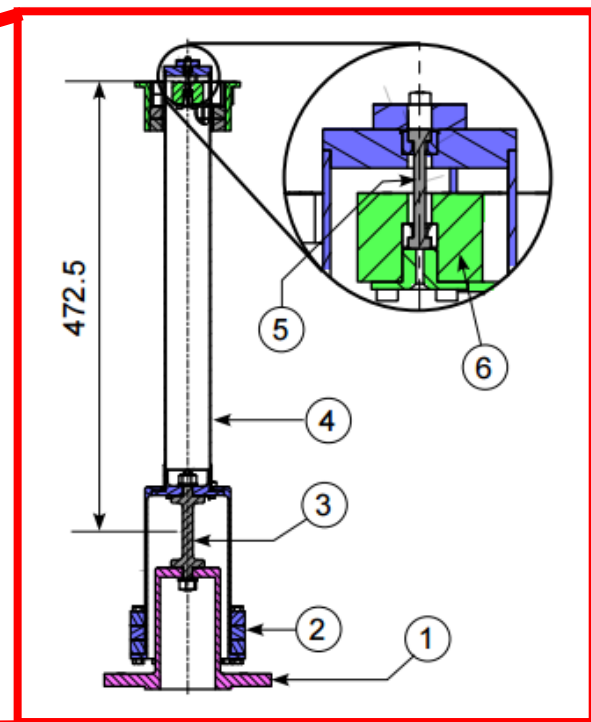
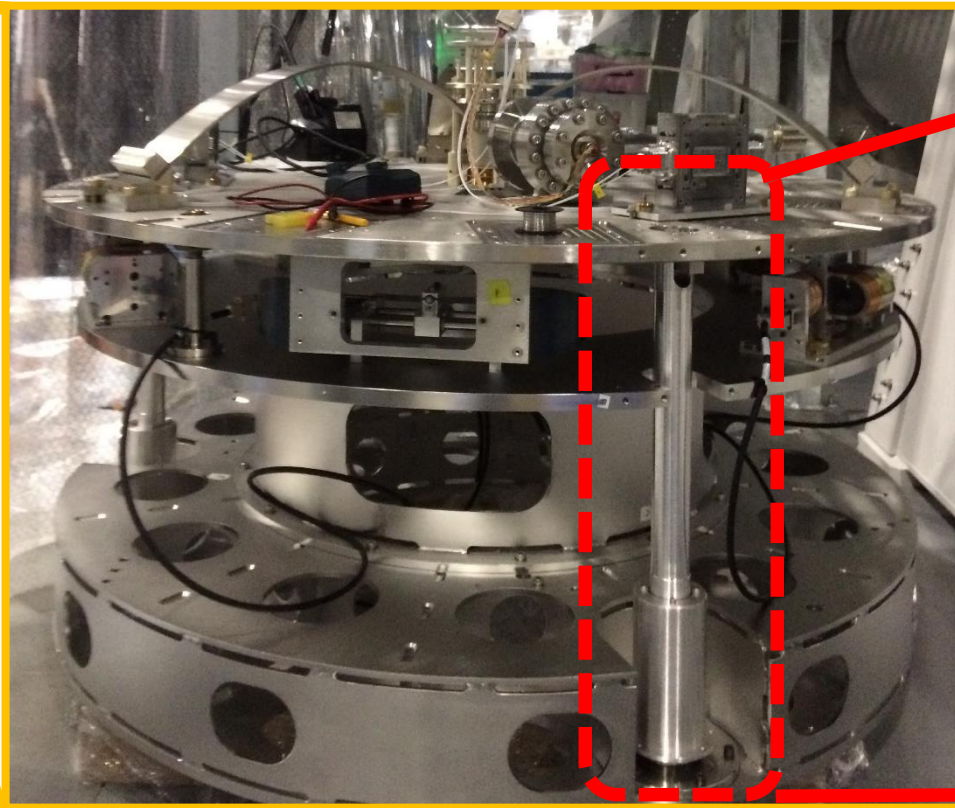
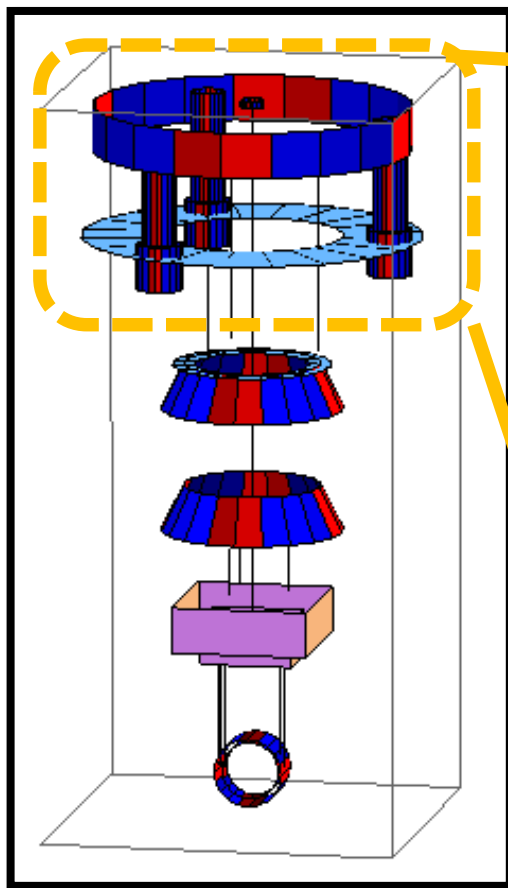


Inverted Pendulum (IP)

□ Inverted Pendulum

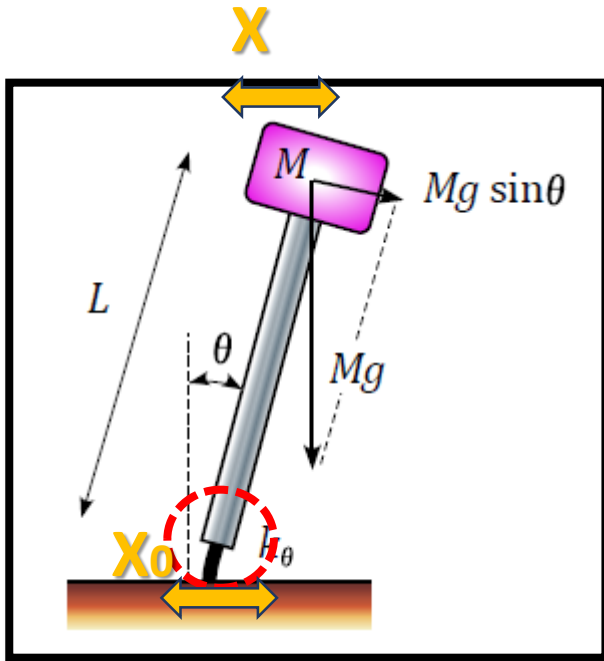
□ KAGRA 懸架装置 (PR用)



Inverted Pendulum (IP) / 目的

- Micro seismic noise (at ~ 0.2 Hz) の鏡への伝達を抑える。
- 懸架装置の振り子の共振を抑える。

◆ Inverted Pendulum (倒立振り子) / 動作原理・振動伝達関数



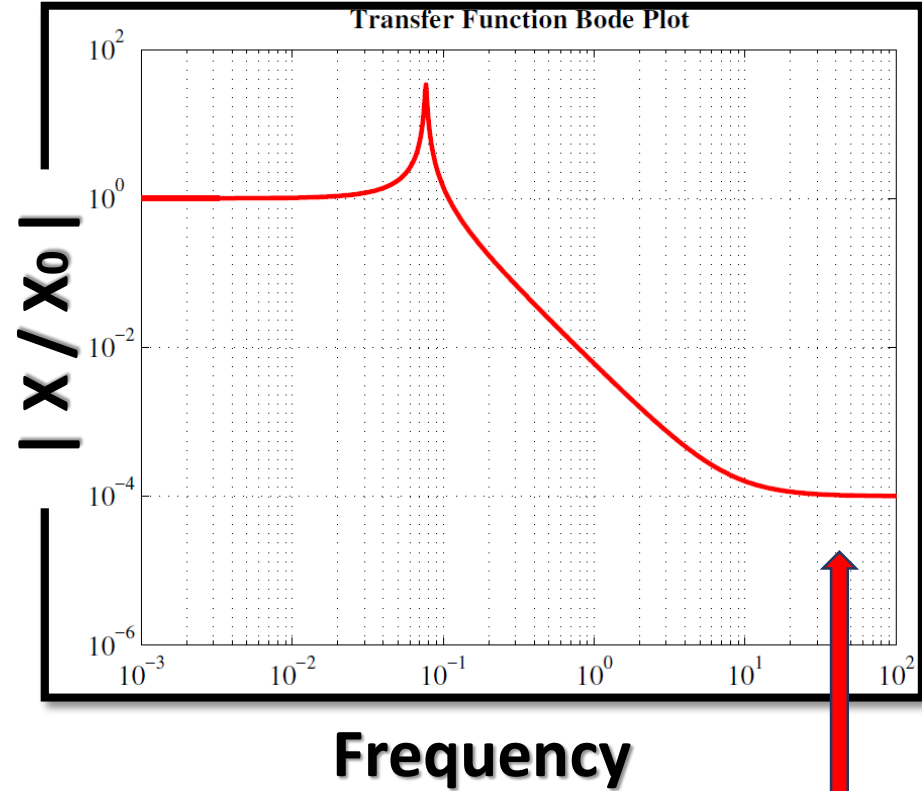
$$k_{\text{eff}} = \frac{k_{\theta}}{L^2} - \frac{Mg}{L}$$

$$\omega_{\text{IP}} = \sqrt{\frac{g}{L} \left(\frac{M_c - M}{M} \right)}$$

(, where $M_c = \frac{k_{\theta}}{gL}$.)

