

JGW-T1301987-v2

15 Nov 2013

**Finite Element Analysis of Heat Links
Using COMSOL Multiphysics**

**Takanori Sekiguchi
Department of Physics, University of Tokyo**

1. Introduction

1.1. Purpose and Scope

有限要素解析ソフトウェアとして COMSOL Multiphysics (Ver.4.2)を利用したヒートリンクの機械的振動伝達特性の計算方法を本稿にて述べる。

1.2. Applicable Documents

- “Finite elemental analysis of heat links for LCGT”, Y. Aso, JGW-G1000108-v4

1.3. Version History

- 14/11/2013, v1, initial release by T. Sekiguchi
- 15/11/2013, v2, add “damping” setting

2. Calculation Method

2.1. Abstract

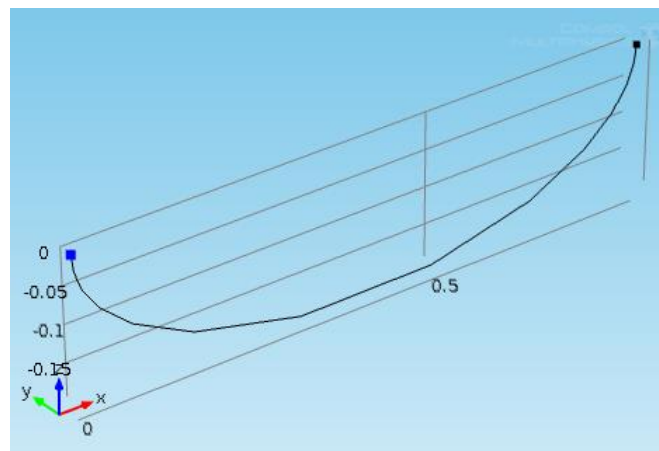


Fig.1: ヒートリンク

上図のようなヒートリンクの端点から端点までの機械的伝達関数を計算する。ヒートリンクの長さ(~ m)に対して線径が十分に小さい(~mm)ため、3次元要素の有限要素解析では要素数が多くなりすぎて計算に時間が掛かる。COMSOL には構造解析ツールの中に 1次元要素を計算するためのツール (Beam) があるので本計算ではそれを使用し計算時間を短縮する。線径 d の円断面のワイヤーが N 本寄り集まったものを想定すると、ヒートリンクは断面 2次モーメント $I_{zz} = N\pi d^4/64$ 、線密度 $\sigma = N\rho\pi d^2/4$ の弾性線として扱える。

ヒートリンクの両端にヒートリンク自身の質量に比較して十分に大きな質量 M を取り付け、片方の端点に振幅 F_{ex} の強制振動を加える。質量が十分に大きくヒートリンクからの力の寄与が十分小さければ、強制振動を加えた端点に生じる加速度振幅は $A_{in}=F_{ex}/M$ となる。有限要素解析でもう一方の端点の加速度振幅を求め、 A_{in} で割ることで周波数応答を計算する。

細い線を使用した場合ヒートリンクは重力でたわみ変形する。重力変形した状態での周波数応答を計算するやり方は G1000108 にあるが、どうも 1 次元要素のモデルではこの方法では上手く計算できないようなので、本計算では重力変形による効果は無視する。

2.2. Setting

以下、ヒートリンク伝達関数計算モデルの構築方法を説明する。

- (1) Model Wizard より 3D を選択し、Structural Mechanics（構造力学）の中から Beam を選択する。Study Type は Frequency Domain を選択する。
- (2) Geometry として Parametric Curve を選択し、長半径を a 、短半径を b としてパラメトリック曲線を $x = a*\cos(s)$, $y=0$, $z=-b*\sin(s)$ と設定する。また図形の中心を $(a,0,0)$ とし片方の端点が座標原点に来るようにする(Fig. 2)。

