

全地球測位システム(GPS)の 重力波観測への応用とその先の展望

名古屋大学・宇宙論研究室[C研] 博士3年
日本学術振興会特別研究員(DC1)

青山尚平

Based on [1. SA, R. Tazai & K. Ichiki, *Phys. Rev. D*, **89**, 067101, \[1402.4521\]](#)

2. SA in prep. (2014?)

目次

- Introduction
- GPSの信号を用いた重力波の観測方法
- 重力波と高密度天体の衝突現象への制限
- 原子時計を搭載した人工天体を用いた
低振動数の重力波の観測可能性
- 結論

重力波とその観測方法

- 重力波は真空におけるEinstein方程式の1つの解(波動)である。
- z 軸方向に進行する重力波はTTゲージを用いて
$$ds^2 = -dt^2 + (1+h_{++})dx^2 + (1-h_{++})dy^2 + 2h_{\times \times}dxdy + dz^2$$
- 重力波の振幅(の上限)やその波形を調べることにより、
強重力場での重力の検証や
インフレーションの直接検証に利用できる。

1. 重力波はそれと垂直に進行する電磁波の振動数(波長)を変化させる。

→ 充分離れた2地点間の距離を充分高い精度で測定すれば、
重力波の検出や振幅の上限を与えることができる。

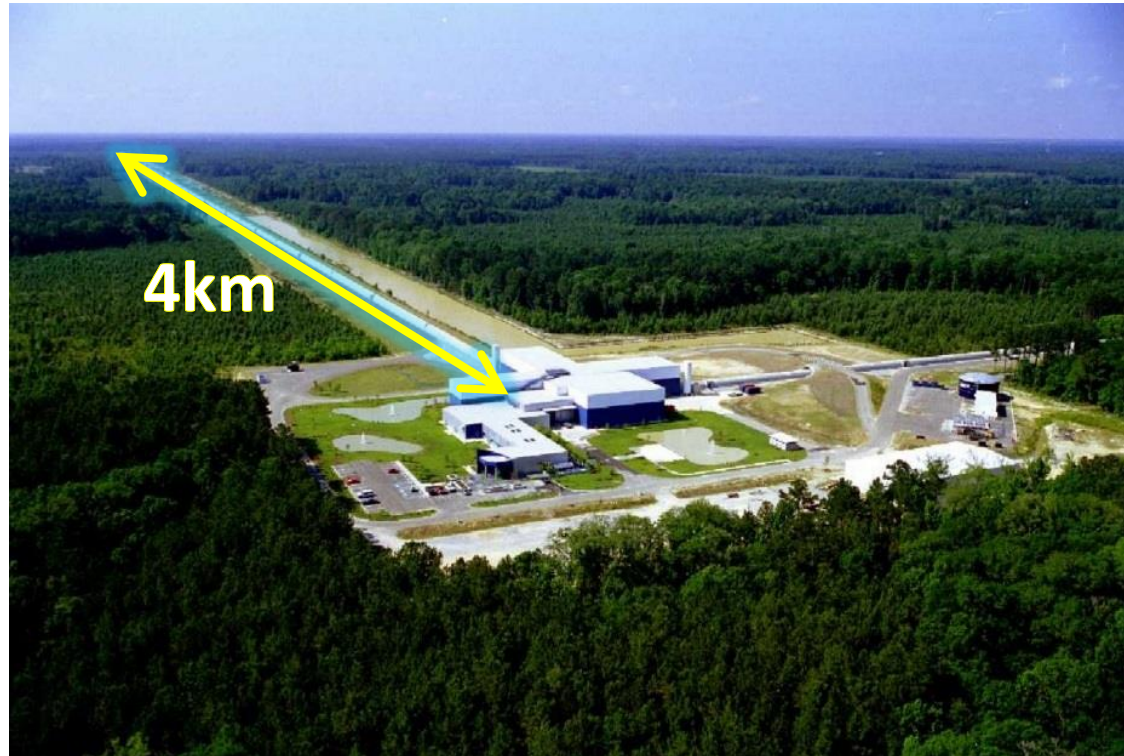
2. 重力波は物体に潮汐力を与える。

→ 充分に離れた2物体の運動や歪みを充分精度よく観測できれば、
重力波の検出や振幅に上限を与えられる。

重力波とその観測方法

長距離の距離を精密に測定する装置の中で有力なのはマイケルソン干渉計である。

50Hzから800Hzの振動数領域ではレーザー干渉計を基礎とする重力波検出器LIGO (USA), Vergo(Italy)などが稼働中で、重力波の上限として $h_c < 1 \times 10^{-24}$ @ 150Hzを与えている。



the LIGO Livingston Observatory (right) in Louisiana

http://www.ligo.caltech.edu/~ll_news/s5_news/s5article.htm

LIGO①

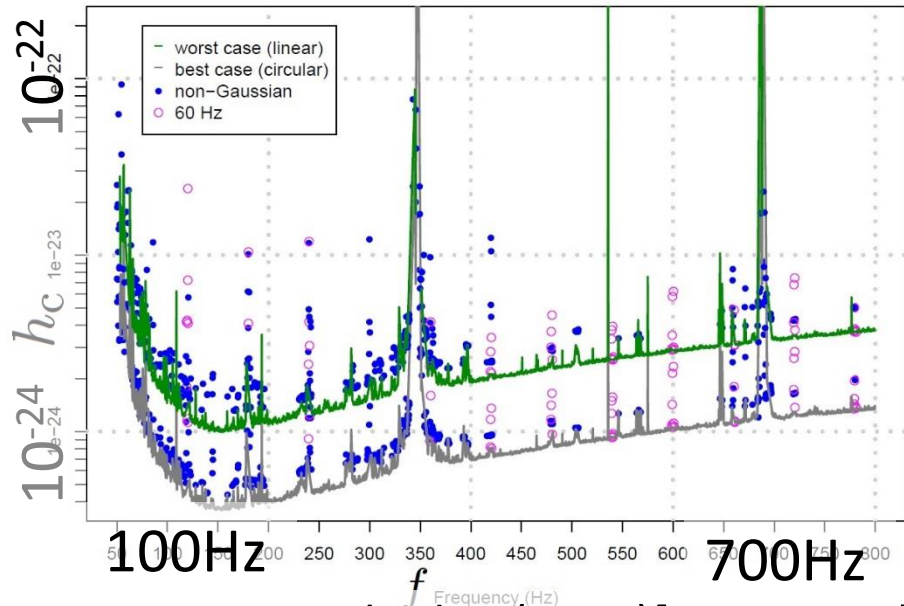
1. ガンマ線バーストGRB 070201は
M31 ($r=0.8\text{Mpc}$)の方向から
観測されたが、LIGOで重力波は
検出されなかった。

NS: $1M_{\odot} < M < 3M_{\odot}$

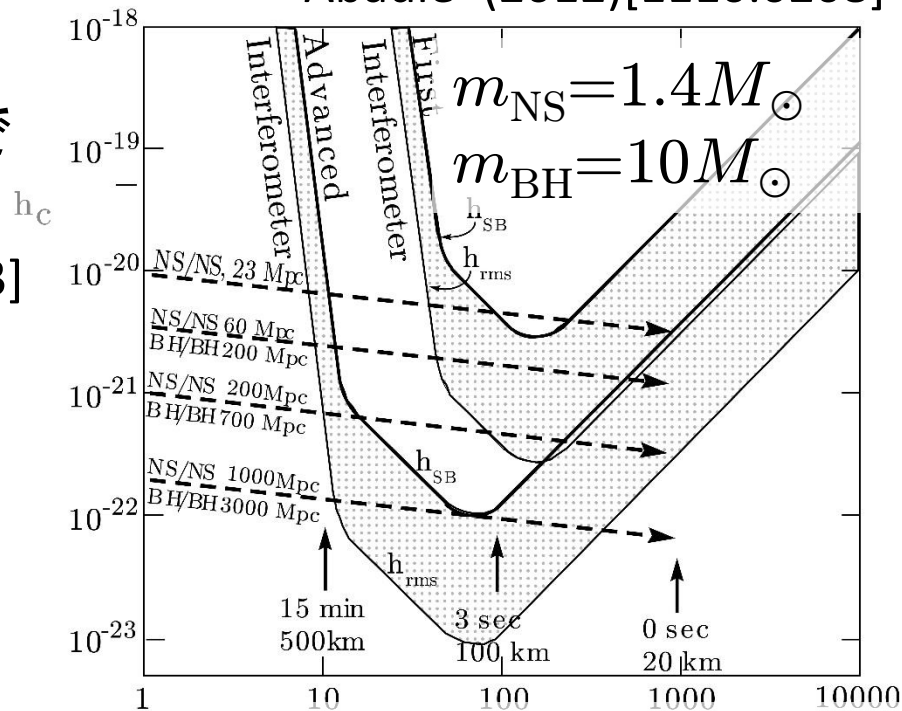
BH: $1M_{\odot} < M < 40M_{\odot}$

このmass rangeでNS-NS, BH-BH merger
がM31で起きたことがGRB 070201の
原因であるという説は99%信頼水準で
棄却した。

LIGO Scientific Collaboration(2008)[0711.1163]



Abadie+(2012)[1110.0208]



Thorne(1995)[gr-qc/9506086]

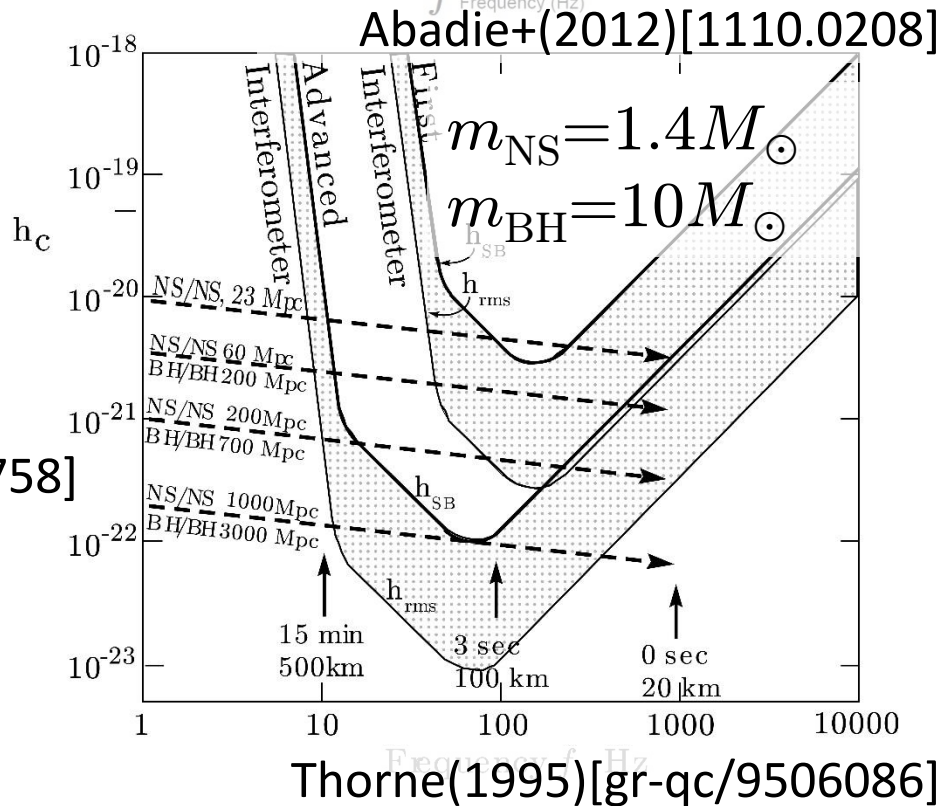
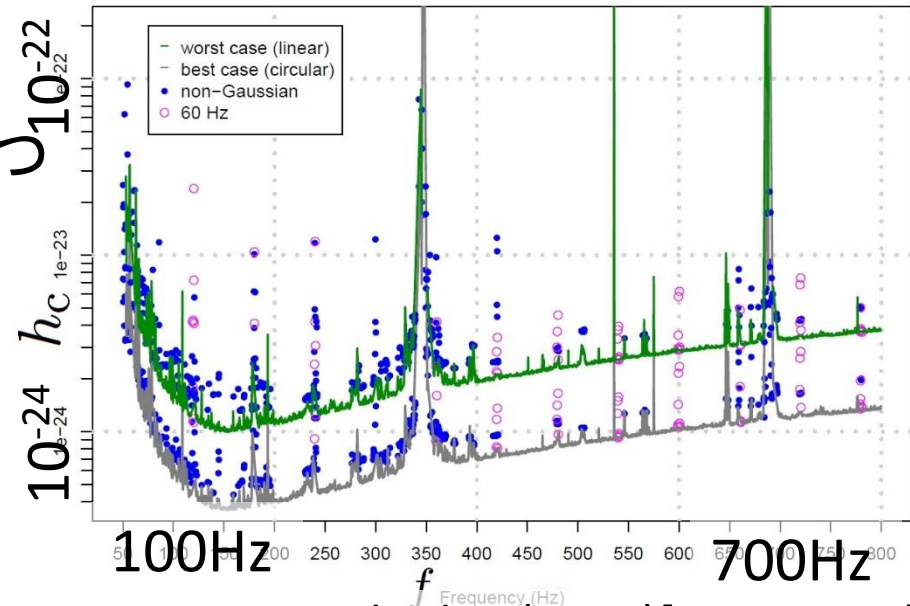
LIGO②

2. Crab pulsarの自転周期は少しずつ長くなっていることが知られている。
Spin down rate $\simeq -3.7 \times 10^{-10} \text{ Hz/s}^{-1}$
→このエネルギー放出先は何か?

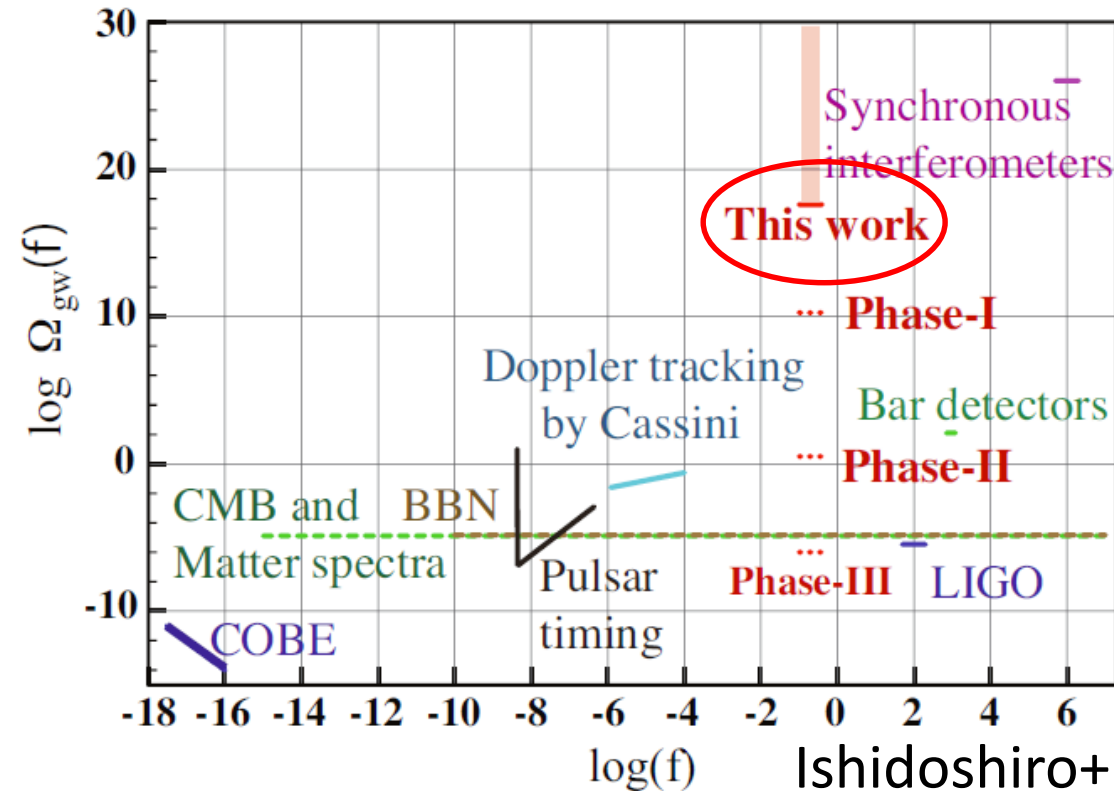
Crab pulsar ($r=2\text{kpc}$)からの
連続重力波の振幅に対して
 $h_c < 1.4 \times 10^{-24} @ 59.56 \text{ Hz} = 2T^{-1}$
を満たす。

