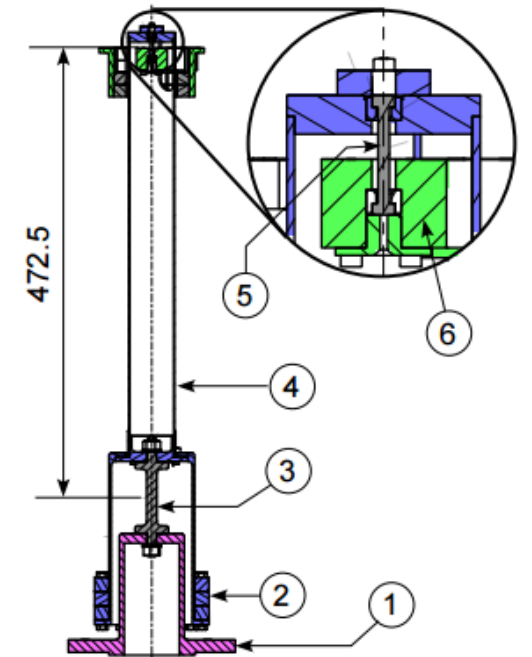
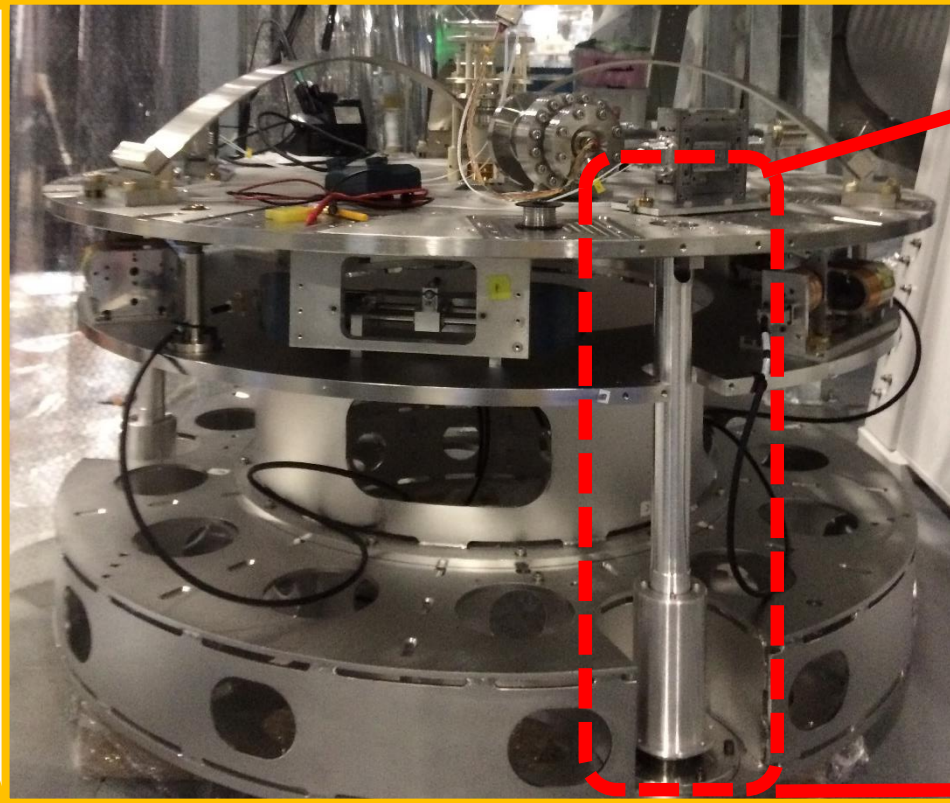
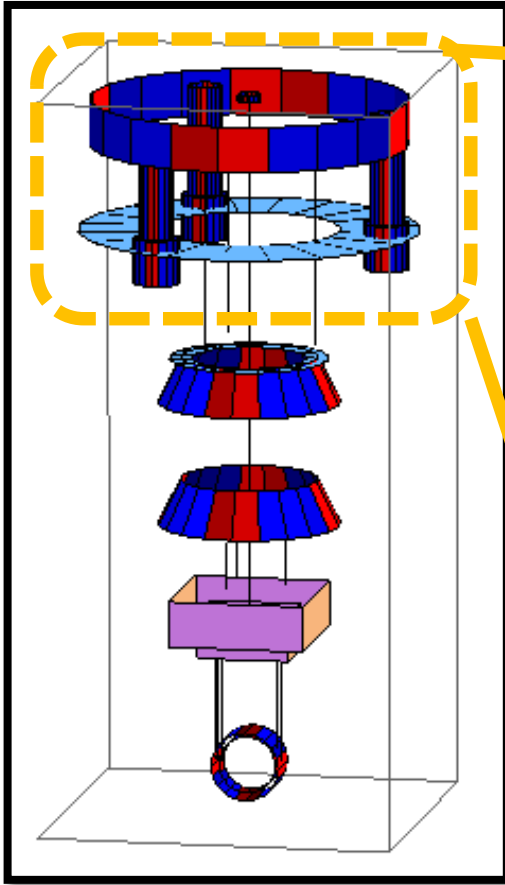


Inverted Pendulum (IP)

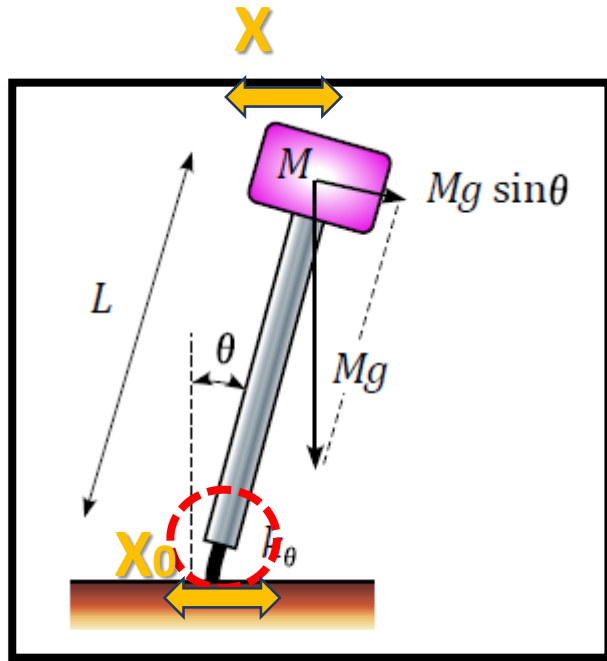
- ❑ Inverted Pendulum
- ❑ KAGRA 懸架装置 (PR用)



Inverted Pendulum (IP) / 目的

- ❑ Micro seismic noise (at ~ 0.2 Hz) の鏡への伝達を抑える。
- ❑ 懸架装置の振り子の共振を抑える。

◆ Inverted Pendulum (倒立振り子) / 動作原理・振動伝達関数

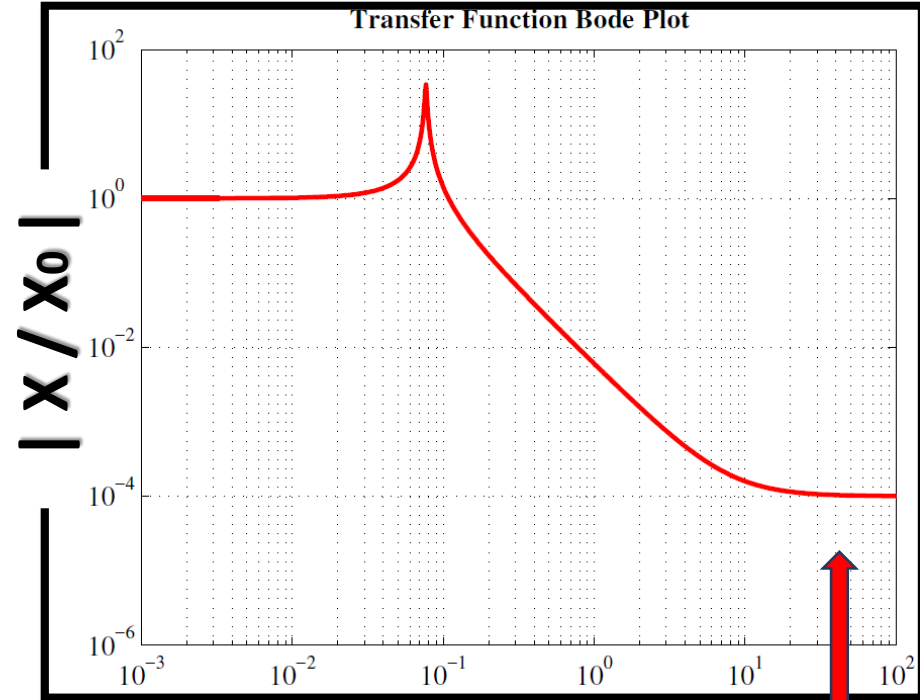


$$k_{\text{eff}} = \frac{k_{\theta}}{L^2} - \frac{Mg}{L}$$

$$\omega_{\text{IP}} = \sqrt{\frac{g}{L} \left(\frac{M_c - M}{M} \right)} \quad (\text{where } M_c = \frac{k_{\theta}}{gL})$$

$$H_{\text{IP}}(\omega) = \frac{A + B\omega^2}{A - \omega^2},$$

where $A = \frac{k_{\text{eff}}}{M + \frac{m}{4} + \frac{I}{L^2}}, B = \frac{\frac{m}{4} - \frac{I}{L^2}}{M + \frac{m}{4} + \frac{I}{L^2}}$



Frequency

一定となる。
(p.8 CoPによる)