$$H_{\text{IP}}(\omega) = \frac{A + B\omega^2}{A - \omega^2}$$

where $A = \frac{k_{\text{eff}}}{M + \frac{m}{4} + \frac{I}{L^2}}$, $B = \frac{\frac{m}{4} - \frac{I}{L^2}}{M + \frac{m}{4} + \frac{I}{L^2}}$

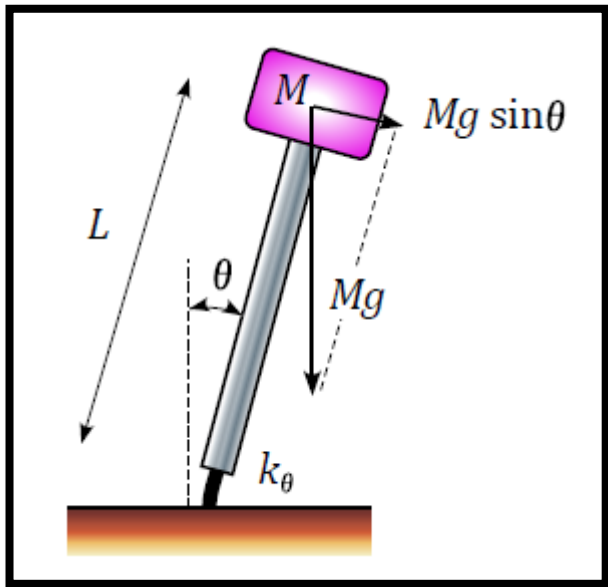


一定となる。
(p.8 CoPによる)
文献 2) 3章 参考

- 用いるparameter
- 1) k_{θ} : bending stiffness $\cong \frac{\pi E d^4}{32 l}$
 - 2) L : IP leg の長さ
 - 3) M : IPに加わる重りの質量
 - 4) m : IP leg の質量
 - 5) l : flexure の長さ
 - 6) E : flexure のyoung率
 - 7) d : flexure の直径
 - (8) k_t : torsion stiffness $\cong \frac{\pi G d'^4}{32 l'}$

Top flexure

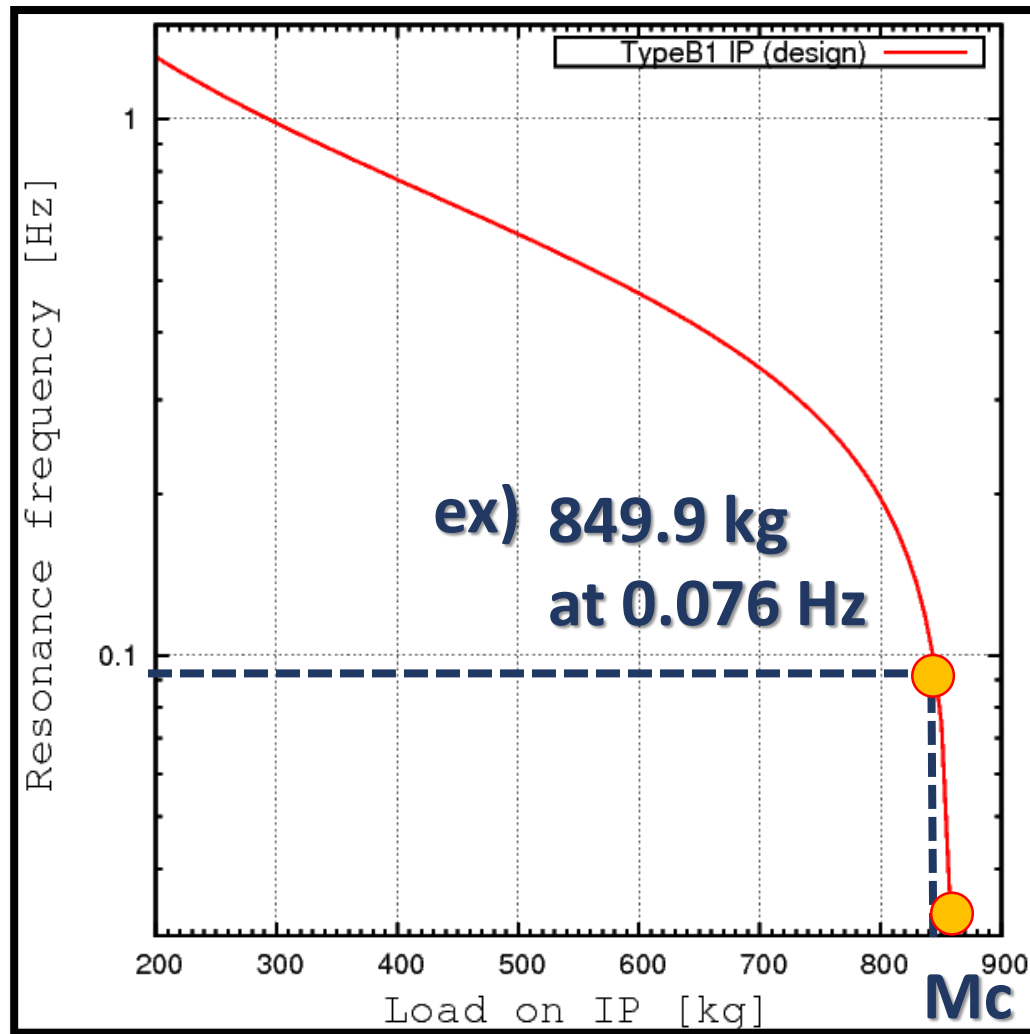
◆ Inverted Pendulum (倒立振り子) / 共振周波数とLoad



$$\omega_{IP} = \sqrt{\frac{g}{L} \left(\frac{M_c - M}{M} \right)}$$

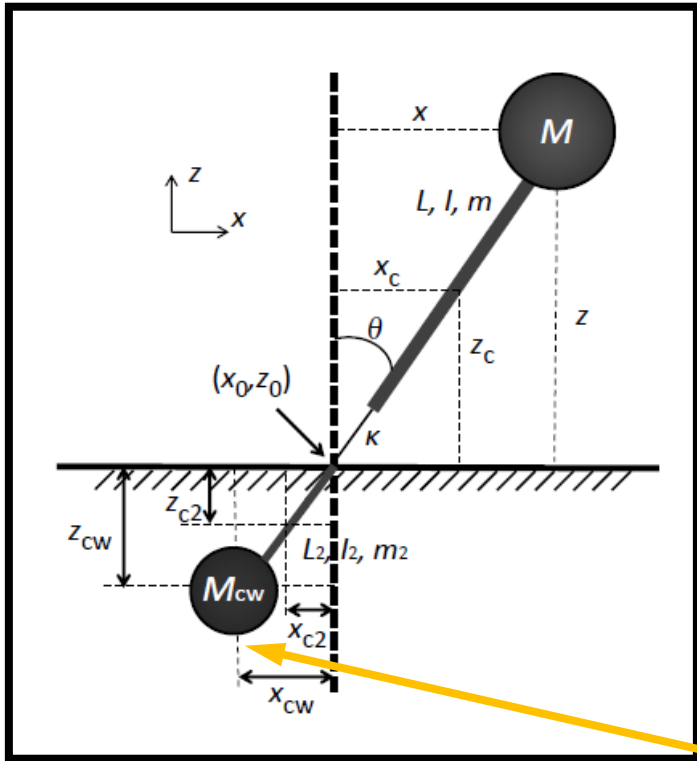
(, where $M_c = \frac{k_\theta}{gL}$.)

