

多段制御システムの比較について

2012-09-16

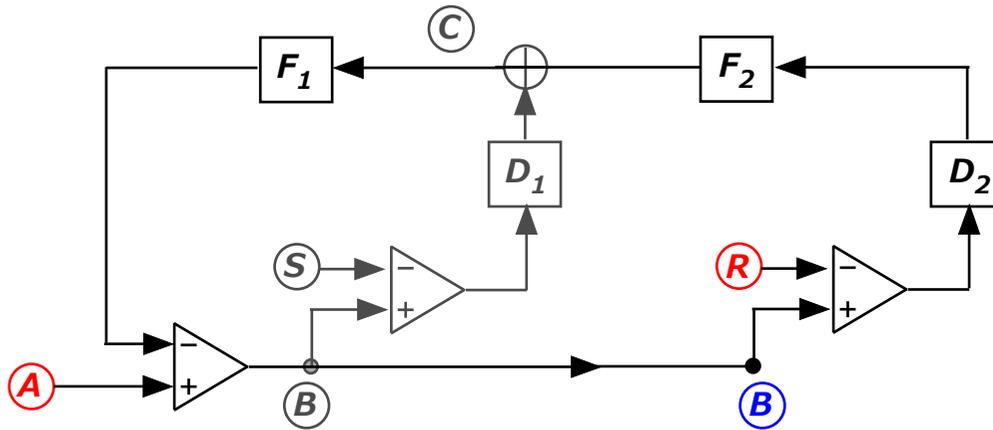
国立天文台 辰巳大輔

このレポートは KAGRA frequency stabilization system
の制御設計をするにあたって、feedaround 制御とその他の
各種多段制御トポロジーのメリット・デメリットを理解するために
書いたレポートである。