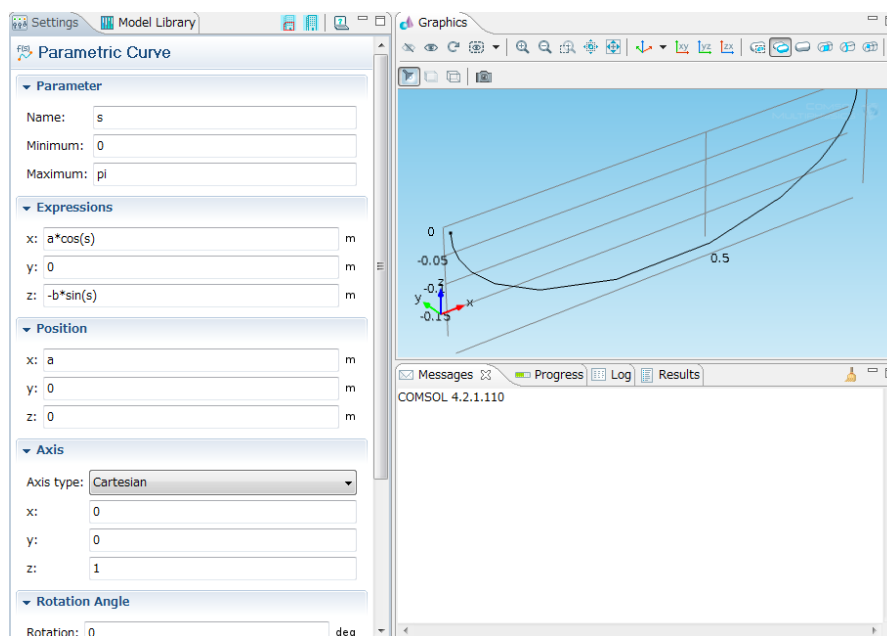


Fig.2: Geometry 設定

- (3) Beam の Elastic Material Mode において、Specify から Young's modulus and Poisson ratio を選択する。Material にてヤング率・ポワソン比・密度を設定する（純アルミのデータ）：

$E = 70$ [GPa], $\nu = 0.34$, $\rho = 2.7$ [g/cm³]

- (4) Elastic Material Mode に Damping を追加し、Damping type から Isotropic loss factor を選択する。Material にてロスアングルを設定する (純アルミとして $\varphi = 100$ を仮定)。
- (5) Cross Section Data において Cross Section Definition を User defined とし以下を設定する。
Area: $N\pi d^2/4$
Moment of inertia about z(y)-axis: $N\pi d^4/64$
Distance to shear center in local z(y) direction: 0
Torsional constant: $N\pi d^4/32$
Bending stress evaluation points: From specific points
Evaluation points in local system: (d/2,0), (0,d/2), (-d/2,0), (0,-d/2)
Torsional section modulus: $N\pi d^3/16$
Max shear stress factor in z(y) direction: 4/3
- (6) Section Orientation において orientation vector を選択し、(0,1,0)をローカルな y 軸に設定する。
- (7) Point Mass を追加しヒートリンク両端に質量 M(~1e8)および集中慣性モーメント I_{xx} , I_{yy} , I_{zz} (~1e8)を設定する。
- (8) Point Load を追加し端点 1 に強制振動を加える。強制振動を加える方向を選択するパラメータ cex を作成し、cex=1, 2, 3 の時にそれぞれ x, y, z に強制振動が加わるよう数式を入力する(Fig.3)。

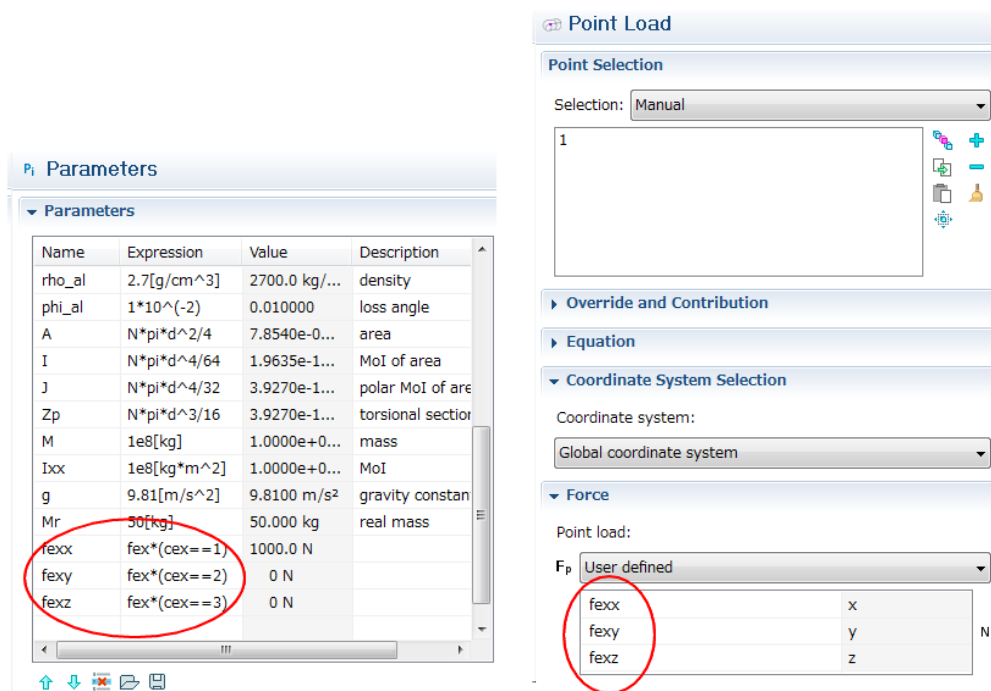


Fig.3 強制振動の設定

(9) Mesh の切り方として Free Quad を選択し以下の Distribution を設定する。

Distribution property: Predefined distribution type

Distribution Method: Arithmetic sequence

Symmetric distribution および Reverse direction にチェックを入れる。これにより両端に細かいメッシュを設定できる (Fig.4)。

