

Section 1: Green Lock 概要

LCGT の arm cavity は、基線長 3000 m でフィネス 1500 , Power Recycling Gain = 10 という設計から
pole frequency of the power-recycled cavity = 1 Hz

共振線幅 = 波長 / 2 / Finesse / G_{pr} = 33 pm (FWHM)

つまり、これらの数字の意味するところは、非常に狭い共振線幅に、十分に遅い速度で引き込まないといけない
ということだ。

しかもこれら以外にも、輻射圧による影響、テストマス・ミラーに対して与えられる力の制限などの困難も抱えている。

そこで、Power-Recycled RSE interferometer configuration という複雑な干渉計を
確率的ではなく、いくつかの手順を確実に重ねていけば最終状態に重力波に対して最大感度が得られる状態に
移行できるようにすることが、"Green Lock" と呼んでいる制御システムの目的である。

具体的には、arm cavity を 1064 nm レーザーの倍波である 532 nm のレーザー (以下 Green Laser) に対して
low finesse に設計しておき、予め Green Laser を使って lock するもので、詳細は後述する。

このレポートの目的：

本レポートでは麻生さんの提案による LCGT 用 Green Lock configuration (図 1 および Lock Procedure) を元に、具体的に制御サーボ設計を行い、且つ様々な雑音により Green Lock 後の arm cavity の

1. 残留変位雑音スペクトラム（もしくは残留周波数雑音スペクトラム）、
 2. アクチュエータ、センサー、制御フィルタなどのレンジ、
 3. 雑音レベルの要求値
- を推定することにある。

Aso configuration for LCGT green locking

2011-11-04

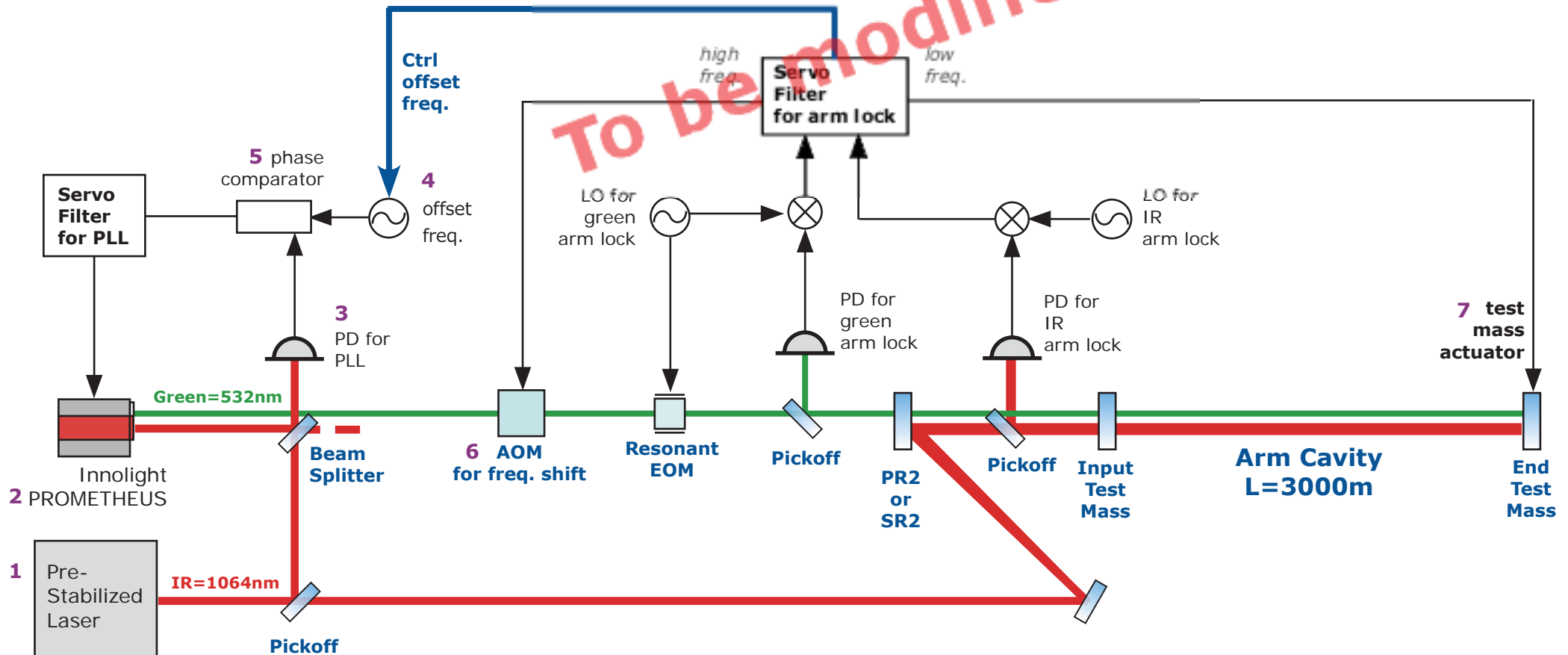
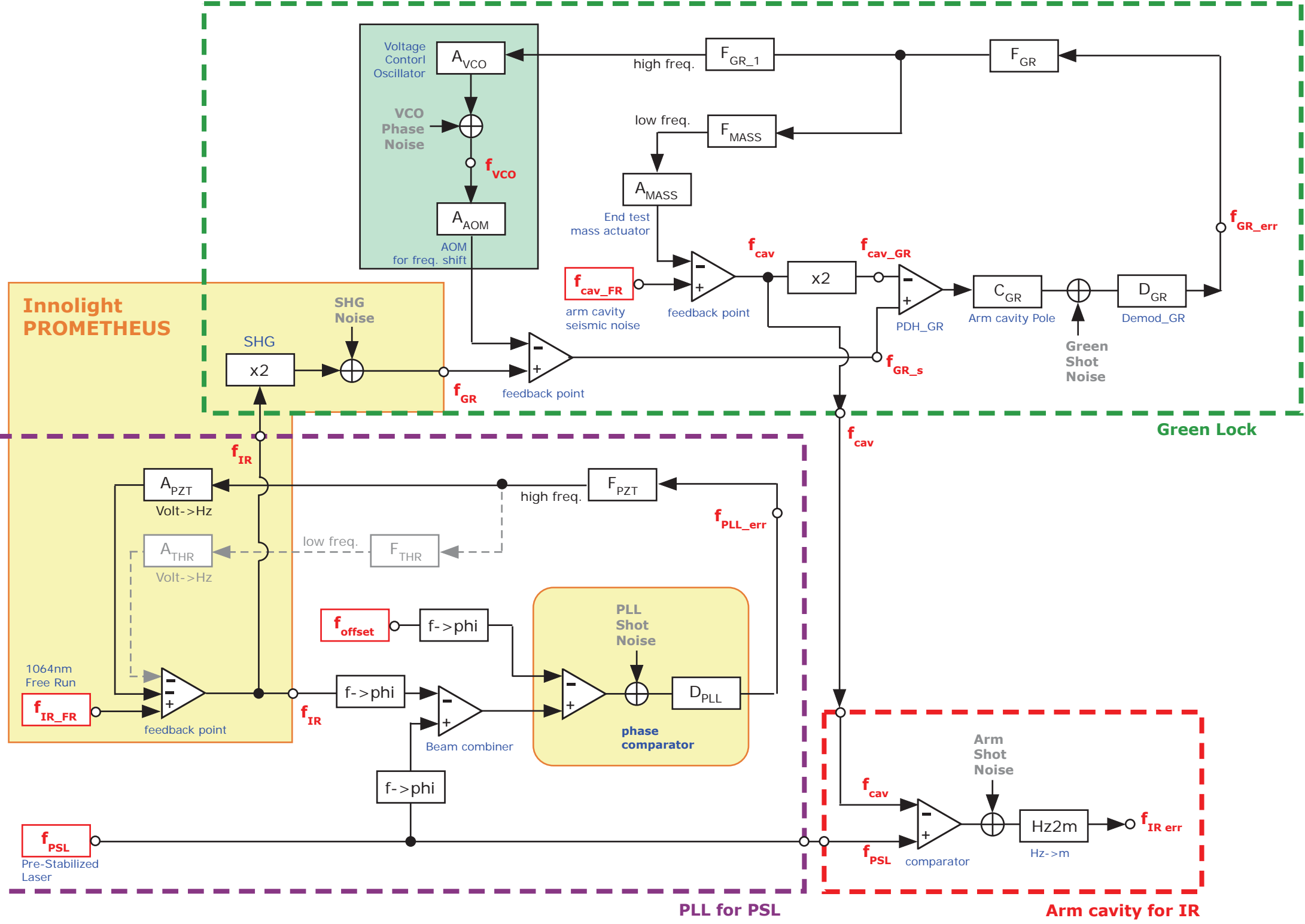


