

# adLIGO のモノリシック石英 Suspension のデザインと改良

田中宏樹

2015 年 5 月 4 日

## Abstract

重力波検出器の感度を制限する物の 1 つが、test mass およびその Suspension の熱雑音である。Suspension の熱雑音は thermoelastic damping、ファイバーの表面のロス、ファイバーのバルクのロス、また溶接部のロスが融合して生じる。熱雑音はファイバーおよび溶接部を適切な形状にすることで最小にすることができる。この論文では adLIGO で使われる石英の suspension stage の design や製作について説明し、ファイバーの形や溶接部のロスを初めて取り入れた熱雑音解析も報告する。

## 1 Introduction

mirror 懸架系の機械的散逸による熱雑音  $x(\omega)$  は、揺動散逸定理により、
$$x^2(\omega) = \frac{4k_B T}{m} \left( \frac{\gamma}{\omega_0^2} + \frac{\gamma^2}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2} \right) \dots (1)$$
と書ける。 $(T$ : 温度、 $m$ : 振り子の質量、 $\gamma$ : 振り子の散逸、 $\omega_0$ : 共鳴角周波数、 $k_B$ : ボルツマン定数) これを小さくするために、mirror 懸架系は機械的散逸が非常に小さい石英で作る。(旧) LIGO は Figure1 のように 10.7kg の石英をピアノ線の輪っかで吊るした。より感度を上げるため、aLIGO や VIRGO+ は GEO600 で使われた Suspension 技術を使い、散逸を小さくした。GEO600 では final stage のマスは、ear に溶接した 4 本の石英ファイバーで吊られる。ear とマスは HCB で結合される。この方法ではファイバーの slip や、摩擦が減るので、aLIGO でもこの方法を用いる。この部分を monolithic stage という (Figure1)。LIGO の要求値は

- ・光軸方向の熱雑音が、10Hz で  $1 \times 10^{-19} mHz^{-1/2}$  以下。
- ・monolithic stage の垂直方向の固有周波数が 12Hz 以下 (できれば 10Hz 以下)。
- ・1st violin mode の周波数が 400Hz 以上。

この 2 つ目と 3 つ目により、垂直方向と violin mode の peak を検出器が拾う周波数帯の外に出せる。この論文では各部分の design の詳細を書き、FEA (有限要素法) で熱雑音を計算した。

## 2 Fiber design

### 2.1

これまで、ファイバーの機械的散逸の最大の要因は thermoelastic damping と言われてきた。

$$thermoelastic(\omega) = \frac{YT}{C} \left( \frac{\gamma}{\omega_0^2} + \frac{\gamma^2}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2} \right) \dots (2)$$

$$= \frac{1}{4.32} \frac{Cd^2}{\dots} (3)$$

( $Y$ : ファイバーのヤング率、 $C$ : 単位質量の比熱、 $\rho$ : 密度、 $\alpha$ : 線形熱膨張係数、 $F_0$ : 荷重によるファイ

バーの静応力、 $\sigma$  : 熱弾性定数、 $d$  : ファイバーの直径)

aLIGO のダンベル design ではこれは小さくなり、もはや主要要素ではない。

(Fig2) のように 800  $\mu$  m の部分を入れることで、(2) 式の  $\sigma_0 \bar{y}$  が小さくなり、thermoelastic damping が小さくなるが、全体を 800  $\mu$  m にすると垂直方向の周波数が 17Hz、1st violin mode の周波数が 250Hz となってしまう。よって中央 596mm は 400  $\mu$  m とし、垂直方向の周波数を 10Hz、1st violin mode 周波数を 500Hz としている。

## 2.2

fiber を作る時、最初に直径 3mm の棒を作り、laser で磨く。そこから fiber を引っ張り、800  $\mu$  m まで細くする。このとき neck ができるが、そこで余分が thermoelastic loss が生じるので、5-10mm となるべく短くする。neck の thermoelastic loss の peak は 2.7Hz 以下で、aLIGO の検出周波数 10Hz より小さい。