重力波によるエネルギー放出率は
Spin down rateから推定される
その4%未満である。

LIGO Scientific Collaboration(2008)[0805.4758]



重力波の振幅の上限の一覧(2010/10/11)



図中の表記	観測手段
LIGO	レーザー干渉計
TOBA (This work)	Torsion bar
Cassini Doppler tracking	電波のFMを 測定観測
Pulsar timing	AMされた電波 の位相観測

Ishidoshiro+(2011)[1103.0346]

Energy density parameter

$$\Omega_{\text{gw}}(f) = \frac{10\pi^2}{3H_0^2} (fh_c)^2$$

$10^{-2} < f < 10^0$ Hzの領域だけ制限が極端に悪い。

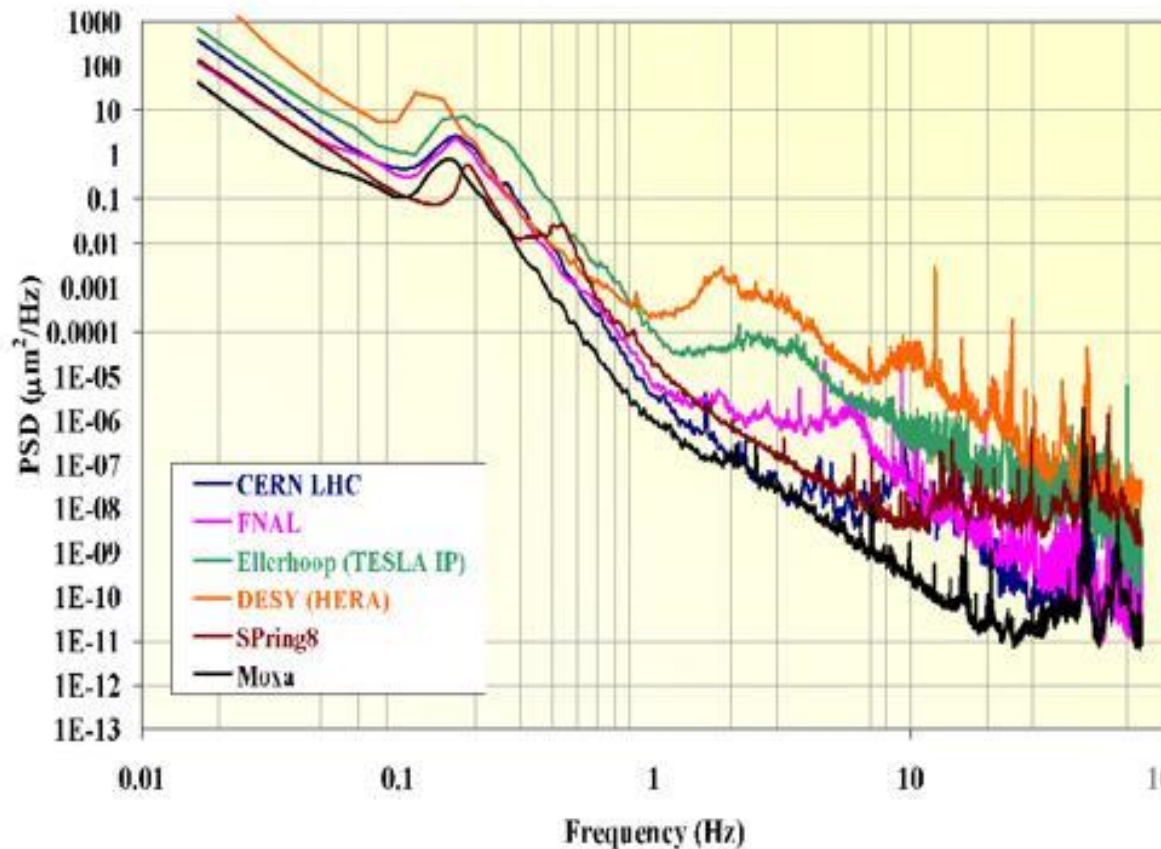
Seismic noise[地面振動]

地上に据え付けられたレーザー干渉計は

低振動数側の重力波をSeismic noiseにより見ることが難しい。

地面振動の典型的なスペクトルは $10^0 \sim 10^3 \text{ Hz}$ で

$x_s \sim 3 \times 10^{-7} (f/1[\text{Hz}])^{-2} [\text{m}/\sqrt{\text{Hz}}]$ (Shoemaker+(1988), *PRD*, 38, 423)



<http://vibration.desy.de/>

Torsion barのノイズ曲線

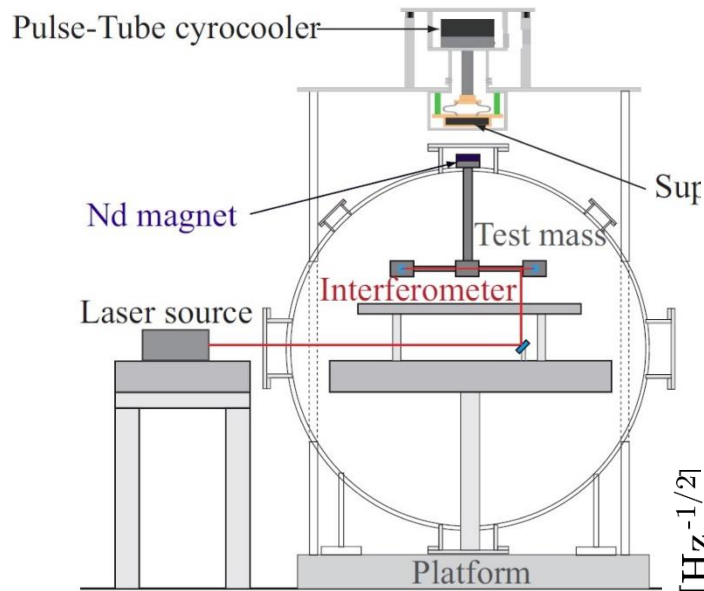
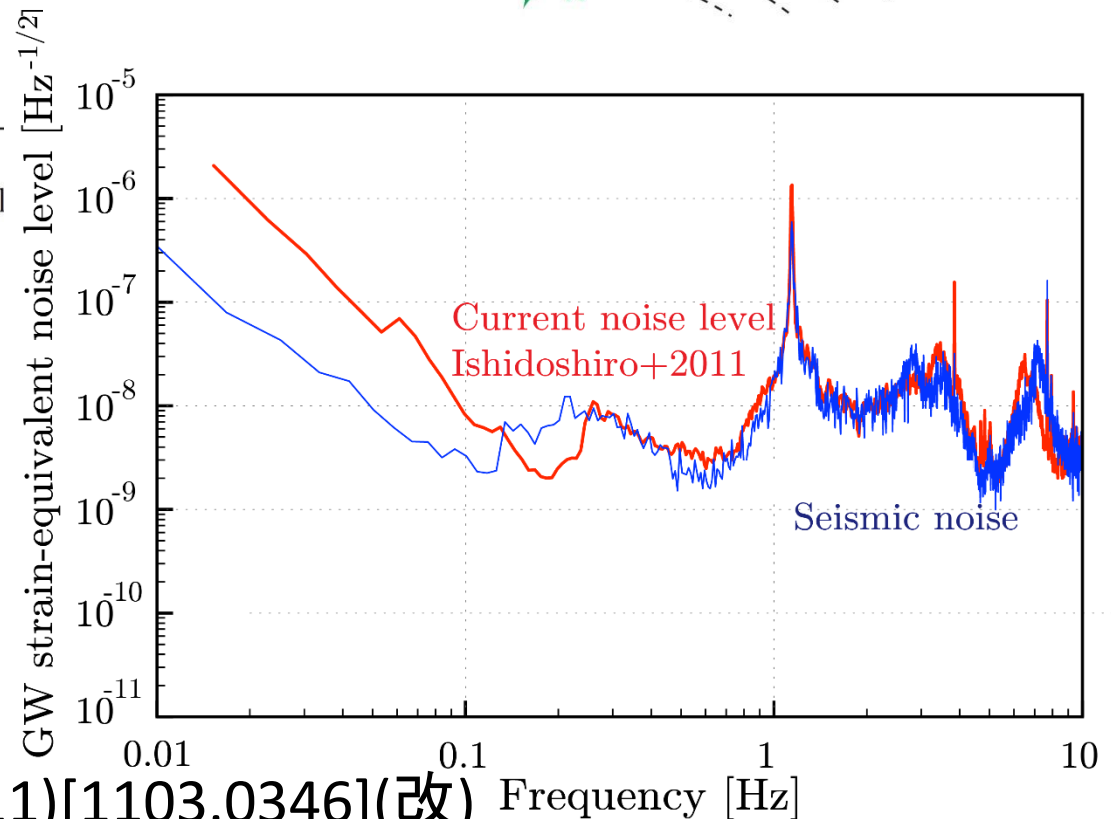
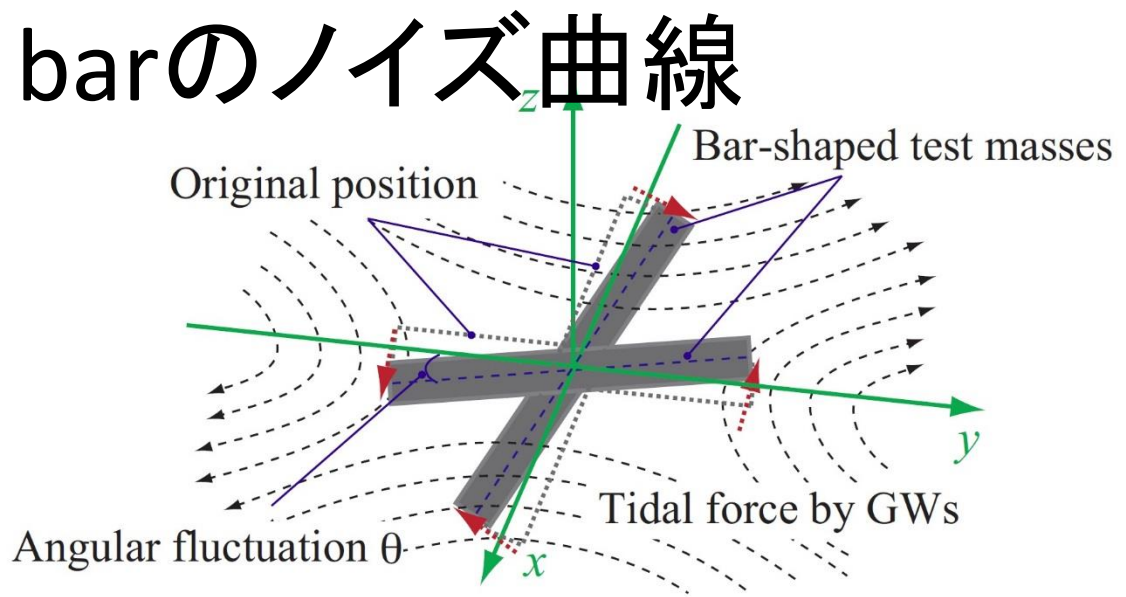


FIG. 2: Conceptual design of small-scale

初めて0.05Hzから10Hzの
重力波に対して制限を与えた。

地面振動(Seismic noise)が
障害になっている。→



Ishidoshiro+(2011)[1103.0346](改) Frequency [Hz]

Doppler tracking method

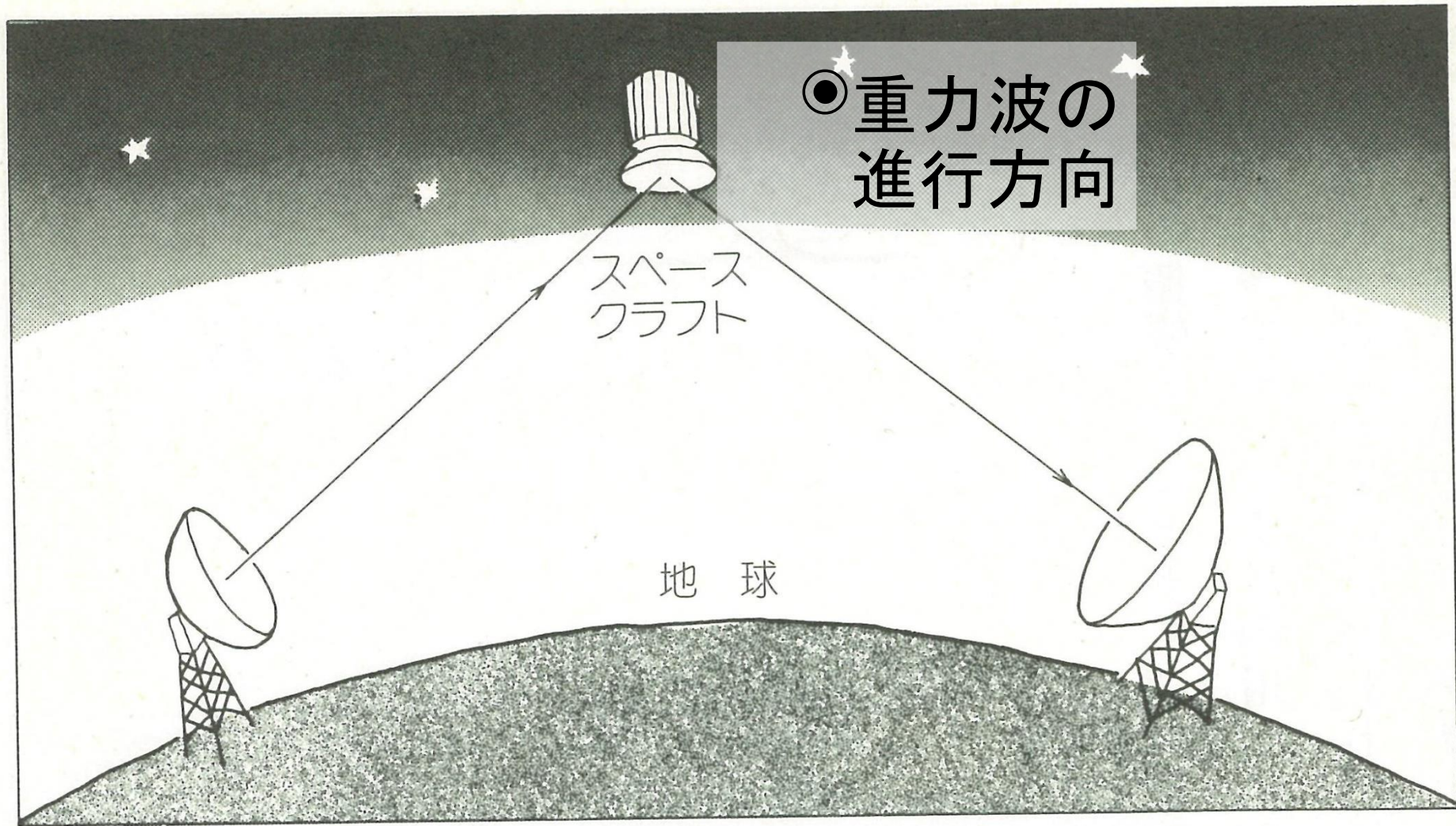


図 50 人工衛星を用いた重力波検出（ドップラー・トラッキング）

坪野公夫(1986), *時空のさざなみ*, 丸善

Doppler tracking method

- 惑星探査機Aに水素レーザーで同期した安定な電波を照射し、Aの発信器の位相を安定化する(Phase locked loop)。そしてAから安定な電波を再発信して、地上のパラボラアンテナで受信する。これに現れる電磁波の振動数のanomalousな変化を検出する。
- 特徴:基線長が非常に長い。地面振動が大きな問題にならない。