Figure 1: Green Lock configuration for LCGT

Lock procedure for LCGT arm cavity

- (1) 予め周波数安定化されたメインレーザー (**PSL**=Pre-Stabilized Laser) と **補助レーザー** (Innolight PRMETHEUS) の基本波出力 (IR) のビートをとる。
- (2) 得られたビート信号と**オフセット周波数**を phase comparator で比較。
- (3) 得られた信号を補助レーザーに帰還すると、補助レーザー光源から出力される IR と Green beam (=倍波光) の周波数が Pre-Stabilized Laser に対して、**共に安定化**される。
- (4) 以上で PSL と補助レーザーは、**オフセット周波数分だけズレ**たところで位相ロックされている。
- (5) **補助レーザー (の Green beam) を干渉計に入射して、腕をロック。**
高周波成分は、補助レーザーの AOM (freq. shifter) にフィードバックを返す。
低周波では基本的にミラーにフィードバックを返す。
- (6) 上の状態で、**PSL は腕の FSR の中のどこかの点に固定**されているはず。
- (7) **オフセット周波数を徐々に変えると、**
(5) のミラーへのフィードバックが arm cavity length を変えるので、結果として **PSL に対して腕の共振条件が満たされる状態**にできる。



Green Lock System は多少複雑であるので、
制御サーボ設計および雑音に対する伝達関数の計算は
以下の様に、2つのパートに分けて行った後に
システム全体の計算を行う。

Section 2: Phase-Lock Loop

Pre-Stabilized Laser (PSL) の周波数 (波長) を基準にして、Green Lock 用補助レーザー (Innolight PROMETHEUS) から出力される 1064 nm beam (以下 IR) の周波数を安定化する。IR を安定化することにより、PROMETHEUS から出力される倍波光 (=Green Laser) も安定化される。

[[Servo Design]]

Laser 周波数の安定化ゲインをなるべく稼ぎたい。

PZT servo loop の UGF は、PZT actuator の持つ共振周波数を考慮し 20-30 kHz に設定した。

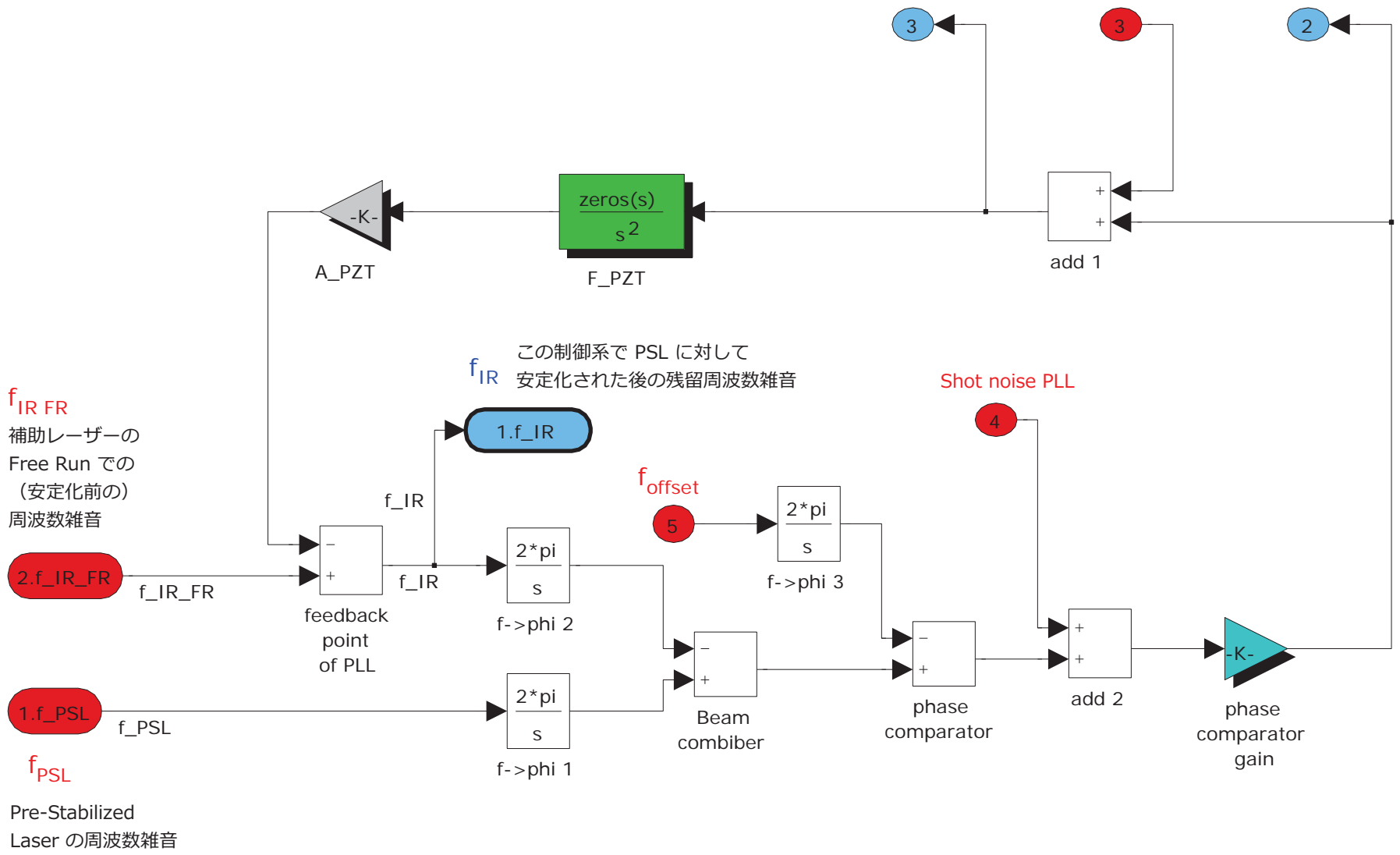
"f--> phi" 変換の持つ $1/s$ ($=1/f$) 周波数特性に、

servo filter で $1/s$ (zero) を入れただけの openloop TF と、

$1/s^2$ (zero 2つ) のサーボ設計で位相余裕など比較し、

より低周波でOTF gain が稼げる $1/s^2$ 設計を採用した。

Simulink Model of PLL part



[[Each components]]

Phase comparator

= 1 V /rad

(see LCGT wiki : <http://gwwiki.icrr.u-tokyo.ac.jp/JGWwiki/LCGT/subgroup/ifo/ISC/TaskList/LockAcquisition>)

Innolight PROMTHEUS: PZT actuator

= 2 MHz /V

** catalogue spec.

Servo filter for PZT loop (One zero version)

servo gain @DC = 0.01

zero freq. (1) = 10 kHz

zero freq. (2) = 0 Hz

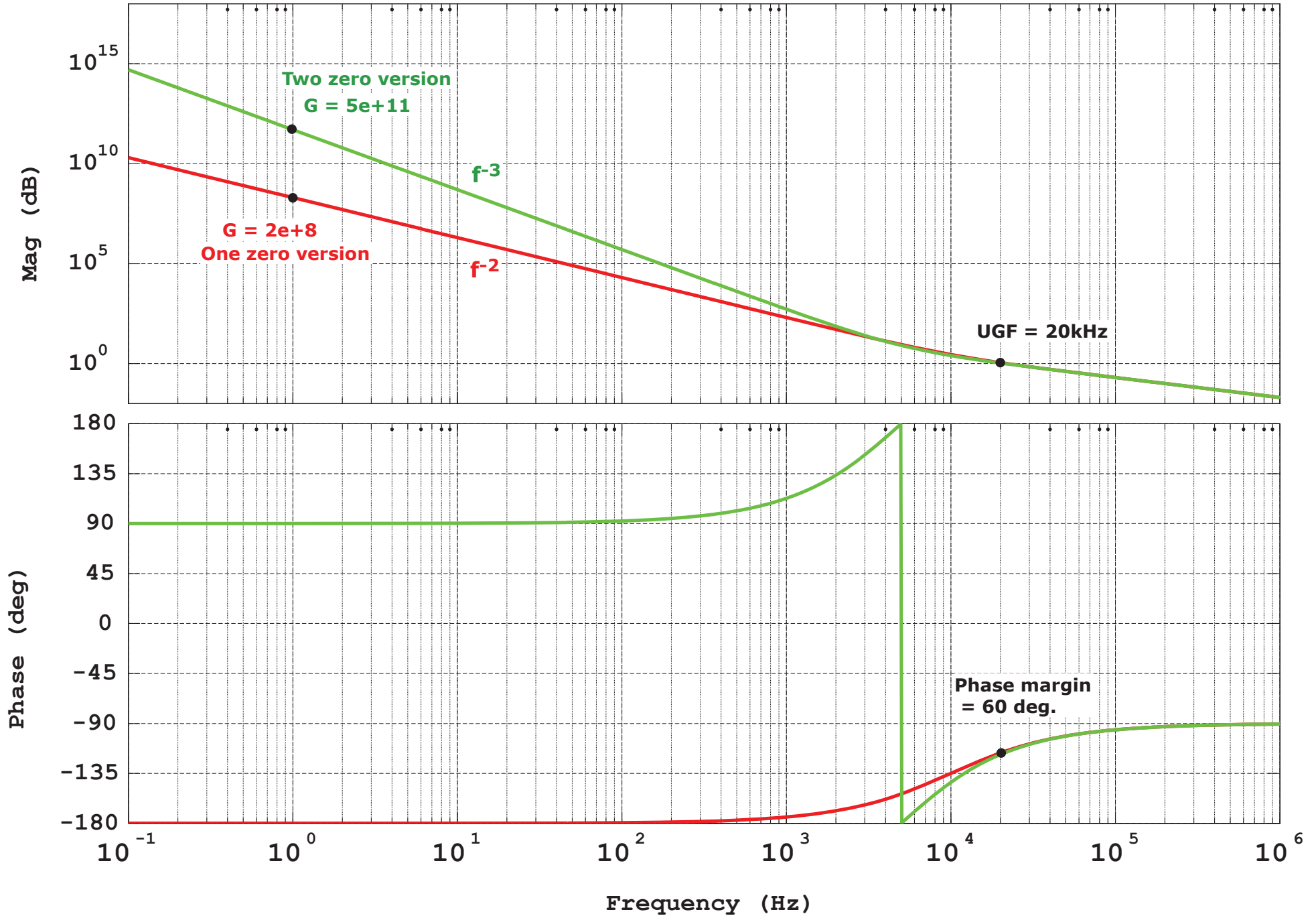
Servo filter for PZT loop (Two zero version)

servo gain @DC = 0.01

zero freq. (1) = 5 kHz

zero freq. (2) = 5 kHz

PLL - Open Loop TF



[[Noise Response to f_{IR}]]

