

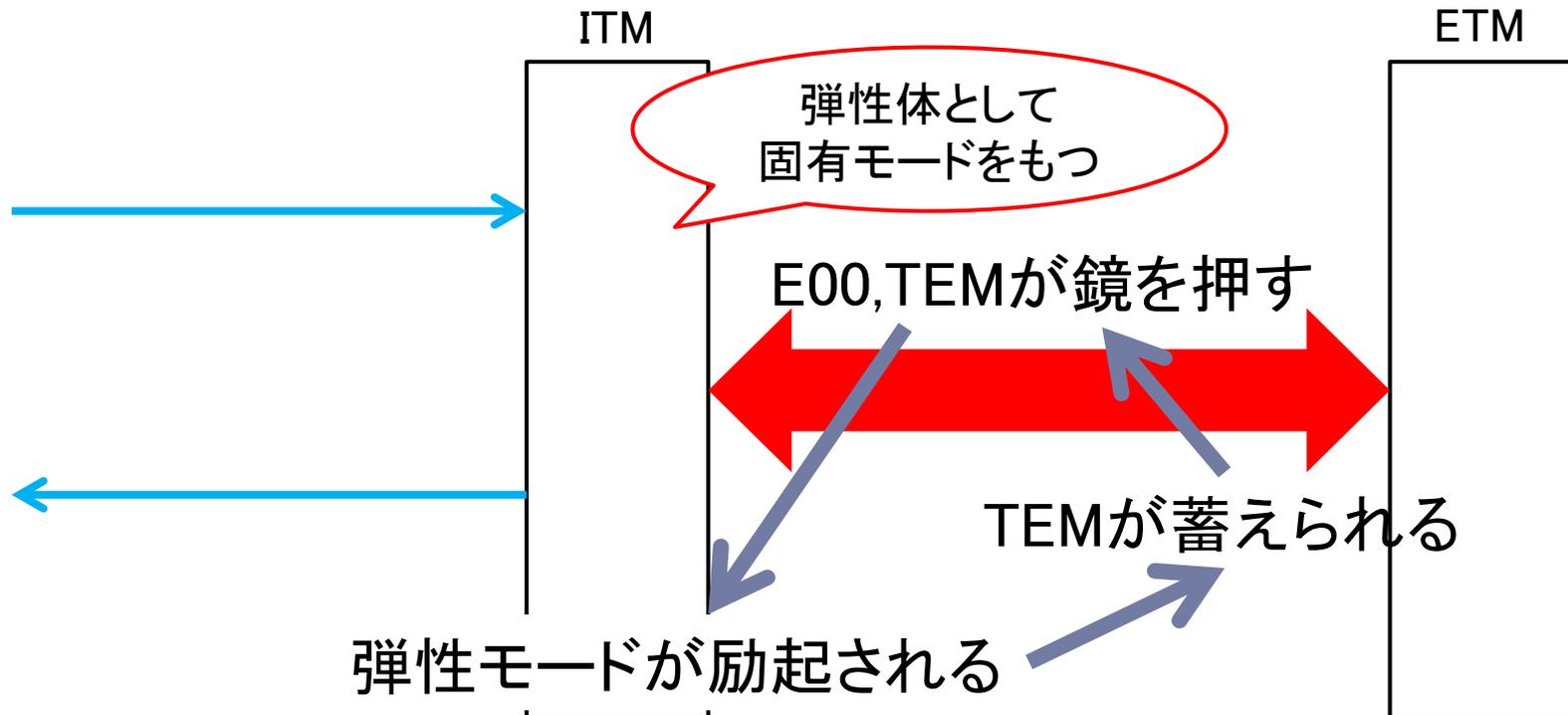
Parametric Instability in the bLCGT arm cavity

東大坪野研 M1
柴田和憲

Introduction:

Parametric instability(PI)とは(1)

- ▶ 高パワーが蓄えられるFP cavityにおいて、図の機構でTEMモードと弾性モードが共振してしまうこと。
- ▶ これが酷いと干渉計のロックに支障をきたす



Introduction:

Parametric instability(PI)とは(2)

- ▶ PIが起こる条件式は以下で表される

$$\mathcal{R} > 1,$$

$$\mathcal{R} = \sum \frac{2P}{cLM} \frac{Q_m}{\omega_m^2} \left(\frac{Q_{PR}}{1 + \left(\frac{\Delta\omega}{\delta\omega_{PR}} \right)^2} + \frac{Q_{RSE}}{1 + \left(\frac{\Delta\omega - \Delta_{RSE}}{\delta\omega_{RSE}} \right)^2} \right) \Lambda$$