文献 2) 3章 参考

用いるparameter

1) k_{θ} : bending stiffness $\cong \frac{\pi E d^4}{32 l}$

2) L : IP leg の長さ

3) M : IPに加わる重りの質量

4) m : IP leg の質量

5) l : flexure の長さ

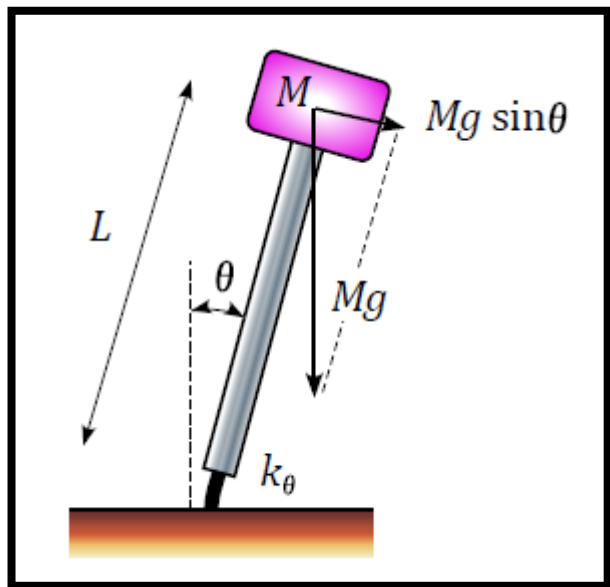
6) E : flexure のyoung率

7) d : flexure の直径

(8) k_t : torsion stiffness $\cong \frac{\pi G d'^4}{32 l'}$)

Top flexure

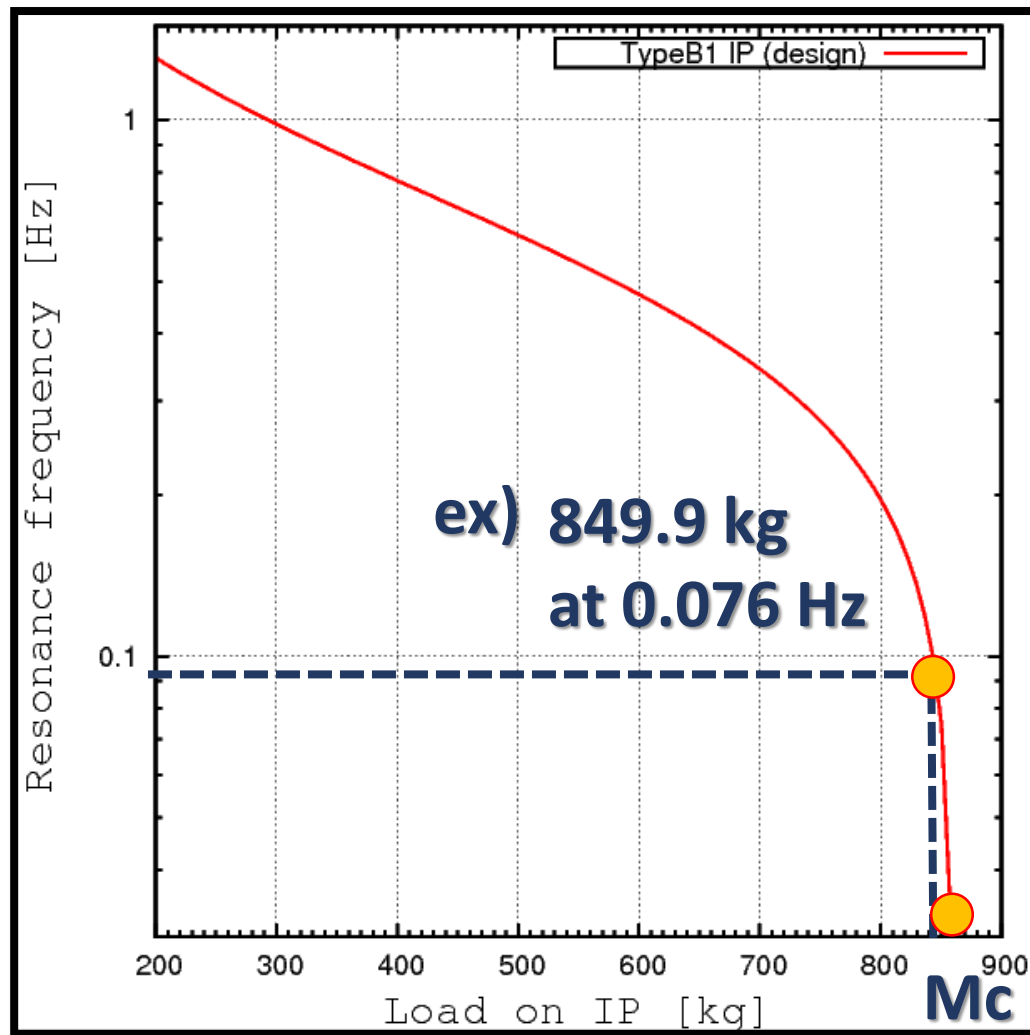
❖ Inverted Pendulum (倒立振り子) / 共振周波数とLoad



$$\omega_{IP} = \sqrt{\frac{g}{L} \left(\frac{M_c - M}{M} \right)}$$

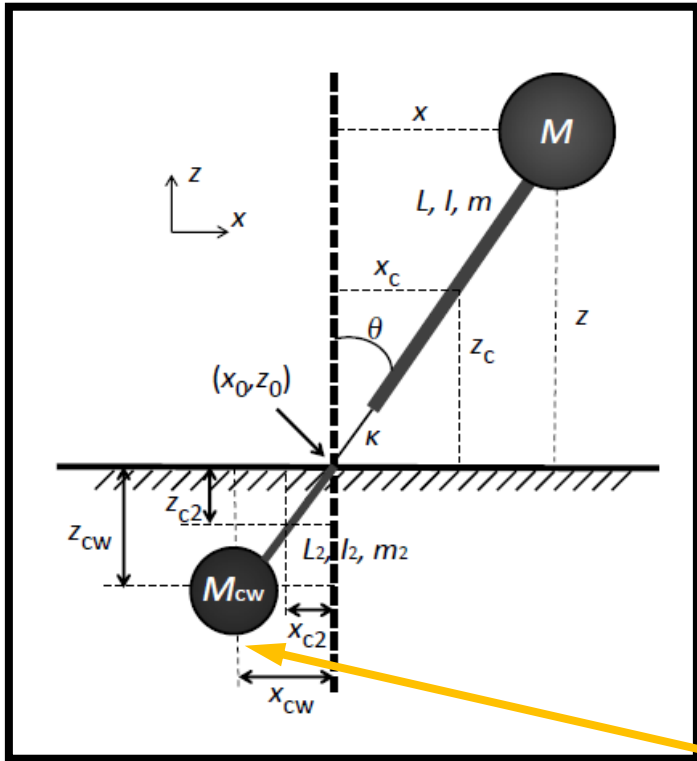
(,where $M_c = \frac{k_\theta}{gL}$.)

