

外部磁場変動による鏡の変動量の計算

安東正樹

1996年 6月 7日

レーザー干渉計重力波検出器の鏡には磁石が接着されているため、外部磁場が変動すると鏡が直接力を受ける。このレポートではその影響を見積もる。外部磁場としては柿岡地磁気観測所で観測された地磁気変動のデータと坪野先生らが測定した 30.1Hz での磁気変動値を用いた。その結果、低周波数の変動は問題ないが、観測周波数帯での外部磁場変動は問題となり得ることが分かった。しかし、この影響は対策を講じることで除去可能である。

1 一様磁場内にある鏡の回転

ここでは、鏡に磁石を同じ向きに 2 つ取り付けた場合に鏡に働く力を考える (図 1)。取り付けられた磁石は、磁気双極子とし、長さ l_m の棒の両端に磁荷 $q_m, -q_m$ が取り付けられたものとする。磁石は負の磁荷が鏡側になるように取り付けるものとする。

この時、鏡には並進力は働かず、トルクのみが働く。

鏡の yaw 方向に働くトルクは、

$$N_y = 2 \frac{q_m l_m}{\mu_0} B_y \quad (1)$$

また、鏡の pitch 方向に働くトルクは、

$$N_p = -2 \frac{q_m l_m}{\mu_0} B_z \quad (2)$$

となる。

ここで、 μ_0 は真空中の透磁率で、

$$\mu_0 = 1.257 \times 10^{-6} \text{ [H/m]} \quad (3)$$

である。

鏡にトルクが働いた時、どれだけ回転するかは復元力の大きさによる。この復元力を表すバネ定数を、yaw 方向と pitch 方向でそれぞれ k_y, k_p とすると、

$$\phi_y = \frac{N_y}{k_y} = 2 \frac{q_m l_m}{\mu_0 k_y} B_y \quad (4)$$

$$\phi_p = \frac{N_p}{k_p} = -2 \frac{q_m l_m}{\mu_0 k_p} B_z \quad (5)$$

となる。

2 磁石のパラメーター

鏡に貼る磁石としては、現在 3m Fabry-Perot-Michelson 干渉計で用いられているものを考える。

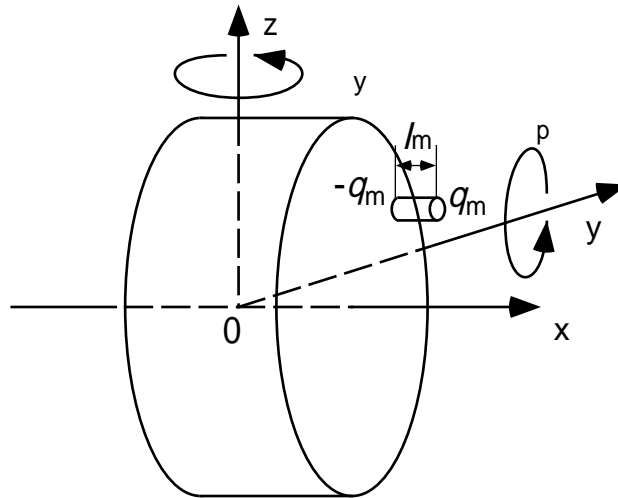


図 1: 鏡と取り付けられた磁石。



磁石の長さは、

$$l_m = 0.01 \text{ [m]} \quad (6)$$

であり、その磁荷の大きさは、測定によると、

$$q_m = 3.5 \times 10^{-6} \text{ [Wb]} \quad (7)$$

である。

3 懸架系のパラメーター

朽久保氏の計算結果より、TAMA300 の懸架装置では、復元力を表すバネ定数は、yaw 方向と pitch 方向でそれぞれ、

$$k_y = 3.62 \times 10^{-2} \text{ [N} \cdot \text{m]} \quad (8)$$

$$k_p = 1.59 \text{ [N} \cdot \text{m]} \quad (9)$$

となる。

この値は、2 段振り子の下段のみを考え、鏡は直径 0.06mm のタングステンワイヤーで 2 ターン吊りされているものとして計算したものである。ワイヤーの長さは 30cm、鏡は半径 5cm、厚さ 6cm の円柱で、重さは 1kg としている。

