストだけを気にするのであればこの 3 自由度を制御するだけで十分である。具体的には、REFLA\_I を PR3 に、REFLB\_I を PRM に、ASA\_Q を DIFF にフィードバックする、などである。つまり、REFL の 2 つの WFS と AS の 1 つの WFS は必要であり、それらの信号が 0 になるようにフィードバックを行えば mode match やコントラストの観点では問題ないということである。

## 参考文献

- [1] Y. Aso, "bKAGRA phase 1 PRMI feasibility study", (2016): [JGW-G1605199](#).
- [2] K. ARAi, "On the accumulated round-trip Gouy phase shift for a general optical cavity", (2013): [LIGO-T1300189-v1](#).