OTF = openloop transfer function

* **$f_{\{IR FR\}}$** In(2) --> Out(1)

$$\begin{array}{ll} \text{OTF} = 1 / (1+G) & \\ f < \text{UGF} & \text{OTF} = 1/G \\ f > \text{UGF} & \text{OTF} = 1 \end{array}$$

* **$f_{\{offset\}}$** In(5) --> Out(1)

$$\begin{array}{ll} \text{OTF} = G / (1+G) & \\ f < \text{UGF} & \text{OTF} = 1 \\ f > \text{UGF} & \text{OTF} = G \end{array}$$

* **$f_{\{PSL\}}$** In(1) --> Out(1)

same as LO, ~~but the sign is flopped.~~

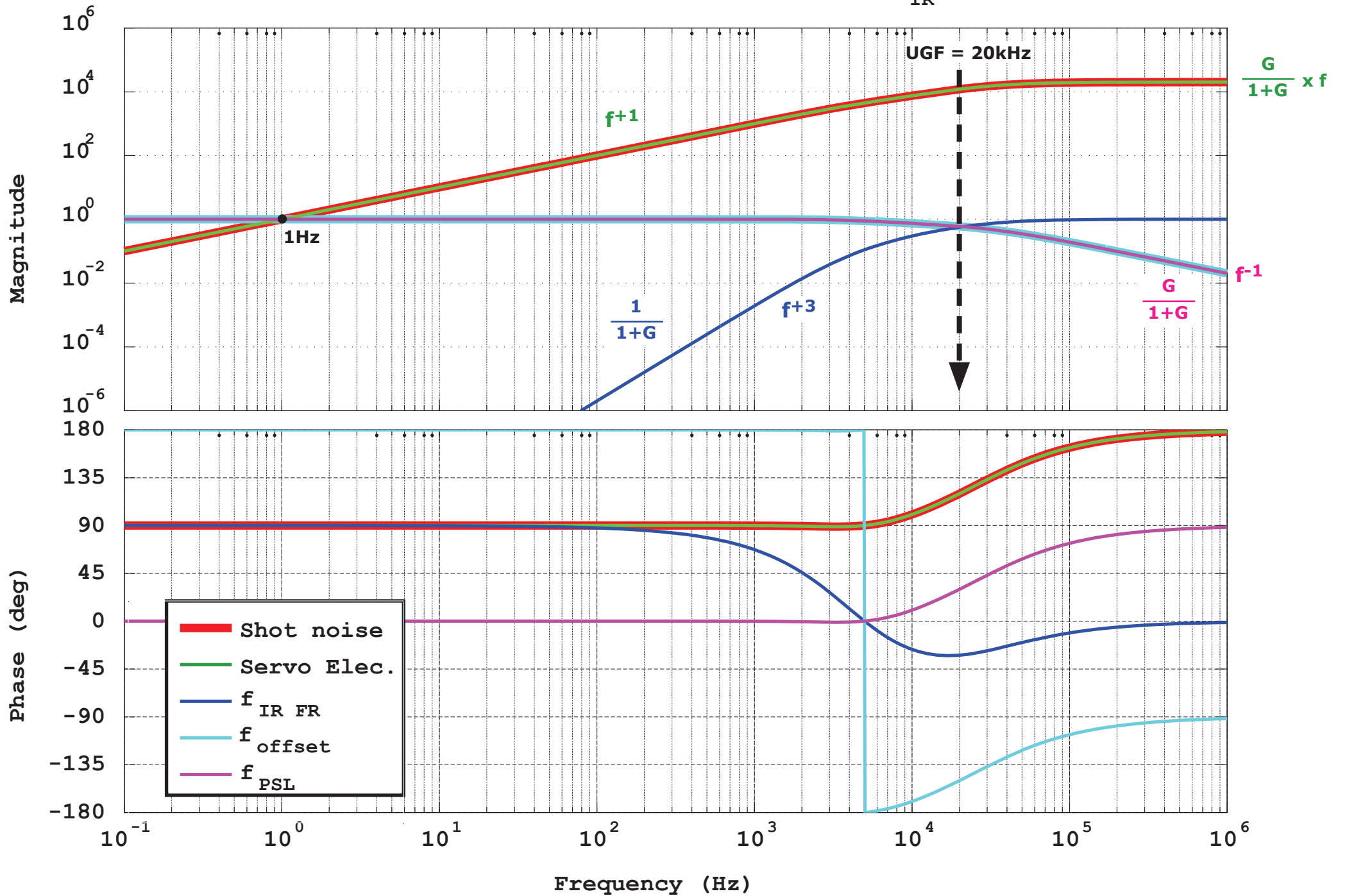
* **Shot noise (PLL)** In(4) --> Out(1)

LO と比較して、"f-->phi" 特性の分だけ違うはず。
 $\text{OTF} = G / (1+G) * f$

* **Servo Electronics Noise (PLL)** In(3) --> Out(1)

Shot noise と比較して、"phase comparator gain" だけ違うはず。
今回はたまたま、"phase comparator gain" = 1 となったため shot noise と同じ OTF。

Freq noise coupling to f_{IR}



[[Amount of noise source estimation]]

* Shot noise of the phase comparator

$$= 2.5e-8 \text{ rad/sqrt(Hz)}$$

Wiki 参照 もう一度数値チェック => 新井

* Servo Electric noise

$$= 100 \text{ nV/sqrt(Hz)}$$

PZT loop は UGF = 20 kHz ということもあり、アナログ制御となることを考えると

100 nV は worst case であると考えて良いだろう。

* Frequency noise of the laser free-run

$$= 1.0e+4 / f \text{ Hz/sqrt(Hz)}$$

* Local Oscillator freq. noise

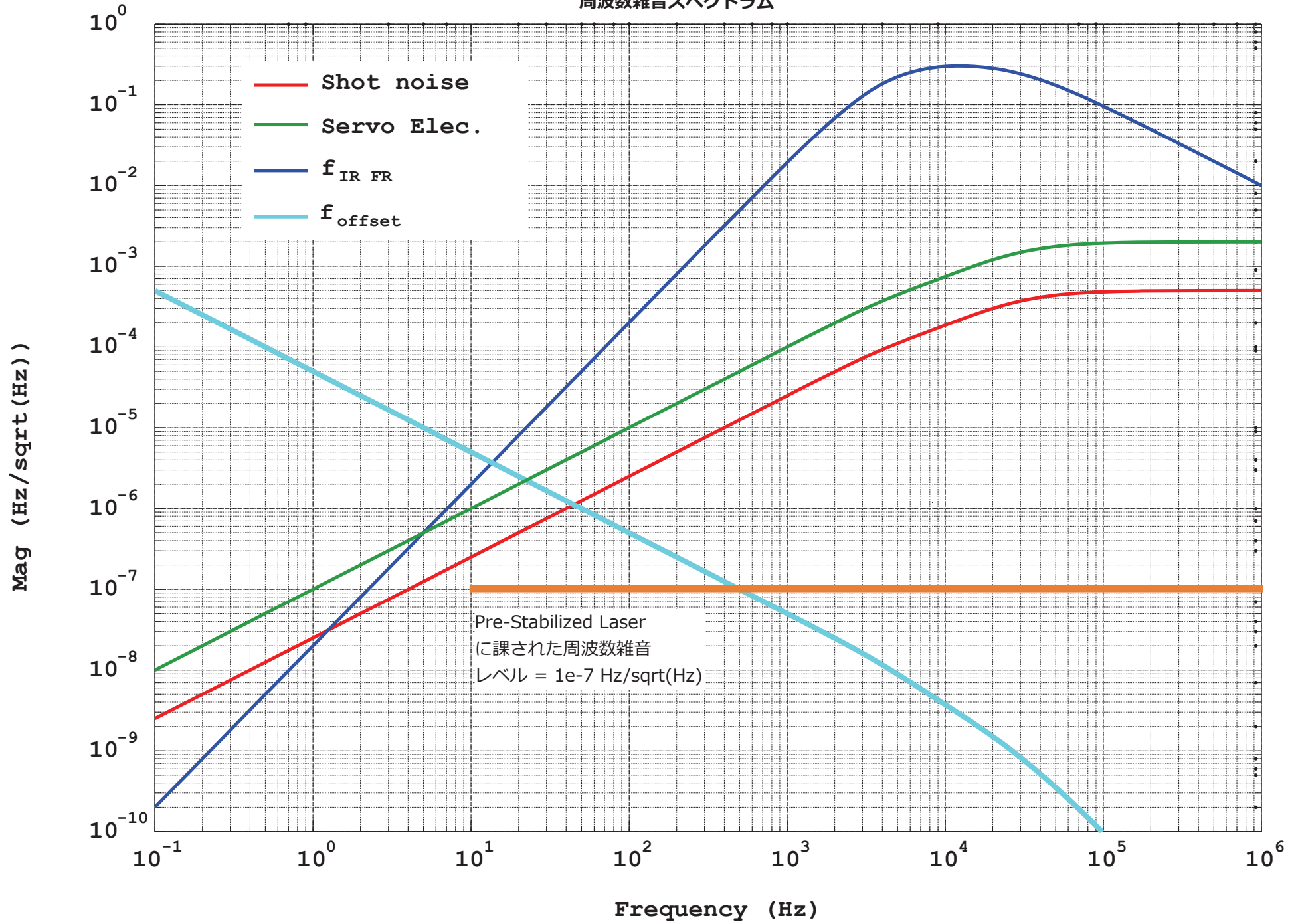
** *Agilent E8663D-UNIX catalogue spec.*