## 3 Ear design

ear の要求値は

- ・強固な design であること。
- ・最小安全係数が 3。
- ・ear 接合部全体にかかる圧力が GEO600 と同じく 0.16MPa
- ・溶接で高温にしても結合が弱まらない。
- ・ear とその接着による熱雑音が 100Hz で  $7 \times 10^{-22} mHz^{-1/2}$  以下。

aLIGO の ear は (Fig3) のように horn が付いており、fiber が溶接しやすくなっている。ひびがあると石英の強度が弱まるので、ear はひびが最小になるよう、磨かれている。また bonding のため、flatness が  $1/10$  以下となるよう磨かれている。

upper mass に付けられた ear は test mass の ear に切り込みを入れた形状で、wire が ear に当たらないようになっている。

### 3.1

GEO600 では bond 面積が  $30 \times 10mm$  で 9.3kg の mass を吊るすが、aLIGO は 40kg を吊るすので、 $60 \times 20mm$  となる。その部分には 0.16MPa がかかるが、1.45MPa まで大丈夫である。

### 3.2

GEO600 では horn は対称な形ではなかったが、FEA によると horn が対称だと ear にかかる圧力が小さくなるので (Fig3c)、aLIGO の horn はより対称性を持つ。

horn は振り子モードの弾性エネルギーが生じないように、なるべく短くしてある。溶接点は 2200 度 (石英の融点は 1700 度) まで上がるので、bond 点の温度が 400 度以上にならないよう、horn は短くしすぎてはならない。

(Fig4a) のようにしたとき、FEA によると、laser をフルパワー (120W) で 3 分当てても、bond 部分は 311 度 - 462 度にしかならない。実際の実験ではフルパワーを使わず、3 分も当てなかったため、340 度以下にしかならなかった。

ear に aLIGO の 5 倍 (200kg のマスを吊っているのと同等) の圧力をかけたが、bond は弱まらなかった。

### 3.3

ear と HCB による熱雑音は 100 Hz で  $5.4 \times 10^{-22} mHz^{-1/2}$  以下であり、要求値を満たす。10Hz では  $1.7 \times 10^{-21} mHz^{-1/2}$  であり、10Hz の熱雑音の要求値の合計  $1 \times 10^{-19} mHz^{-1/2}$  の約 1% であることから、

熱雑音の主要な要素ではない。

## 4 Suspension construction

aLIGO では  $CO_2$  レーザーシステムで結合させる。この方法ではバーナーからの粒子や酸水素燃焼で生じる水が表面に付かない（水が付着すると力が弱まる）。

(Fig5) のように gold mirror を置き、 $CO_2$  ビームは weld point の前に当てたり後ろに当てたりする。2230 度を超えると silica vapor により weld loss が生じるので、tube で silica vapor を外に逃がしている。溶接中、fiber はピンセットで固定している (Fig5c)。

すべてのファイバーを溶接後、マスは 0.5mm 程度下がる。各溶接部を再び熱することで全ファイバーにかかる力がほぼ同じになる。ピンセットが当たっていた部分は laser で再び磨かれ、ピンセットによるひびをなくす。MIT の LASTI で prototype が作られた。(Fig6)

## 5 Thermal noise performance

### 5.1

(Fig7) のように正確なモデルで計算した。

### 5.2

#### 5.2.1

$$fiber(\omega) = surface\ fiber + bulk(\omega) + thermoelastic(\omega) \dots (4)$$

thermoelastic は (2) 式で与えられ、

$$surface\ fiber = \frac{8h}{d} s \dots (5)$$

$$bulk = 1.2 \times 10^{-11} f^{0.77} \dots (6)$$

( $s$  : 物質表面の散逸、 $h$  : 表面ロスが起こる深さ) 以上より、ファイバーの  $i$  番目の (FEA の) 要素の散逸は

$$fiber(\omega) = \frac{8h}{d_i} s + 1.2 \times 10^{-11} f^{0.77} + \frac{YT}{C} \left( \frac{\sigma_i}{E} \right)^2 \left( \frac{1}{1 + \left( \frac{\omega}{\omega_i} \right)^2} \right) \dots (7) \quad (d_i : \text{要素 } i \text{ の平均直径、} \omega_i :$$

$d_i$  を熱が通る時間、 $\sigma_i$  : 要素  $i$  の静応力)