4 地磁気変動による回転

以上の値を代入すると、鏡の回転の共振周波数より十分低い周波数帯では、回転角は、

$$\phi_y = 1.2 B_y \text{ [rad]} \quad (10)$$

$$\phi_p = -2.9 \times 10^{-2} B_z \text{ [rad]} \quad (11)$$

となる。ここで、磁場の単位はテスラ [T] である。

この磁場の値として、茨城県柿岡の地磁気観測所で観測された地磁気のデータをを用いて計算したものが図 2 である。

グラフより、yaw 方向には 10^{-8} [rad] のオーダーで変動し、pitch 方向には約 10^{-9} [rad] のオーダーで変動することが分かる。しかし、これらの量は干渉計の感度には影響を与えないと言って良い。

なお、このグラフに用いたデータでは、地磁気の変動は数十 nT であるが、1 年に 20 から 30 回程度の頻度で磁気嵐が発生することがあり、その場合には数百 nT の磁場の変動が起こる。従って、磁気嵐の際には、グラフより 1 桁ほど大きな回転が引き起こされる。その場合にも干渉計の感度には影響がないと考えることができる。

5 30.1 Hz での磁場変動による鏡の変動

鏡の回転の共振周波数より十分高い周波数帯では、回転角は、

$$\phi_y = 2 \frac{q_m l_m}{\mu_0 k_y} \frac{f_y^2}{f^2} B_y \quad (12)$$

$$\phi_p = -2 \frac{q_m l_m}{\mu_0 k_p} \frac{f_p^2}{f^2} B_z \quad (13)$$

となる。ここで、 f_y, f_p は yaw 方向、pitch 方向それぞれの共振周波数、 f は周波数である。

坪野先生らが測定した磁場変動のパワースペクトル密度は、昼間、30.1 Hz で $0.009 \text{ nT}/\sqrt{\text{Hz}}$ であった。磁場変動が等方的であると、この値を用いると、30.1 Hz で、

$$\phi_y = \phi_p = 1.6 \times 10^{-14} \text{ [rad}/\sqrt{\text{Hz}}] \quad (14)$$

となる。

また、磁場変動のスペクトルがこれより高い周波数でも平坦であると仮定すると、300 Hz では、

$$\phi_y = \phi_p = 1.6 \times 10^{-16} \text{ [rad}/\sqrt{\text{Hz}}] \quad (15)$$

となる。

ビームのセンタリングの精度が 1mm であるとする、この変動は、 $1.6 \times 10^{-19} \text{ m}/\sqrt{\text{Hz}}$ の変位雑音として現れる。

TAMA300 の変位雑音は、 $5 \times 10^{-20} \text{ m}/\sqrt{\text{Hz}}$ 以下に抑えられなければならないため、ここで計算された値では TAMA300 の感度に影響を与えることになる。しかし、この影響は対策を講じることで抑えることができるであろう。

6 結論

計算の結果、数時間単位のゆっくりした変動は問題にならないが、観測周波数での雑音源になり得ることが分かった。

しかし、実際に TAMA300 では計算に用いた磁石より磁力の弱いものが用いられること、観測周波数帯では磁場変動量は小さくなっていると期待できること、外部磁場を遮るような懸架系の設計が可能なこと、などの理由から、外部磁場変動の影響は避けることが可能であると思われる。

また、2 つの磁石を互いに反対向きに鏡に取り付けた場合には一様な外部磁場変動の影響は除去することが可能である。従って、他の悪影響がない場合には、磁石を互いに反対向きに鏡に取り付けるべきである。