$$= 5e-5 / f^2 \text{ Hz/sqrt(Hz)} \quad \text{--> freq. noise} = 5e-5 / f \text{ Hz/sqrt(Hz)}$$

Koji's comment:

ショットノイズと同様にPLLのビーム結合系（マツハゼンダー）の地面振動雑音（定盤に固定された光学系）を考慮する必要があるか？ たぶん大丈夫だけど、ショットノイズを基準 *acoustic coupling* を規定してあげればよいか。

f_{IR} PSL に対して安定化された補助レーザー出力光の
周波数雑音スペクトラム



f_{IR} に対する雑音寄与についての考察

高周波では、PLL servo では抑圧しきれなかったレーザーの周波数雑音が支配的。

低周波は、Local Oscillator の持つ位相雑音（周波数雑音）が支配的である。

この段階で、定量的な判断は不能だが**在り得る雑音対策**について考えてみる。

高周波雑音 (>10kHz) が問題の場合は、打つ手なし。レーザー光源として PROMETHIUS を使っているので broadband EOM を導入することが容易ではない。

10-10 kHz 帯域では、PZT servo gain を増やすことで雑音をさらに抑圧できる可能性はある。

最後に、10 Hz 以下では PZT servo 設計に関わらず周波数雑音がそのまま FIR に寄与するので

単純に低雑音の Local Oscillator を導入する以外に対策はない。

Section 3: Green PDH lock servo

PSL を基準に安定化された補助レーザー出力の Green beam (=倍波光) に対して arm cavity を lock する。

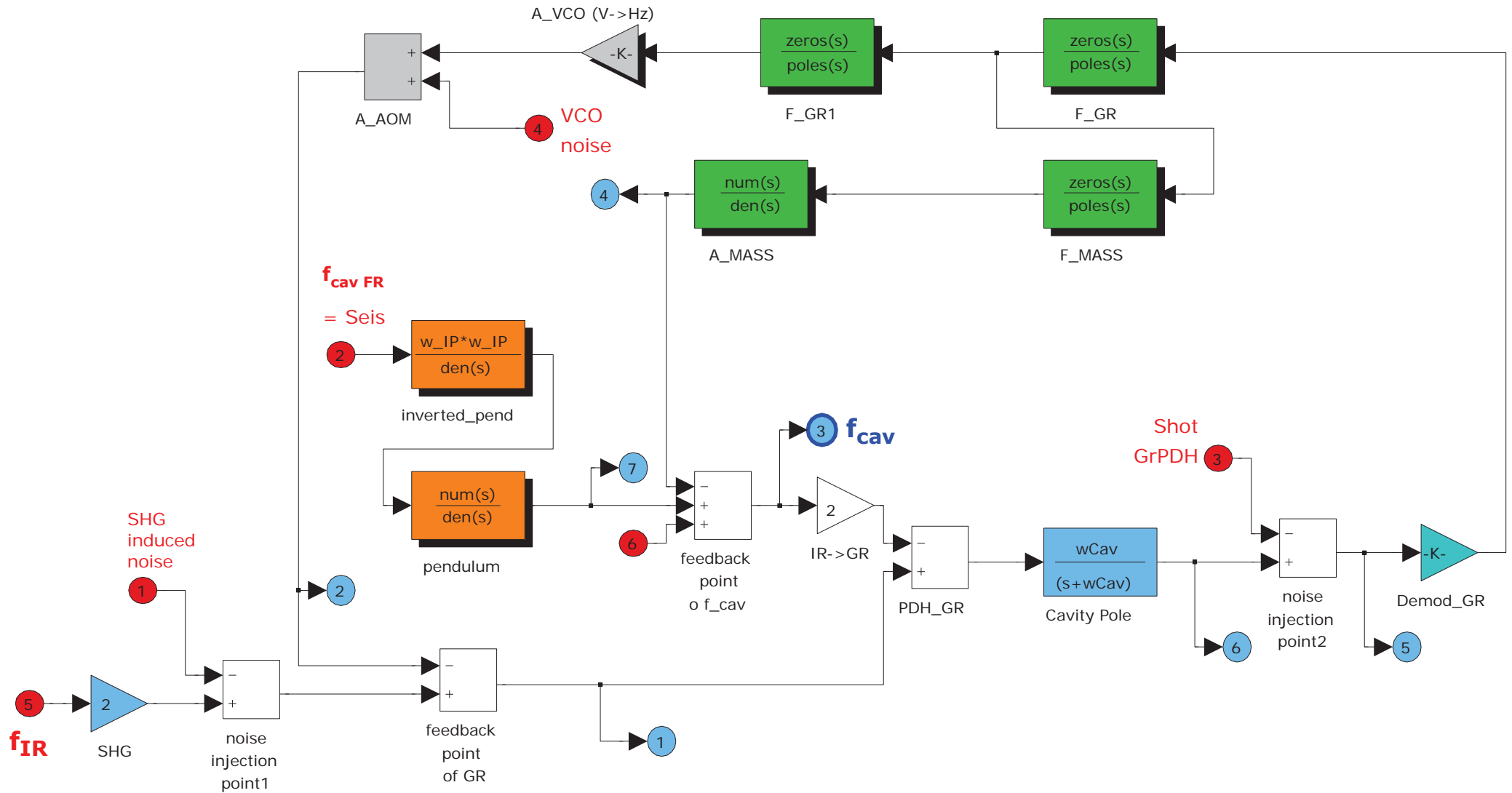
[[GrPDH Servo design]]

高周波は Acousto-Optic Modulator (for frequency shift) に feedback し、
低周波では arm cavity を構成する test mass に feedback する。

ここでは mass feedback servo はデジタル制御システムを使うことを前提に
cross-over freq. = 10 Hz と設定した。

AOM pass (全体) の UGF = 40 kHz。

Simulink model of Green Laser PDH Locking



[[Each components of Green PDH]]

Cavity pole for green laser

$$= c / 4 / L / (\text{Finesse for green laser})$$

$$= 2.5 \text{ kHz}$$

$$\text{Finesse for green laser} = 10$$

Demodulation gain for GrPDH

Resonant width in freq. of the arm cavity

$$= f_{\text{FSR}} / (\text{Finesse for green laser})$$

ざっくり上記の線形領域の端から端まで変動すると 1 Volt と仮定する。

$$\text{Demod Gain for GrPDH} = (\text{Finesse for Gr}) / f_{\text{FSR}}$$

$$= 2e-4 \text{ V/Hz}$$

$$f_{\text{FSR}} = c / 2 / L = 50 \text{ kHz}$$

Servo filter (F_GR)

$$\text{servo gain} = 0.1$$

$$\text{pole freq. (1)} = 0 \text{ Hz}$$

$$\text{zero freq. (1)} = 2.5 \text{ kHz}$$

Servo filter (F_GR1)

$$\text{servo gain @DC} = 1$$

$$\text{zero freq. (1)} = 0 \text{ Hz}$$

$$\text{pole freq. (1)} = 10 \text{ Hz}$$

Servo filter (F_MASS)

$$\text{servo gain @DC} = -2e+2$$

pole	zero
0	10
0	10
100	10
500	
500	

Mass Actuator (A_MASS)