そのために、本来の周波数制御システムと異なっていて、簡略化されている。

比較検討した結果

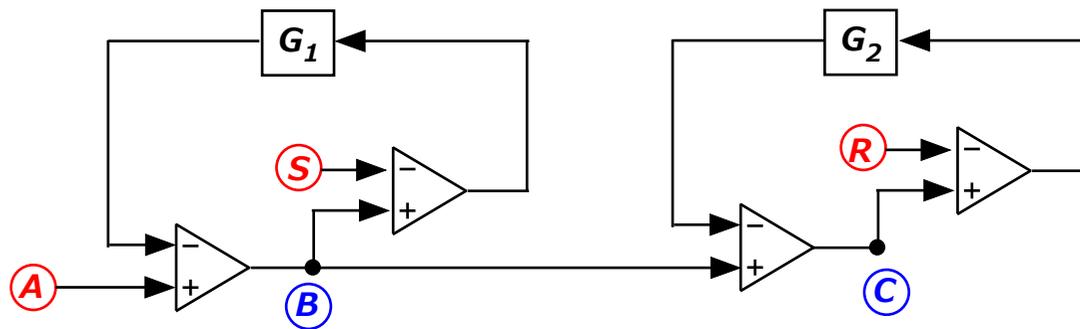
1. Feedaround 制御について、どうサーボフィルタを設計すべきか検討



基準 S より R の方が低雑音と仮定して

$$|F_1 F_2 D_2| > \frac{|A|}{|R|}$$

2. Feedaround 制御と、その他の制御トポロジーの比較

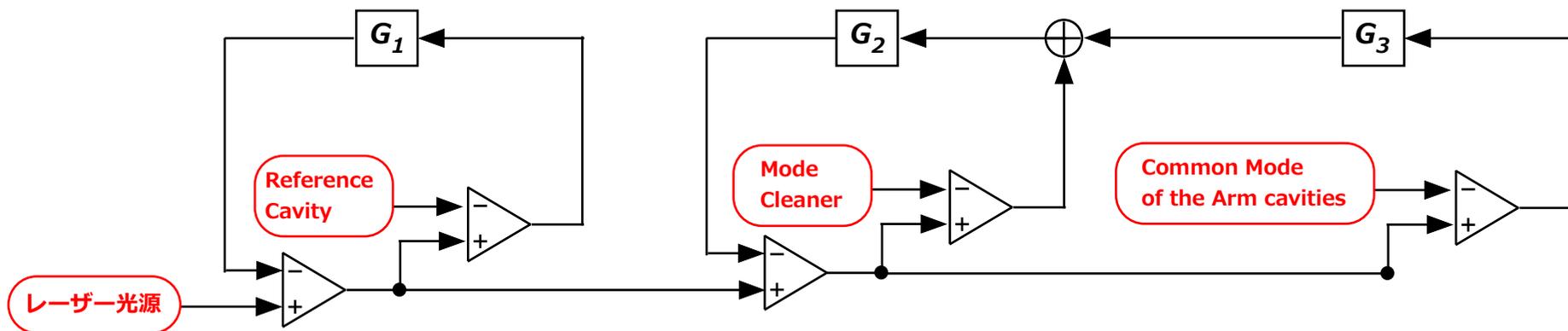


Actuator を入れて問題がなければ
左図の様な Cascade 型制御の方が
メリットがある。

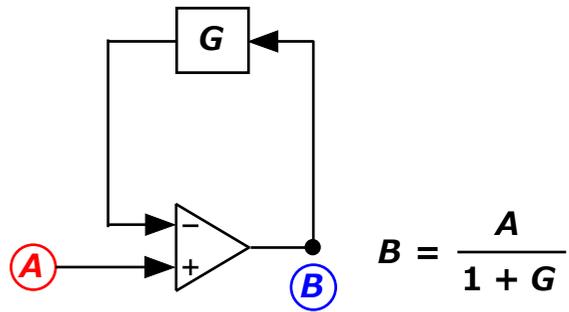
比較検討した結果

3. KAGRA 周波数安定化の基本デザイン

Mode Cleaner の下流に、周波数安定化のための wideband EOM を設置したくないので CARM は MC 制御系へ feedaround するが、MC error 信号は Reference Cavity (+PMC) の下流に置かれた wideband EOM などへ feedback する。



シンプルな制御系



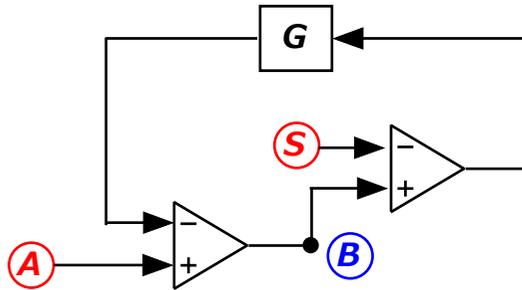
制御ゲイン G を 1 より大きくすると、
 B は G に反比例して小さくなる。

[[制御系設計の指針]]

B が目標値 T 以下となるように、 G を設計すれば良い。

$$|G| > \frac{|A|}{|T|}$$

基準 S に追従する制御系



$$B = \frac{1}{1+G} A - \frac{G}{1-G} S$$

$$G \gg 1$$

$$B = S$$

S はセンシング基準 (の揺らぎ) であったり、
センサー雑音であったりするが
いずれにせよ、この場合は G を十分に大きくしても
 $B = S$ で制限される。

[[制御系設計の指針]]