となる。ここに、要素  $i$  の弾性エネルギーと系全体の弾性エネルギーの比がかけられ、ファイバーの total loss

$$fiber(\omega) = \sum_{i=1}^n \frac{E_i}{E_{elastictotal}} \dots (8)$$

#### 5.2.2

FEA では horn から 1mm、fiber から 1mm の計 2mm を weld としてロスを計算した。Heptonstall によると loss は  $5.8 \times 10^{-7}$  だった。このとき、 $weld(\omega) = 5.8 \times 10^{-7} \frac{E_{weld}}{E_{elastictotal}}$  ( $E_{weld}$  : weld の部分の弾性エネルギー)

#### 5.2.3

$$horntotal(\omega) = \sum_{j=1}^p \frac{E_{hornelementj}}{E_{elastictotal}} \dots (14) \quad 5.2.4 \text{ Suspension のロスの合計は } total(\omega) = \frac{1}{D} ($$

$$fiber(\omega) + weld(\omega) + horn(\omega) \dots (15) \text{ 以上より } total(\omega) = \frac{1}{E_{kinetictotal}} \left( \sum_{j=1}^n n E_i \dots \right) + 5.8 \times 10^{-7} E_{weld} + \sum_{j=1}^p p E_{hornelementj} \dots (16) \quad 5.3 \text{ これ$$

までの機械的散逸解析では、ファイバーの正確な形が考慮されていなかったが、今回の FEA ではそれを考慮して、Violin mode のロスの計算値と実験値を比較した。Fundamental mode と 2nd mode は Figure9 の通りで、結果は Table1 のようになった。表の Simple model は bending が  $800 \mu m$  のところで起きていと考えた計算値である。

FEA model のロスと実験値の差は、1st mode では 7 %、2nd mode では 19 % で、ここまで一致したのは初めてである。これまでは、ロスの実験値は計算値より 10 倍以上大きかった。

Violin mode のロスが Simple model の計算値より高いのは 2 つ理由がある。1 つは FEA から導かれる、より正確な希釈係数である。ファイバーのネックがあると弾性エネルギーが増え、希釈は 40 % ほど下がる。もう 1 つの理由は溶接部によるロスを入れたことである。

## 5.4

### 5.4.1

FEA によると振り子モードの実効変位は Figure10 の赤線のようにになる。10Hz での熱雑音は、weld loss を入れなければ  $7.4 \times 10^{-20} mHz^{-1/2}$  であり、weld loss を入れると  $9.5 \times 10^{-20} mHz^{-1/2}$  である。これらは要求値  $1 \times 10^{-19} mHz^{-1/2}$  未満を満たしている。今後の Suspension は、weld 部の散逸を減らすことで改良できることになる。

### 5.4.2

鉛直方向の共振では散逸希釈はないので、計算上  $D=1$  である。鉛直方向の運動は少し (0.1%) 水平方向の運動と coupling する。これによる熱雑音は  $x_{vertical}(\omega) = 0.001 \sqrt{\frac{4k_B T}{m} \left( \frac{\frac{2}{vertical} totalvertical(\omega)}{\frac{2}{vertical} totalvertical(\omega) + (\frac{2}{vertical} - \omega^2)^2} \right)} \dots (17)$  である。

### 5.4.3

violin mode の熱雑音は  $x_{violinmodev}(\omega) = \sqrt{\frac{4k_B T}{2m^2v^2} \left( \frac{\frac{2}{violin} totalviolin(\omega)}{\frac{2}{violin} totalviolin(\omega) + (\frac{2}{violin} - \omega^2)^2} \right)} \dots (18)$  で、 $v=1$  が 1st mode、 $v=2$  が 2nd mode に対応する。

以上をまとめたものが Figure10 である。これはファイバーの形や weld loss を初めて考慮したモデルで、10Hz で  $1 \times 10^{-19} mHz^{-1/2}$  以下という要求値を満たしている。

## 6 Conclusion

ロスが非常に小さいモノリシックな石英ミラー Suspension ステージを作り、解析する方法を示した。Suspension のプロトタイプはすでに作られ、LIGO LASTI に入れられた。ロスの実験値と理論値はよくあっていた。水平方向の熱雑音は  $9.5 \times 10^{-20} mHz^{-1/2}$  で、鉛直方向の共振周波数が 9Hz で、1st violin mode の周波数が 511Hz と、いずれも要求値を満たした。この計算は、正確なファイバーの形と weld loss を初めて取り入れている。これで、Suspension の install が 2011-2012 には始められる。今回示した設計技術と解析方法は将来の重力波天文学でも使えるであろう。