和はoptical modesすべてについて取る。

Λ はoverlap factor(詳しくはレポート)。

$\Delta\omega = \omega_{00} - \omega_{TEM} - \omega_m$ は周波数差。

Motivation: なぜPI計算が必要か？

- ▶ ASC(道村さんのお話)の観点でnegative g-factorの方がpositiveよりもよいとされている
- ▶ 同様の理由でaLIGOもnegative gらしい。
- ▶ しかしながら、PIの懸念がnegativeの方がでかいと言われている。
- ▶ 実際にLCGTではどうなのだろうか？
「干渉計組んでみるまでもなくPIが生じる」
とかだったら困る。

Preparation:

今回の計算に用いたparameter(1)

- ▶ Mirror radius $r = 110$ mm
- ▶ Mirror depth $d = 150$ mm
- ▶ Mirror direction c-axis
- ▶ Power in the main cavity $P = 0.41$ MW
- ▶ Wavelength $\lambda = 1064$ nm
- ▶ Main cavity length $L = 3000$ m
- ▶ SR cavity length $L_{\text{SRC}} = 66.591$ m
- ▶ Q-value of mechanical modes $Q_m = 10^8$
- ▶ Finesse $\mathcal{F} = 1550$
- ▶ Power transmittance of the PR mirror $T_{\text{PR}} = 0.10$
- ▶ Power transmittance of the RSE mirror $T_{\text{RSE}} = 0.37$

Preparation:

今回の計算に用いたparameter(2)

- ▶ 曲率については、positive/negativeそれぞれ以下の候補を用いた
- ▶ Negative g
 - ITM curvature $R_1 = 1.68$ km
 - ETM curvature $R_2 = 1.87$ km
- ▶ Positive g
 - ITM curvature $R_1 = 14$ km
 - ETM curvature $R_2 = 7.5$ km

計算方法

- ▶ 鏡の曲率が変わると、横モード間隔が変わる
→ $\Delta\omega$ が変わる
→parametric gainが劇的に変化する領域が出てくる
- ▶ Positive/Negativeそれぞれについて、
ITM/ETMの曲率を2%だけ振ったときに
どのようにparametric gainが変わるかを計算した
- ▶ COMSOLにFEM&積分計算をさせ、
その結果をMATLABで処理する

計算結果の保証

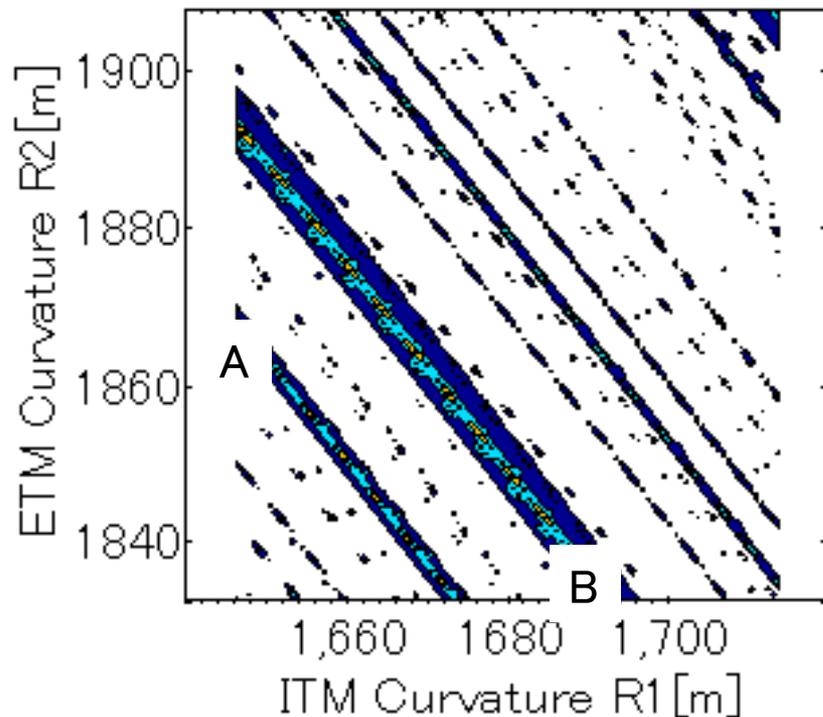
- ▶ FEMの計算精度は結構悪い
(1%ずれるとかザラに起こる)
- ▶ そこで、山元さんの計算結果(2009)と突き合わせるということを行った
 - ピーク^oの値、位置ともに2%の精度で一致
(←FEMの計算精度が1%のとき、2%ずれうるという計算結果)
 - この計算方法でよいだろう