B が基準値 S 以下となるように、 G を設計すれば良い。

$$|G| > \frac{|A|}{|S|}$$

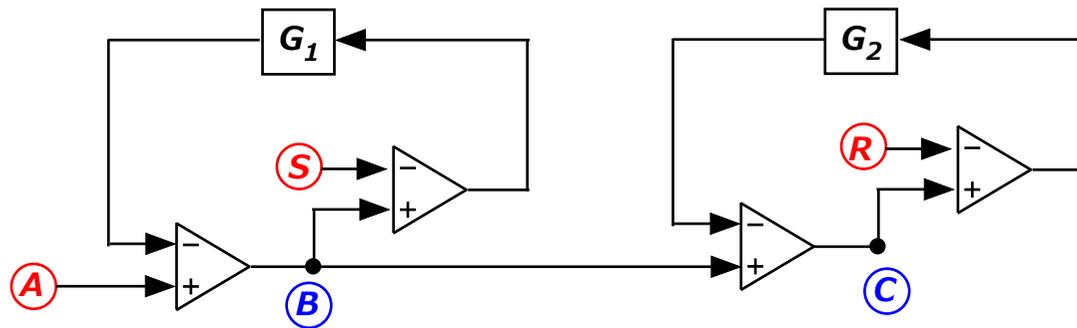
Cascade 型 制御系

Cascade 型を採用する利点は、電気回路のオペアンプと同様で

1 段で非常に高い制御ゲインを持たせると、

スプリアス・パス（予期しない経路）による影響で発振しやすくなる

ことを避けることができる点にある。



$$B = \frac{1}{1 + G_1} A - \frac{G_1}{1 - G_1} S$$

$$C = \frac{1}{1 + G_2} B - \frac{G_2}{1 - G_2} R$$

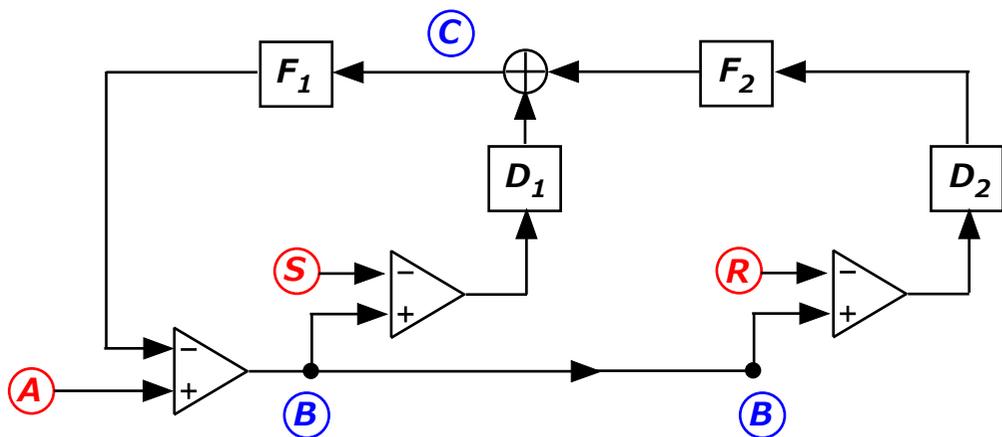
$$= \left(\frac{1}{1 + G_1} \frac{1}{1 + G_2} \right) A - \left(\frac{G_1}{1 - G_1} \frac{1}{1 + G_2} \right) S - \frac{G_2}{1 - G_2} R$$

[[設計方針]]

$$|G_1| > \frac{|A|}{|S|} \quad |G_2| > \frac{|S|}{|R|} \quad \text{とすると}$$

$R \ll S$ であれば、 $C = R$ となる。

Feed-around 型 制御系



$$G_1 = D_1 * F_1$$

$$G_2 = D_2 * F_2$$

$$T = \frac{C}{B} = D_1 + D_2 F_2$$

$$B = \left(\frac{1}{1 + G_1 + F_1 G_2} \right) A - \left(\frac{G_1}{1 + G_1 + F_1 G_2} \right) S - \left(\frac{F_1 G_2}{1 + G_1 + F_1 G_2} \right) R \quad \dots (1)$$

$1 \ll G_1 \ll F_1 G_2$ であれば、

$$B = \left(\frac{1}{F_1 G_2} \right) A - \left(\frac{D_1}{G_2} \right) S - R$$

[[設計方針]]