k_θ : bending stiffness $\cong \frac{\pi E d^4}{32 l}$

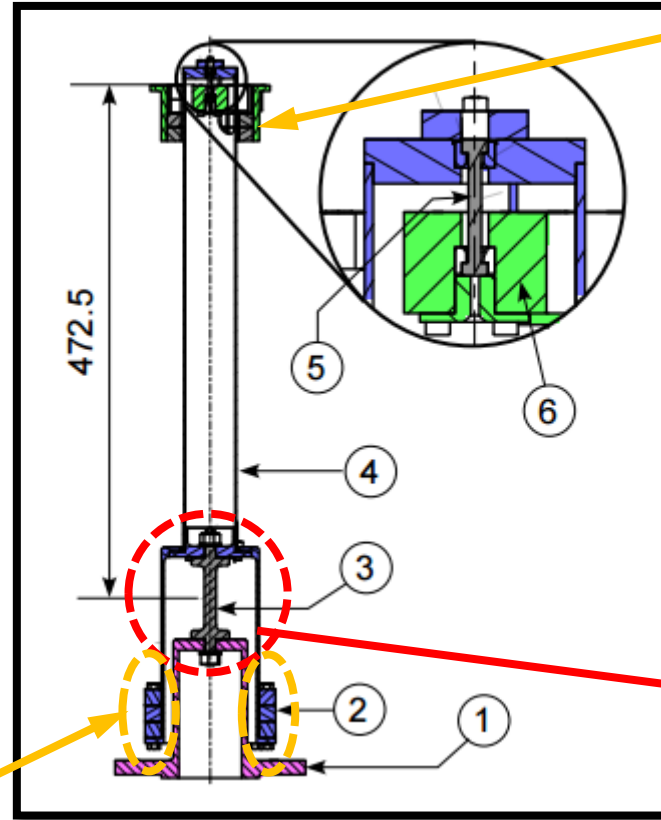


主に
重りの質量と共振周波数
からflexureの半径を調整。

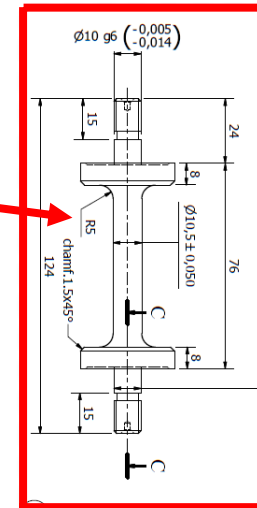
❖ Inverted Pendulum (倒立振り子) / 実際の構造



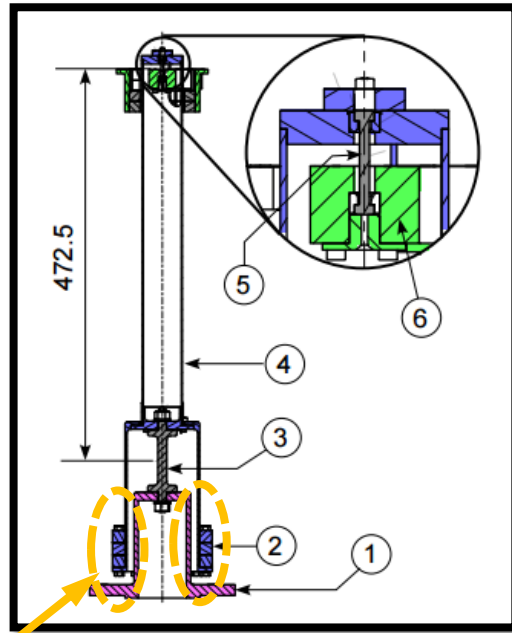
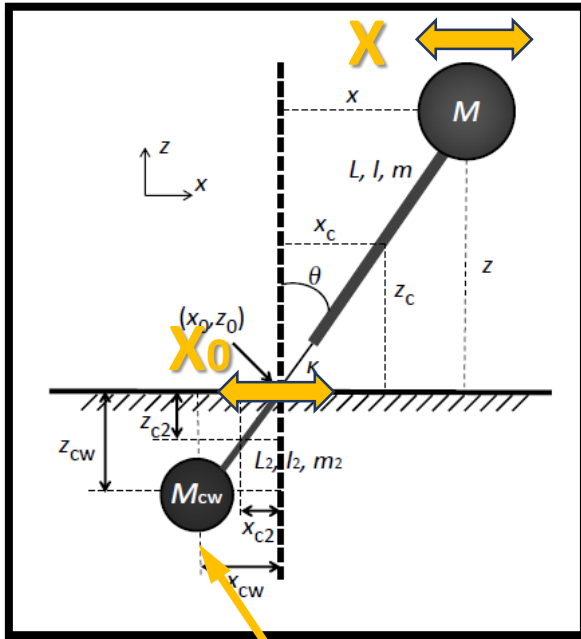
② Counter Weight



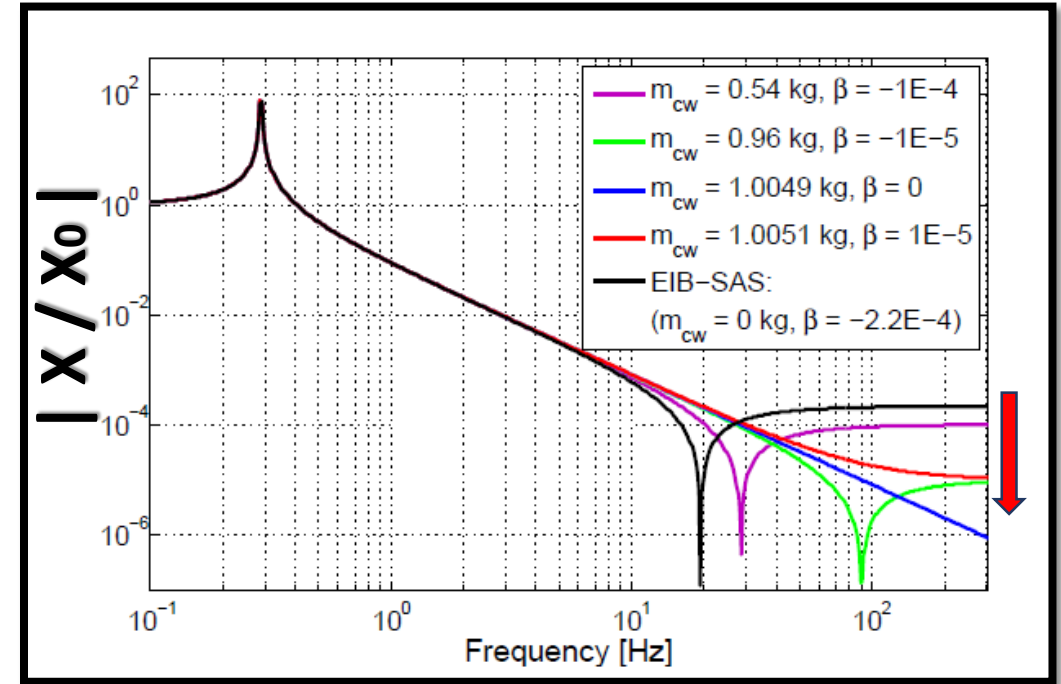
- Eddy current damping magnets
- ⑥ Metal block
- ⑤ Top Flexure
- ④ アルミパイプ(厚さ 1mm)
- ③ Bottom Flexure
- ① support structure



◆ Inverted Pendulum (倒立振り子) / 振動伝達関数(Counter Weight込み)



② Counter Weight



* Center of percussion 効果(CoP) によりIPの防振比は高周波帯で一定となる。Counter weight は CoP 効果 による防振比の飽和を改善するため (saturation level をより小さくする) ために組み込まれている。

◆ Inverted Pendulum (倒立振り子) / 振動伝達関数(Counter Weight込み)

Taking the Fourier transform of Eq. (3.5) and reordering terms we get the *transfer function* of an inverted pendulum,

$$\frac{X(\omega)}{X_0(\omega)} = \frac{\omega_0^2 + \beta\omega^2}{\omega_0^2 - \omega^2}, \quad (3.6)$$

where ω_0 is the resonance frequency of the inverted pendulum and is given by

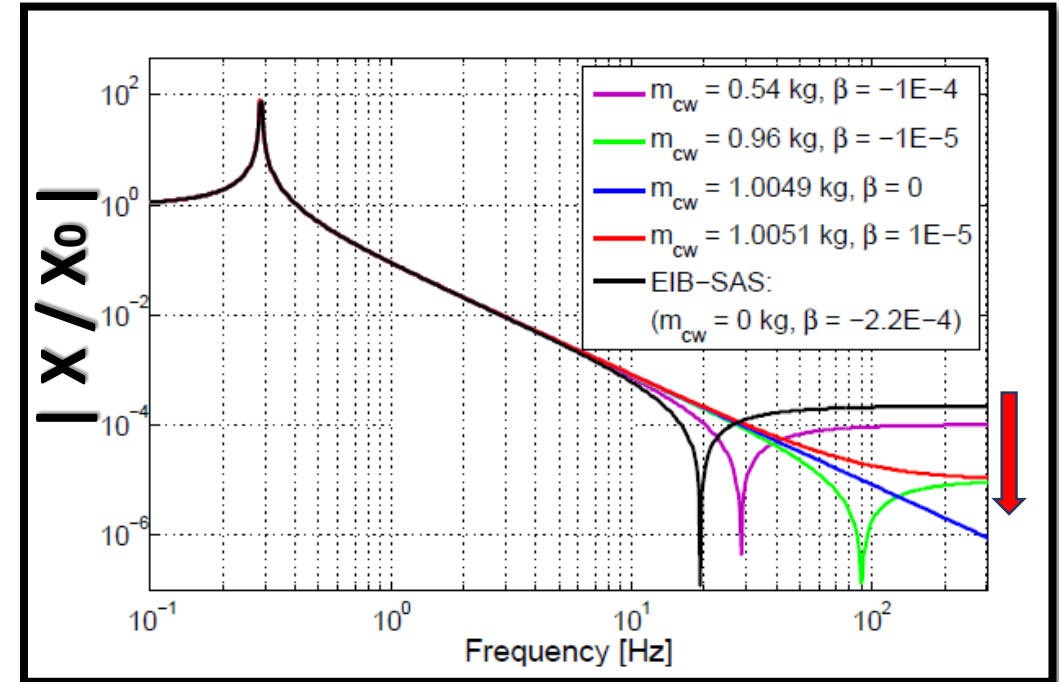
$$\omega_0^2 = \frac{4\kappa - 2gL(2M + m) + 2gL_2(2M_{cw} + m_2)}{4(I + I_2) + L^2(4M + m) + L_2^2(4M_{cw} + m_2)}, \quad (3.7)$$

and β is the high-frequency asymptotic value of the transfer function, which is given by

$$\beta = \frac{mL^2 - 4(I + I_2) - L_2^2(4M_{cw} + m_2) + 2LL_2(2M_{cw} + m_2)}{4(I + I_2) + L^2(4M + m) + L_2^2(4M_{cw} + m_2)}. \quad (3.8)$$