$$\text{servo gain @DC} = 5e-6 \text{ um/V} * m2\text{Hz}$$

$$= 4.7e+5 \text{ Hz/V}$$

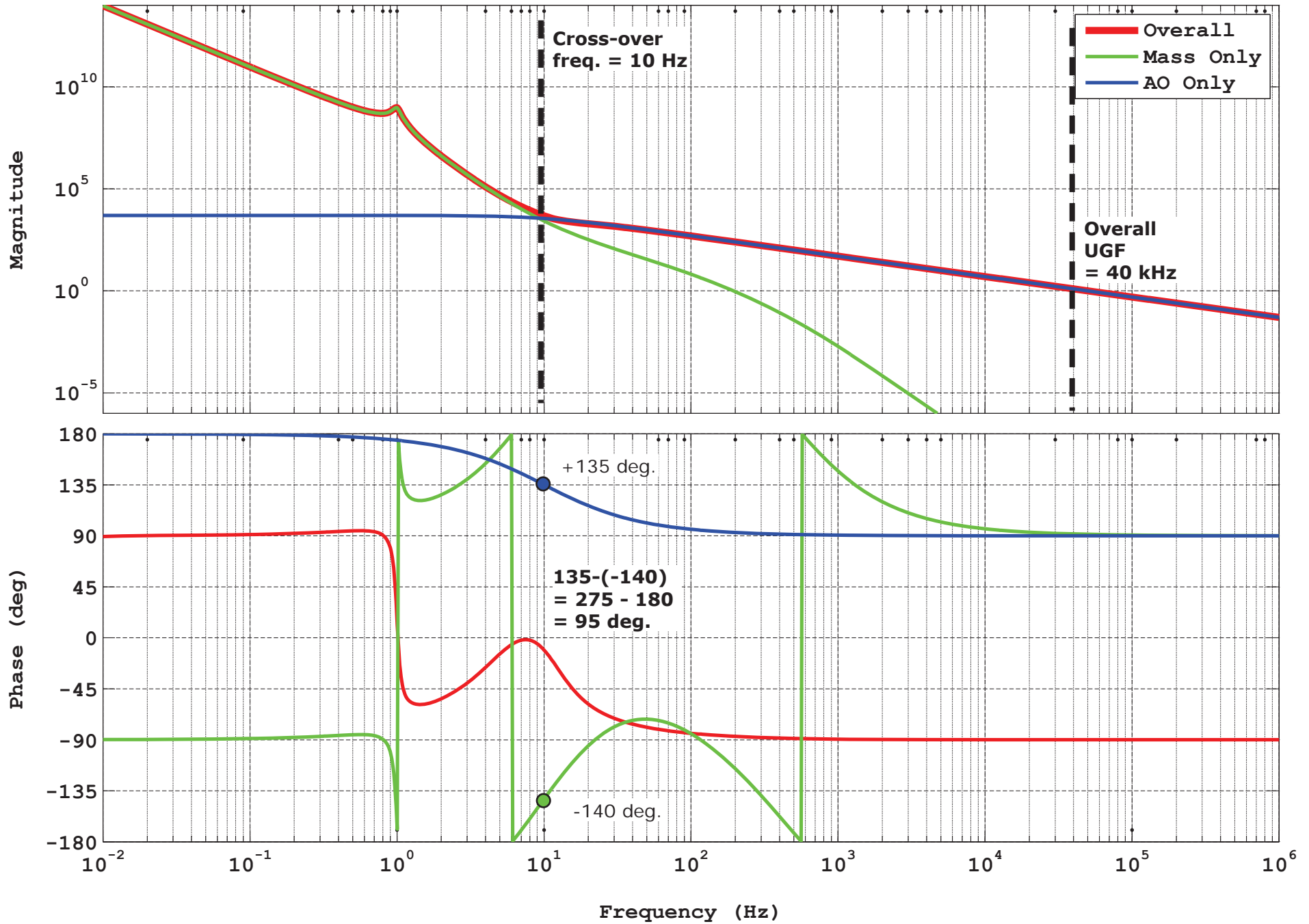
$$\text{pole freq.} = 1 \text{ Hz}$$

$$Q \text{ factor} = 10$$

$$m2\text{Hz} = 2/\text{lambda} * c/2/L$$

$$= 9.3e+10$$

Green PDH - Open Loop TF



[[GrPDH noise TF]]

* cross-over freq. 以下でしか mass servo は効かないので、
制御による抑圧は 10 Hz 以下でしか効かない。

(mass servo suppression)

* 低周波防振装置 Inverted Pendulum により、地面振動は低減できる。

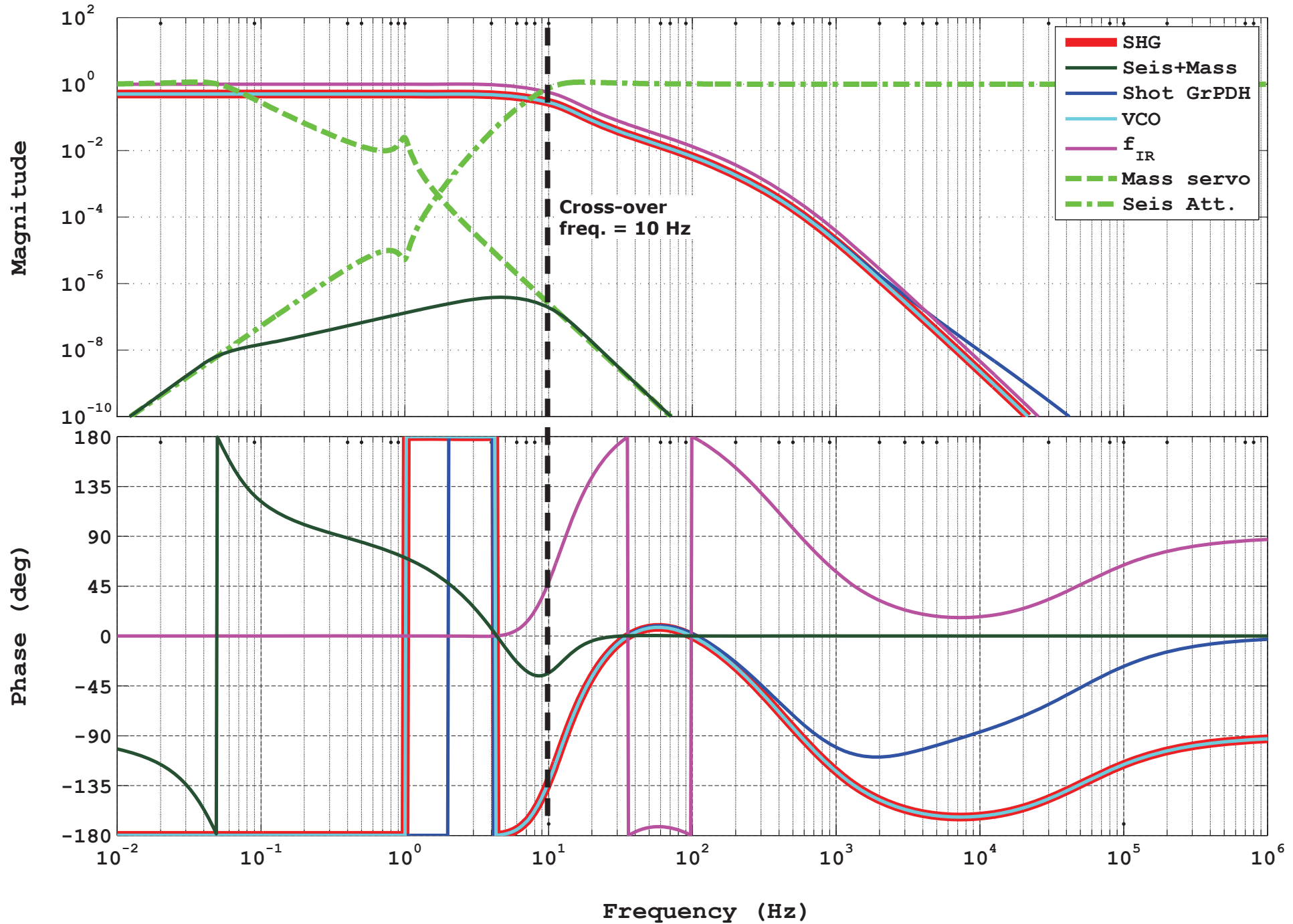
(seismic attenuation)

* SHG noise, VCO noise, f_{IR} は AOM servo により、10 Hz 以上で抑圧される。

* Shot noise GrPDH は、SHG, VCO, f_{IR} と cavity pole 分だけ違う。
cavity pole freq. = 2.5 kHz --> pole を補正するので zero となる。

* $f_{\text{IR}} \rightarrow f_{\text{cav}}$ は、SHG noise などと同様。
cross-over freq. と UGF の 2 箇所に pole がある伝達関数となる。

Green laser freq noise coupling to f_{IR}



[[Amount of noise source estimation]]

* SHG induced noise

1e-5 (phase noise, $f > 10$ Hz) --> $1e-5 * f$ (freq. noise)

** *measured spectrum at Caltech 40m: LIGO G1000311-v2*

* Seismic motion

= $1e-9 / f^2$ m/sqrt(Hz)

* Shot noise of Green PDH

= $8e-6$ Hz/sqrt(Hz)

???