k_θ : bending stiffness $\cong \frac{\pi E d^4}{32 l}$

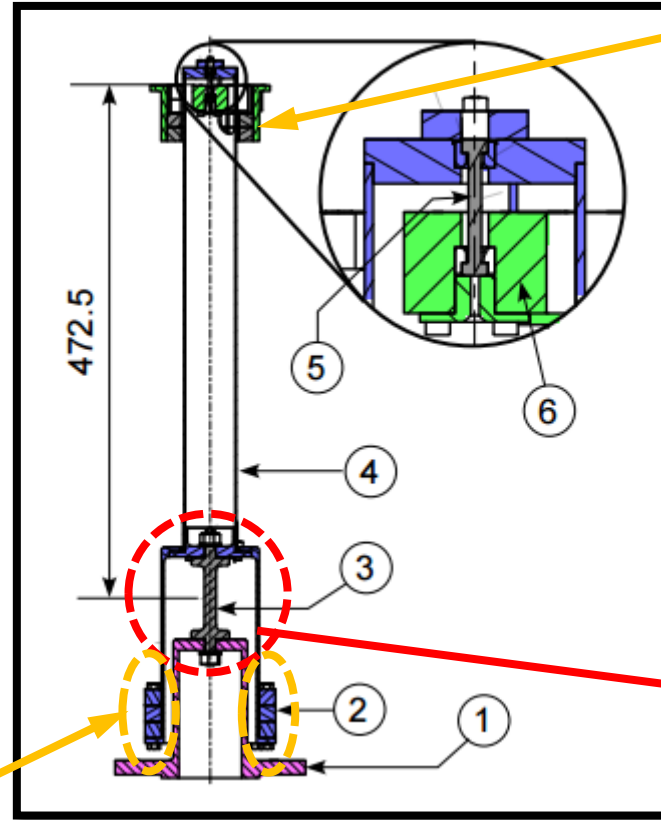


主に
重りの質量と共振周波数
からflexureの半径を調整。

❖ Inverted Pendulum (倒立振り子) / 実際の構造



② Counter Weight



Eddy current damping magnets

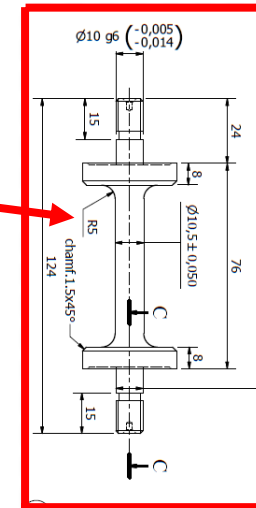
⑥ Metal block

⑤ Top Flexure

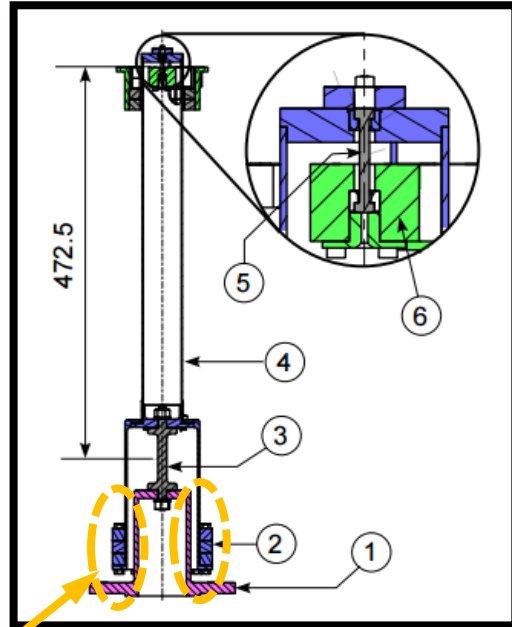
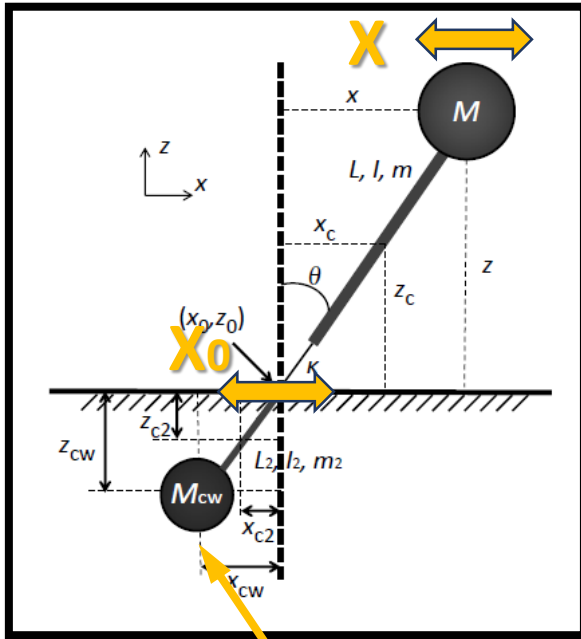
④ アルミパイプ(厚さ 1mm)

③ Bottom Flexure

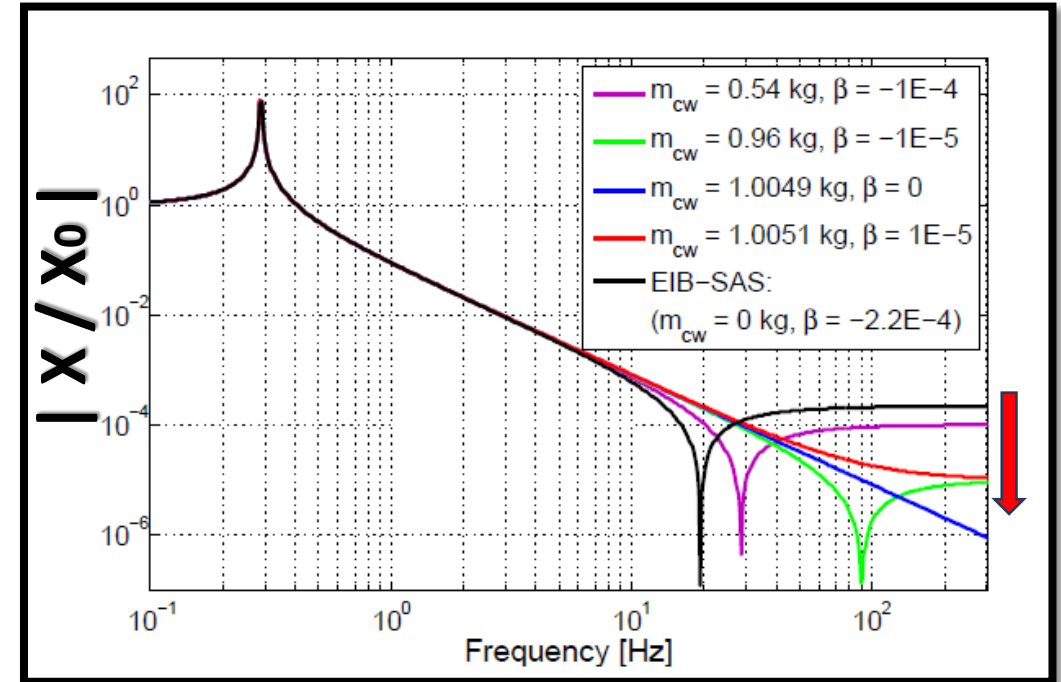
① support structure



❖ Inverted Pendulum (倒立振り子) / 振動伝達関数(Counter Weight込み)



② Counter Weight



* Center of percussion 効果(CoP) によりIPの防振比は高周波帯で一定となる。
Counter weight は CoP 効果 による防振比の飽和を改善するため
(saturation level をより小さくする)ために組み込まれている。

❖ Inverted Pendulum (倒立振り子) / 振動伝達関数(Counter Weight込み)

Taking the Fourier transform of Eq. (3.5) and reordering terms we get the *transfer function* of an inverted pendulum,

$$\frac{X(\omega)}{X_0(\omega)} = \frac{\omega_0^2 + \beta\omega^2}{\omega_0^2 - \omega^2}, \quad (3.6)$$

where ω_0 is the resonance frequency of the inverted pendulum and is given by

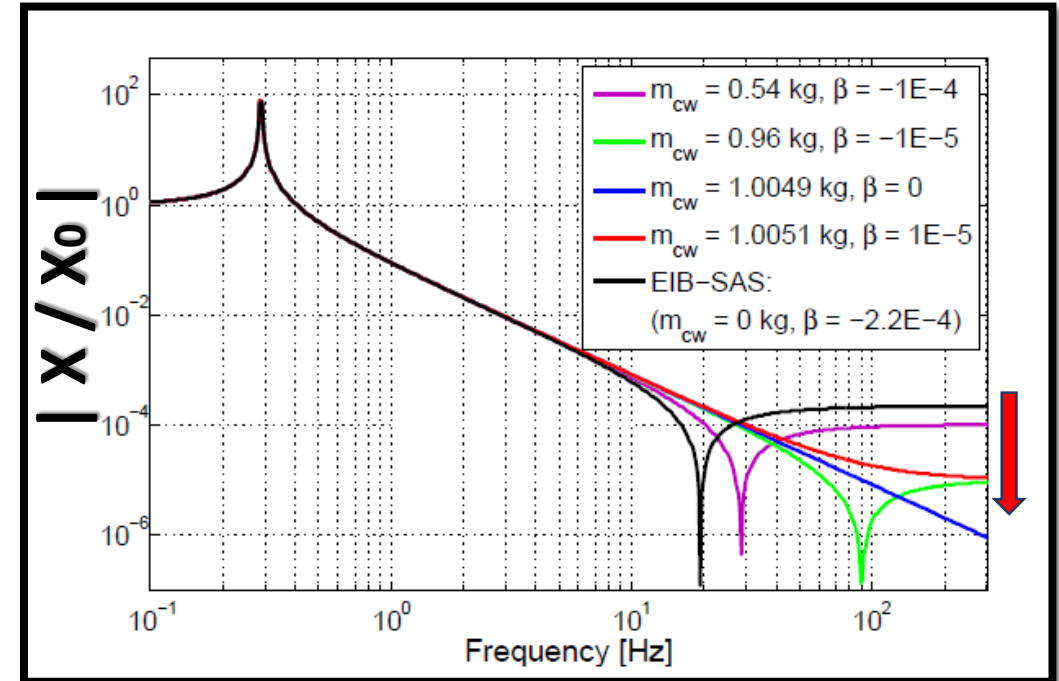
$$\omega_0^2 = \frac{4\kappa - 2gL(2M + m) + 2gL_2(2M_{cw} + m_2)}{4(I + I_2) + L^2(4M + m) + L_2^2(4M_{cw} + m_2)}, \quad (3.7)$$

and β is the high-frequency asymptotic value of the transfer function, which is given by

$$\beta = \frac{mL^2 - 4(I + I_2) - L_2^2(4M_{cw} + m_2) + 2LL_2(2M_{cw} + m_2)}{4(I + I_2) + L^2(4M + m) + L_2^2(4M_{cw} + m_2)}. \quad (3.8)$$

In the case that $M \gg m$ and $M_{cw} = m_2 = 0$, as is the case for the final design of EIB-SAS, Eq. (3.7) becomes