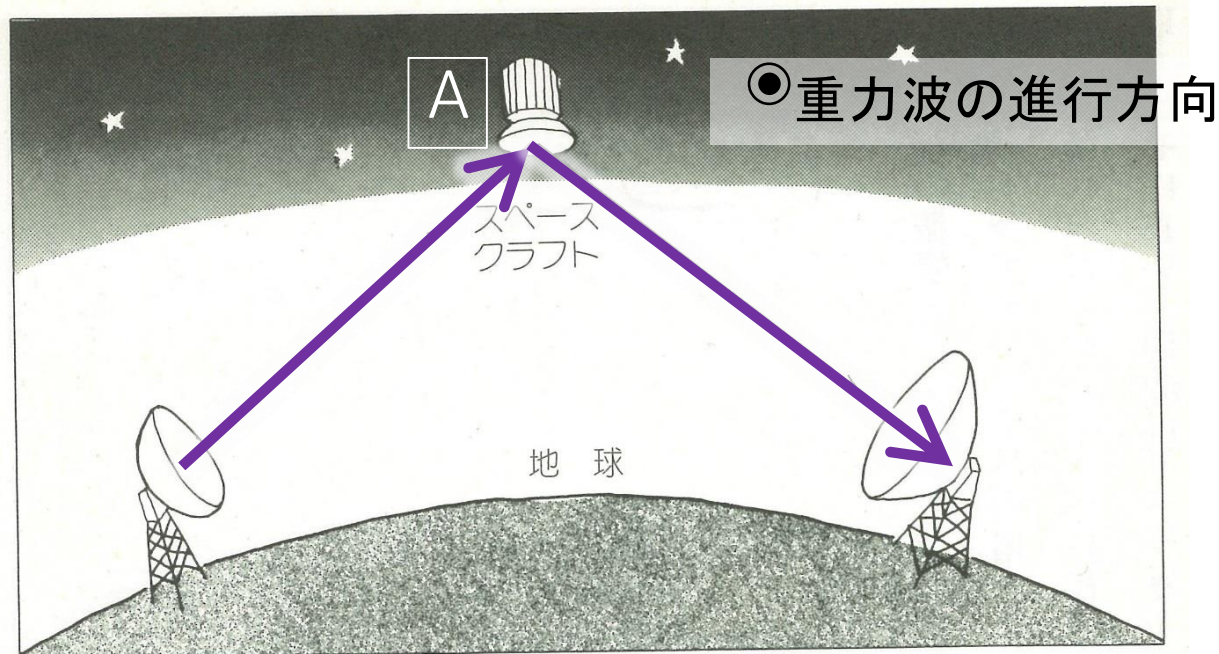


図 50 人工衛星を用いた重力波検出 (ドップラー・トラッキング)

坪野公夫(1986), 時空のさざなみ, 丸善

Doppler tracking method

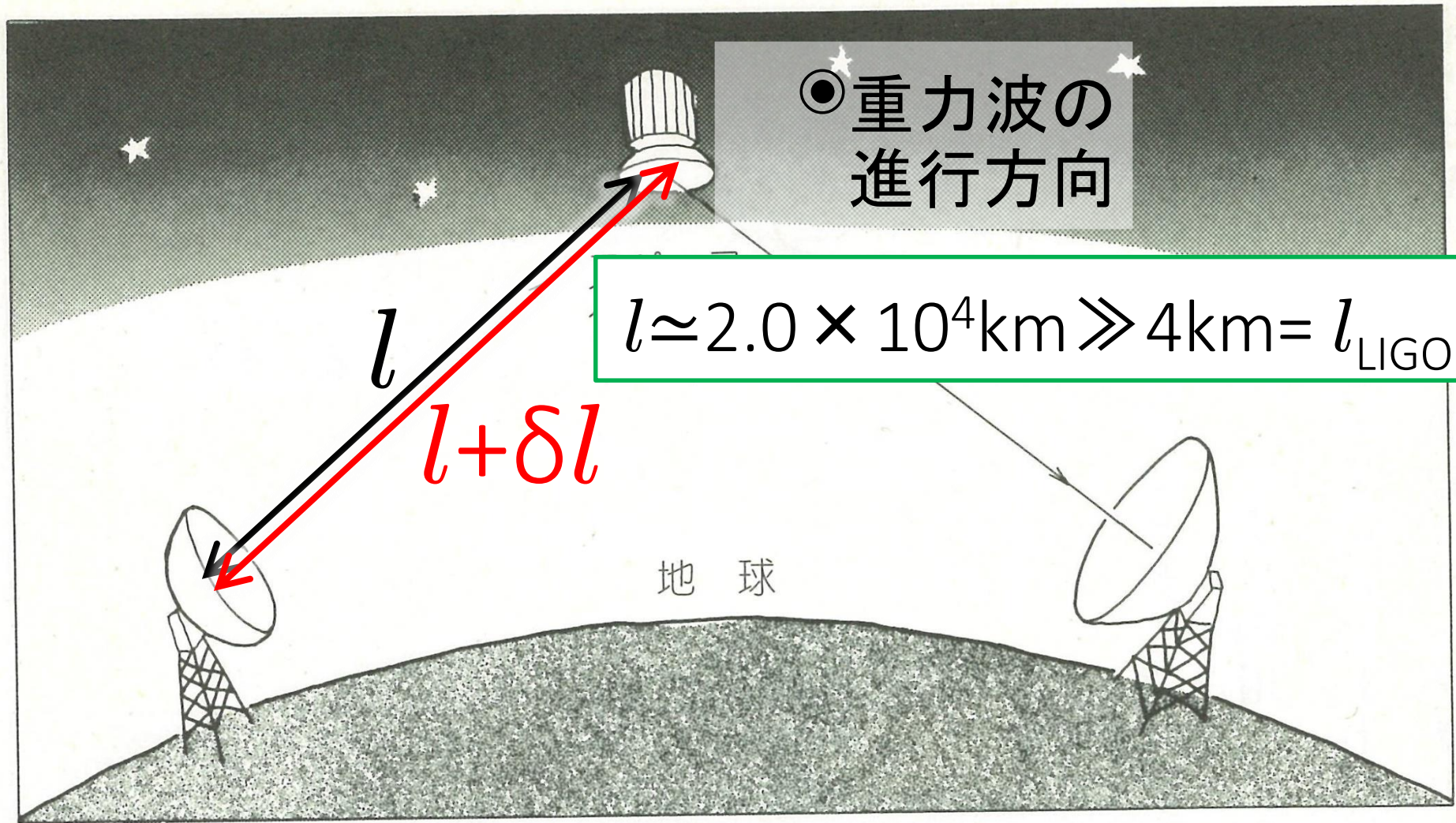


図 50 人工衛星を用いた重力波検出（ドップラー・トラッキング）

坪野公夫(1986), 時空のさざなみ, 丸善

Doppler tracking method

- 惑星探査機Aに水素メーザーで同期した安定な電波を照射し、Aの発信器の位相を安定化する(Phase locked loop)。そしてAから安定な電波を再発信して、地上のパラボラアンテナで受信する。これに現れる電磁波の振動数のanomalousな変化を検出する。
- 特徴:基線長が非常に長い。地面振動が大きな問題にならない。

例えばGPSの場合、高度は約 $2.0 \times 10^4 \text{ km}$ なので

$$x_s \simeq 3 \times 10^{-7} (f/1 \text{ Hz})^{-2} \text{ [m]} .$$

$$l_0 \simeq 2.0 \times 10^7 \text{ m}$$

$$\frac{x_s}{l_0} \simeq 1.5 \times 10^{-14} (f/1 \text{ Hz})^{-2} .$$

Doppler tracking method

時刻 t_1 に人工衛星M2から
振動数 ν の電磁波を発振して
時刻 t_2 に地上の受信機M1で受信する。
電磁波が $ds^2=0$ に沿って伝搬する

$$c(t_2 - t_1) = l + \frac{1}{2} \cos(2\psi) \int_0^l \left(h \left(t - \frac{r}{c} (1 - \cos \theta) \right) \sin^2 \theta \right) dr$$

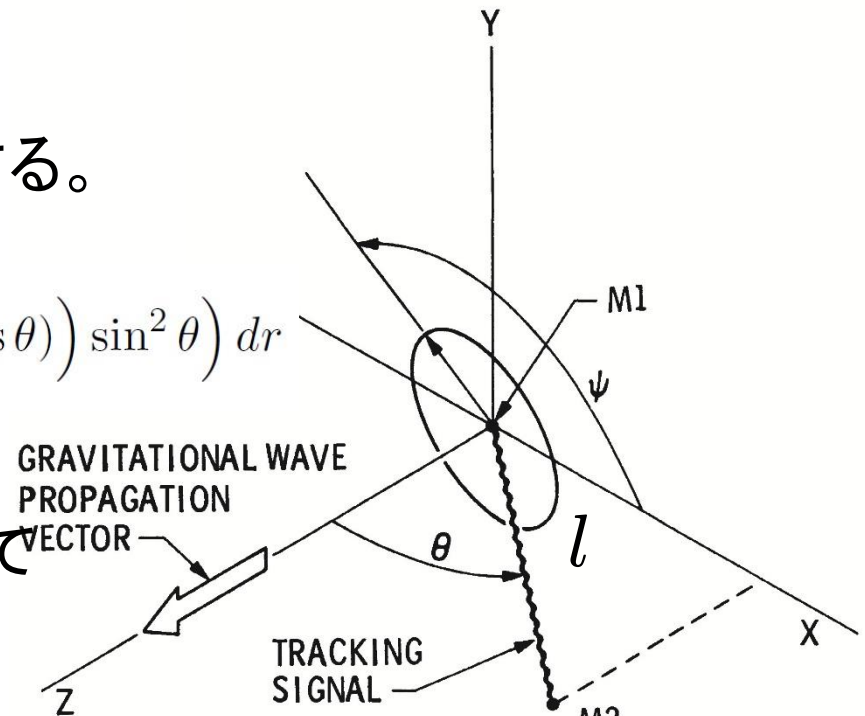
赤枠部分は
重力波の振動数が $f \ll c/l$ で
M1では基準信号との振動数差として

$$\frac{\Delta \nu_{\text{gw}}}{\nu} = \frac{l}{2c} \dot{h} \cos(2\psi) \sin^2 \theta$$

重力波として単色平面波を仮定すると

$$h(t) = h_c \sin \left(2\pi f \left(t - \frac{z}{c} \right) + \phi \right),$$

$$\dot{h}(t) = 2\pi f h_c \cos \left(2\pi f \left(t - \frac{z}{c} \right) + \phi \right)$$



David G. Blair (2005),

The Detection of Gravitational Waves,
Cambridge University Press

$$\psi = 0, \theta = \pi/2$$

$$h_c < \frac{c}{\pi l f} \frac{\Delta \nu}{\nu}$$

全地球測位システム[GPS]

- 精密な原子時計を搭載して、自分の位置情報と極めて正確な時刻[協定世界時+16秒]を発信する31機の人工衛星からなる測位システム。(高度 2.0×10^4 km)
- 4機以上の数の衛星から電波を受信して三角測量で受信者(自動車、デジタル携帯端末など)の位置を測定する。位置測定の精度は1m。
- 一般相対性理論が運用上不可欠な数少ない工学系
- 発振振動数は
L1: 1.57542 GHz ($\lambda=19.04$ cm)
L2: 1.22760 GHz ($\lambda=24.42$ cm)



全地球測位システム[GPS]

- このGPS衛星の電波発振器はナビゲーション制度維持のため、原子時計と同期して発振しており発振安定性は $\Delta\nu/\nu \leq 10^{-15}$ 。
- 地上では安定なGPSの電波を受信し、Phase Locked Loop回路に水晶発振器を安定化させるGPS disciplined oscillatorが多数ある。

このGPS disciplined oscillatorで T 秒間のGPS信号を観測して地上の発振器は $\Delta\nu/\nu = 1 \times 10^{-12} (1 < T < 100\text{sec})$ に安定化できる。

Lombardi(2008), *Measure: The Journal of Measurement Science*, 3, 56

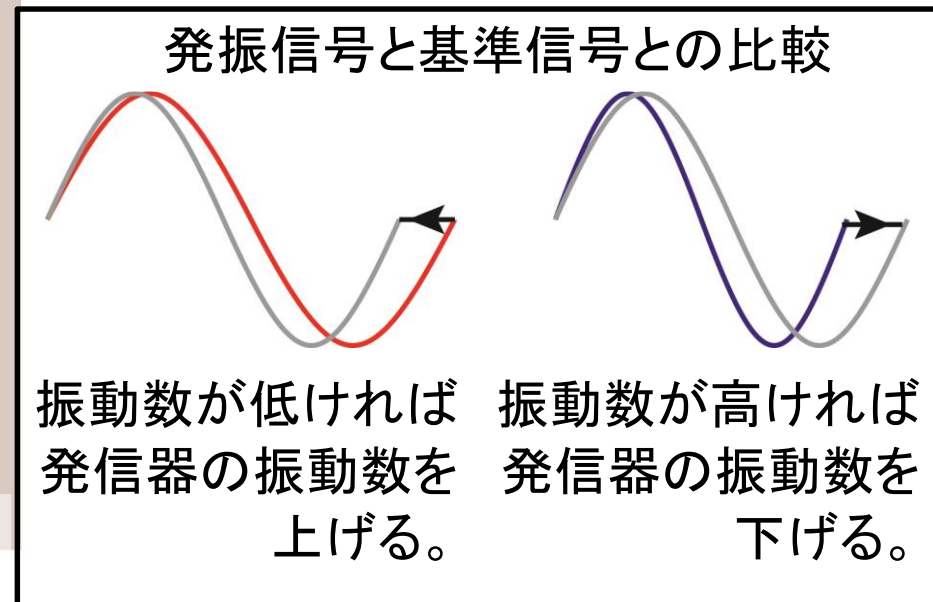
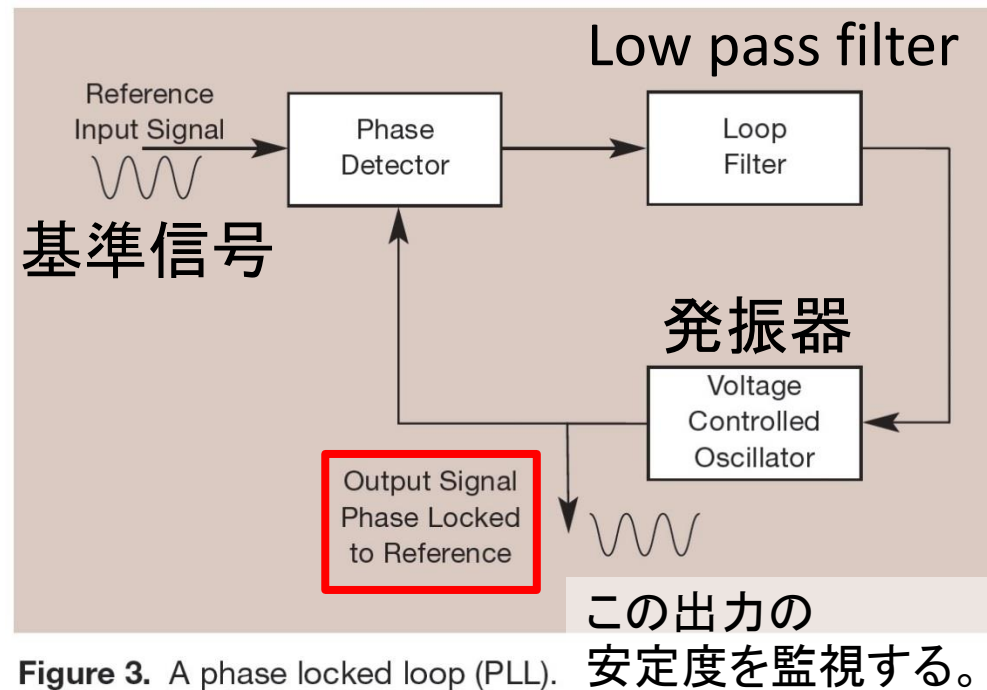


Figure 3. A phase locked loop (PLL).