$$G_1 \ll F_1 G_2 \text{ より } F_2 \gg \frac{D_1}{D_2} \quad \dots (2)$$

式(1) 第1項を第3項より小さくするためには

$$|F_1 G_2| > \frac{|A|}{|R|} \quad \dots (3)$$

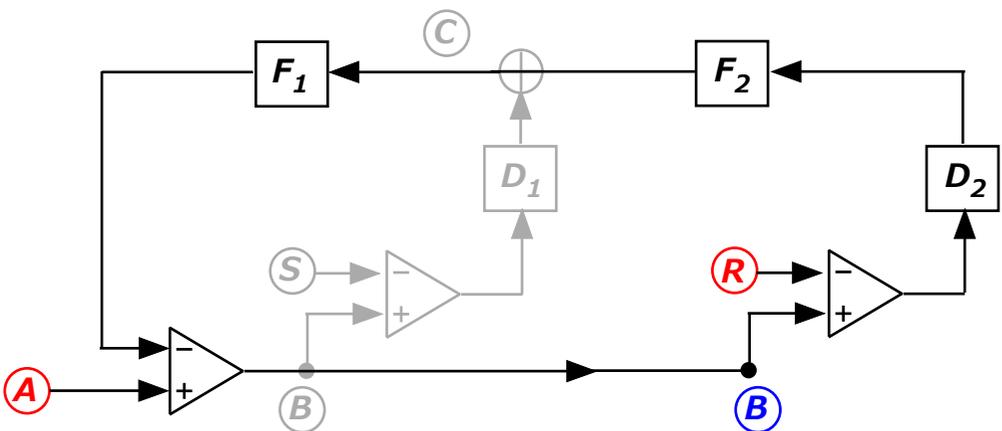
式(2) を満たす様に F_2 を決めれば、式(3) より F_1 が決まる。

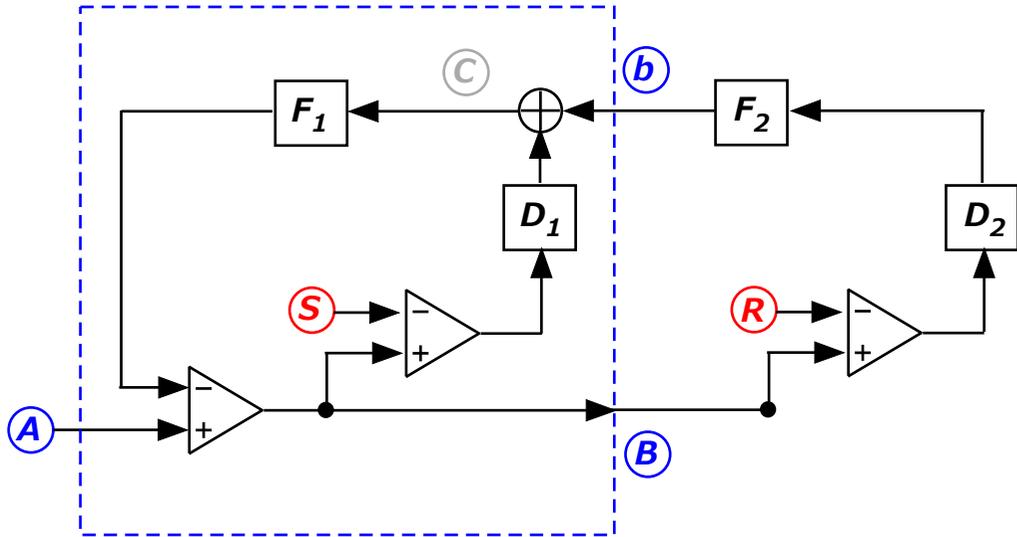
この時、式(1) 第2項が第3項より小さくなる、つまり式(4) が満たされるか否かは自明ではない。

$$\left| \frac{G_2}{D_1} \right| > \frac{|S|}{|R|} \quad \dots (4)$$

式(4) が満たされない場合、 $D_1 = 0$ とすれば良い。

ということは、実効的に下図の様な制御系となっている。もし式(4) を満たしたとしても、 D_1 loop を残すメリットはなさそうである。





上記長野論文の Eq. (4) には、左図の青色で囲ったブロックを考えると

$$T_1 = \frac{B}{b} = \frac{-F_1}{1 + G_1}$$

$G_1 \gg 1$ の時

$$T_1 = -\frac{1}{D_1} \quad \text{これは wide-band actuator に見える。}$$

以上より、Feed-around 制御系の open-loop gain は

$$G_{fa} = T_1 G_2 = T_1 F_2 D_2$$

と記述されているが、これはどういう意味だろうか。

$$\frac{1}{1 + G_1 + F_1 G_2} = \frac{\frac{1}{1 + G_1}}{1 + \frac{F_1 G_2}{1 + G_1}} = \frac{\frac{1}{1 + G_1}}{1 - G_{fa}} = \left(\frac{1}{1 + G_1} \right) \left(\frac{1}{1 - G_{fa}} \right)$$