$$\omega_0^2 = \frac{\kappa}{L^2 M} - \frac{g}{L}. \quad (3.9)$$

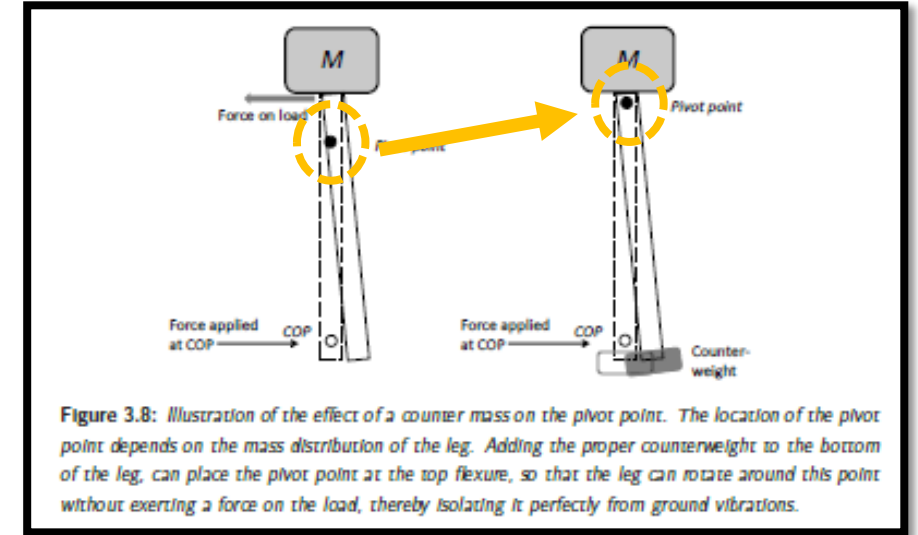
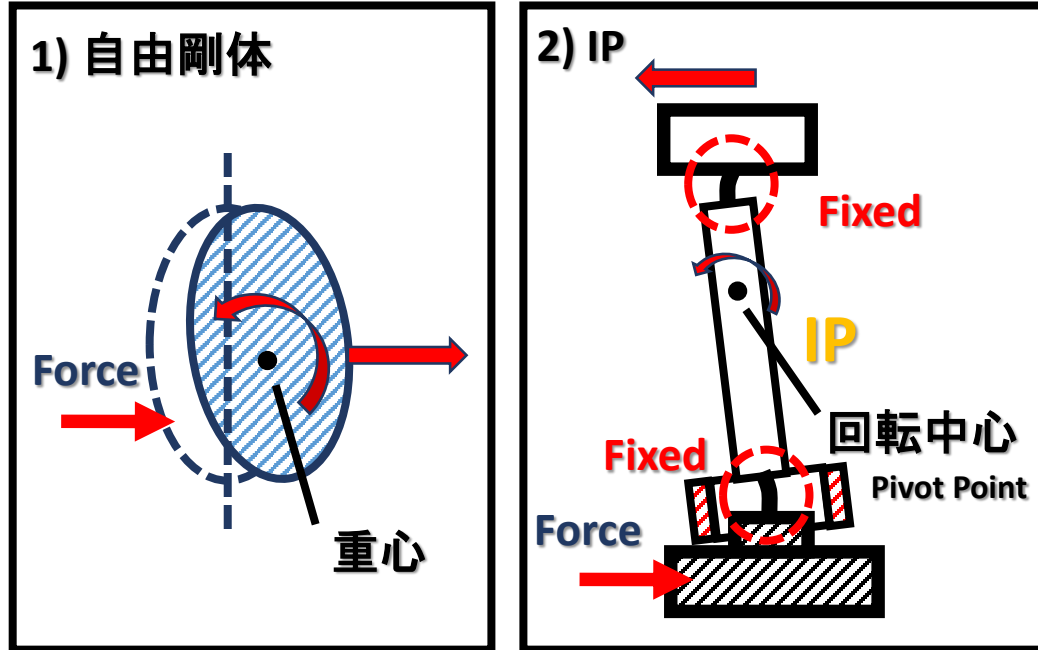


* Center of percussion 効果(CoP) によりIPの防振比は高周波帯で一定となる。
Counter weight は CoP 効果 による防振比の飽和を改善するため
(saturation level をより小さくする)ために組み込まれている。

IP legの
質量分布を
一様でなくすると
飽和levelを
低減可。

◆ Inverted Pendulum (倒立振り子) / Center of Percussion 効果

* Center of Percussion (CoP) 効果 :



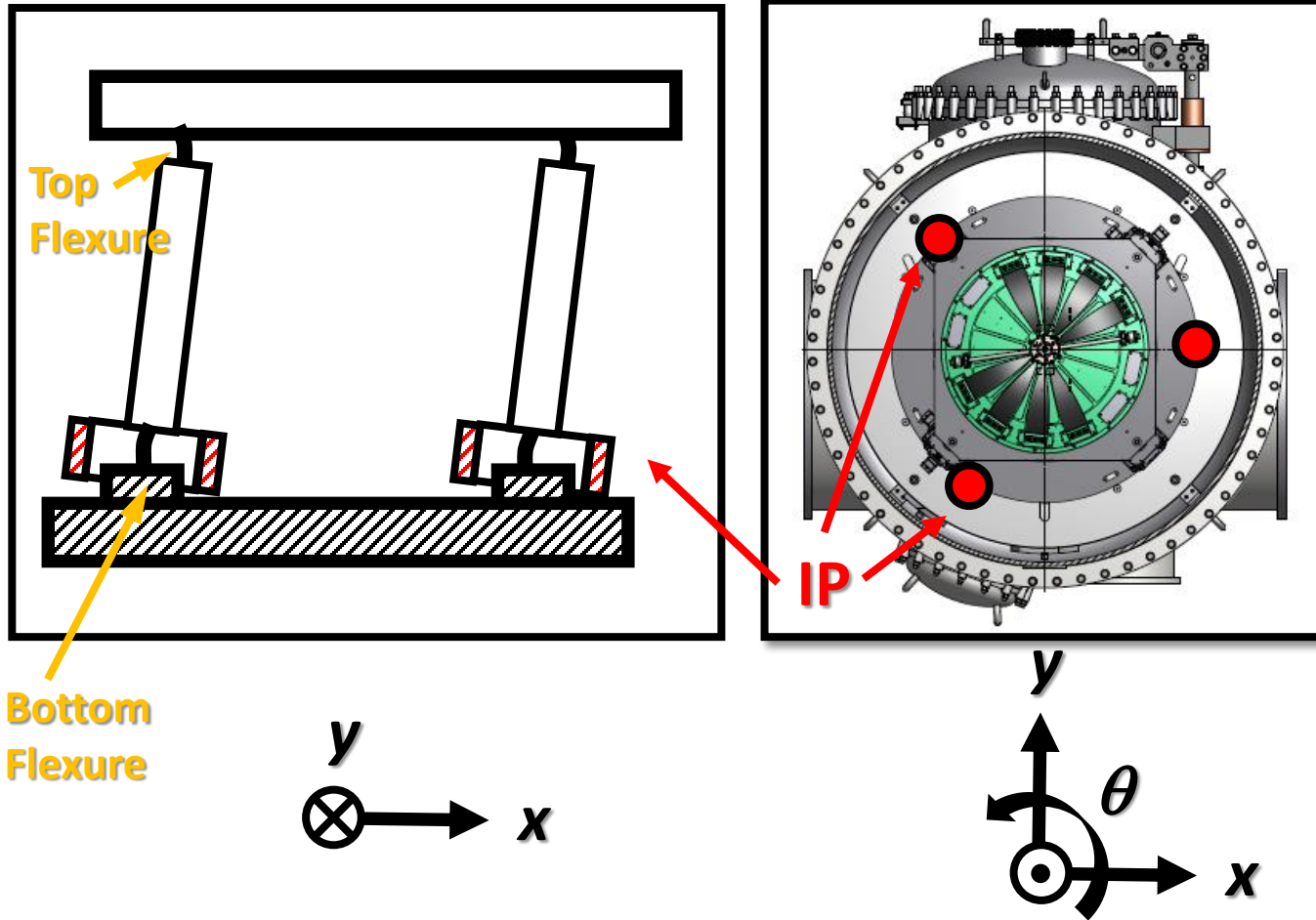
IP legの質量分布を変えることで
回転中心の位置を変える
(Top Flexureの位置へ)
→ マスの並進方向の揺れを低減。
→ 飽和levelを低減可。