Doppler tracking method

$$\frac{\Delta\nu_{\text{gw}}}{\nu} = \frac{l}{2c} \dot{h} \cos(2\psi) \sin^2 \theta$$

重力波として単色平面波を仮定すると

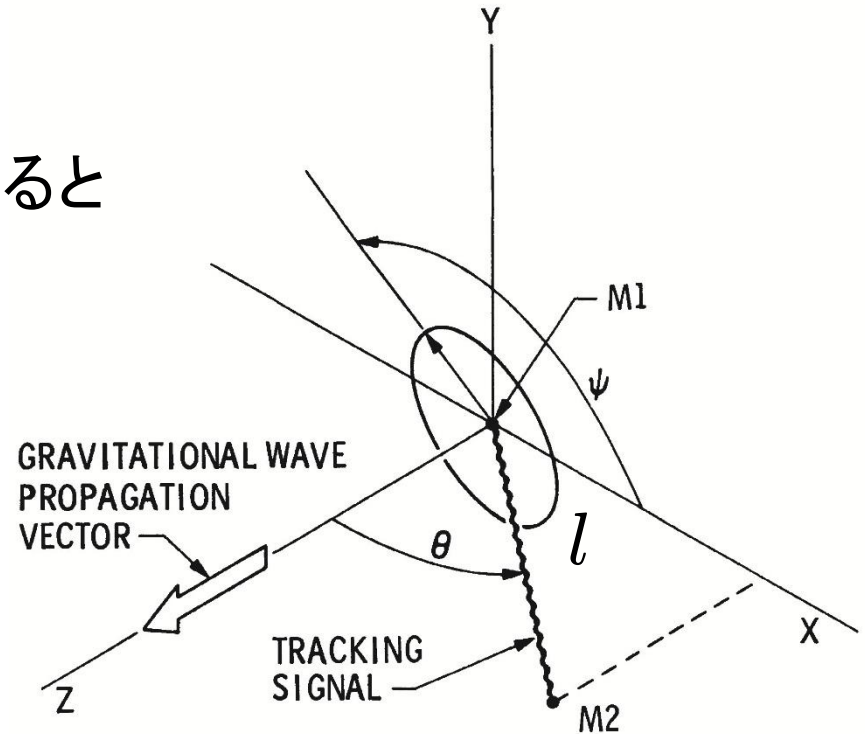
$\psi = 0$, $\theta = \pi/2$ に関して

$$h_c < \frac{c}{\pi l f} \frac{\Delta\nu}{\nu}$$

$$\Delta\nu/\nu < 10^{-12}$$

[1sec ~ 100sec]

Lombardi (2008)

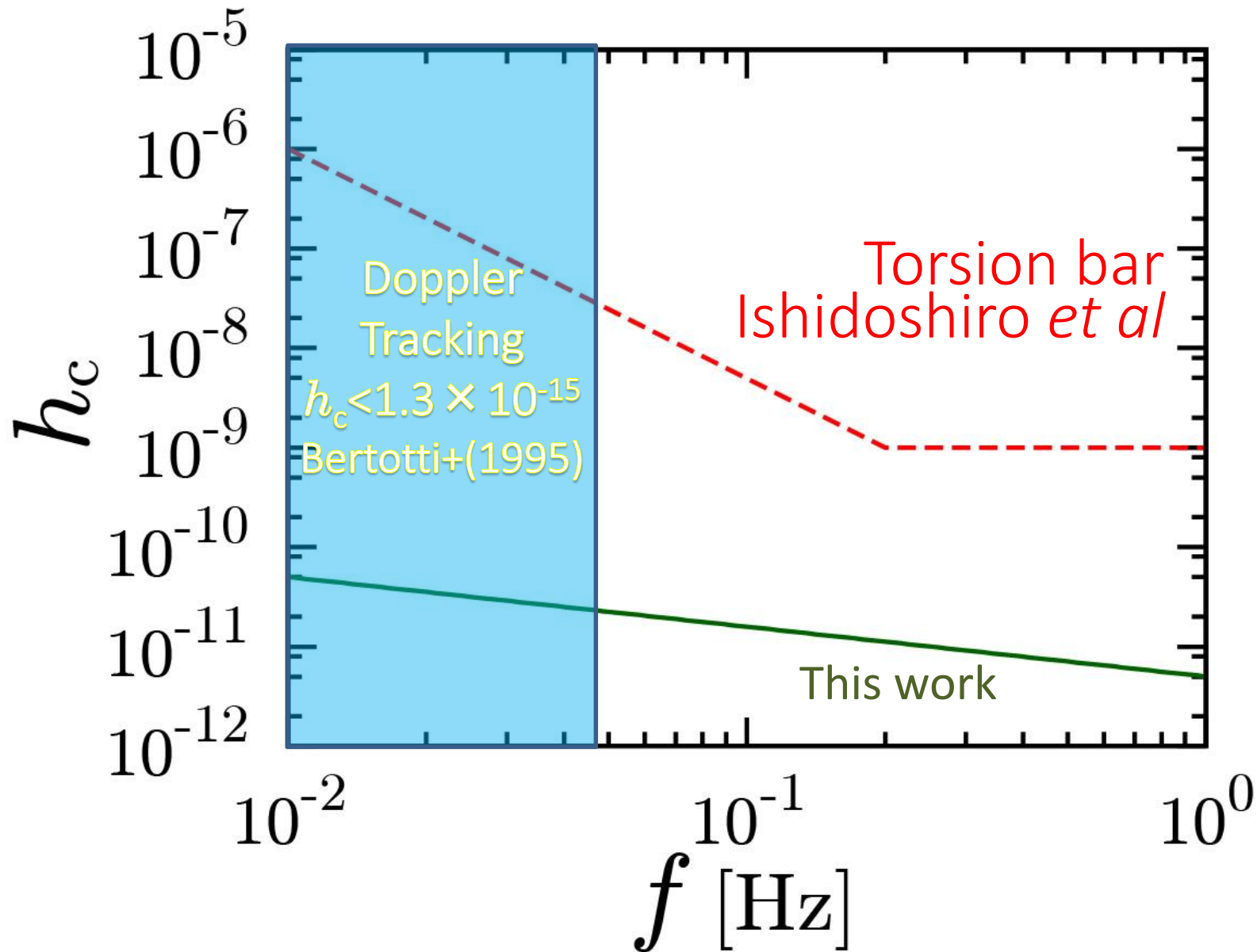


David G. Blair (2005),

重力波によるfrequency modulationは
ノイズに埋もれている。*The Detection of Gravitational Waves*,
Cambridge University Press

$$h_c < 4.8 \times 10^{-12} \left(\frac{1\text{Hz}}{f} \right)$$

GPS信号からの重力波振幅の制限



$10^{-2}\text{Hz} \lesssim f \lesssim 1\text{Hz}$ の重力波のsource

質量 M の2つのIntermediate mass black holes[IMBH]の Binaryの合体を考える。Merging phaseにおいて

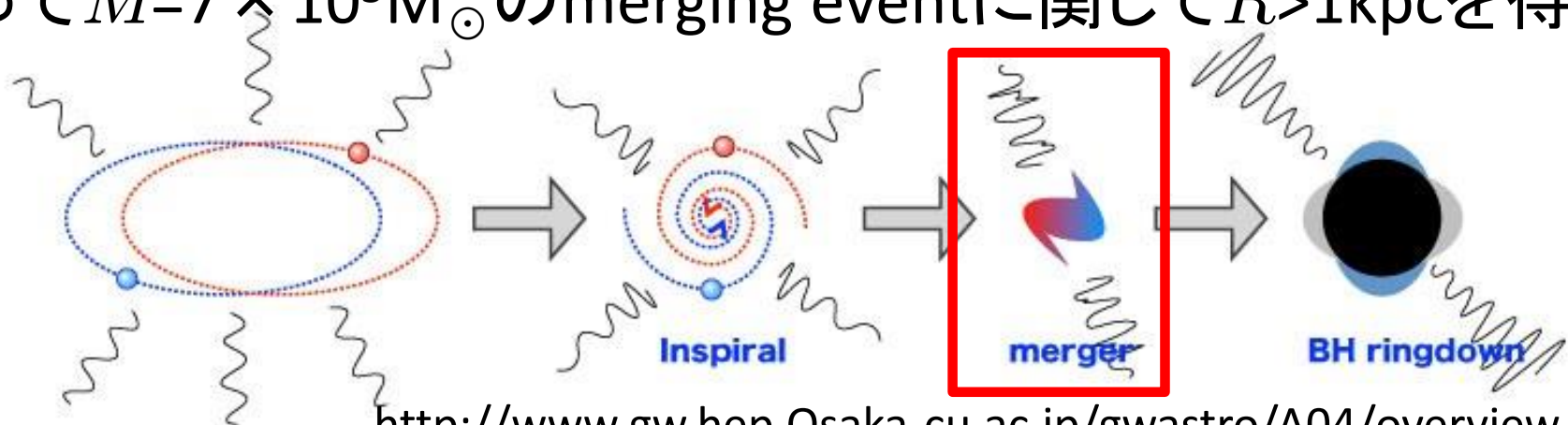
$$f_{\text{QNM}} = 0.056 \times \left(\frac{7 \times 10^5 M_{\odot}}{M} \right) [\text{Hz}]$$

$$h_{\text{QNM}} = 5.39 \times 10^{-18} \left(\frac{\varepsilon}{0.01} \right)^{1/2} \left(\frac{M}{7 \times 10^5 M_{\odot}} \right) \left(\frac{4\text{Gpc}}{R} \right)$$

$$t_{\text{QNM}} = 3.47 \times \left(\frac{M}{7 \times 10^5 M_{\odot}} \right) [\text{sec}]$$

Matsubayashi+(2004), *ApJ*, **614**, 864

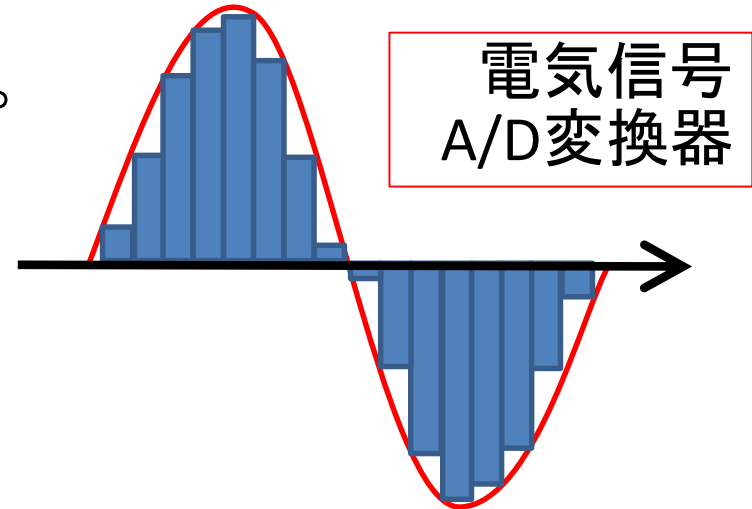
よって $M=7 \times 10^5 M_{\odot}$ のmerging eventに関して $R>1\text{kpc}$ を得る。



GPSによる重力波振幅への制限の限界

- この方法の限界は位相検出精度により、ほぼ決まっている。
これ以上の制限を課すのは難しい。

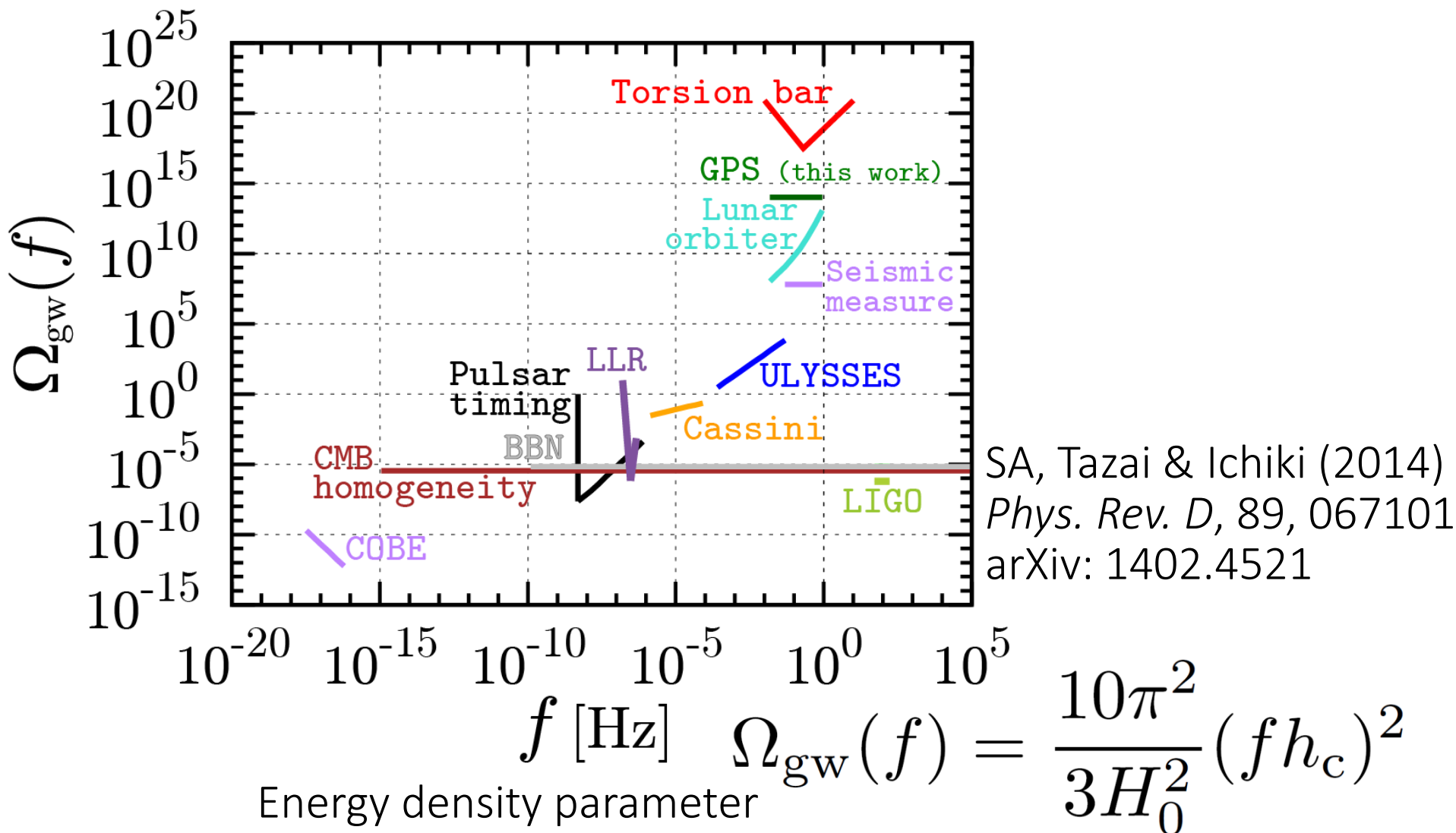
Source	Resulting Error (ff)*
Modem quantization	$\sim 2 \times 10^{-13} / \tau$
Unmodeled zenith troposphere	$\sim 2.6 \times 10^{-15}$
IGS troposphere maps	$\sim 1.3 \times 10^{-15}$
Unmodeled zenith ionosphere**	$\sim 5 \times 10^{-15}$
IGS ionosphere maps**	$\sim 3 \times 10^{-15}$



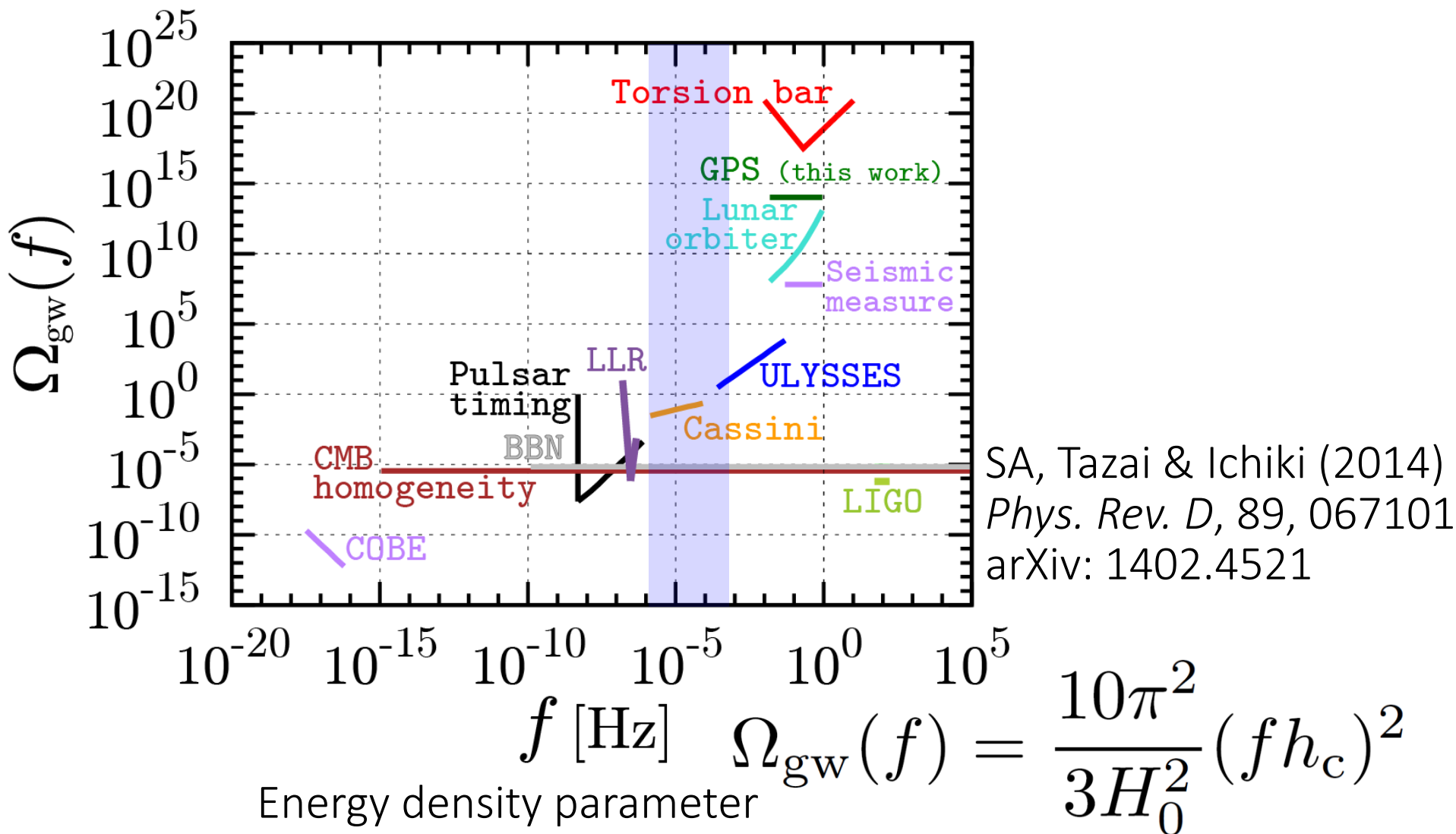
$\Delta v/v > 10^{-15}$ のノイズ源の一覧 Fonville+(2005),