In the case that $M \gg m$ and $M_{cw} = m_2 = 0$, as is the case for the final design of EIB-SAS, Eq. (3.7) becomes

$$\omega_0^2 = \frac{\kappa}{L^2M} - \frac{g}{L}. \quad (3.9)$$

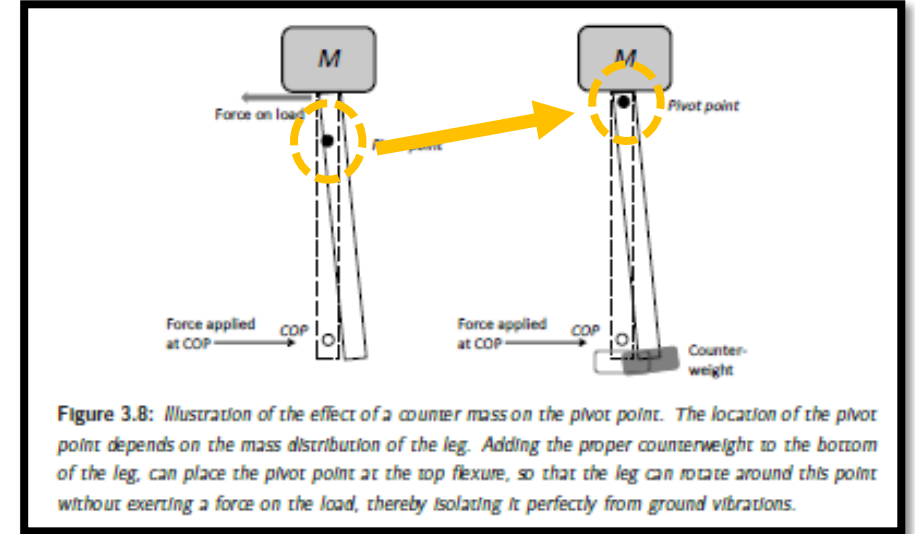
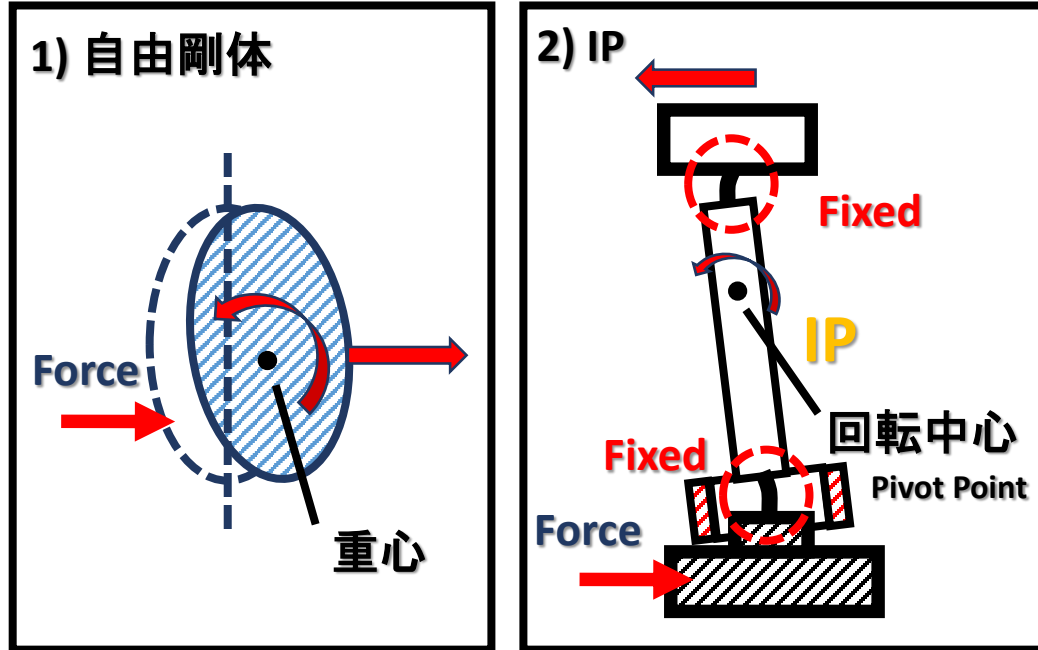


* Center of percussion 効果(CoP) によりIPの防振比は高周波帯で一定となる。Counter weight は CoP 効果 による防振比の飽和を改善するため (saturation level をより小さくする) ために組み込まれている。

IP legの質量分布を一樣でなくすると飽和levelを低減可。

◆ Inverted Pendulum (倒立振り子) / Center of Percussion 効果

* Center of Percussion (CoP) 効果 :



IP legの質量分布を変えることで
 回轉中心の位置を変える
 (Top Flexureの位置へ)
 → マスの並進方向の揺れを低減。
 → 飽和levelを低減可。