外力を加える

- 1) 自由剛体 → 並進 + 重心周りの回転運動
- 2) IP → 回転中心周りの回転運動

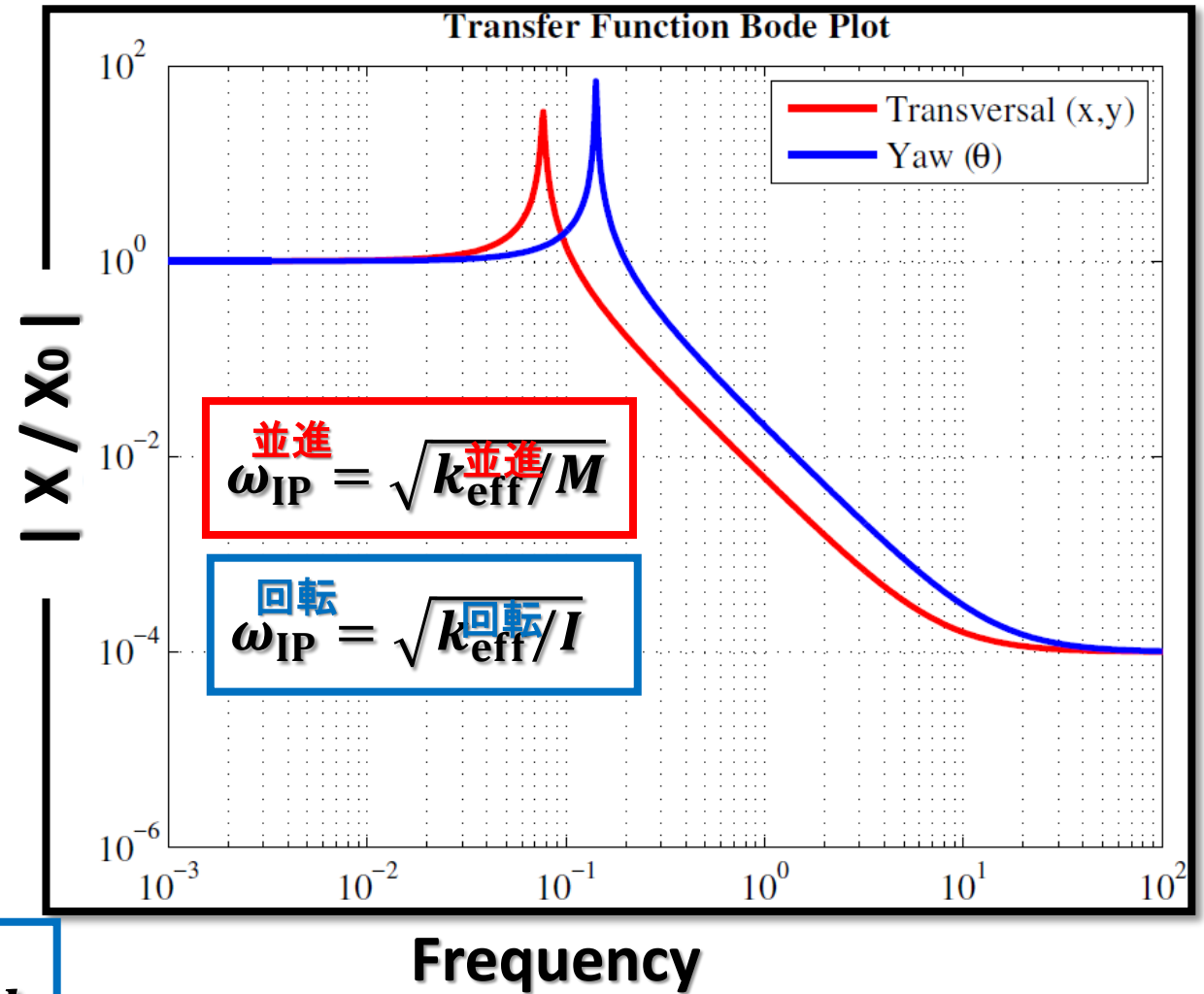
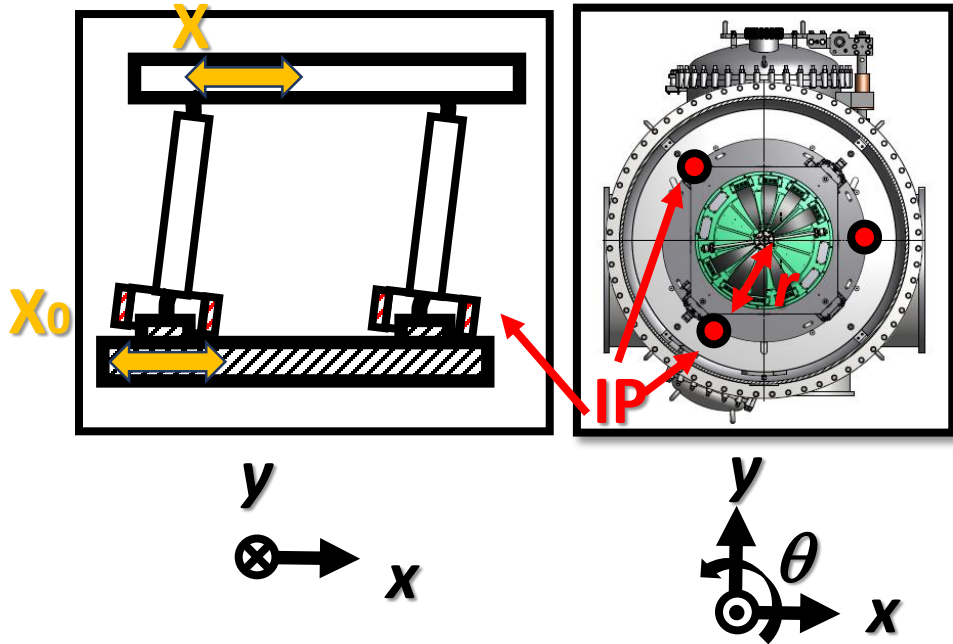
高周波帯で Flexure は曲がらないとすると、
地面が動くと、IPに載ったマスは
ある点を中心に回転 → 並進方向に揺れ続ける。

❖ Inverted Pendulum (倒立振り子) / 懸架装置でのIPの配置



- * 3本のIPでステージを支える。
- * x, y, θ 方向の防振装置。
- * 各軸方向の振動の共振周波数は $70 \sim 100 \text{ mHz}$ に調整する。

❖ Inverted Pendulum (倒立振り子) / 伝達関数 (control なし)



$$H_{IP}(\omega) = \frac{A + B\omega^2}{A - \omega^2},$$

where $A = \frac{k_{\text{eff}}}{M + \frac{m}{4} + \frac{I}{L^2}}, B = \frac{\frac{m}{4} - \frac{I}{L^2}}{M + \frac{m}{4} + \frac{I}{L^2}}.$

Simulationでは
この式を使用。

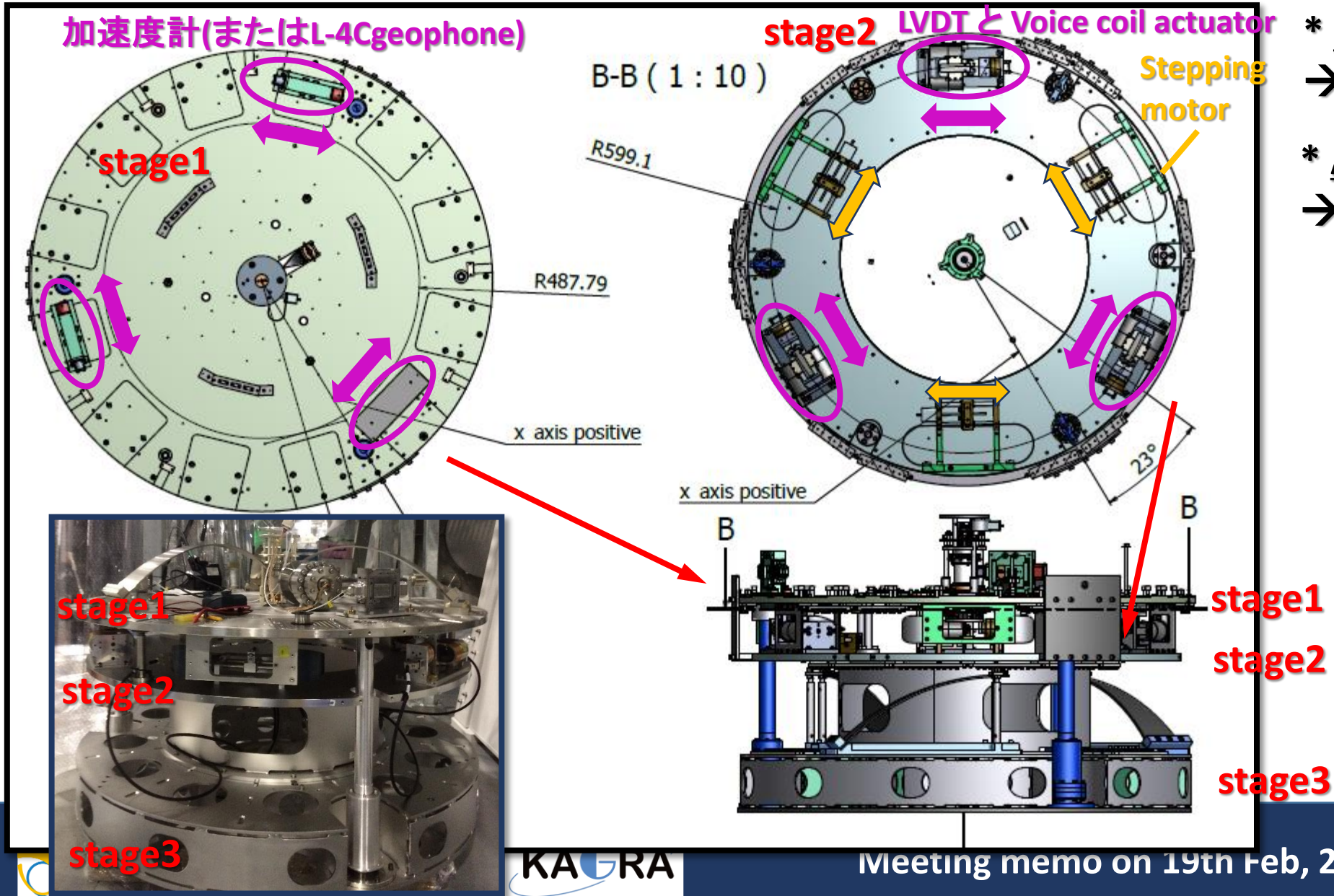
Transversal

Yaw

$$k_{\text{eff}}^{\text{並進}} = \frac{k_{\theta}}{L^2} - \frac{Mg}{L}$$

$$k_{\text{eff}}^{\text{回転}} = \left(\frac{k_{\theta}}{L^2} - \frac{Mg}{L} \right) r^2 + 3k_t$$