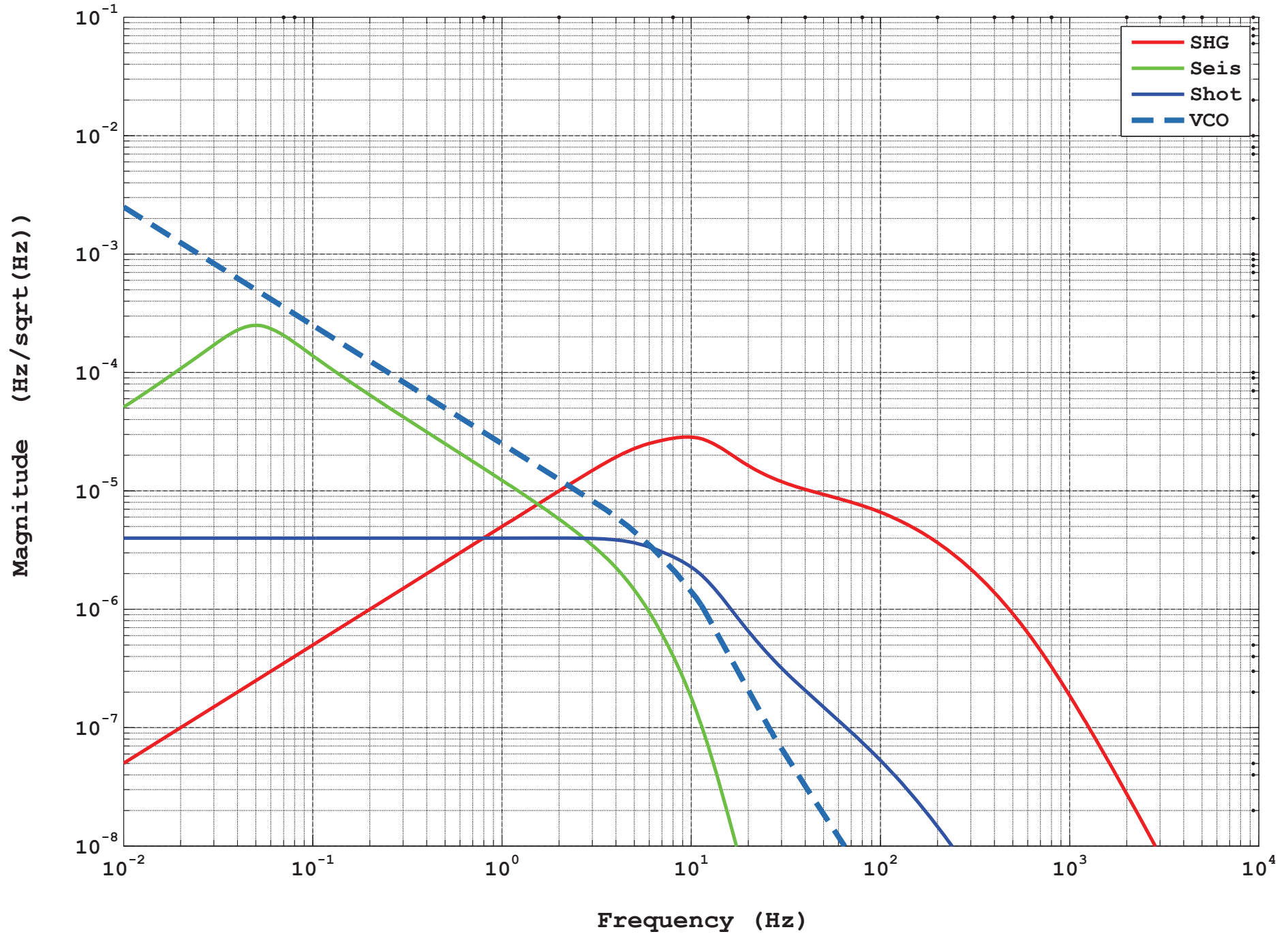
* VCO freq. noise

** *Agilent E8663D-UNIX catalogue spec.*

= $5e-5 / f^2$ Hz/sqrt(Hz) --> freq. noise = $5e-5 / f$ Hz/sqrt(Hz)

f_{cav}

Green laser に対して lock した後の
arm cavity の周波数安定度



f_{cav} に対する雑音寄与についての考察

地面振動は、低周波防振装置 (Inverted Pendulum) による減衰と Mass servo の制御ゲインを高くことにより抑圧した。

結果、2 Hz 以下では VCO の周波数 (位相) 雑音が支配的となっている。

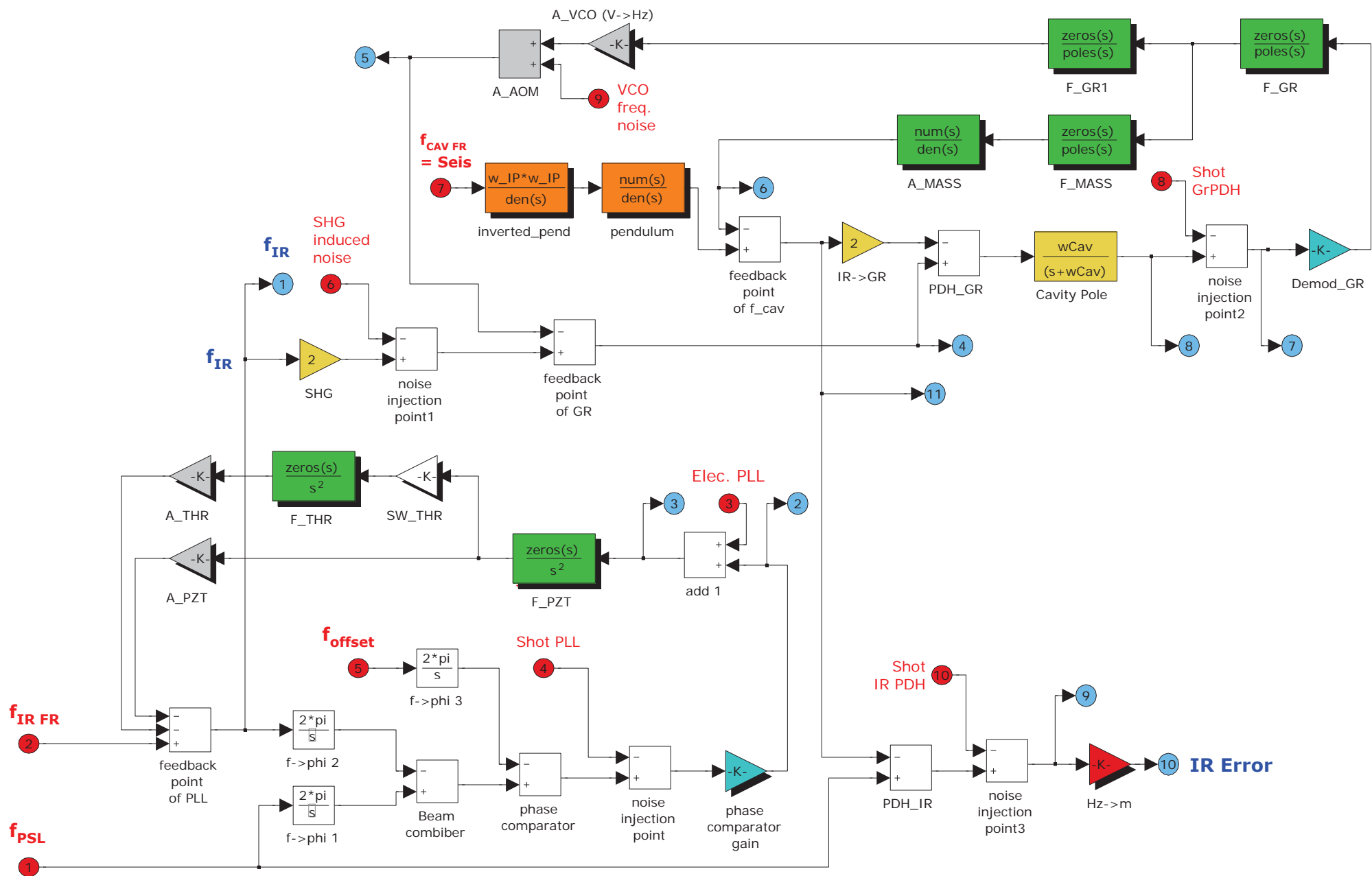
2 Hz 以上では、SHG (Second Harmonic Generator) 起因の周波数雑音で支配されている。
が、この推定は Caltech 実験装置に組み込まれた SHG 結晶での雑音レベルを使っているので Innolight PROMETHEUS のパフォーマンスは測定して確認する必要あり。