地磁気による鏡の変動

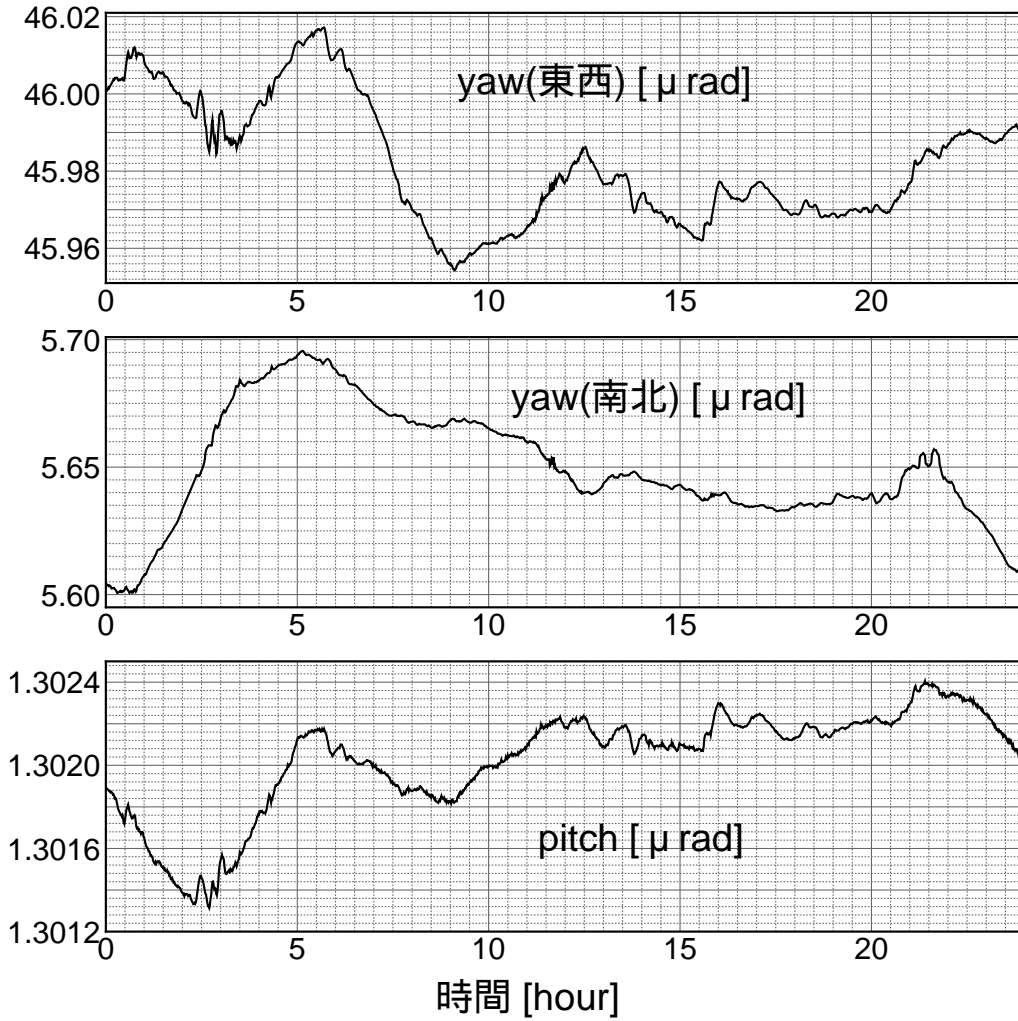


図 2: 地磁気変動による鏡の 1 日の変動。上から順に、東西方向の鏡の yaw 回転量、南北方向の鏡の yaw 回転量、任意の方向の鏡の pitch 回転量のグラフ。横軸は時間 [hour]、縦軸は角度 [μrad] である。柿岡地磁気観測所の 1996 年 4 月 1 日のデータを用いた。

7 参考文献

- [1] 藤井陽一郎 他, 「地球をはかる」, 東海大学出版会 (1994)
- [2] 朽久保邦治, 熱雑音についての計算
- [3] 京都大学理学部附属地磁気世界資料解析センター, 柿岡地磁気観測所 1 秒値データ (1996 年 4 月)
- [4] '*Report of the Kakioka Magnetic Observatory (Geomagnetism)*', (1993)
- [5] Kimio Tsubono, Hiromasa Hirakawa, Masa-Katsu Fujimoto '*Upper Limit for Coherent Electromagnetic Radiation at Crab Pulsar Frequency*', *J.Phys.Soc.Japan*, 45 (1978)