❖ Inverted Pendulum (倒立振り子) / 試作機試験でのActive control



* DC 位置調整

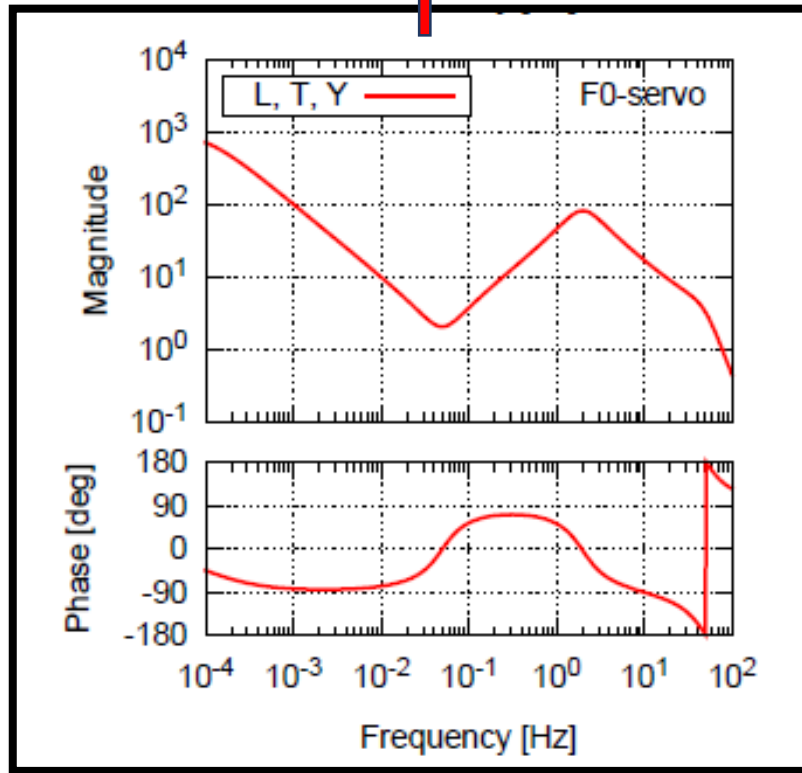
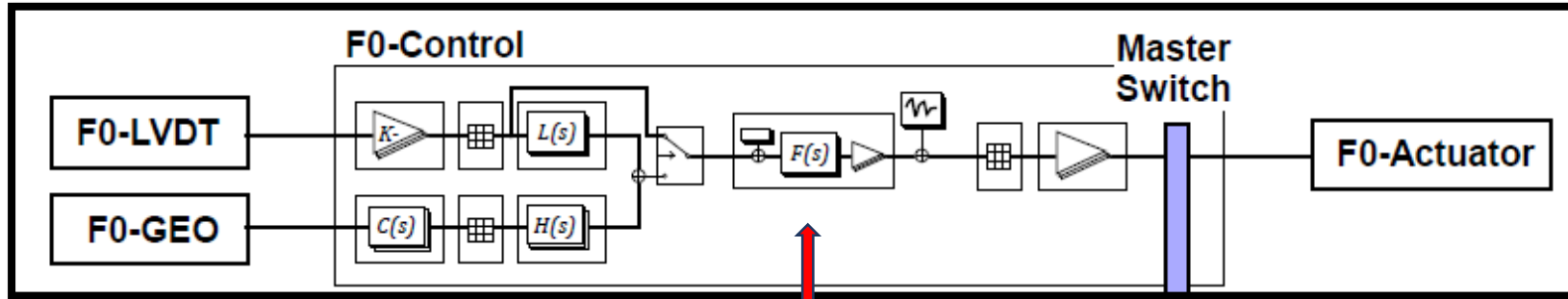
→ Stepper motor

* Active control

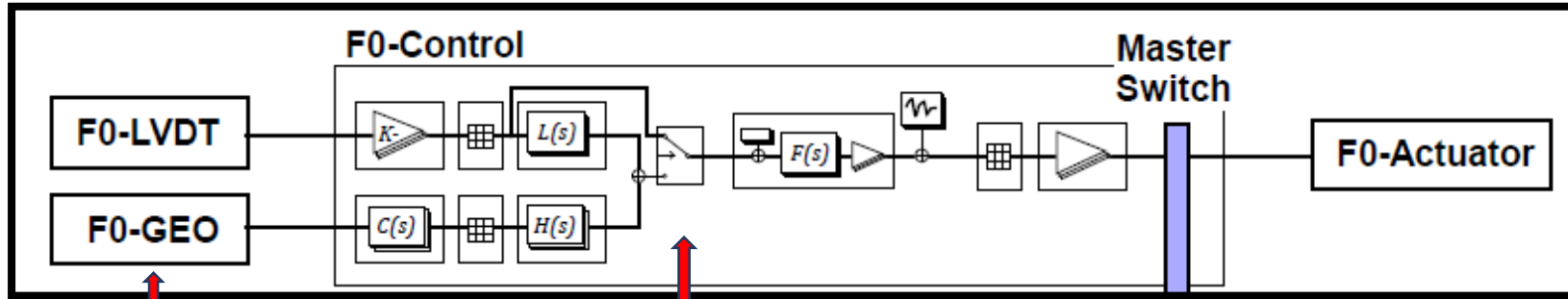
→ L-4C geophone
& LVDT + VC actuator

* 10 Hz 以上で制御雑音がかからないようにする。

❖ Inverted Pendulum (倒立振り子) / 試作機試験でのActive control



❖ Inverted Pendulum (倒立振り子) / 試作機試験でのActive control



Damping phase → Lock acquisition phase → Observation phase

LVDTのみ

LVDT &
L-4C geophone
blended

LVDT &
L-4C geophone
blended

主に
低周波側ではLVDTを
高周波側ではgeophoneを
使用した。

ただしこのgeophoneは
大きく揺れている場合は
飽和してしまうので、
振動がある程度収まってから
使用した。

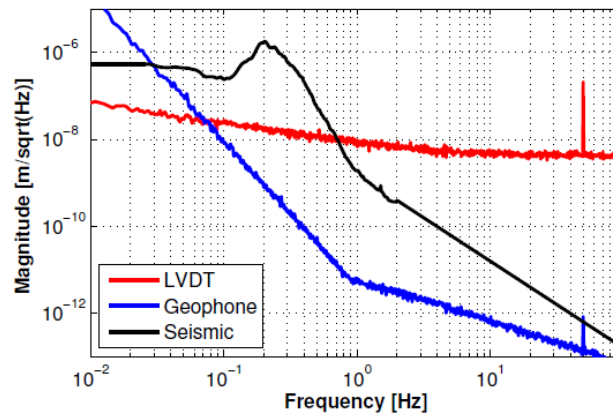


Figure 5.8: The sensing noise of the LVDT and geophone L-4C (compared with the seismic noise level in the Kamioka site).

❖ Inverted Pendulum (倒立振り子) / 参考文献

1) T Sekiguchi のPh.D. 論文 : http://gwdoc.icrr.u-tokyo.ac.jp/DocDB/0041/P1504155/014/tseki_PhDThesis_main.pdf

3.2 章 動作原理

4.3.1 章 KAGRAで用いられるIPの構造

(5.3.1 章 KAGRAで用いられるActive control)

6.1 章 倒立振り子のみの試作機試験

7 章, 8 章 KAGRA防振装置(試作機)全体での試験

2) M blom のPh.D.論文 : http://www.nikhef.nl/pub/services/biblio/theses_pdf/thesis_M_Blom.pdf

3.4 章 動作原理, 構造などが少し詳しいもの

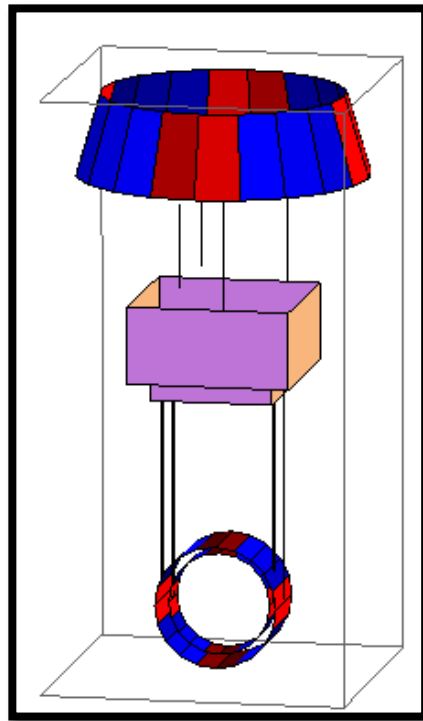
3-1) T Sekiguchi が試験で用いた用いたものと同じタイプのIPの2D図面 (TypeA seismic isolation drawings.tgz のIP フォルダ) : <http://gwdoc.icrr.u-tokyo.ac.jp/cgi-bin/DocDB/ShowDocument?docid=904>

3-2) KAGRA 防振装置のIPの図面(3D) : [Room214¥f¥VIS¥CAD¥BS ASSY_160104¥Workspace¥BS B-2 Assy_151225¥iam](#)

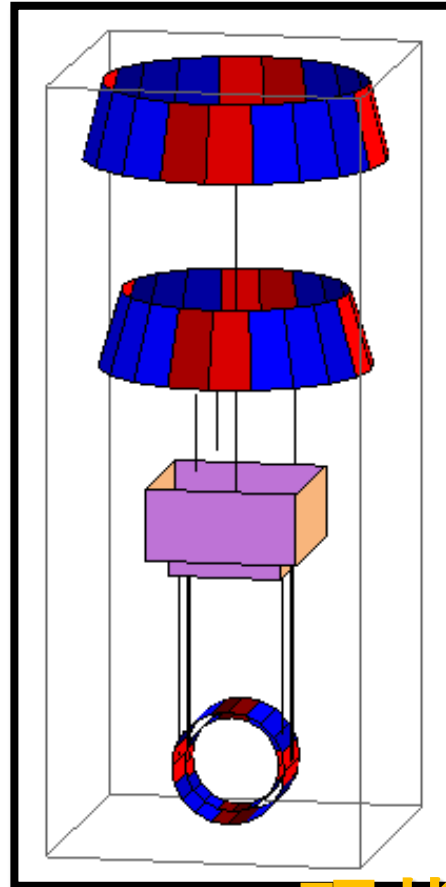
4) IP周辺の組み立て方など

<http://gwdoc.icrr.u-tokyo.ac.jp/DocDB/0004/T1100452/001/Assembly%20Top%20Filter-Inverted%20Pendulum.pdf>