36th Annual Precise Time and Time Interval (PTTI) Systems and Applications Meeting

重力波の振幅の上限の一覧(2014/2/14)



重力波の振幅の上限の一覧(2014/2/14)



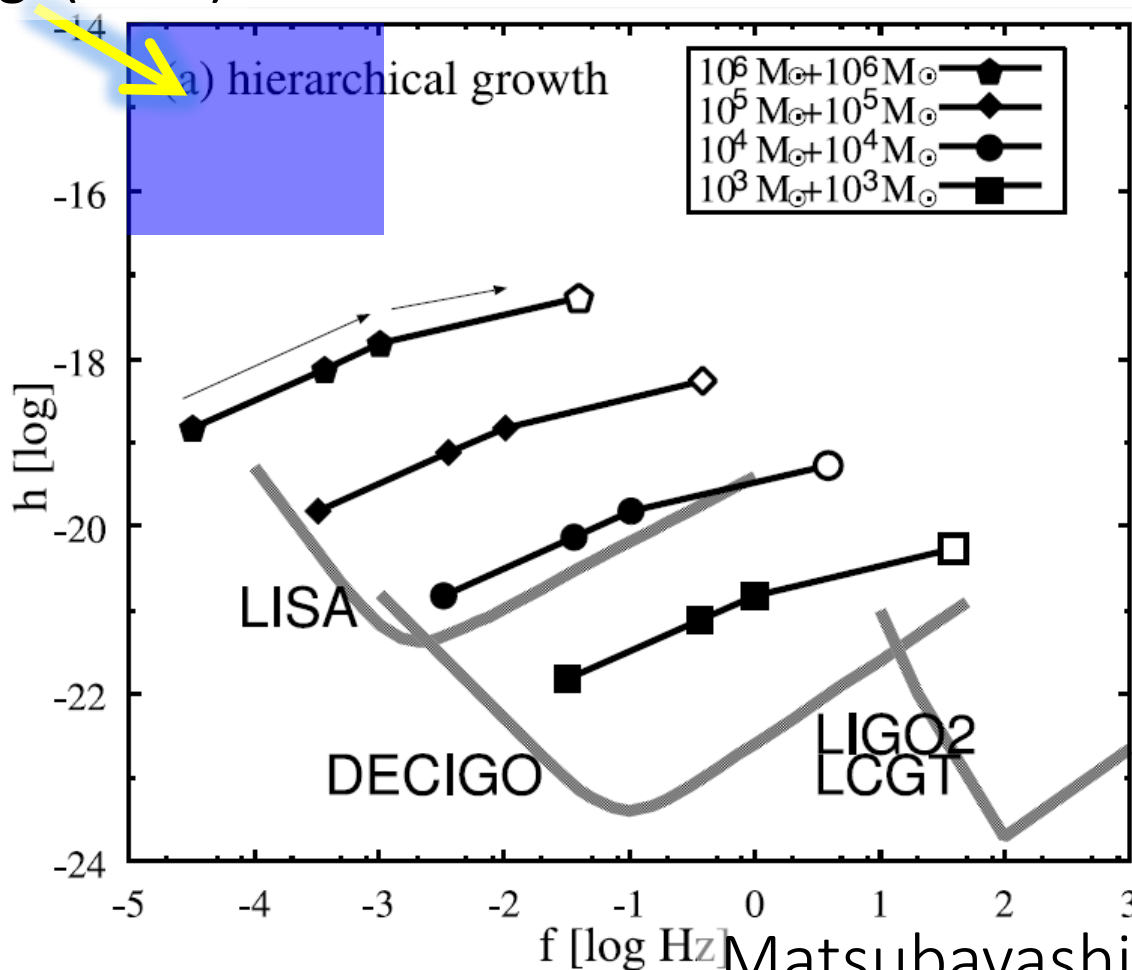
次の目標: $10^{-6} < f < 10^{-3}$ Hzの領域だけ制限をより良くしたい。

Supermassive blackholeの 生成起源は何か?

Excluded by Cassini
Armstrong+(2003)



<http://www.jpl.nasa.gov/images/cassini/cassini-concept-browse.jpg>



LISAやDECIGOなどの将来観測機で観測可能。

Matsubayashi *et al.*, (2004),
ApJ, **614**, 864

LISAやDECIGO以外で
 $10^{-6} < f < 10^{-3}$ Hzをより精度よく方法はないか。

- SA, Tazai & Ichiki(2014)で原子時計を搭載した人工衛星との通信により重力波の振幅に有意な制限を与えることに成功した。
- もし、次のCassini級の土星探査機に極めて安定・正確な原子時計が搭載され、これと非常に振動数ゆらぎの小さい通信が実現すれば、その探査機は重力波観測装置となりうる。

- たとえば、ある電波を振動数安定性 $\Delta\nu/\nu \lesssim 10^{-18}$ を保ったまま地球—木星間の距離(1.5×10^{12} [m])伝搬させられたとする。

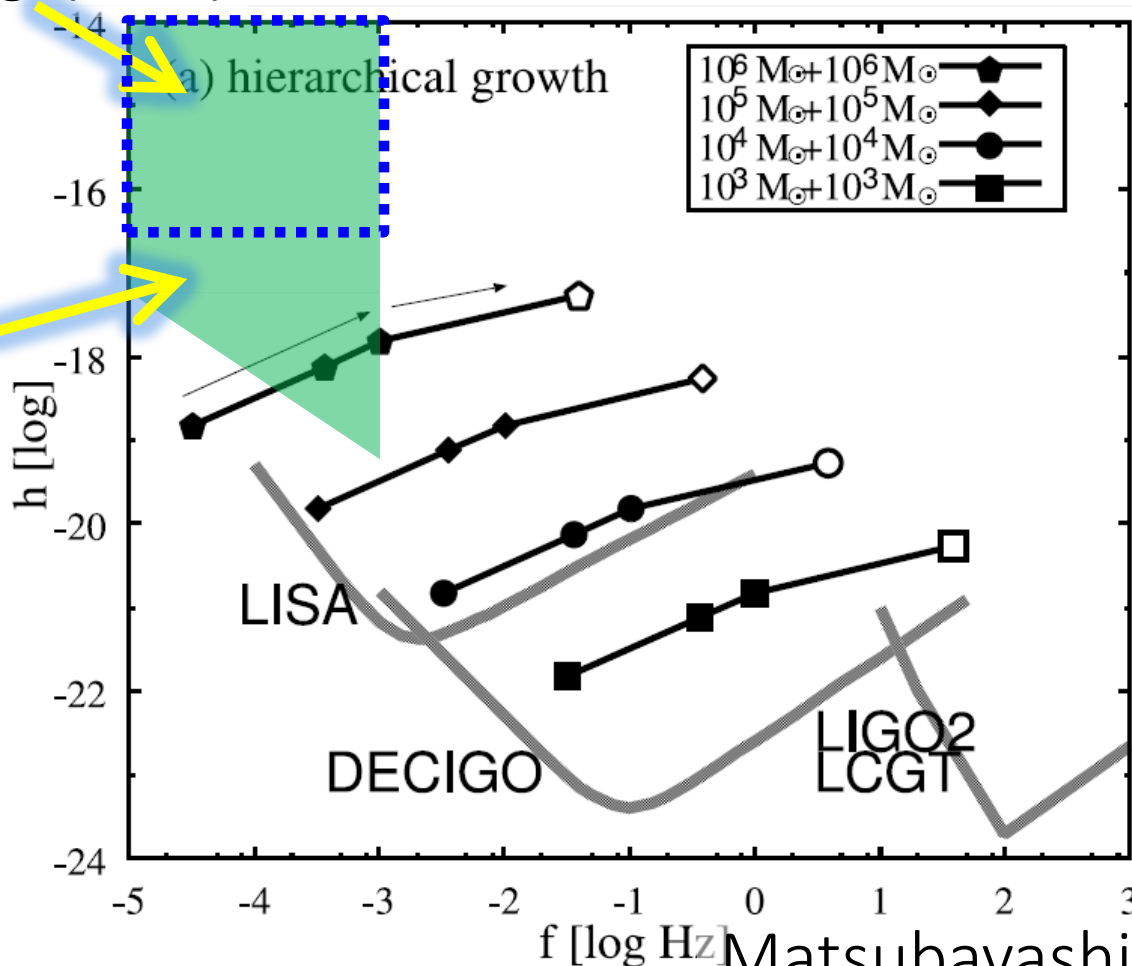
$$h_c < \frac{c}{\pi l f} \frac{\Delta\nu}{\nu} \quad \text{により、}$$

$$h_c < 0.6 \times 10^{-19} \left(\frac{10^{-3} \text{ Hz}}{f} \right) \quad \text{という制限が可能になる。}$$

SMBHの種のIntermediate massive black hole mergerが 観測できるかもしれない。

Excluded by Cassini
Armstrong+(2003)

This proposal
(2014?)



Matsubayashi *et al.*, (2004),
ApJ. **614**, 864

この通信の実現を妨げる ノイズの一覧

[J. W. Armstrong (2006), *Living Rev. Relativity*, 9, 1]

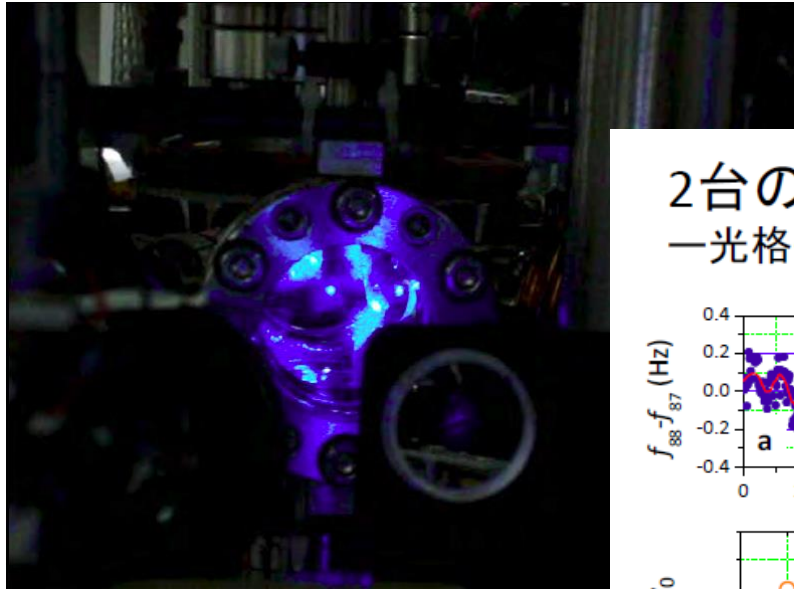
Noise source	σ_y [1000 s]	Comment
Frequency standard	$\simeq 8 \times 10^{-16}$	fundamental noise source [1, 22]
Antenna mechanical	$\simeq 2 \times 10^{-15}$	DSS 25 (34-m antenna) under favorable conditions [19]
Ground electronics	$\simeq 2 \times 10^{-16}$	measured in controlled test, DSS 25 [1]
Plasma phase scintillation	$< 10^{-15}$, for Ka-band and SEP $> 150^\circ$	σ_y depends on SEP; dispersive; scales as square of radio wavelength; see Figure 10
Stochastic spacecraft motion	$\simeq 2 \times 10^{-16}$	Cassini in quiet cruise [122, 123]; see Figure 13
Receiver thermal noise	$\text{few} \times 10^{-16}$	depends on link SNR and detector bandwidth [23]
Spacecraft transponder noise	$\simeq 10^{-16}$	preflight tests of Cassini Ka-band translator [1, 22]
Tropospheric scintillation (raw)	$< 3 \times 10^{-15}$ to $\simeq 30 \times 10^{-15}$	variable; nondispersive [20, 71]
Tropospheric scintillation (corrected)	$< 1.5 \times 10^{-15}$ to $\simeq 3 \times 10^{-15}$	under favorable conditions [19]; median conditions in connected-element interferometry tests [90]

載せる時計の安定性と精度で $\Delta\nu/\nu_0=10^{-18}$ を達成したとしても
転送するときにノイズが加わってしまう。

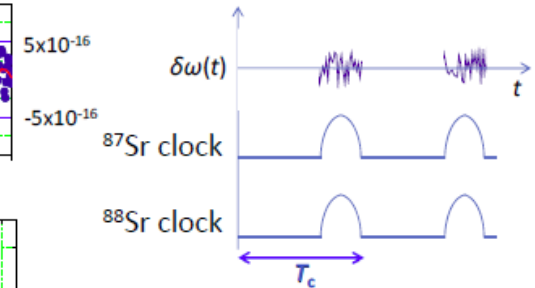
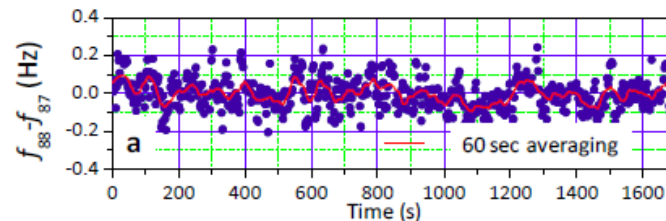
Frequency standardの問題

$\Delta\nu/\nu \simeq 10^{-18}$ を実現可能な発信器[時計]

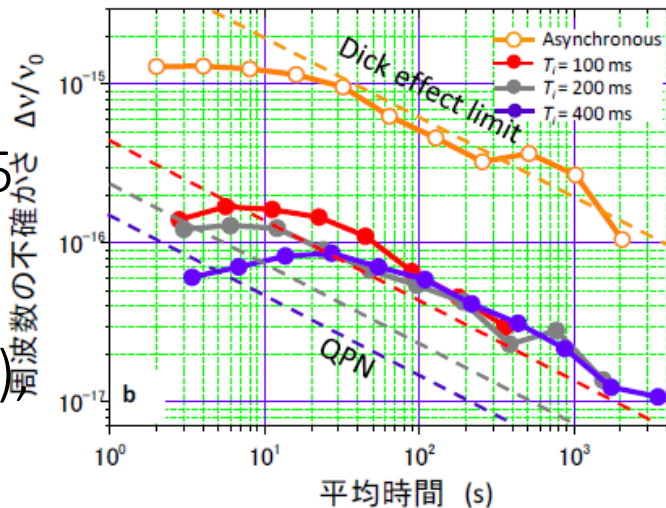
光格子時計/optical lattice clock



2台の光格子時計 (^{87}Sr - ^{88}Sr) の同期比較
—光格子時計は光格子時計でないと評価できない—



光時計で $N \approx 1,000$ 原子の
量子限界を初めて達成。



- ← 月や太陽の潮汐効果
- ← 0.3Kの黒体輻射シフト
- ← 10 cm の高度差の重力シフト

M. Takamoto, T. Takano, & H. Katori,
Nature Photon. 5, 288 (2011).

H. Katori *et al.*, (2003),
Phys. Rev. Let., 91, 173005
[physics/0309043].

M. Takamoto *et al.*, (2005)
Nature, 435, 321

Scintillation対策

scintillationはほとんどline of sight上のプラズマにより生じる。

→プラズマの電子密度DMを精密に測定すればいい。

$$\frac{\Delta\nu}{\nu} = \frac{e^2\nu^{-2}}{2\pi m_e c l} \text{DM}$$

※DM: dispersion measure

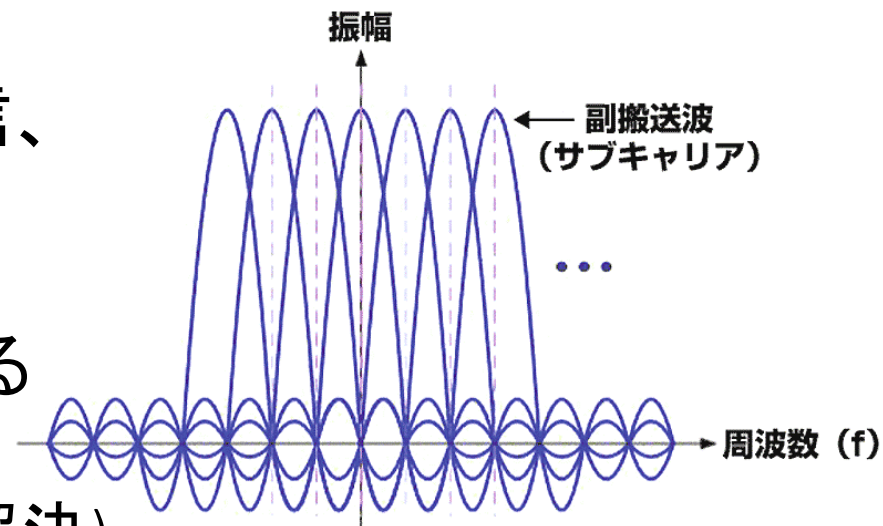
$$\text{DM} \equiv \int_0^r n_e ds$$

- Cassiniでは2個のキャリア間の位相差を測定することで
 - scintillationを90%削減に成功。[Armstrong+(2003),ApJ]
 - 目標達成にはS/Nを 2×10^3 倍よくする必要がある、これには
 - DMを 4×10^6 回測定する必要がある。
-
- これにキャリア1500個、アンテナ3000台を用いる。
↑非現実的???

