

Gouy phase calculation for KAGRA OMC

K.Somiya

June 4, 2015

共振器を一周したときの Gouy 位相シフトは、高次モードがどれくらい共振に近いかを示す有用なファクターである。2 枚の鏡で構成される線形共振器の Round-trip の Gouy 位相シフトは、それぞれの鏡の g -factor を g_1 および g_2 として、

$$\eta_{\text{RT}} = 2 \arccos \sqrt{g_1 g_2} \quad (1)$$

で表される¹。それでは共振器内に曲率のついた鏡を含む場合はどうであろうか、という点参考文献 [1] にまとまっている。OMC のような 4 枚の bowtie 型共振器の場合は、以下の 3 つの行列を定義し、

$$S(L) = \begin{pmatrix} 1 & L \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \mathcal{F}(R) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -2/R & 1 \end{pmatrix}, \quad \mathcal{M}_{\pm} = \begin{pmatrix} \pm 1 & 0 \\ 0 & \pm 1 \end{pmatrix} \quad (2)$$

以下のマトリクスを計算する:

$$\mathcal{C}_{\pm} = \mathcal{M}_{\pm} S(L_2) \mathcal{M}_{\pm} \mathcal{F}(R_{\pm}) S(L_1) \mathcal{M}_{\pm} \mathcal{F}(R_{\pm}) S(L_2) \mathcal{M}_{\pm} S(L_1) . \quad (3)$$

ここで、OMC は平坦な部分鏡 2 枚と曲率付きの完全反射鏡 2 枚で構成されているとし、平坦な鏡同士および曲率付き鏡同士の間隔が L_1 で、曲率の異なる鏡間の距離が L_2 であるとし、曲率付き鏡の曲率は 2 枚とも R であるとしている。非点収差の影響で縦と横の見た目の曲率は異なっており、 $R_{\pm} = R \cdot (\cos \theta)^{\pm 1}$ となる。この行列を ABCD 行列と考えて対角成分、すなわち A と D の平均をとると、Round-trip Gouy 位相シフトのコサイン関数を得る:

$$\eta_{\text{RT}} = \text{sgn} B \cdot \arccos \frac{A + D}{2} . \quad (4)$$

aLIGO の場合 $L_1 = 0.2816$ m、 $L_2 = 0.2844$ m、 $R = 2.575$ m、 $\theta = 0.0706$ deg であるから、計算すると、片道の Gouy 位相シフトは、横方向 (-) は $\eta = 39.38$ deg、縦方向 (+) は $\eta = 39.49$ deg となる。

KAGRA の場合 KAGRA OMC の設計は長さが 75 cm で片道の Gouy 位相シフトが 55.4 度となっている。鏡への入射角は $\theta = 6.7$ deg となっているので、 $L_1 = 0.369825$ m、 $L_2 = 0.380175$ m となる。非点収差を無視して、 $\eta = 55.4$ deg を与える R を求めると、 $R = 1.88693$ m となる。非点収差を計算に入れると、横方向 (-) は $\eta = 55.17$ deg、縦方向 (+) は $\eta = 55.64$ deg となる。

¹片道の Gouy 位相シフトだと $\eta = \arccos \sqrt{g_1 g_2}$ である。

シミュレーション FINESSE を使ってシミュレーションを行い、上記の計算が正しいかどうか確認した。図 1 は OMC に 100W のレーザー光を入れて構成する鏡の 1 枚を掃引したときの透過光量を表している。基本モードに加えて 1,2,3 次のモードの光も入射光に混ぜている。図の左右にそれぞれ aLIGO と KAGRA の透過光量を示す。基本モードと 1 次のモードの差が片道の Gouy 位相シフトになる。細かいずれはあるものの、参考文献 [1] の計算が正しいことが分かる。

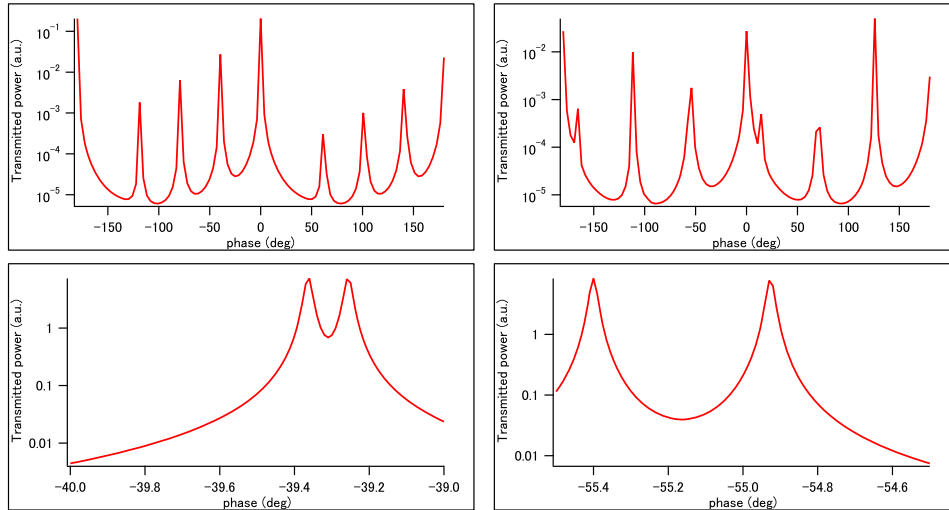


Figure 1: (左)aLIGOのOMCを構成する鏡のうち1枚の位相を掃引したときの透過光量、(右)KAGRAのOMCを構成する鏡のうち1枚の位相を掃引したときの透過光量。

References

- [1] K. Arai, "On the accumulated round-trip Gouy phase shift for a general optical cavity," LIGO-T1300189-v1 (2013)