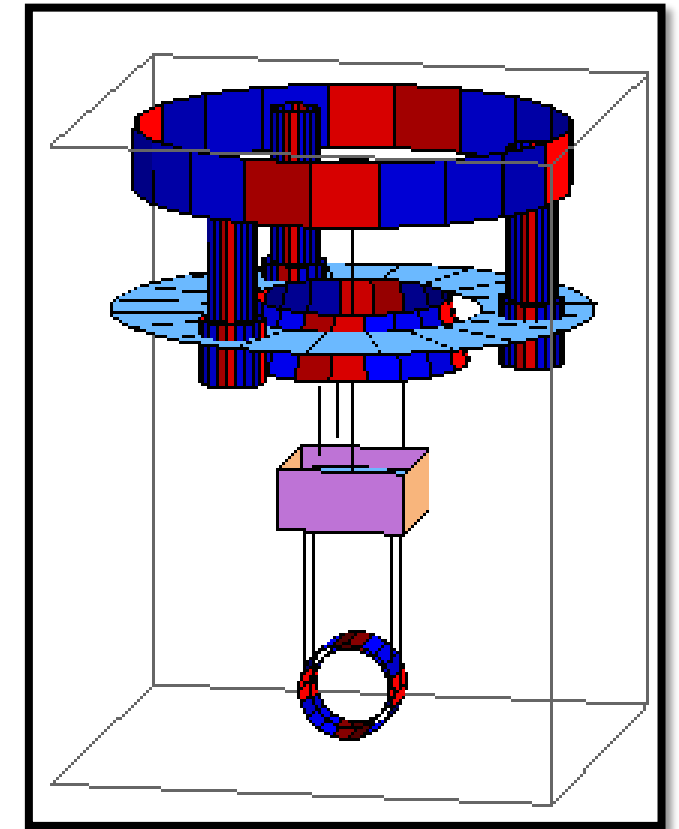
Memo : 作りたいと考えているもの



iKAGRA

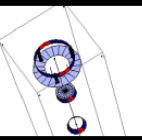


bKAGRA (現状)



bKAGRA (改良案)

❖ Modeling tools : Mechanical model



Main flow

1. Express

$U(x)$: potential energy
 $F(x, \dot{x})$: dissipation function
 $T(x, \dot{x})$: kinetic energy

2. Find x_e : equilibrium position

$$\left. \frac{\partial U}{\partial x_i} \right|_{x=x_e} = 0$$

(for each U, F, T)

3. Calculate matrix

$$K : K_{ij} = \left. \frac{\partial^2 U}{\partial x_i \partial x_j} \right|_{x=x_e} \quad : \text{stiffness matrix}$$
$$C : C_{ij} = \left. \frac{\partial^2 F}{\partial \dot{x}_i \partial \dot{x}_j} \right|_{x=x_e} \quad : \text{damping matrix}$$
$$M : M_{ij} = \left. \frac{\partial^2 T}{\partial \dot{x}_i \partial \dot{x}_j} \right|_{x=x_e} \quad : \text{inertia matrix}$$

4. Construct

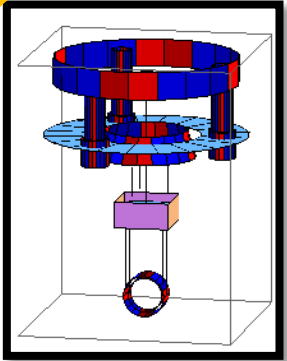
Linearized Eq of motion

$$K \ddot{x} + C \dot{x} + K(x - x_e) = f$$

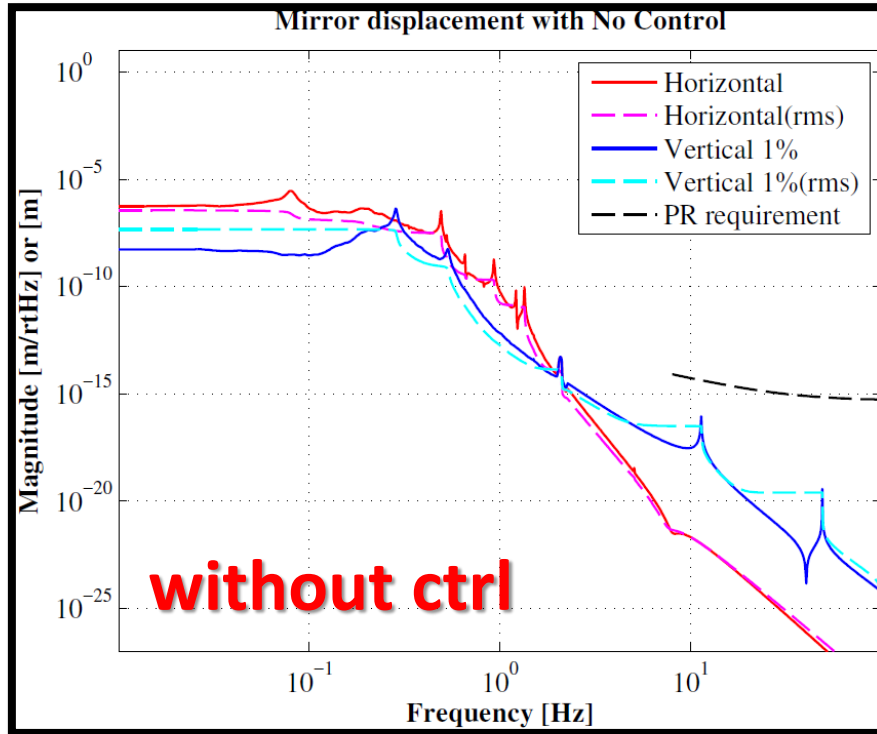
f : external force

Assuming the vibration is small
so that we can linearize the system

❖ One modification idea for bKAGRA / TypeBp with IP

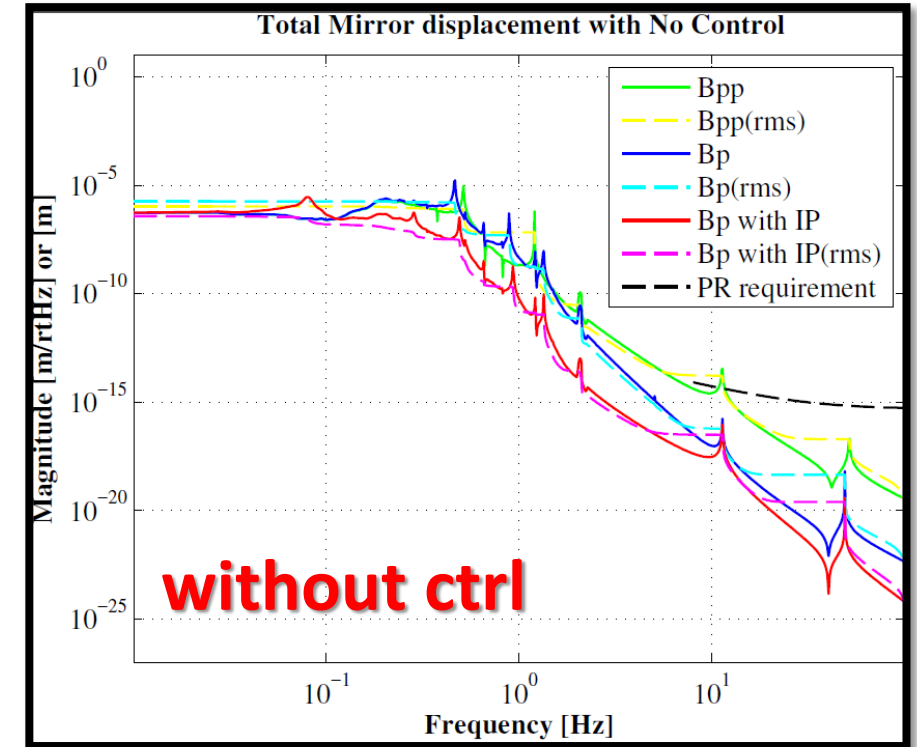


$$= \text{IP} + \text{SF} + \text{BF} + \text{IR/IM} + \text{RM/TM}$$



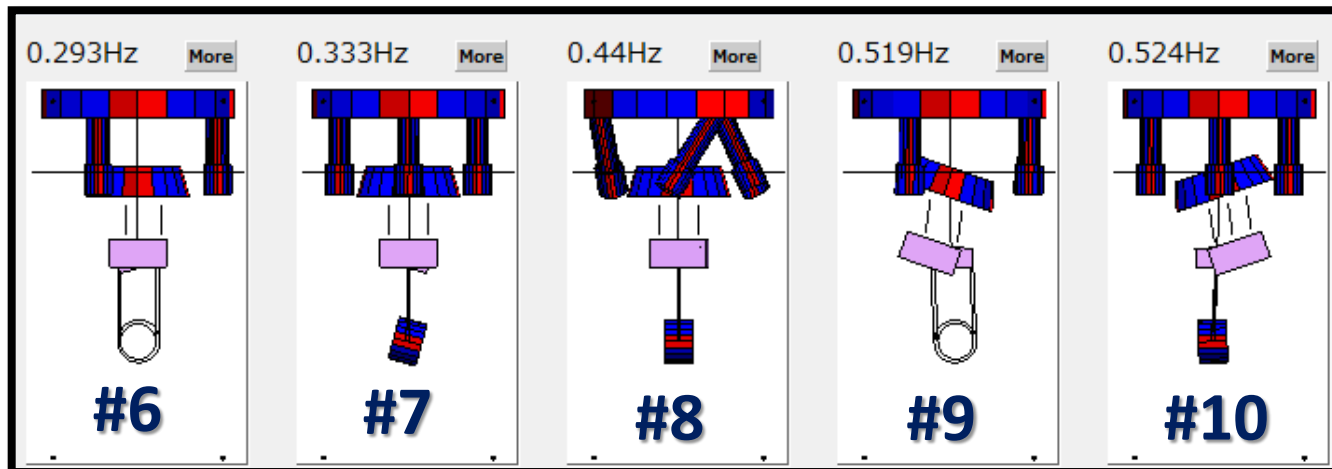
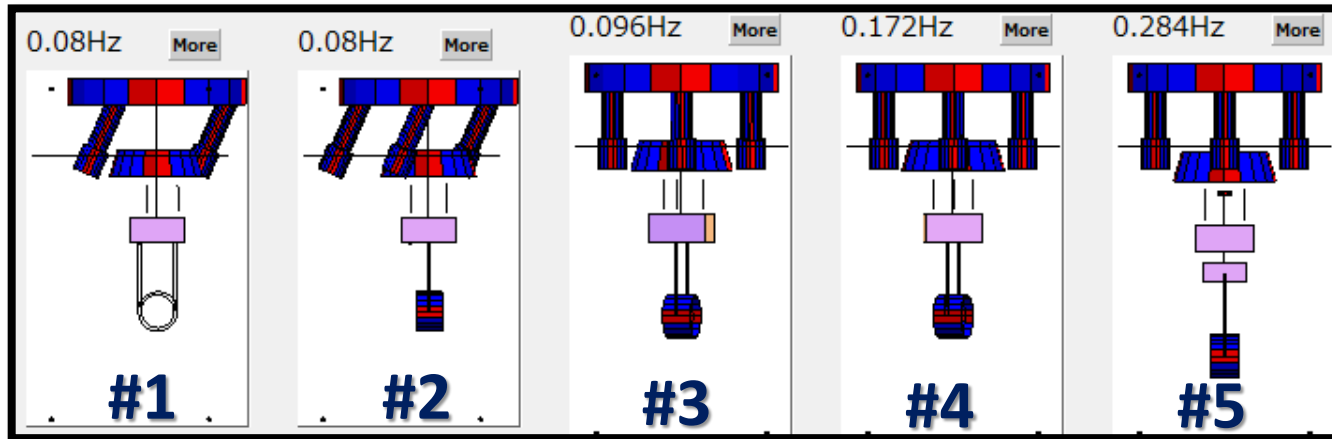
TM displacement of TypeBp with IP