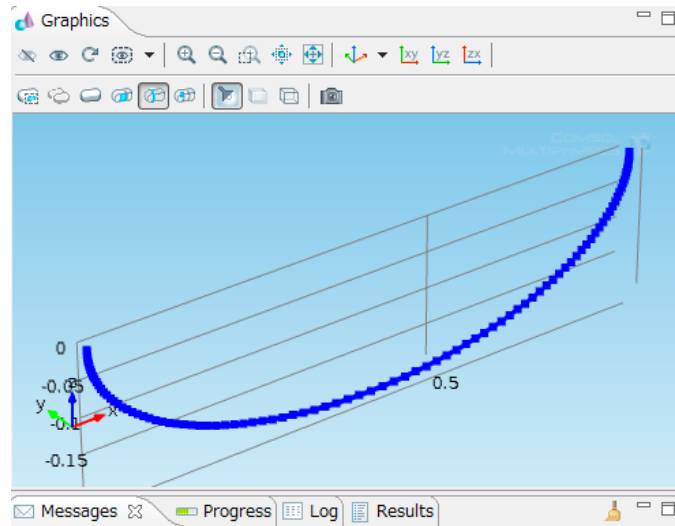


Fig.4 メッシュの切り方

(10) Frequency Domain スタディで周波数ステップを設定する。

$10^{\{\text{range}(\text{fmin}, (\text{fmax}-\text{fmin})/(\text{fstep}-1), \text{fmax})\}}$ としてパラメータ上で fmin, fmax, fstep を変更できるようにしておくとなかなか調整しやすい。

(10) パラメータを振って伝達関数を比較する時は Parametric Sweep を使用する。

(11) Global definition において以下の variable を設定する。

`omg = mod1.beam.omega`

`acc = mod1.beam.u_ttx*(cex==1)+mod1.beam.u_tty*(cex==2)+mod1.beam.u_ttz*(cex==3)`

`kspr = -acc*M^2*omg^2/fex`

`tf = acc*M/fex*M/Mr`

kspr: ヒートリンクの実効ばね定数の周波数依存性

tf: 質量 Mr のマスを付けた場合のヒートリンクの振動伝達関数

(12) 計算を実行する。

(13) 結果に 1D Plot Group を追加し、y-axis data として abs(tf)や abs(kspr)などを入力して伝達関数の絶対値やばね定数の周波数依存性などをプロットする (Fig.5)。

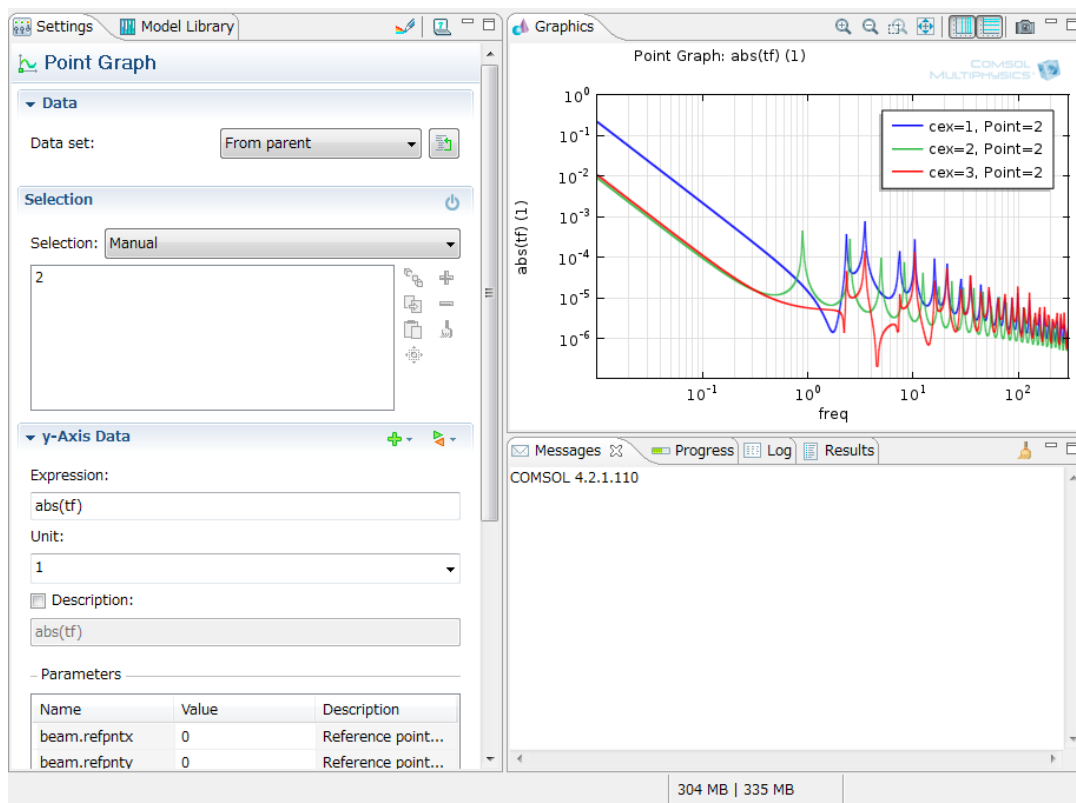


Fig.5: 計算結果の例