Scintillation対策①発信器

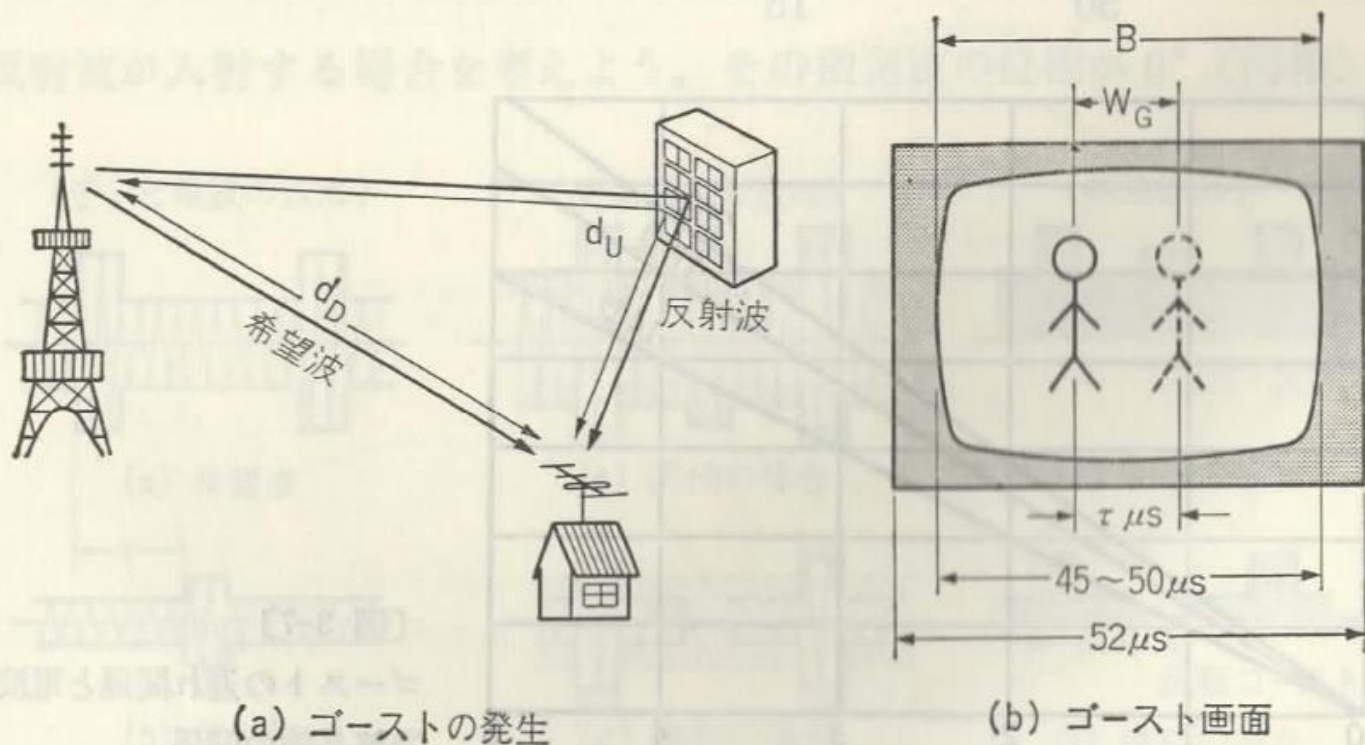
- OFDM(orthogonal frequency-division multiplexing)
- 直交周波数分割多重方式
- 1つの集積回路で1つのキャリアを
- $O(100) \sim O(1000)$ 個のサブキャリアに分割する。
- 地上デジタル放送: 5617本

- 1つの回線の信号転送速度は
- $1/100 \sim 1/1000$ になる。
- 地上波デジタルテレビの送受信、
- Wifi, Bluetoothの
- 送受信を構成する基本技術。
- (例: アナログテレビ放送における
- ゴースト問題と
- 地上波デジタル放送における解決)



3.1.2 ゴースト

建造物による受信障害は、その直接の原因がしゃへいによるものであれ、反射によるものであれ、ゴーストとして現れるのがほとんどであることは前述したが、ここではその性質を説明しよう。



Scintillation対策②受信器

- SKA(square kilometer array)
- 総集光面積が 1km^2 に相当する電波天文台
- 2010年代後半から建設開始予定。
- 観測とする振動数帯は70 MHzから10 GHz



http://regmedia.co.uk/2011/07/11/square_kilometre_array_dishes_close_up.jpg

- 南アフリカとオーストラリアに建設
- 可動式の3000台の
- パラボラアンテナ[dishes]で構成。
- 各々のパラボラアンテナでは
- 複数バンドの観測が可能。

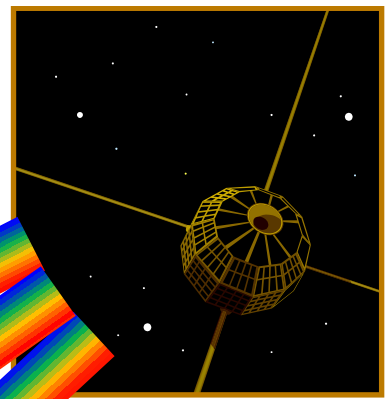


<http://www.phy.cam.ac.uk/research/research-groups-images/ap/images/SKA.jpg>

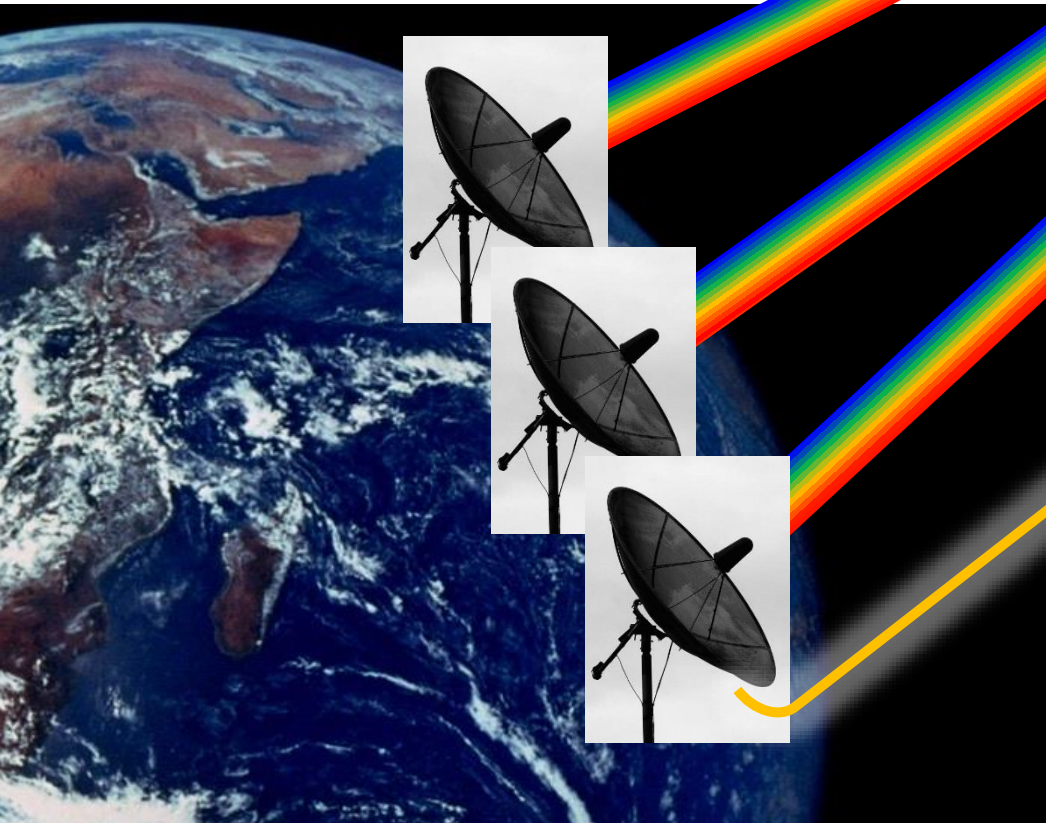
- 電波天文台をつかったテレビ中継の例
- アポロ11号の月面着陸[1969年7月20日]

イメージ図

of sub carrier: N_1



of dishes N_2



10 AU =
 1.5×10^{12} m

結論

- GPSの電波が地上の発信器を良い精度で安定化できることから、 $0.01\text{Hz} < f < 1\text{Hz}$ において重力波の振幅に制限を与えた。
- Matsubayashi+(2004)を用いてIMBHの衝突現象に $R > 1\text{kpc}$ @ $M = 7 \times 10^5 M_{\odot}$ の制限を与えた。
- 受信機の位相観測精度限界により、これ以上の感度向上は難しい。
- 新しい原子時計を搭載した人工天体との電波通信を
- 次世代の電波天文台で受信することで新しい重力波の
- 振幅の制限や観測が可能かもしれない。

おわり

Backup スライド

月レーザー測距実験(Lunar Laser Ranging)

- 1969年から1972年までの有人月面探査計画のうち、アポロ11, 14, 15号では月面に鏡が設置された。
- これに地上から高強度のレーザーを照射して、光子のtime of flightを測定することで月までの距離を精密に測定する。

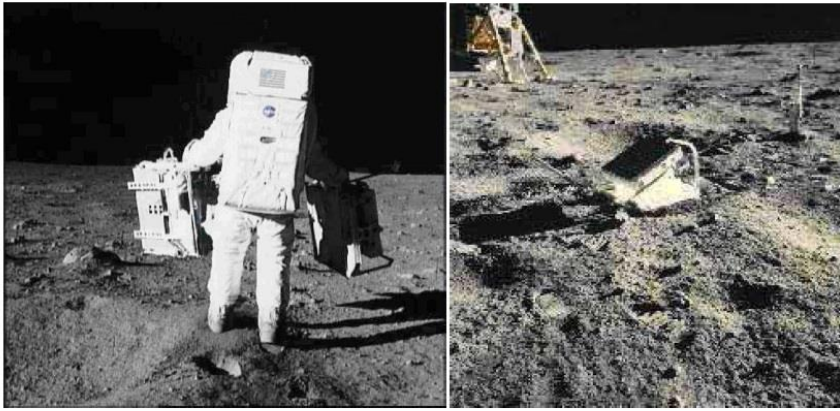
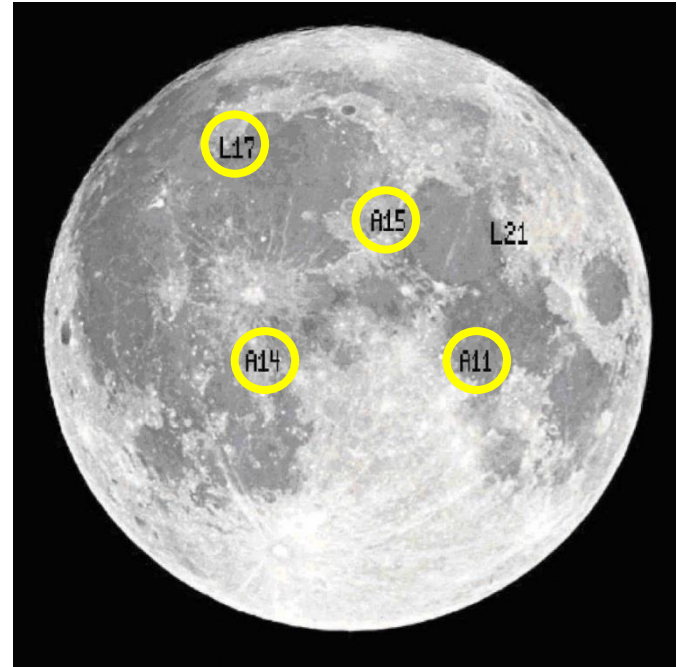
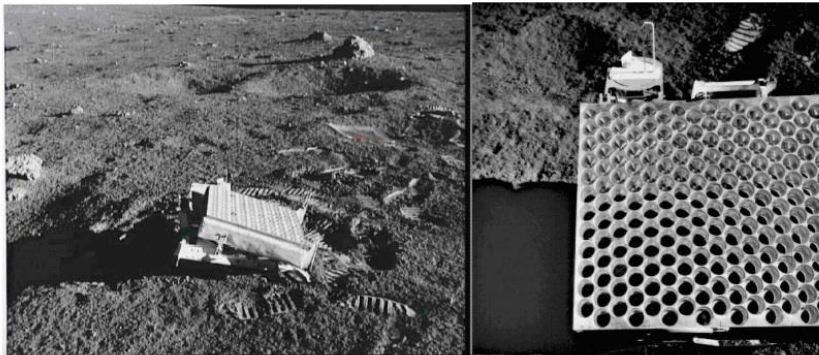


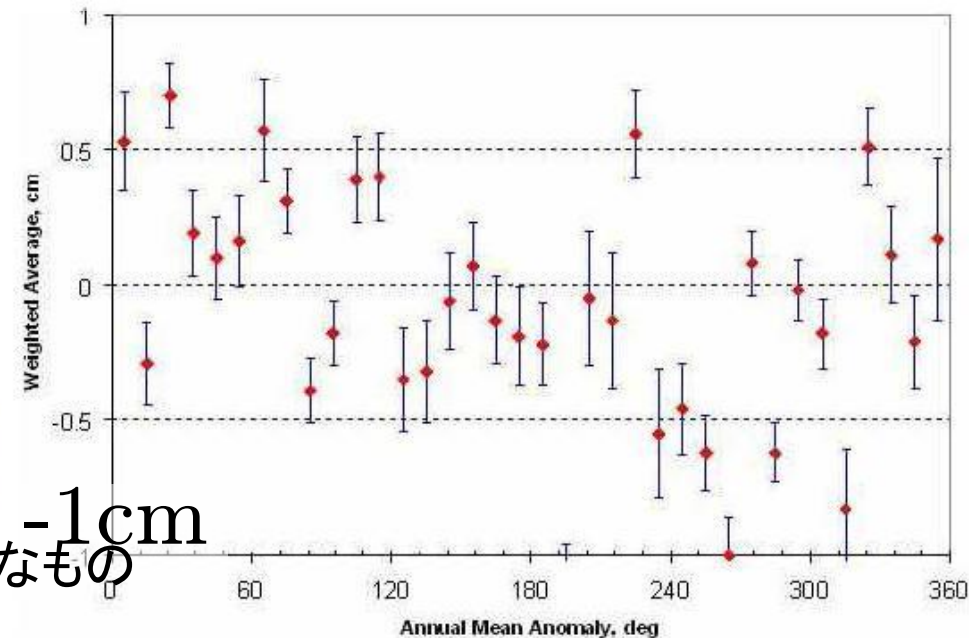
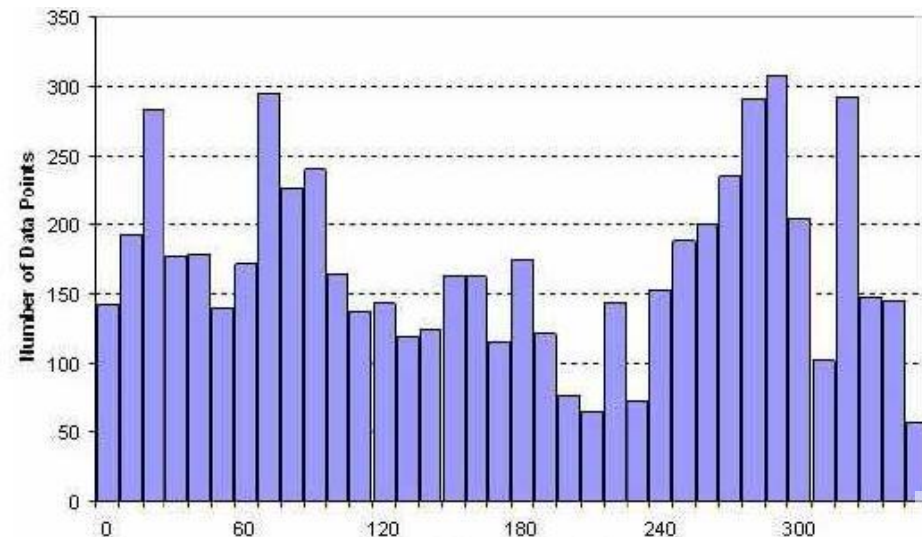
Fig. 1. (a) The LLR retroreflector, at Buzz Aldrin's right side, being carried across the lunar surface by the Apollo 11 astronaut. (b) Apollo 11 laser retroreflector array.