Comparison



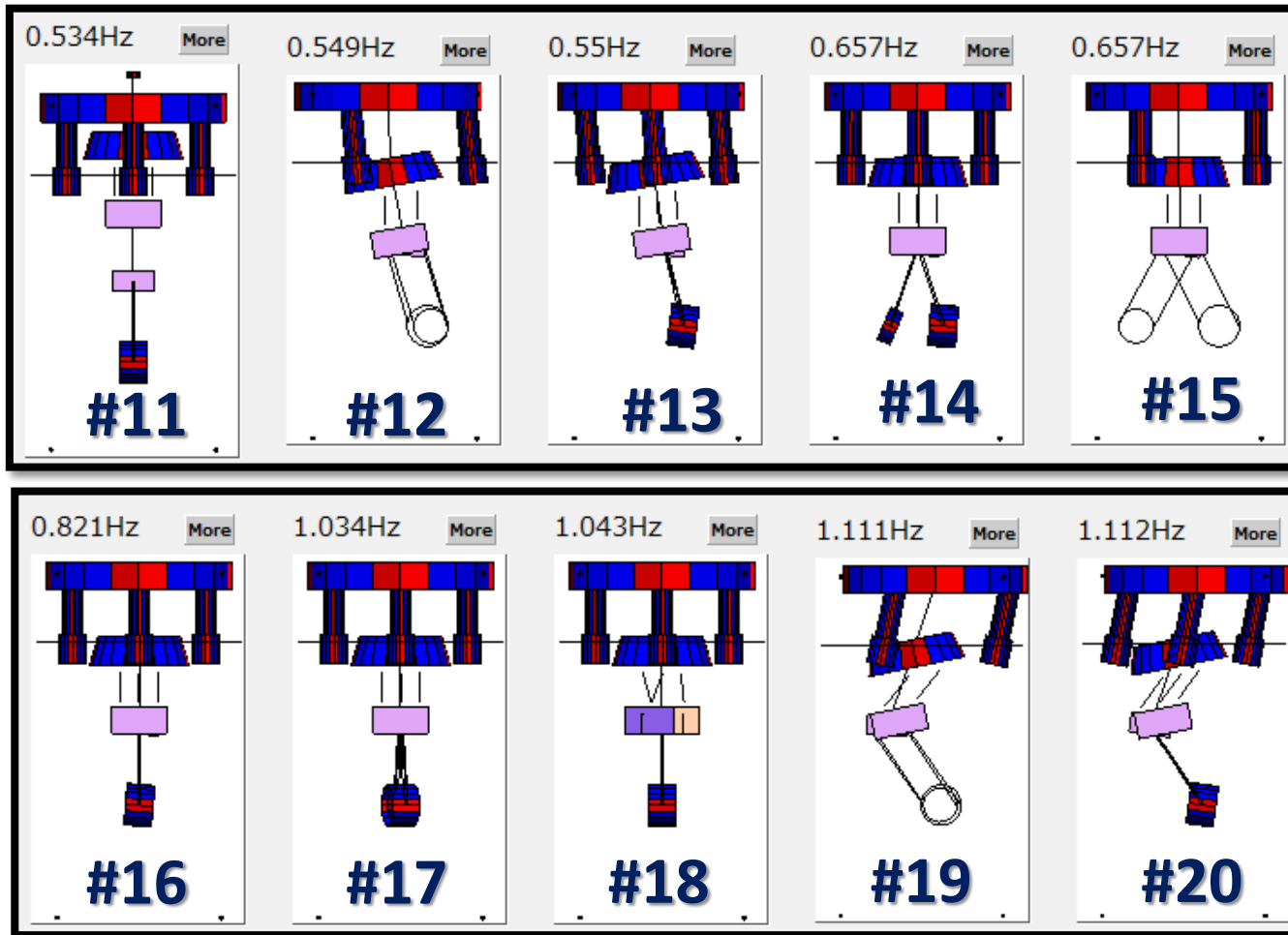
Eigen Mode Shape

TypeBp with IP



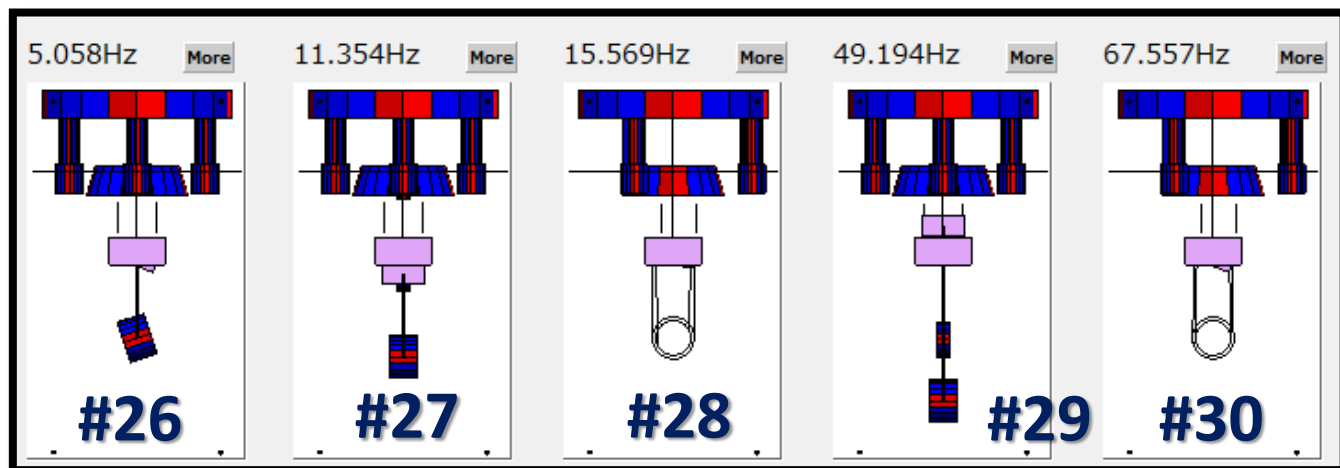
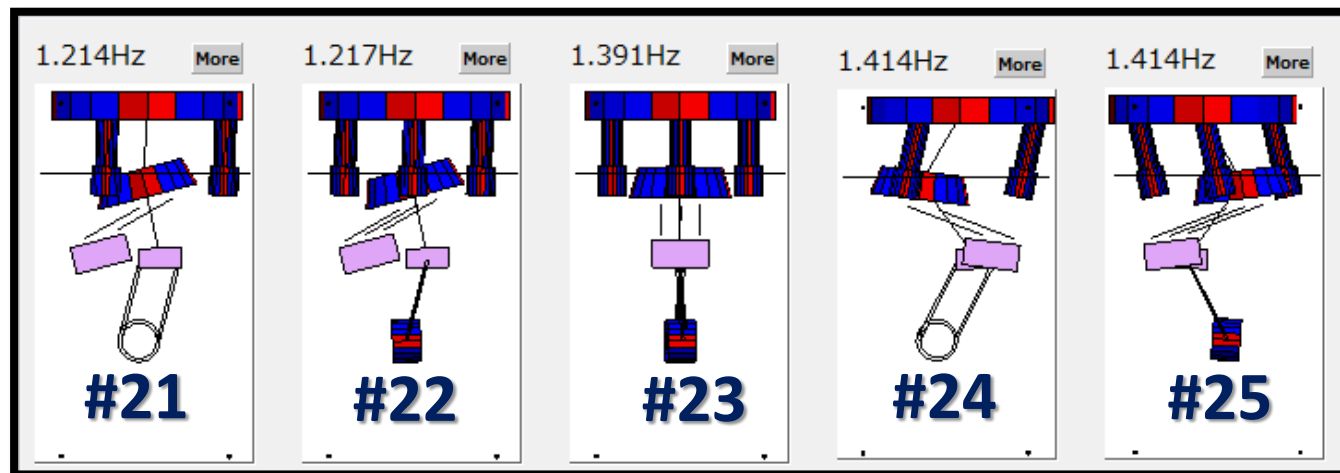
Eigen Mode Shape

TypeBp with IP



Eigen Mode Shape

TypeBp with IP



Eigen Mode Shape

TypeBp with IP