Section 4: Whole Green PDH lock system

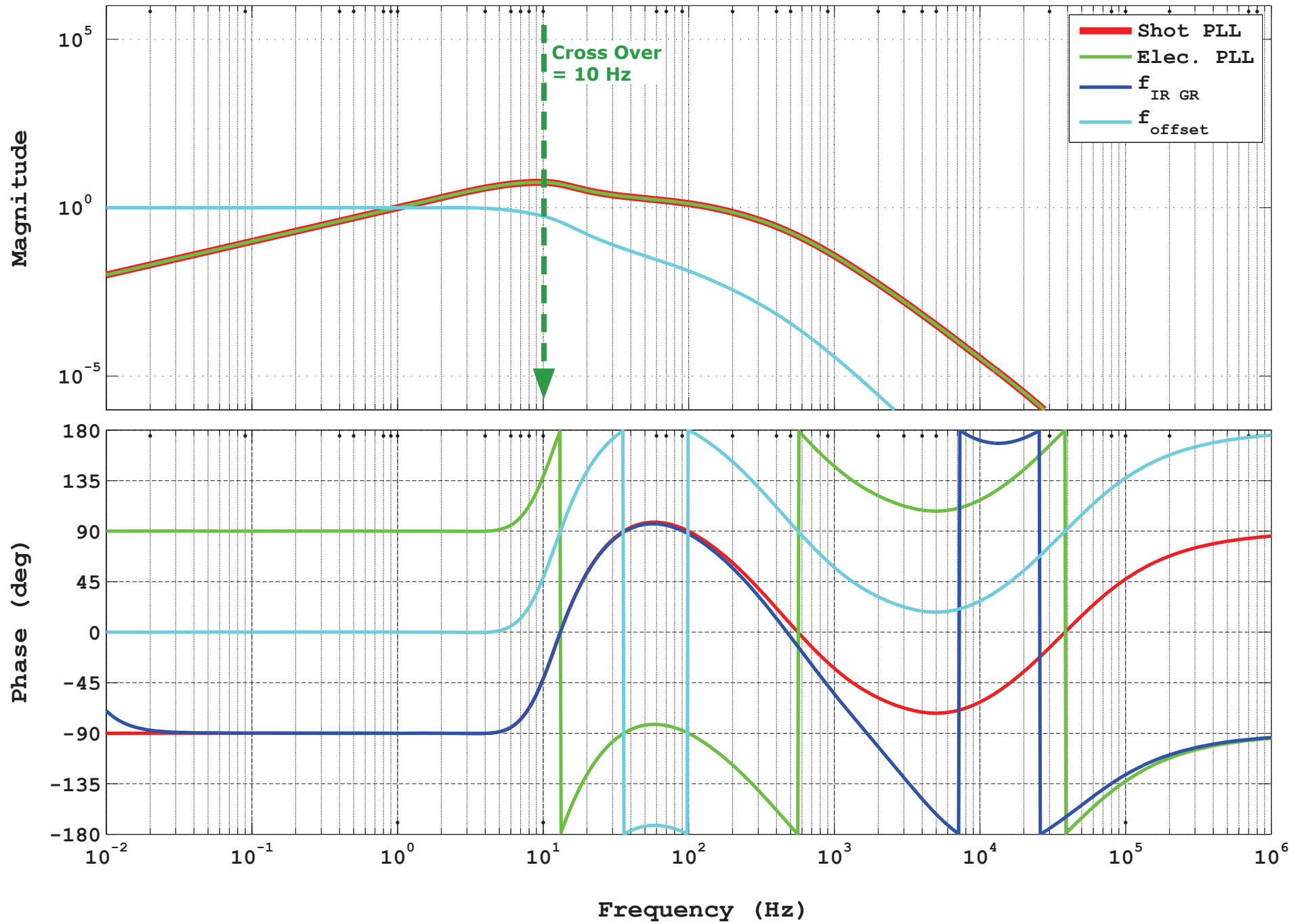
section 2 で議論した雑音は、section 3: $f_{IR} \rightarrow f_{cav}$ を介して最終的な雑音に寄与する。