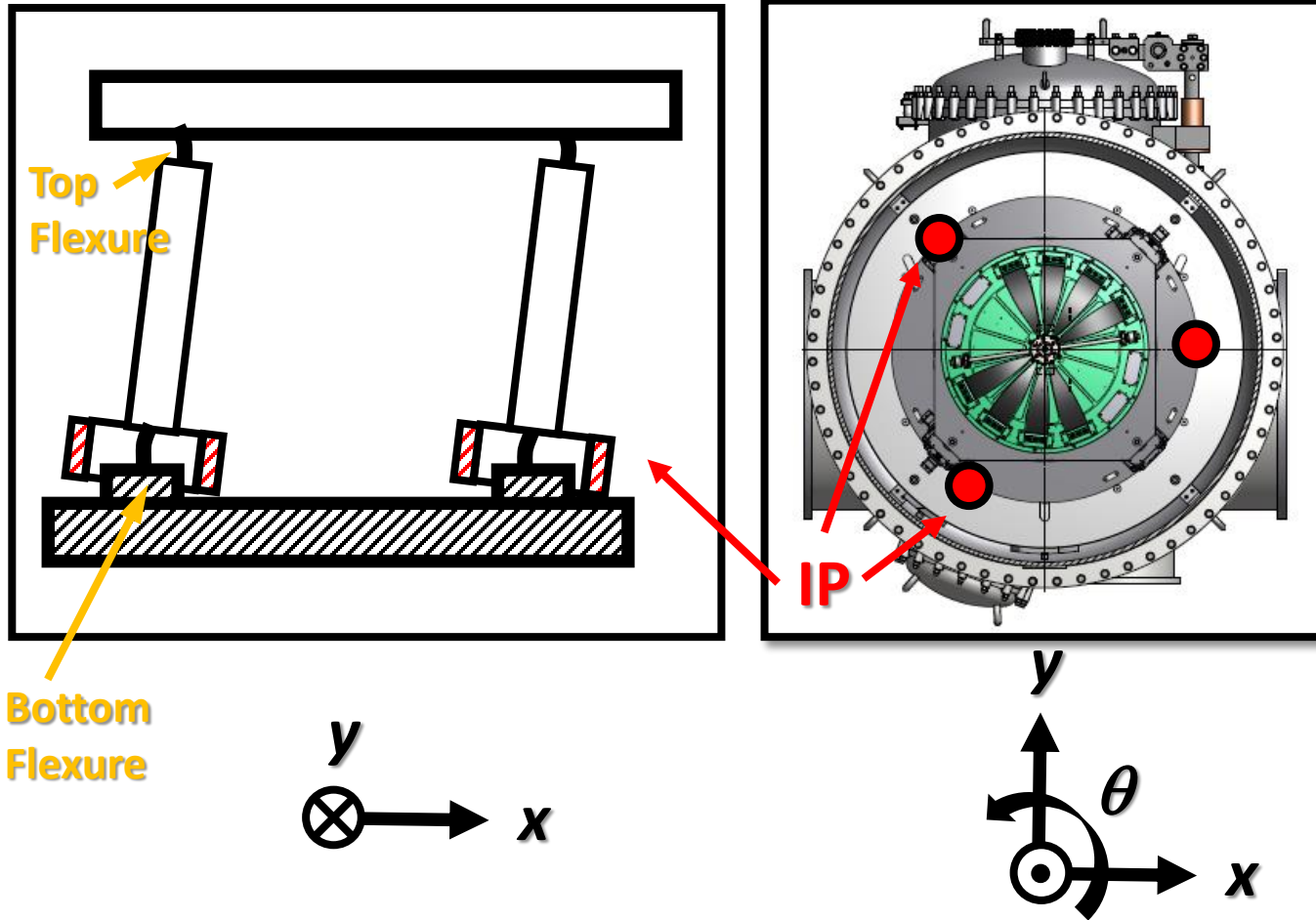
外力を加える

1) 自由剛体 → 並進 + 重心周りの回轉運動

2) IP → 回轉中心周りの回轉運動

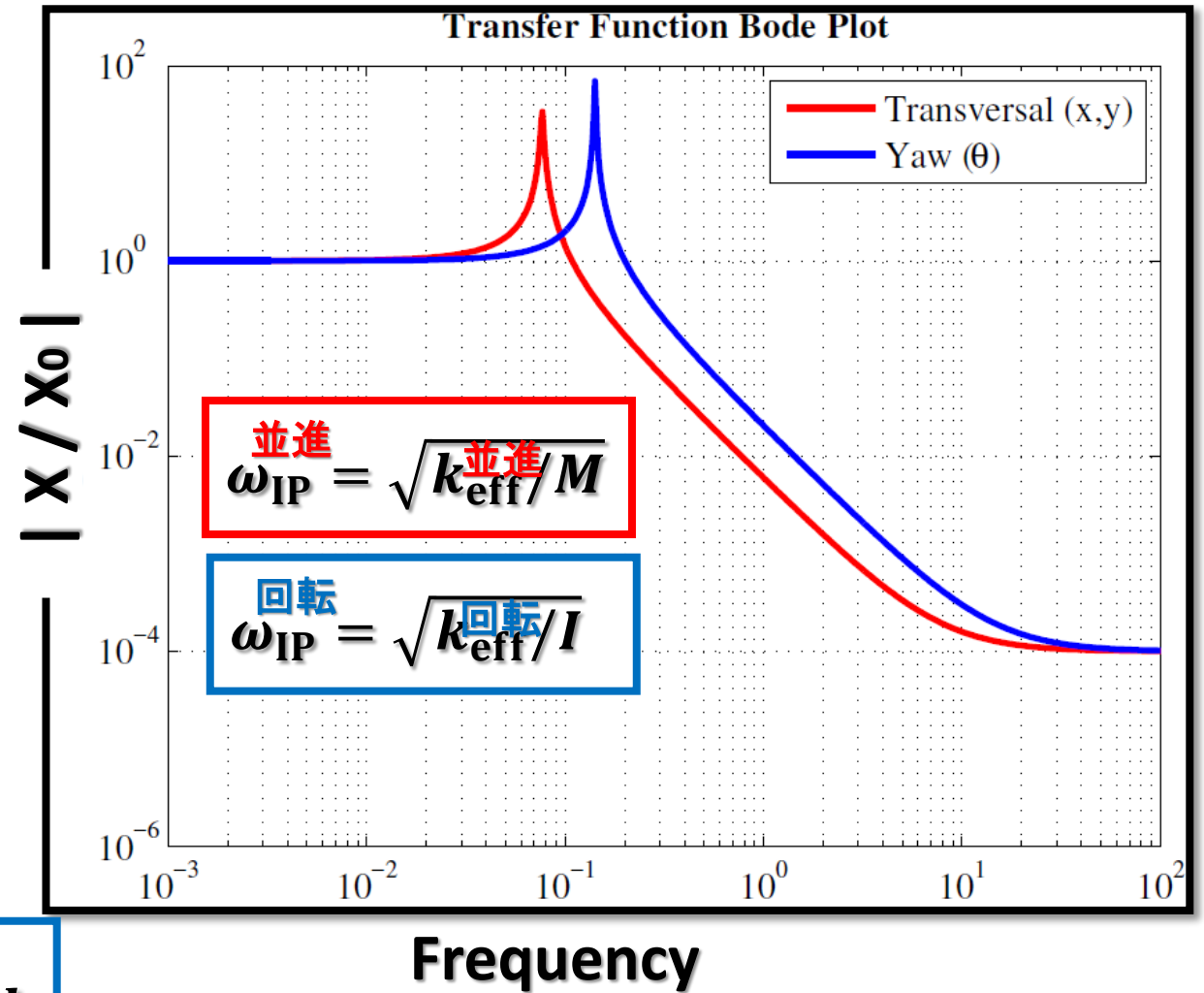
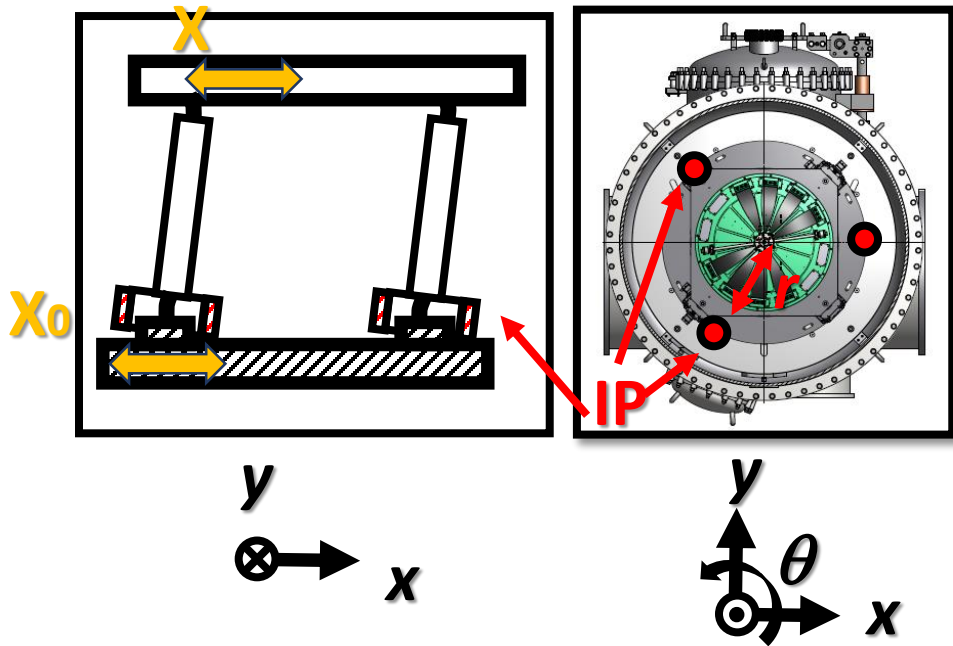
高周波帯で Flexure は曲がらないとすると、
 地面が動くと、IPに載ったマスは
 ある点を中心に回轉 → 並進方向に揺れ続ける。

◆ Inverted Pendulum (倒立振り子) / 懸架装置でのIPの配置



- * 3本のIPでステージを支える。
- * x, y, θ 方向の防振装置。
- * 各軸方向の振動の共振周波数は $70 \sim 100 \text{ mHz}$ に調整したい。

◆ Inverted Pendulum (倒立振り子) / 伝達関数 (control なし)



$$H_{IP}(\omega) = \frac{A + B\omega^2}{A - \omega^2},$$

where $A = \frac{k_{\text{eff}}}{M + \frac{m}{4} + \frac{I}{L^2}}, B = \frac{\frac{m}{4} - \frac{I}{L^2}}{M + \frac{m}{4} + \frac{I}{L^2}}.$

Simulationでは
この式を使用。

Transversal

Yaw

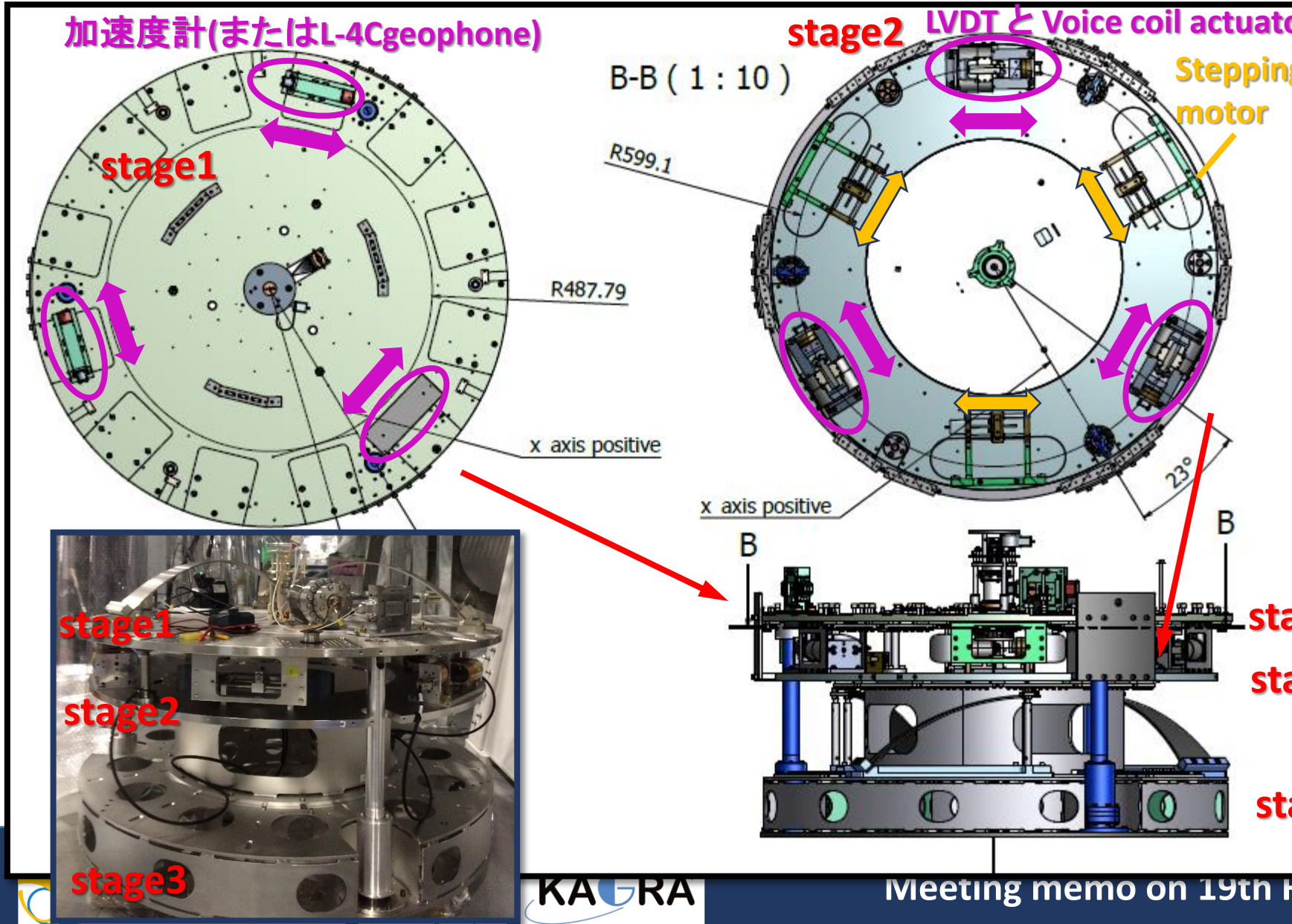
並進

$$k_{\text{eff}} = \frac{k_{\theta}}{L^2} - \frac{Mg}{L}$$

回転

$$k_{\text{eff}} = \left(\frac{k_{\theta}}{L^2} - \frac{Mg}{L} \right) r^2 + 3k_t$$