計算結果 (with PR and detuned RSE)

max(R)が1を超えるところを
色で塗った。

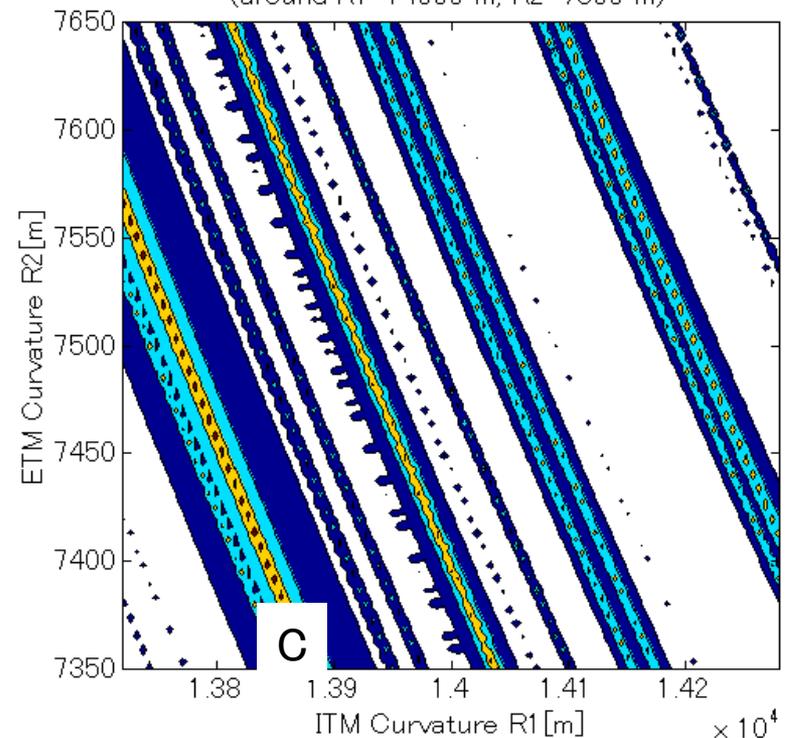
Negative g

Max. of the parametric gain $\log_{10}(R)$
(around $R_1=1680$ m, $R_2=1780$ m)



Positive g

Max. of the parametric gain $\log_{10}(R)$
(around $R_1=14000$ m, $R_2=7500$ m)

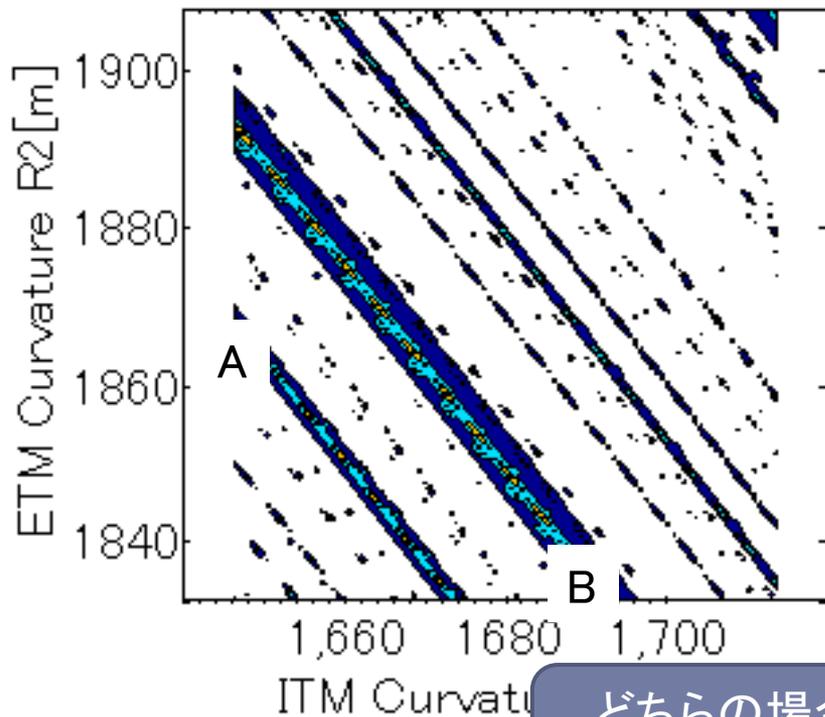


計算結果 (with PR and detuned RSE)