section 3 で議論した雑音と上記の雑音は、 f_{PSL} と比較され、

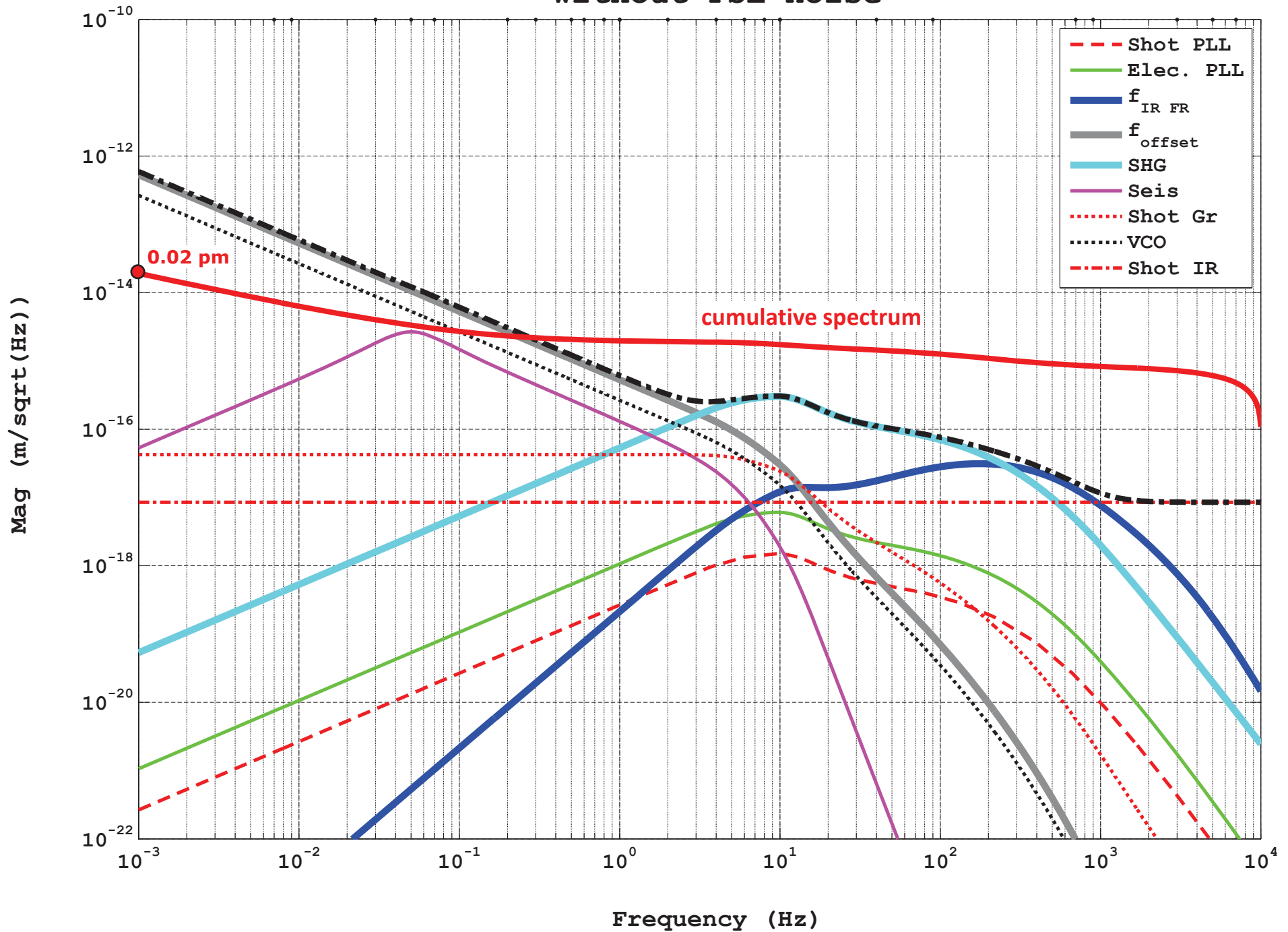
次ページ out(9) へと現れる。



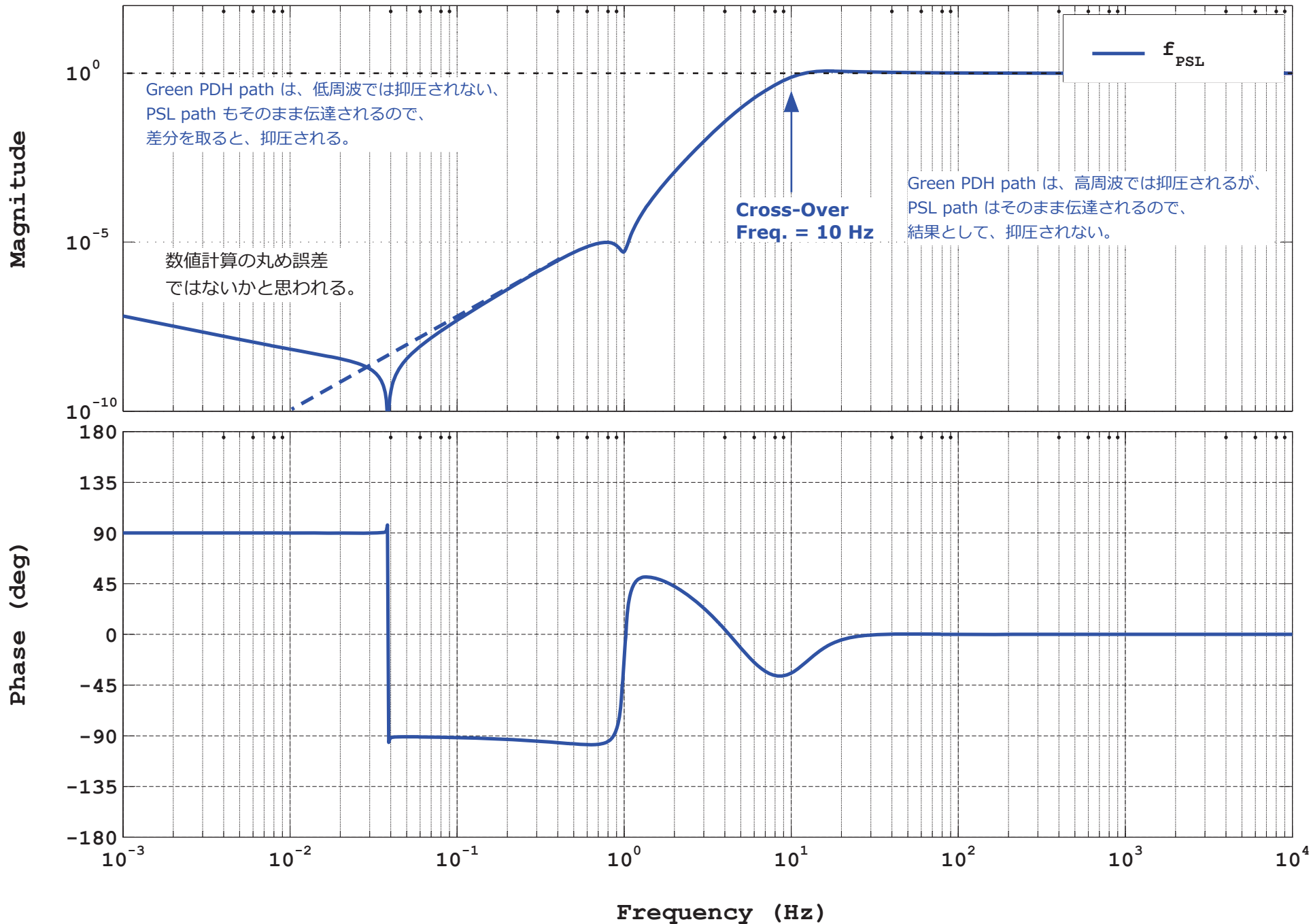
Freq noise coupling to IR Error

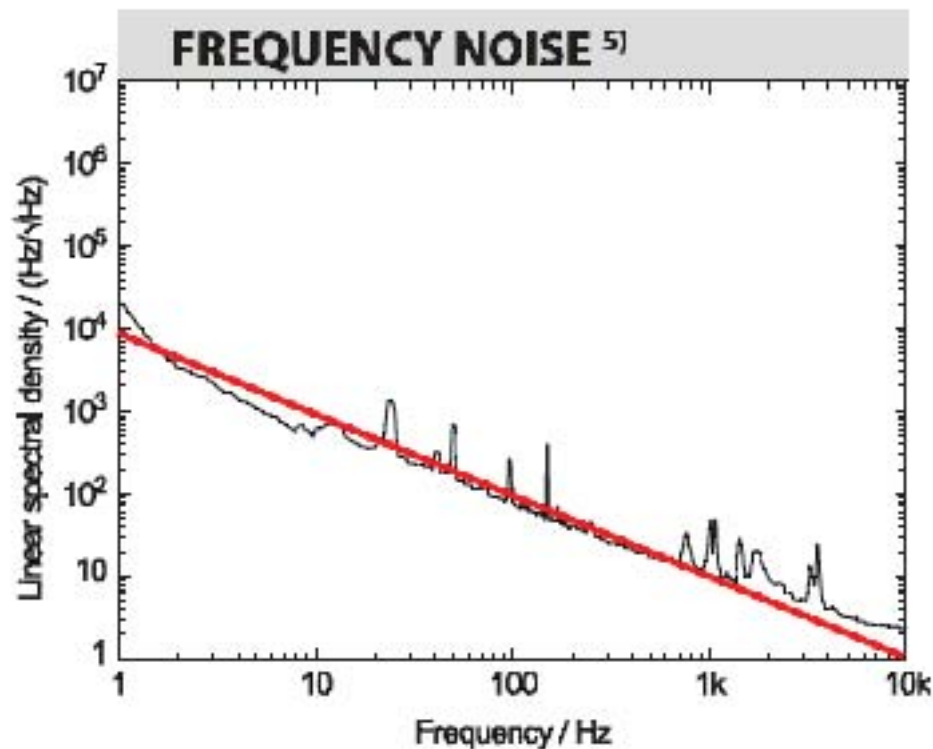


Displacement noises at IR Error without PSL noise



PSL noise to IR Error





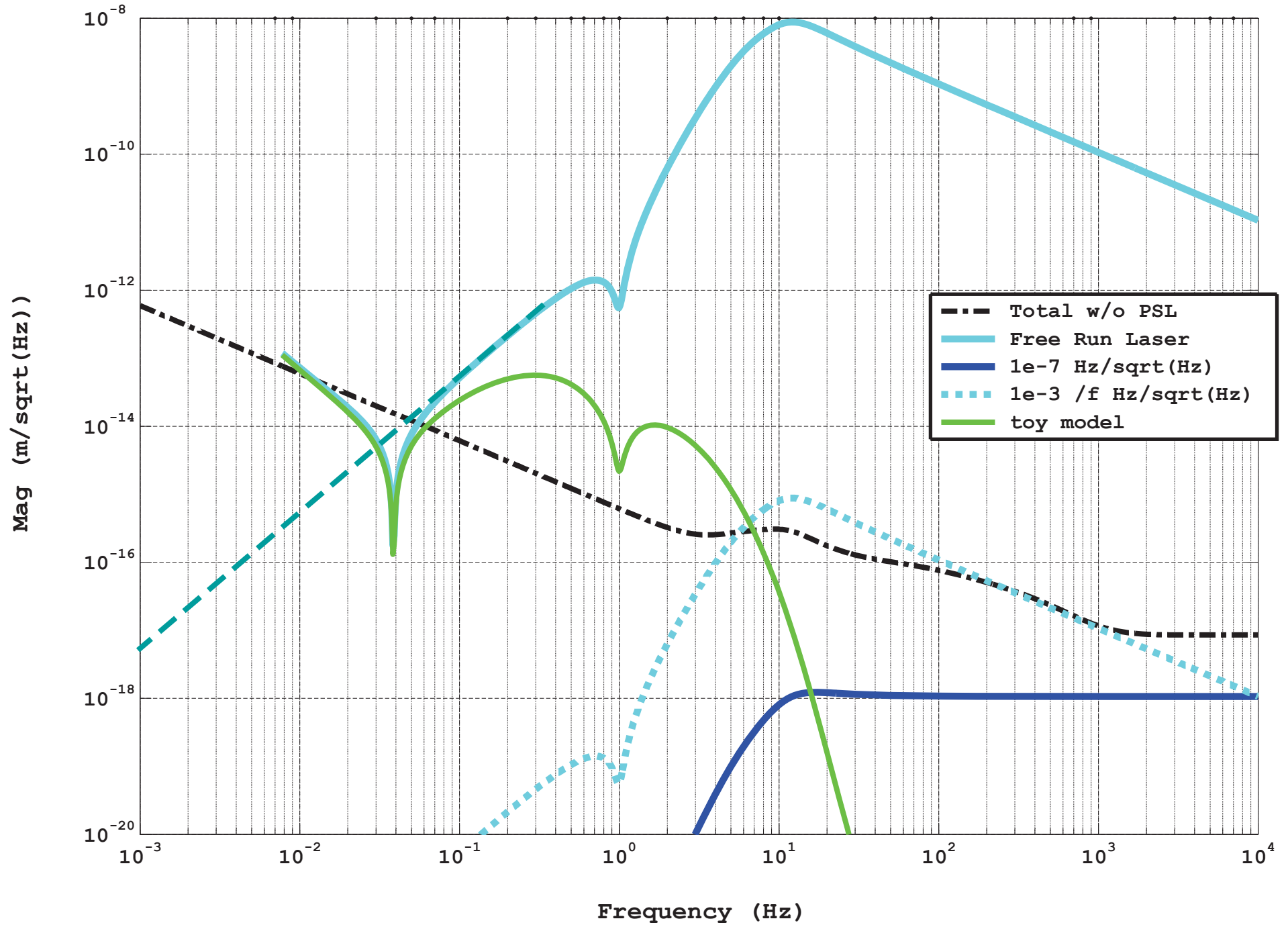
Free-run: frequency noise
 $1e+4 / f \text{ Hz/sqrt(Hz)}$

6.3 周波数雑音

周波数雑音に関しては、波長 $1\mu\text{m}$ の光を用い、両腕のバランスで周波数雑音の影響が $1/100$ ($\gamma_{\text{CMRR}} = 10^{-2}$) になっていると仮定する。また、安全係数 F_{safety} を 10 とすると、

$$\delta\nu < \nu\tilde{h}/\gamma_{\text{CMRR}}/F_{\text{safety}} \sim 1 \times 10^{-8} \text{ Hz}/\sqrt{\text{Hz}} \quad (6.2)$$

PSL noises at IR Error



積み残しの仕事

- * まだ入れてない雑音源のリストアップ
- * feedback 電圧や sensor がサチらないか確認するため、各所の RMS 電圧を計算。
- * 「shot noises の推定 by 新井」を cross-check。
- *