❖ Inverted Pendulum (倒立振り子) / 試作機試験でのActive control



* DC 位置調整

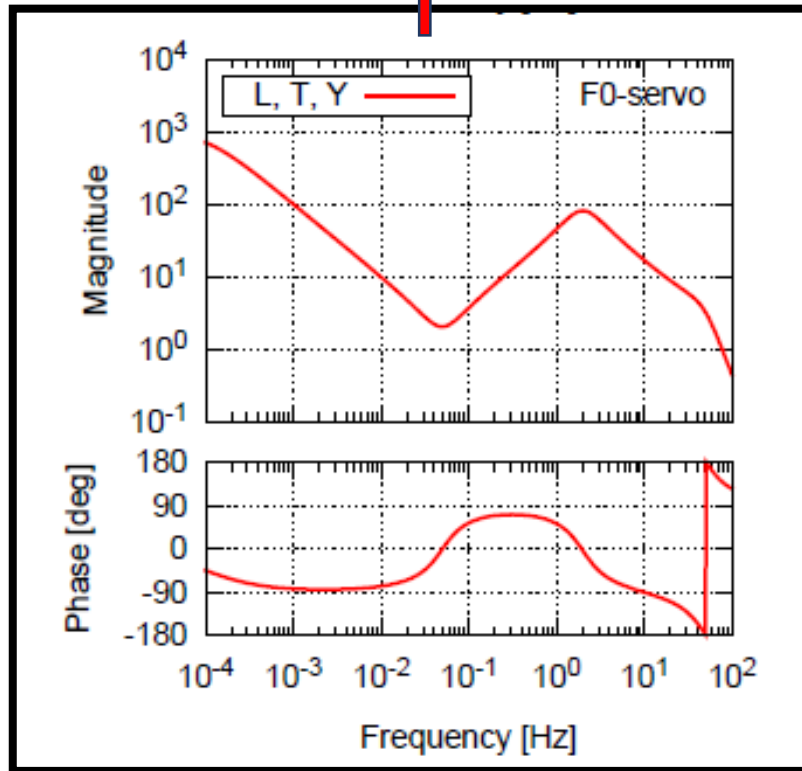
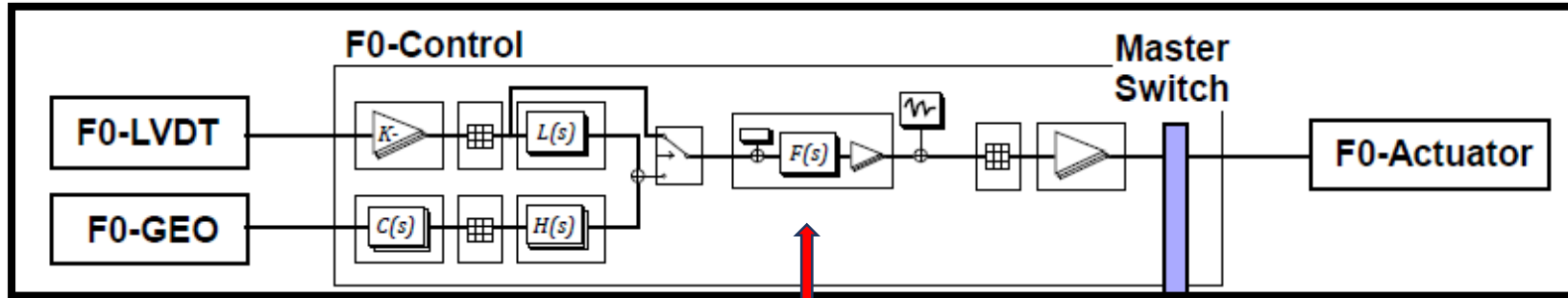
→ Stepper motor

* Active control

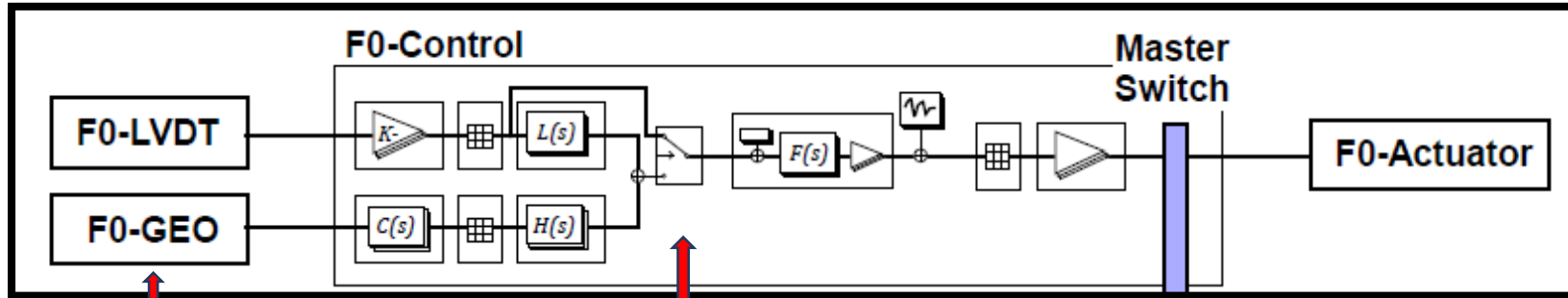
→ L-4C geophone
& LVDT + VC actuator

* 10 Hz 以上で制御雑音がかからないようにしたい。

❖ Inverted Pendulum (倒立振り子) / 試作機試験でのActive control



❖ Inverted Pendulum (倒立振り子) / 試作機試験でのActive control



主に
低周波側ではLVDTを
高周波側ではgeophoneを
使用した。

Damping phase → Lock acquisition phase → Observation phase

LVDTのみ

LVDT &
L-4C geophone
blended

LVDT &
L-4C geophone
blended

ただしこのgeophoneは
大きく揺れている場合は
飽和してしまうので、
振動がある程度収まってから
使用した。

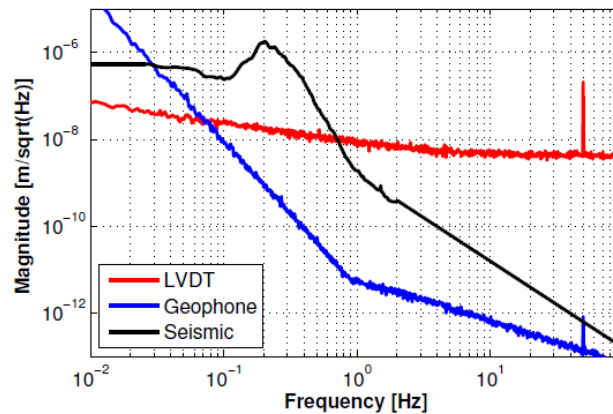


Figure 5.8: The sensing noise of the LVDT and geophone L-4C (compared with the seismic noise level in the Kamioka site).

❖ Inverted Pendulum (倒立振り子) / 参考文献

1) T Sekiguchi のPh.D. 論文 : http://gwdoc.icrr.u-tokyo.ac.jp/DocDB/0041/P1504155/014/tseki_PhDThesis_main.pdf

3.2 章 動作原理

4.3.1 章 KAGRAで用いられるIPの構造

(5.3.1 章 KAGRAで用いられるActive control)

6.1 章 倒立振り子のみの試作機試験

7 章, 8 章 KAGRA防振装置(試作機)全体での試験

2) M blom のPh.D.論文 : http://www.nikhef.nl/pub/services/biblio/theses_pdf/thesis_M_Blom.pdf

3.4 章 動作原理, 構造などが少し詳しいもの

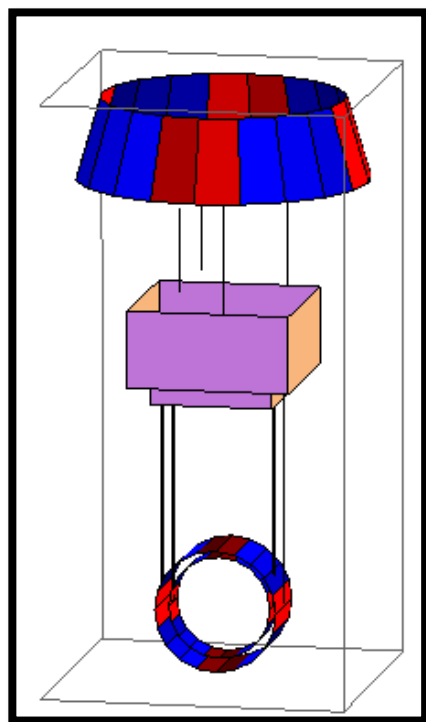
3-1) T Sekiguchi が試験で用いた用いたものと同じタイプのIPの2D図面 (TypeA seismic isolation drawings.tgz のIP フォルダ) : <http://gwdoc.icrr.u-tokyo.ac.jp/cgi-bin/DocDB/ShowDocument?docid=904>

3-2) KAGRA 防振装置のIPの図面(3D) : [Room214¥f¥VIS¥CAD¥BS ASSY_160104¥Workspace¥BS B-2 Assy_151225¥iam](http://gwdoc.icrr.u-tokyo.ac.jp/cgi-bin/DocDB/ShowDocument?docid=904)

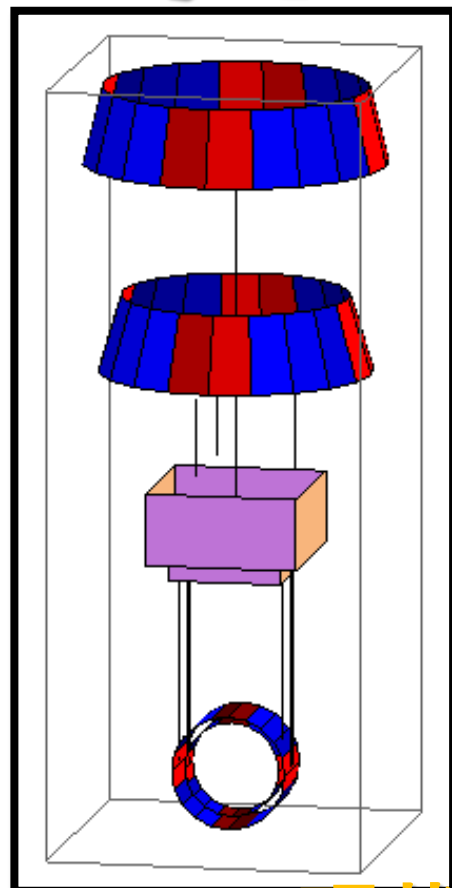
4) IP周辺の組み立て方など

<http://gwdoc.icrr.u-tokyo.ac.jp/DocDB/0004/T1100452/001/Assembly%20Top%20Filter-Inverted%20Pendulum.pdf>