月レーザー測距実験(LLR)

- 現在の測定精度はおよそ1mm。(Murphy+(2007) [0710.0890])
- 一般相対性理論(post Newton)から推定される月の軌道とLLRの観測値のずれ[anomaly]は10年間の測定で1cm以下。
([gr-qc/0507083v2])

+1cm



-1cm

モデルで考慮する物理量のうちDominantなもの

- 9つの惑星と大きな小惑星の重力
- 地球(4次)と太陽(2次)の密度分布の非一様性
- 太陽からの輻射圧。
- 地球、太陽との潮汐力。
- 金星、火星、木星からの潮汐力
- 月の中の液体のコアの効果

重力波が与える潮汐力について

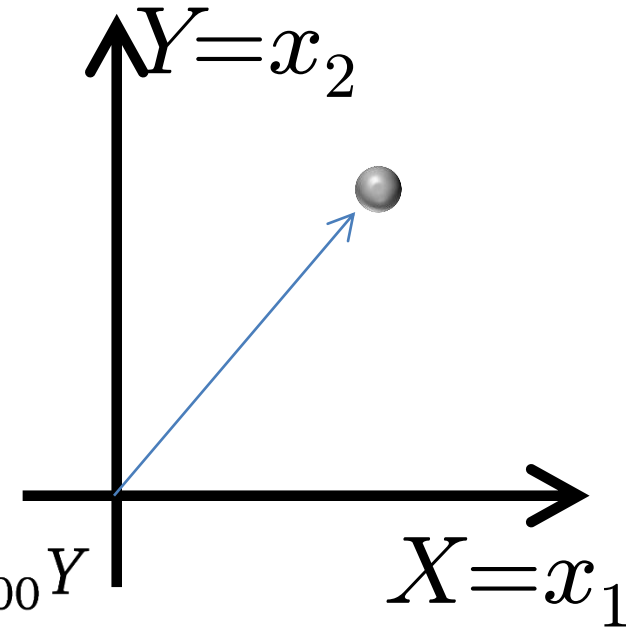
- 測地偏差方程式

2地点をつなぐベクトルに関する運動方程式

$$\frac{d^2 r^\alpha}{d\tau^2} = R^\alpha{}_{\mu\nu\beta} p^\mu p^\nu r^\beta$$

重力波は z 軸方向に進む単色平面波、
粒子の運動は xy 平面に限定し、
ゲージはTTゲージとする。すると

$$\begin{aligned}\frac{\partial^2 X}{\partial t^2} &= -R^i{}_{010} r_i = \frac{1}{2} h_{++ , 00} X + \frac{1}{2} h_{\times \times , 00} Y \\ \frac{\partial^2 Y}{\partial t^2} &= -R^i{}_{020} r_i = \frac{1}{2} h_{\times \times , 00} X - \frac{1}{2} h_{\times \times , 00} Y\end{aligned}$$



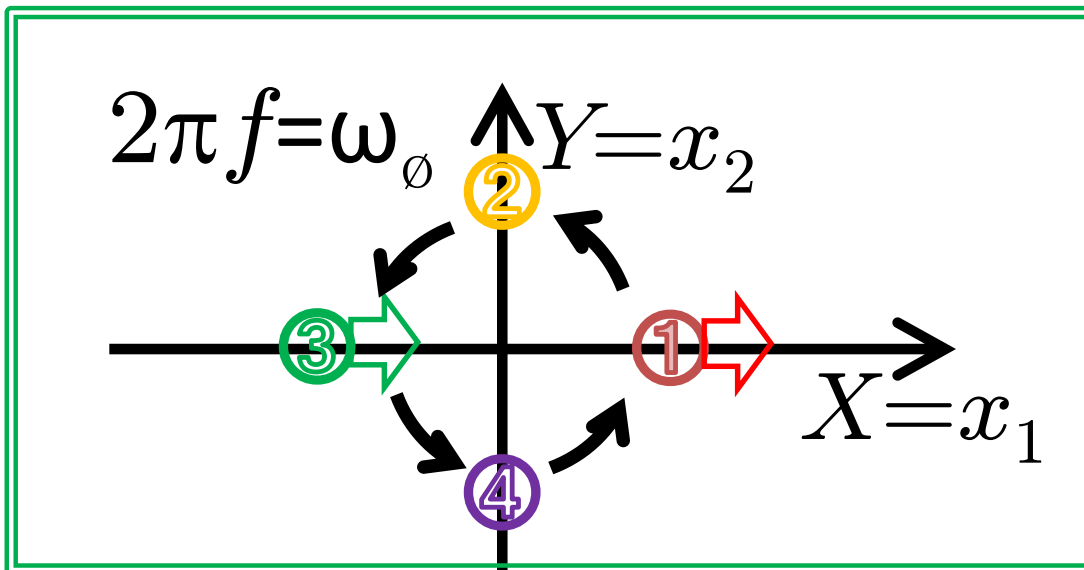
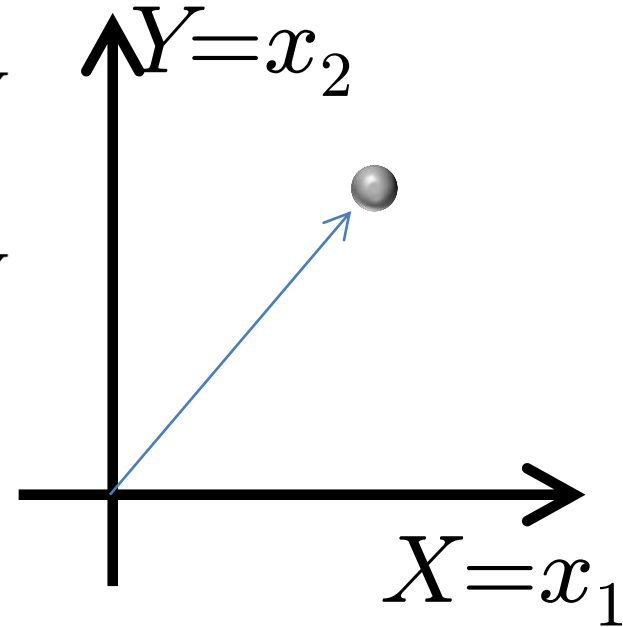
重力波が与える潮汐力について

重力波は z 軸方向に進む単色平面波、
 粒子の運動は xy 平面に限定し、
 ゲージはTTゲージとする。すると

$$\frac{\partial^2 X}{\partial t^2} = -R^i{}_{010} r_i = \frac{1}{2} h_{++ , 00} X + \frac{1}{2} h_{\times \times , 00} Y$$

$$\frac{\partial^2 Y}{\partial t^2} = -R^i{}_{020} r_i = \frac{1}{2} h_{\times \times , 00} X - \frac{1}{2} h_{\times \times , 00} Y$$

$$h_{\times \times} = h_{++} = h_c \cos(\omega_\emptyset t)$$



天体力学における摂動の計算

Bate+(1971), *Fundamentals of astrodynamics*, Dover Publications

摂動加速度を a_p とおくと

$$\ddot{\mathbf{r}} + \frac{GM}{r^3} \mathbf{r} = \mathbf{a}_p$$

実際の軌道を $r(t)$, 非摂動軌道[Keplerian orbit]を $\rho(t)$,
両者の差を $\delta\rho(t) \equiv r(t) - \rho(t)$ とおく。重力波は振動数 f の
単色平面波

$$\begin{aligned} \ddot{\delta\mathbf{r}} &= \mathbf{a}_p + \left(\frac{GM}{\rho^3} \boldsymbol{\rho} - \frac{GM}{r^3} \mathbf{r} \right) \\ &= \mathbf{a}_p + \frac{GM}{\rho^3} (f \boldsymbol{\rho} - \delta\mathbf{r}) \end{aligned}$$

$$\omega_\emptyset^2 \stackrel{\text{def}}{=} \frac{GM}{\rho^3} \quad \text{円運動の角運動量}$$

$$\ddot{\delta x} = -\omega^2 h_{++} \rho_x - \omega^2 h_{\times\times} \rho_y + \omega_\emptyset^2 \left(-\frac{3\rho_x}{\rho^2} (\rho_i \delta x_i) - \delta x \right)$$

$$\ddot{\delta y} = +\omega^2 h_{++} \rho_y - \omega^2 h_{\times\times} \rho_x + \omega_\emptyset^2 \left(-\frac{3\rho_y}{\rho^2} (\rho_i \delta x_i) - \delta y \right)$$

共鳴振動数 $2\pi f = 2\omega_\emptyset$

- 完全な円軌道であると仮定する。

$$\rho_x = \rho_\emptyset \cos(\omega_\emptyset t)$$

$$\rho_y = \rho_\emptyset \sin(\omega_\emptyset t) \iff \rho_x^2 + \rho_y^2 = \rho_\emptyset^2$$

$$\delta \tilde{x} \equiv \delta x / \rho_\emptyset$$

$$\delta \ddot{\tilde{x}} = -\omega_\emptyset^2 \delta \tilde{x} - 4\omega_\emptyset^2 h_c \left(\frac{1}{2} (1 + \cos(2\omega_\emptyset t) + \sin(2\omega_\emptyset t)) \right)$$

$$- 3\omega_\emptyset^2 \left(\frac{1}{2} (\cos(2\omega_\emptyset t) + 1) \delta \tilde{x} + \left(\frac{1}{2} \sin(2\omega_\emptyset t) \right) \delta \tilde{y} \right)$$

$$\delta \ddot{\tilde{y}} = -\omega_\emptyset^2 \delta \tilde{y} - 4\omega_\emptyset^2 h_c \left(\frac{1}{2} (1 + \cos(2\omega_\emptyset t) + \sin(2\omega_\emptyset t)) \right)$$

$$- 3\omega_\emptyset^2 \left(\frac{1}{2} (\cos(2\omega_\emptyset t) + 1) \delta \tilde{y} + \left(\frac{1}{2} \sin(2\omega_\emptyset t) \right) \delta \tilde{x} \right)$$

$$\text{強制振動解 } |\delta \tilde{x}| \propto t$$

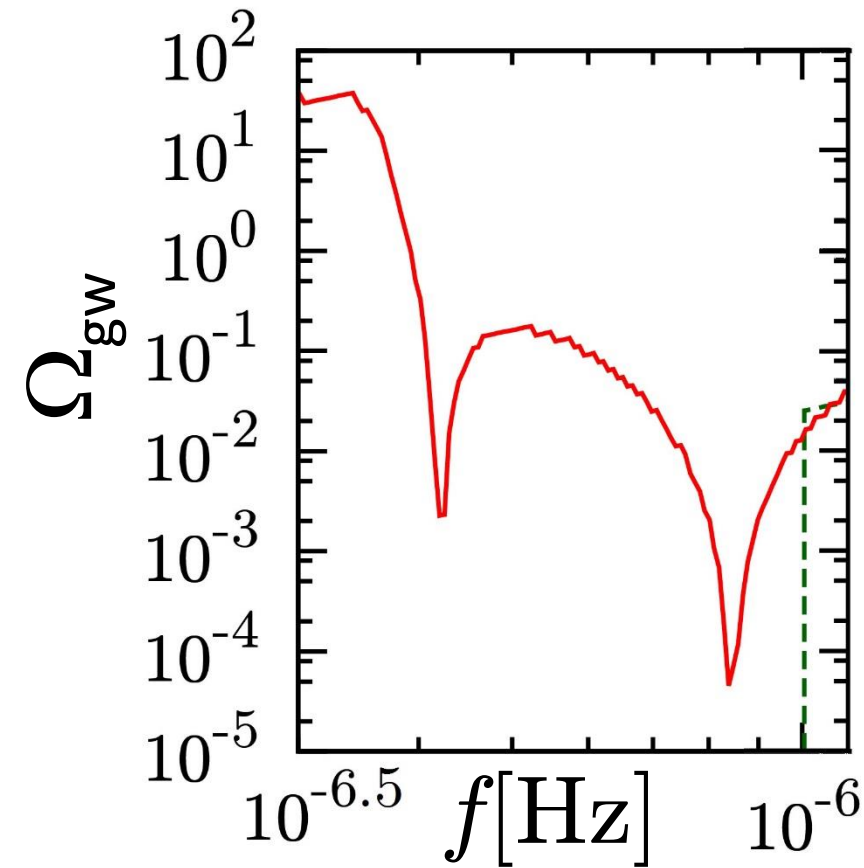
$$|\delta \tilde{y}| \propto t$$

Mashhoon+(1981), ApJ, **246**, 569

Hui+(2013), PRD, **87**, 084009

求められた重力波の振幅の上限

- ケプラー運動している月に対して
- 単色平面重力波を入射させる。10年間の観測で1cm以上
- ケプラー運動からの変位を与える領域を棄却する。



Doppler tracking methodでは
 $\Omega_{\text{gw}} < 0.025$
(Armstrong+(2003), ApJ, **599**, 806)

これは土星探査機カッシーニで行った
Doppler tracking methodより
強力な制限が可能。厳密な計算には
月軌道モデルを厳密に計算する
必要あるが、これは難しい。

(Hui+(2013), PRD, **87**, 084009)

計算コードチェック: 無摂動状態で $\Delta(K+U)/(K+U) < 10^{-20}$

考えているモデルについて

- 9つの惑星間の
- Input parameters include masses, orbit
- initial conditions, PPN parameters β , γ and, G , and equivalence principle
- parameters (M_G/M_1).
- Newtonian attraction of the largest asteroids.
- Newtonian attraction between point mass bodies and bodies with gravitational harmonics: Earth (J_2, J_3, J_4), and Sun (J_2).
- Attraction from tides on both Earth and Moon includes both elastic and
- dissipative components. There is a terrestrial Love number k_2 and a time
- delay for each of three frequency bands: semidiurnal, diurnal, and long
- Period. The Moon has a different Love number k_2 and time delay.
- 外力
 - • Torques from the point mass attraction of Earth, Sun, Venus, Mars and
 - Jupiter. The lunar gravity field includes second- through fourth-degree terms.
 - Figure-figure torques between Earth (J_2) and Moon (J_2 and C_{22}).
 - Torques from tides raised on the Moon include elastic and dissipative components.
 - The formulation uses a lunar Love number k_2 and time delay.
 - The fluid core of the Moon is considered to rotate separately from the
 - mantle. A dissipative torque at the lunar solid-mantle/fluid-core interface
 - couples the two. There is a coupling parameter and the rotations of both
 - mantle and core are integrated.
 - An oblate fluid-core/solid-mantle boundary generates a torque from the
 - flow of the fluid along the boundary. This is a recent addition.