max(R)が1を超えるところを
色で塗った。

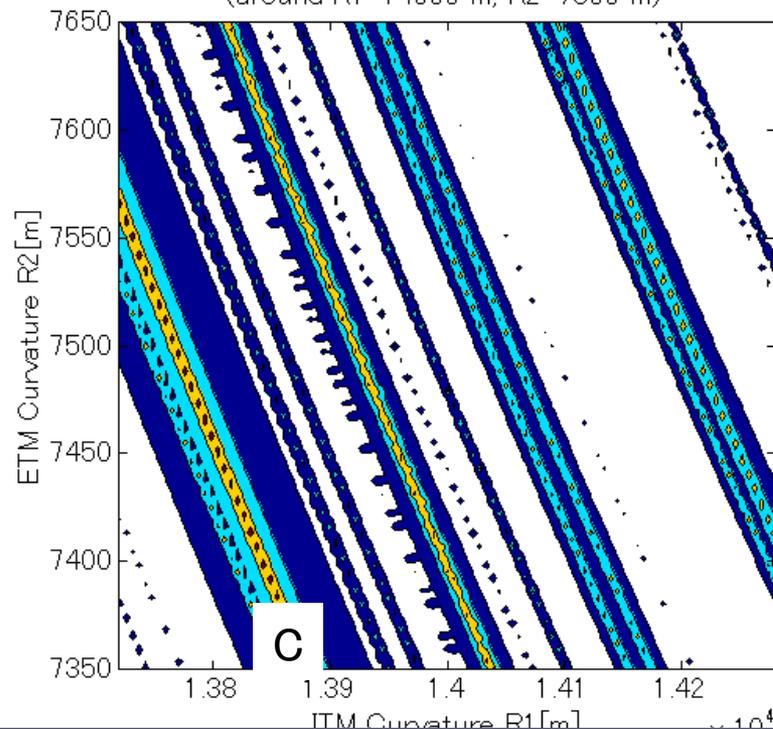
Negative g

Max. of the parametric gain $\log_{10}(R)$
(around $R_1=1680$ m, $R_2=1780$ m)



Positive g

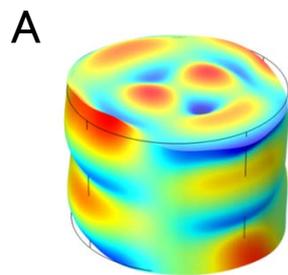
Max. of the parametric gain $\log_{10}(R)$
(around $R_1=14000$ m, $R_2=7500$ m)



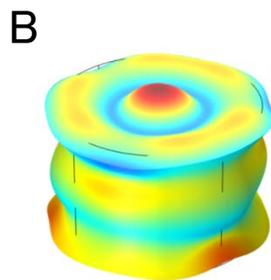
どちらの場合にも $R > 1$ となる領域が幾らか見られるが、
大域的に1を超えるという状態ではない。

考察(negative g)