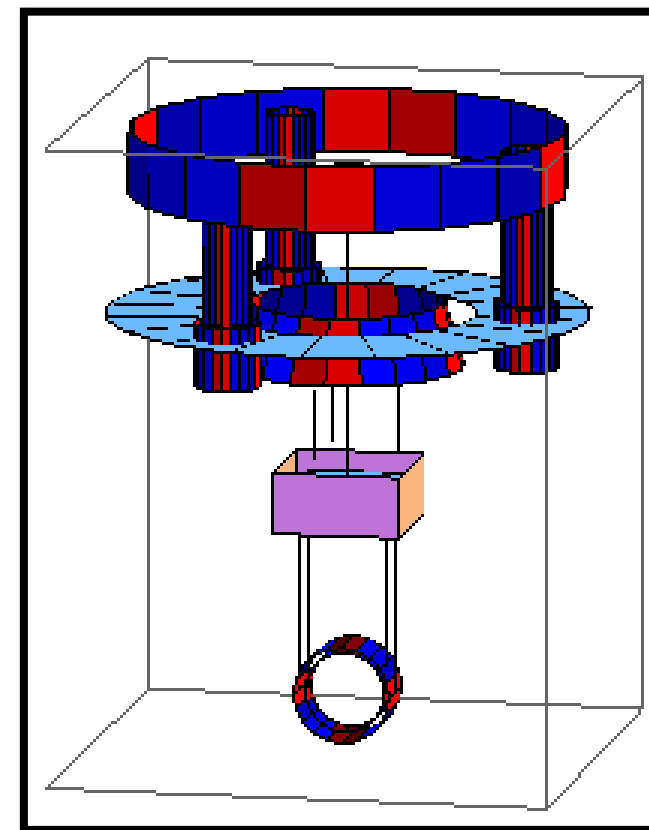
Memo : 作りたいと考えているもの



iKAGRA

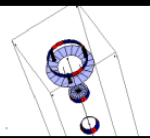


bKAGRA (現状)



bKAGRA (改良案)

❖ Modeling tools : Mechanical model



Main flow

1. Express

$U(x)$: potential energy
 $F(x, \dot{x})$: dissipation function
 $T(x, \dot{x})$: kinetic energy

2. Find x_e : equilibrium position

$$\left. \frac{\partial U}{\partial x_i} \right|_{x=x_e} = 0$$

(for each U, F, T)

3. Calculate matrix

$$K : K_{ij} = \left. \frac{\partial^2 U}{\partial x_i \partial x_j} \right|_{x=x_e} \quad : \text{stiffness matrix}$$
$$C : C_{ij} = \left. \frac{\partial^2 F}{\partial \dot{x}_i \partial \dot{x}_j} \right|_{x=x_e} \quad : \text{damping matrix}$$
$$M : M_{ij} = \left. \frac{\partial^2 T}{\partial \dot{x}_i \partial \dot{x}_j} \right|_{x=x_e} \quad : \text{inertia matrix}$$

4. Construct

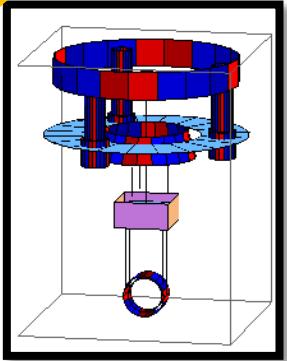
Linearized Eq of motion

$$K \ddot{x} + C \dot{x} + K(x - x_e) = f$$

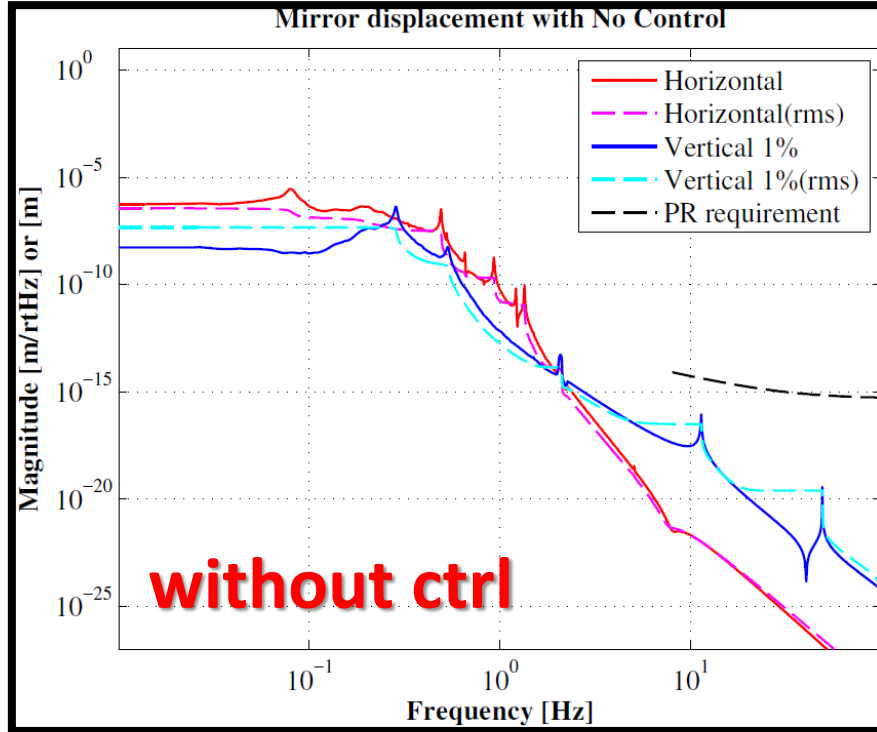
f : external force

Assuming the vibration is small
so that we can linearize the system

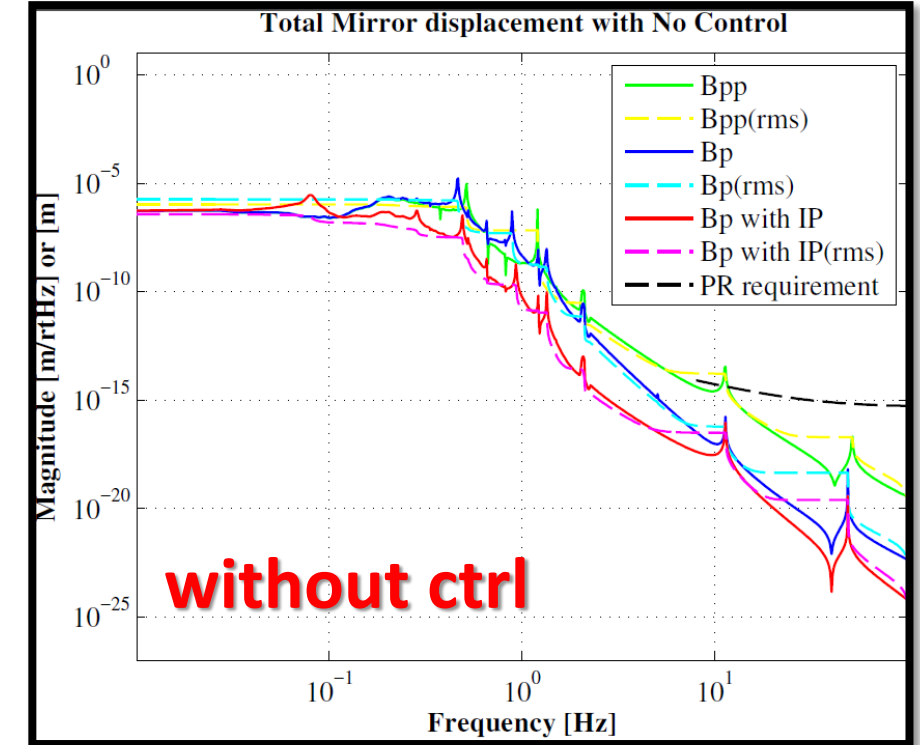
❖ One modification idea for bKAGRA / TypeBp with IP



$$= IP + SF + BF + IR/IM + RM/TM$$



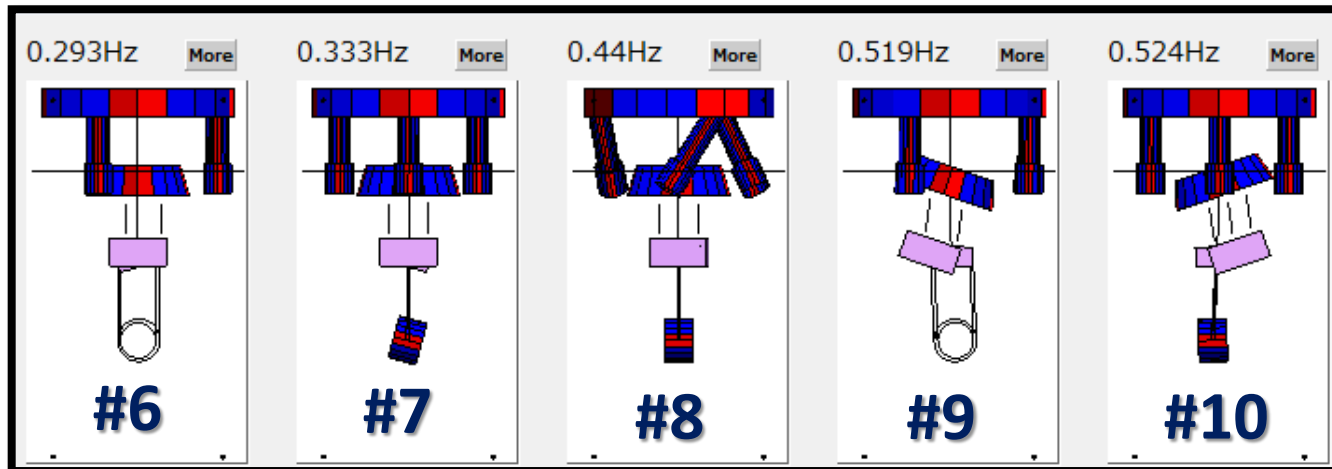
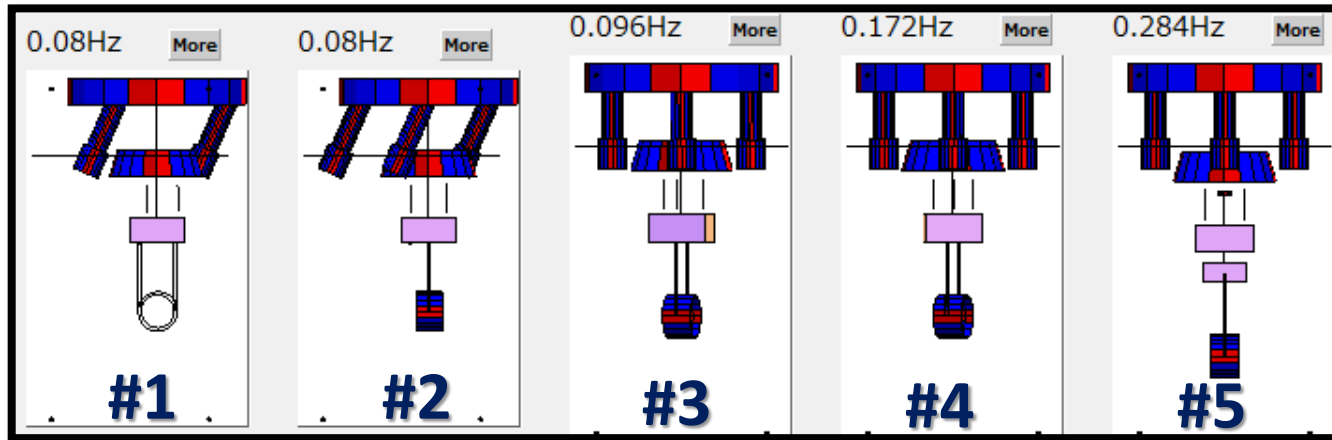
Comparison