A review of the article, arXiv: 1407.0968

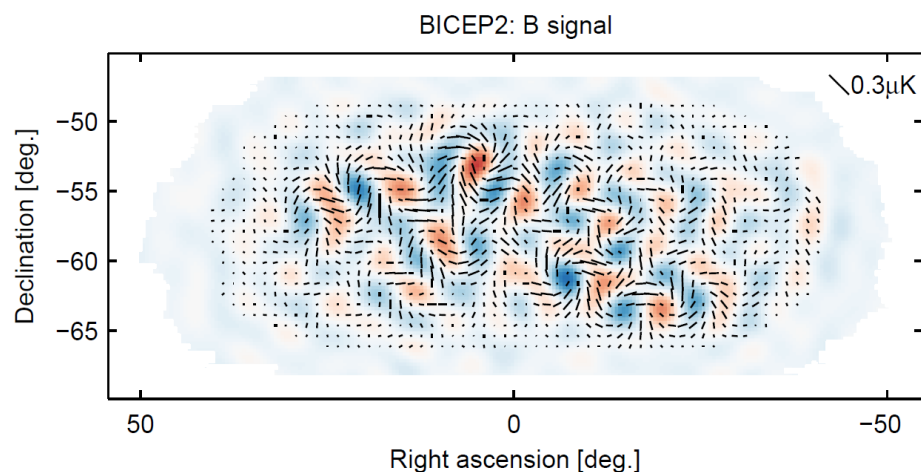
Foreground removal requirements for measuring large-scale CMB *B*-modes in light of BICEP2

Authors: A. Bonaldi, S. Ricciardi and M. L. Brown

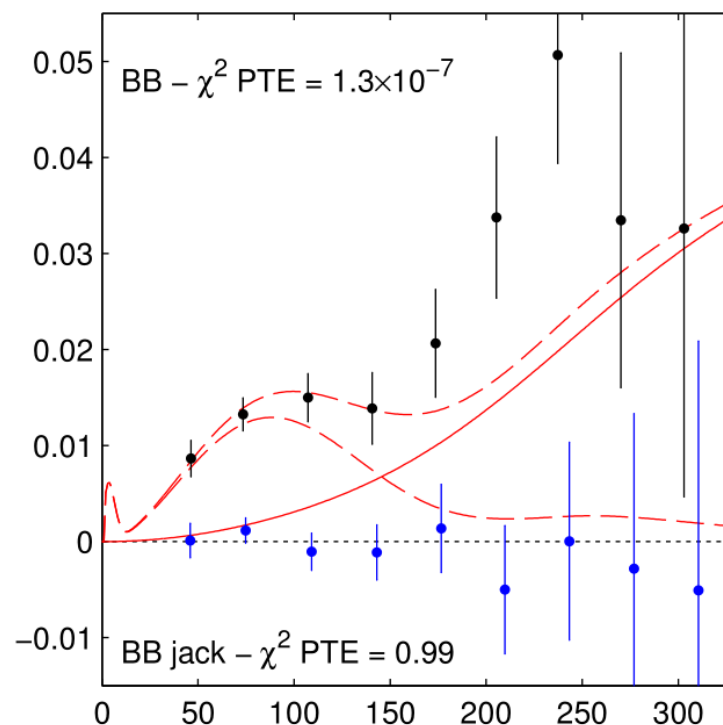
Date: the 4th of July, 2014

Submitted to *MNRAS*

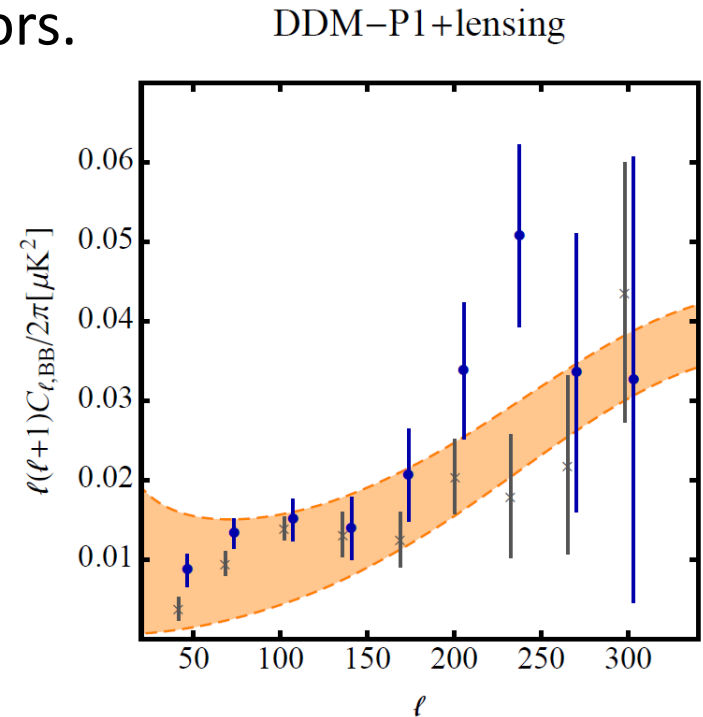
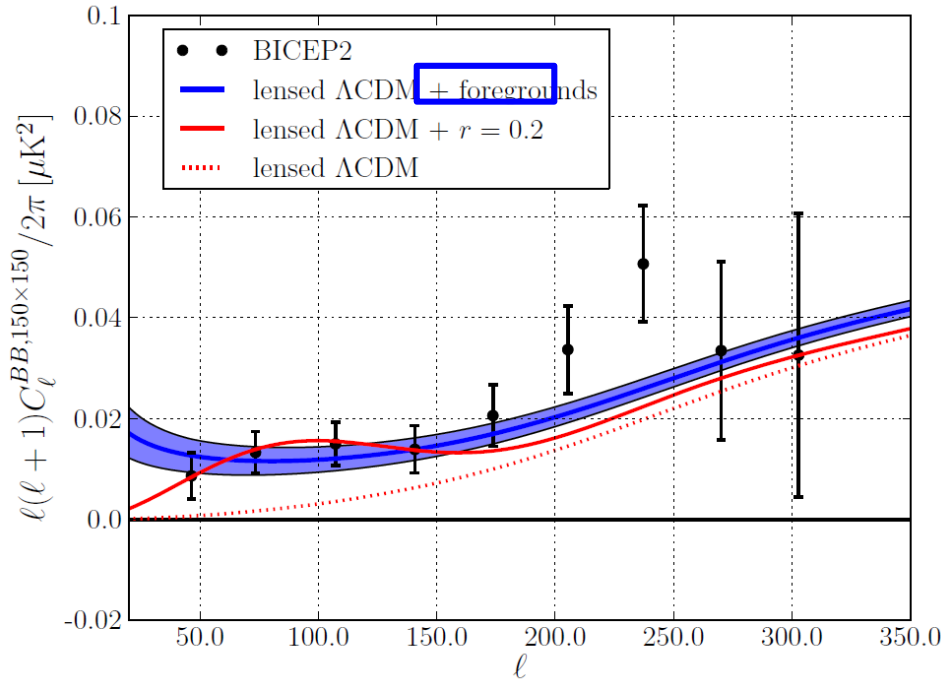
BICEP2 collaboration reported the detection of
the finite CMB B-mode power spectrum.
[*PRL*, 112, 241101 (2014)/1403.3985].



However ...



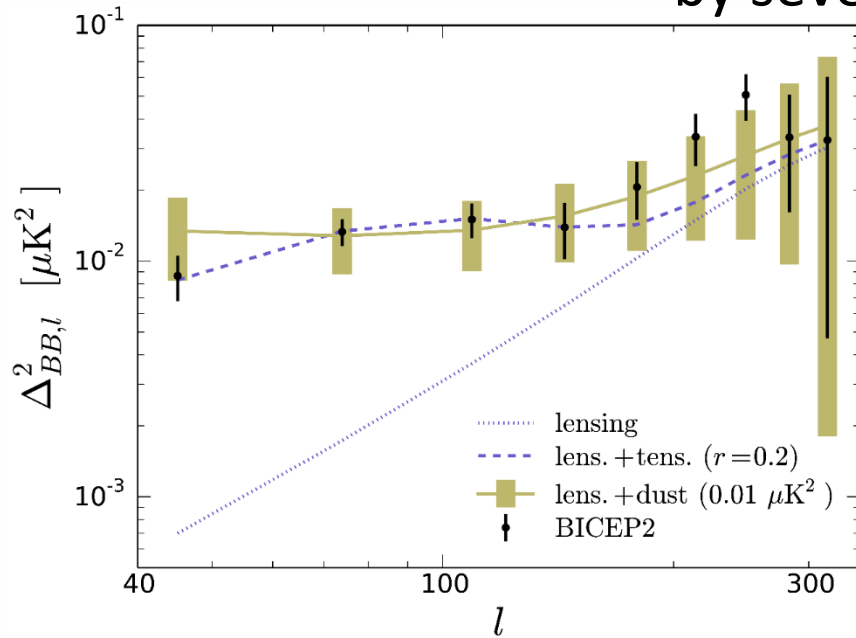
The result of BICEP2 report has been questioned
by several authors.



Raphael Flauger, J. Colin Hill & David N. Spergel (2014) [arXiv:1405.7351]

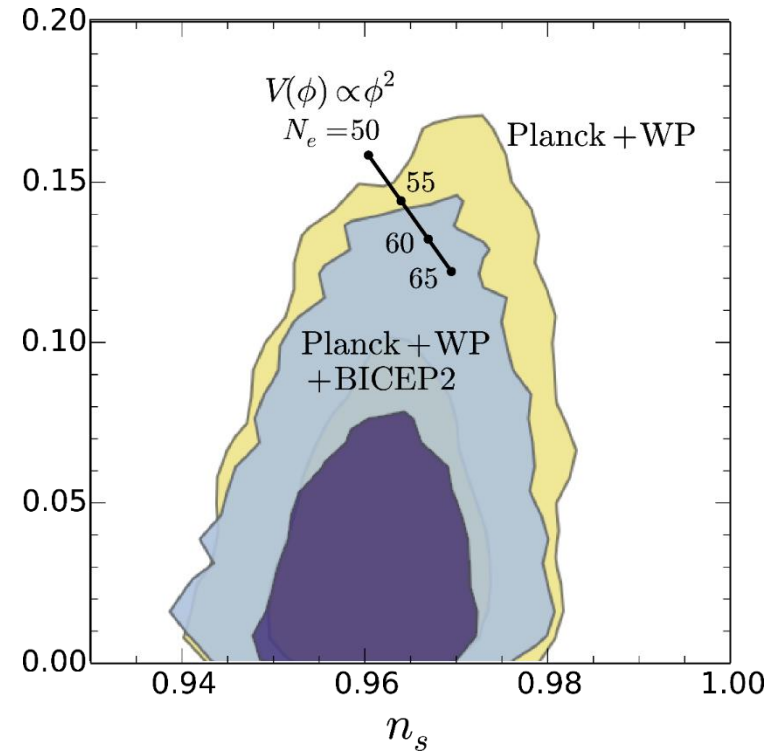
They reanalyzed the BICEP2 data and found that these B-mode signal can be explained without requiring the existence of primordial gravitational waves.

The result of BICEP2 report has been questioned by several authors.

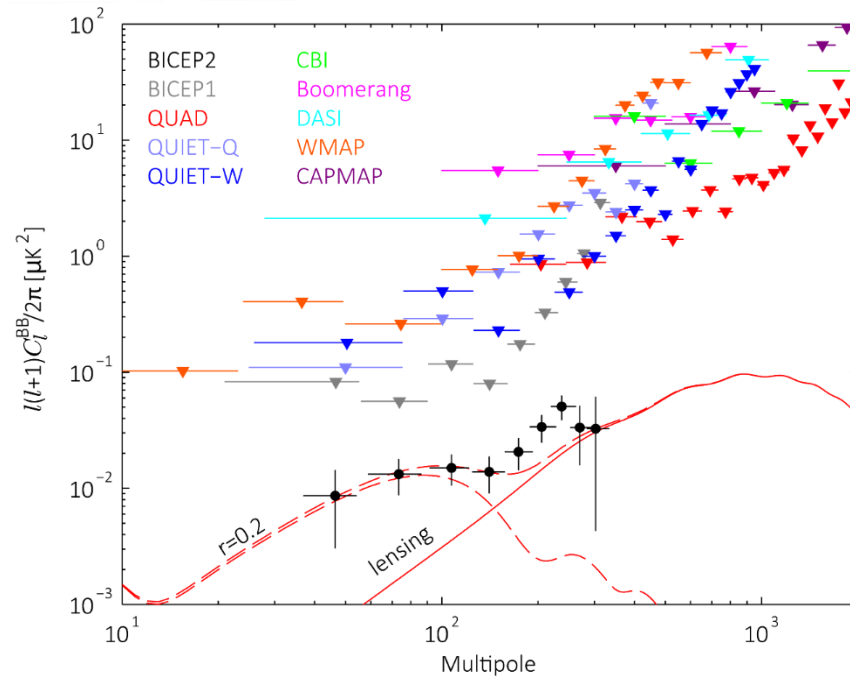


Michael J. Mortonson & Uroš Seljak (2014)
[arXiv:1405.5857]

They also reanalyzed the BICEP2 data and found not only that these B-mode signal can be explained with polarized dust (without requiring PGWs) but also these data, in fact, set the tighter constraint on scalar-to-tensor ratio r .



The current status of the CMB B -mode observation.



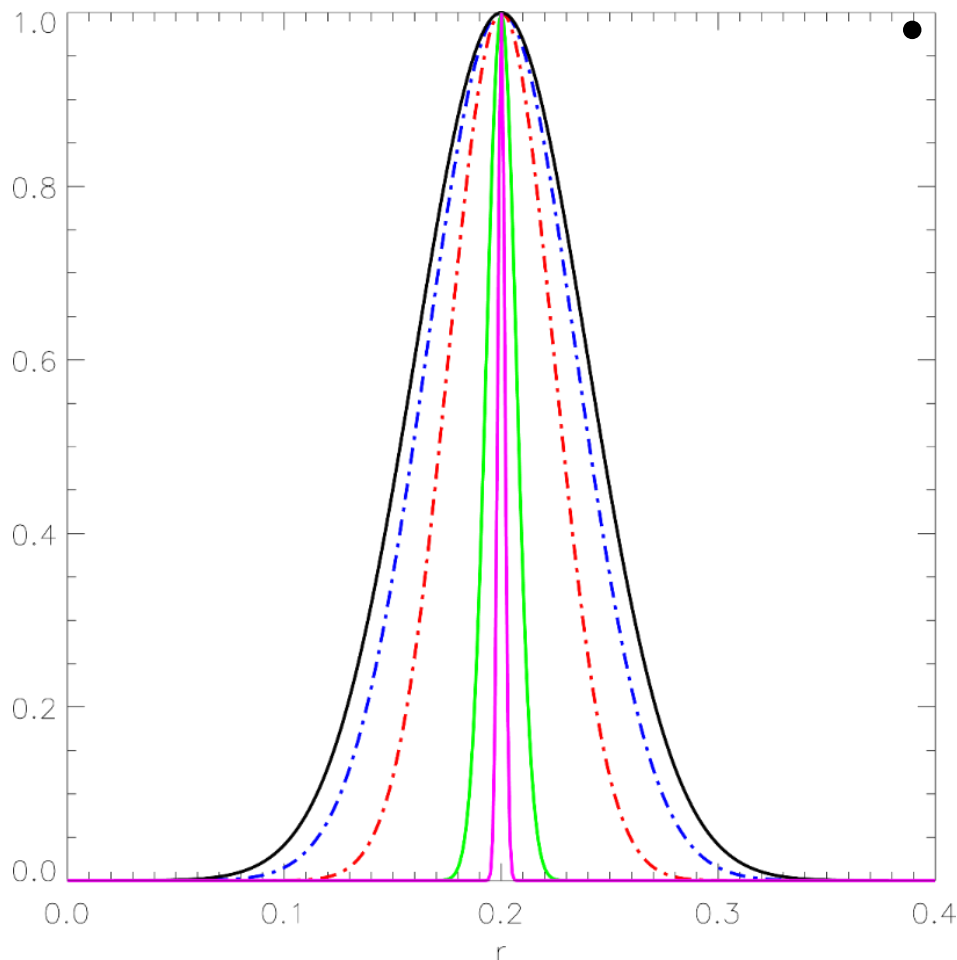
BICEP2 Collaborations
(2014), *PRL*, 112, 241101

Other observations such as *Planck*, *COrE* and *LSPE* (balloon experiments) are required to determine whether the signal is primordial origin or not.

No observational projects have not achieved the sensitivity of BICEP2 at this scale except *Planck*. Our interest is whether observational data obtained by the *Planck* mission can be settled this question or not.

noise + foreground residuals + cosmic variance for $r=0.2$ [1σ C.L.]
(BICEP2, Planck(conservative), Planck(improved error matrix), LSPE, COrE)

- Conclusion



- *Planck* can check whether $r=0.2$ is the cosmic origin or not even for conservative assumptions on the accuracy of foreground removal (but without considering instrumental systematics).