- ▶ $\max(\mathcal{R}) = 16000$
- ▶ $\mathcal{R} > 1$ となる弾性モードは以下の2つ

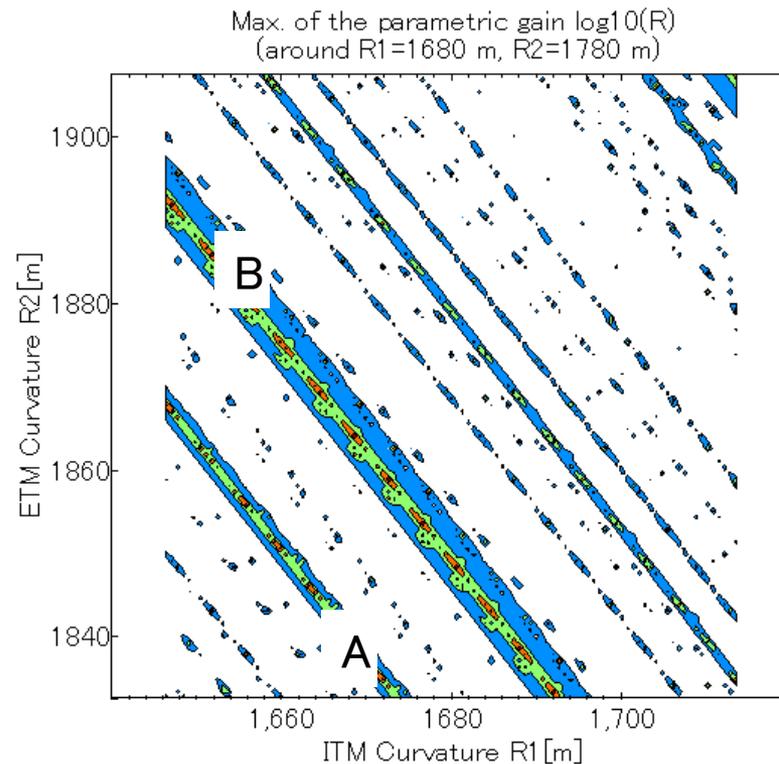


74.9 kHz



75.4 kHz

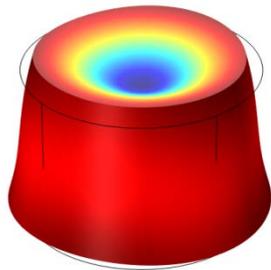
- ▶ ともに、TEM02とのoverlapが大きい。
- ▶ つまりcareすべきモードは2個



考察(positive g)

- ▶ $\max(\mathcal{R}) = 4000$
(negativeの場合の1/4)

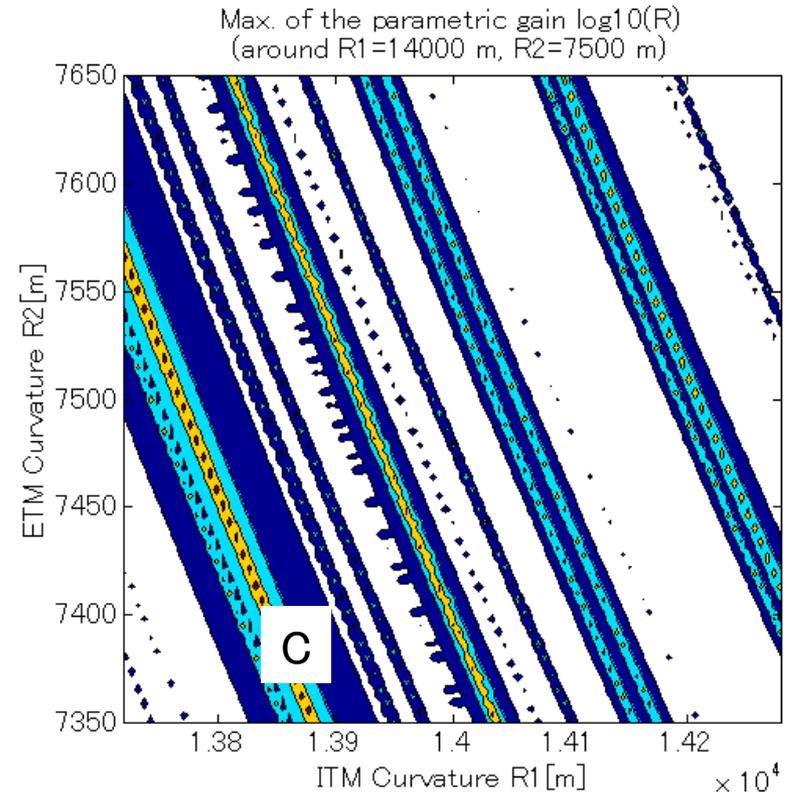
- ▶ 図の弾性モードの
parametric gainが >1
であった。



C

23.9 kHz

- ▶ TEM20とのoverlapが大きい。
- ▶ つまりcareすべきモードは1個



まとめ

- ▶ Negative/positiveどちらの場合でも、「PI的に全然ダメ(調べた領域で常に $\mathcal{R} > 1$)」ということはない
- ▶ Positiveの方が $\pm 2\%$ で曲率が変わった時に1を超える領域の割合が多い(先ほどの図で塗られた領域が多い)
- ▶ Negativeの方がparametric gainの最大値が大きい。さらにcareすべき弾性モードが多い(曲率が2%変化したときの $g = 1 - L/R$ の変化がnegative g の方が激しいため)
- ▶ まさに一長一短(他の課題と勘案しつつ決めればよい、程度)

おまけ

- ▶ **Q.** 鏡の要求精度を+1%/-0%といったように指定することによって、あらかじめPI的に危険な領域を避けることはできないのか？
- ▶ **A.** FEMの計算精度を1%とするとき、 $\max(\mathcal{R})$ をもたらす曲率の位置は2~3%ずれるので、不可能

(ズレが0.5%よりも十分小さければ可能であるが、それにはFEMの計算精度を0.17%未満にする必要がある
→そんなmethodは存在しない)

おしまい