TM displacement of TypeBp with IP

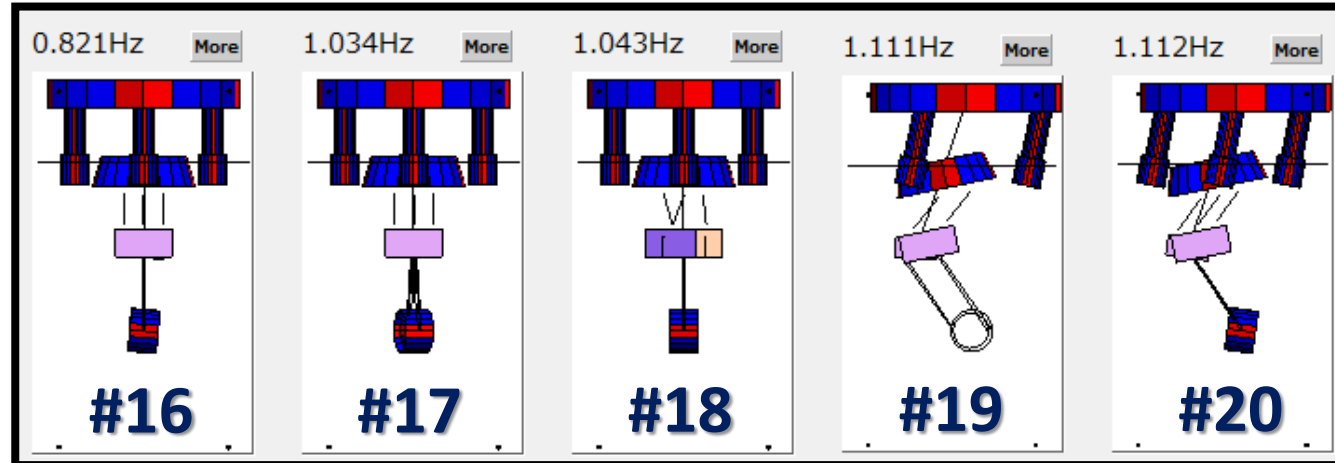
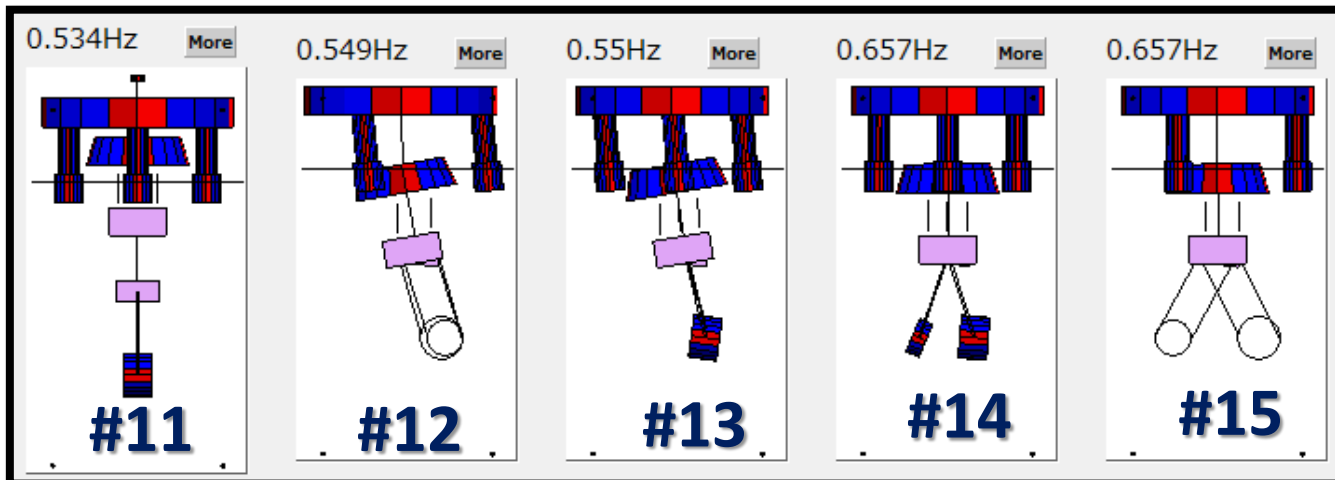
Eigen Mode Shape

TypeBp with IP



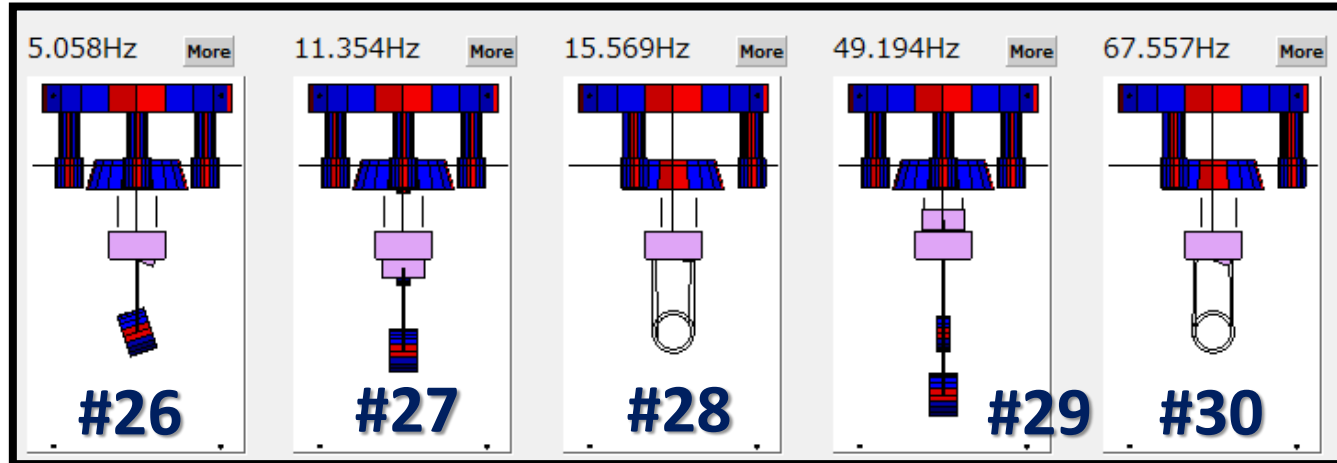
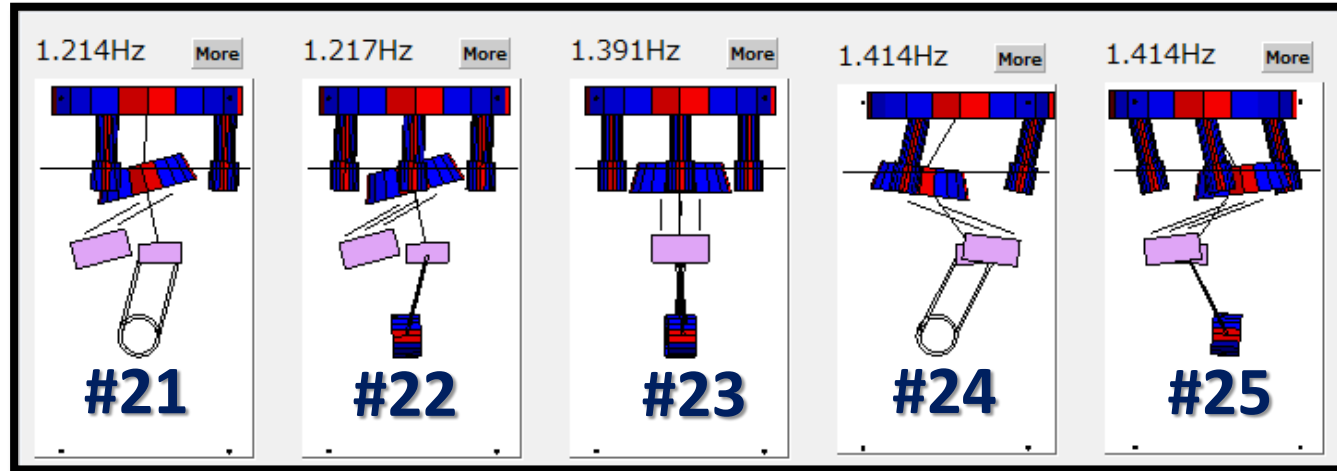
Eigen Mode Shape

TypeBp with IP



Eigen Mode Shape

TypeBp with IP



Eigen Mode Shape

TypeBp with IP