よって、式(1)は

$$B = \left(\frac{1}{1 + G_1 + F_1 G_2} \right) A - \left(\frac{G_1}{1 + G_1 + F_1 G_2} \right) S - \left(\frac{F_1 G_2}{1 + G_1 + F_1 G_2} \right) R \quad \dots (1)$$

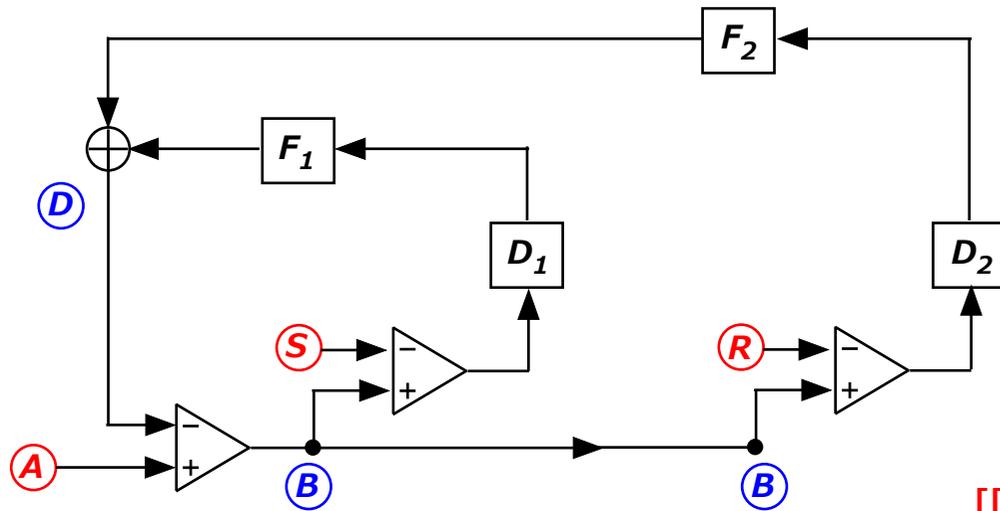
$$= \left(\frac{1}{1 + G_1} \right) \left(\frac{1}{1 - G_{fa}} \right) A - \left(\frac{G_1}{1 + G_1} \right) \left(\frac{1}{1 - G_{fa}} \right) S - \left(\frac{G_{fa}}{1 - G_{fa}} \right) R \quad \dots (5)$$

feedaround によって、 A はさらに G_{fa} だけ抑圧される。

[[設計方針]] $|G_{fa}| > \frac{|S|}{|R|} \quad \dots (6)$

この時 $B = R$ となる。

多重フィードバック型 制御系



$$G_1 = D_1 * F_1$$

$$G_2 = D_2 * F_2$$

$$G_T = \frac{D}{B} = D_1 F_1 + D_2 F_2 = G_1 + G_2$$

$$B = \left(\frac{1}{1 + G_T} \right) A - \left(\frac{G_1}{1 + G_T} \right) S - \left(\frac{G_2}{1 + G_T} \right) R \quad \dots (11)$$

$1 \ll G_1 \ll G_2$ であれば、

$$B = \left(\frac{1}{G_2} \right) A - \left(\frac{G_1}{G_2} \right) S - R \quad \dots (12)$$

[[設計方針]]

単純に下記の様に G_1, G_2 を決めれば、

$$|G_1| > \frac{|A|}{|S|} \quad \dots (13)$$

$$|G_2| > \frac{|A|}{|R|} \quad \dots (14)$$

式(12) の第1項、第2項が第3項よりも小さくなる。

$R \ll S$ ならば、実効的に F_1 loop は制御として効いてない状態になるはず。

多重フィードバック型の方が設計も簡単だし、
何もデメリットがないように思う。
なぜフィードアラウンド型を選択する必要があるのか？