

連続波探索解析の基礎

伊藤 洋介
東北大天文

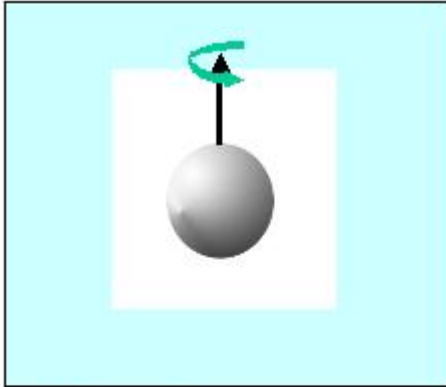
目次

- 解析手法から見た重力波源の分類
- 重力波パルサーとはどんなものか？
 - 物理
 - 現在までの探索結果
- 重力波パルサー探索の方法(F-statistic, coherent search)
 - 考え方
 - 実際
- 計算量の問題
 - 計算量を減らす工夫と計算能力を獲得する工夫

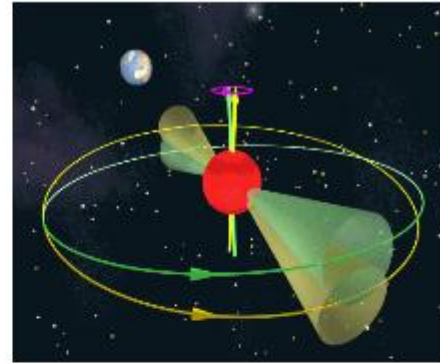
解析手法から見た地上検出器の重力波源の分類

	Continuous	Binary/Quasi Normal Mode	Stochastic	Burst
天体	Pulsars, oscillating compact stars.	NSs or BHs merger, QNM of newborn BHs.	Unknown Background?	GRBs, SNe, Novae, unknown, etc.
テンプレートの有無	有(基本的に Sinusoid)	有(3.5PN or 現象論的波形)/BH 摂動論	無(複数検出器の相関解析)	(数値相対論やサインガウシアンなど)
積分時間	週～年	秒～分	週～年	秒～分
留意すべき特徴	地球の公転・自転による重力波信号の変調。	一つのイベントをなんども観測できないので、フォローアップ重要。	相関解析なので1台では無理。地球公転・自転による変調。	一つのイベントをなんども観測できないので、フォローアップ重要。
解析上のテーマ	広天域・広周波数帯域で探索すると計算量大。	ν γ 天文学との連携のための速報システム開発。		ν γ 天文学との連携のための速報システム開発。
ノイズ	スペクトルにおける線ノイズ。	バーストノイズ		バーストノイズ。

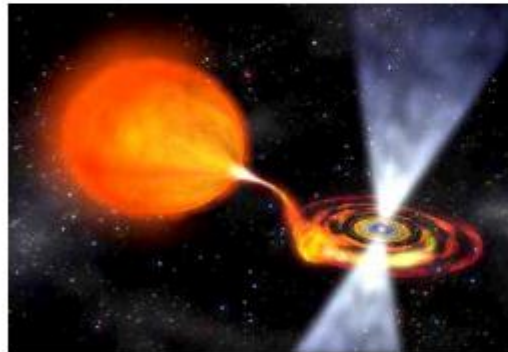
連続重力波を出す天体とはどんなものか(物理)



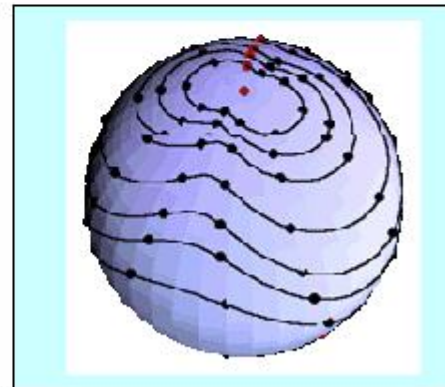
Mountain on a star



Wobbling star



Accreting star



Oscillating star

連続重力波を出す天体とはどんなものか(物理)

- 軸対称定常な系からは重力波でない。
- 高速自転する、表面がでこぼこしたコンパクト星(パルサー、高速自転するクォーク星 etc.)

- でこぼこの程度を表すパラメータ

$$\epsilon = \frac{I_{xx} - I_{yy}}{I_{zz}} \quad \text{山の高さ} \sim 1\text{mm} \left(\frac{\epsilon}{10^{-7}} \right) \left(\frac{\text{中性子星の半径}}{10\text{km}} \right)$$

- 重力波パルサーが放射する重力波の振幅

$$\begin{aligned} h_0 &= \frac{16\pi^2 G}{c^4} \frac{\epsilon I_{zz} f^2}{r} \\ &= 4.2 \times 10^{-27} \frac{\epsilon}{10^{-7}} \frac{I_{zz}}{10^{45} \text{g/cm}^2} \left(\frac{f_0}{100\text{Hz}} \right)^2 \left(\frac{r}{1\text{kpc}} \right)^{-1} \end{aligned}$$

- Neutron star with large toroidal magnetic field (Cutler 2002)

$$\epsilon_B = \begin{cases} -1.6 \times 10^{-6} (\langle B_t \rangle / 10^{15} \text{ G}), & B_t < B_{c1}, \\ -1.6 \times 10^{-6} (\langle B_t^2 \rangle / 10^{30} \text{ G}), & B_t > B_{c1}, \end{cases}$$

Maximum ellipticity (Owen 2005)

(1) Normal conventional neutron star.

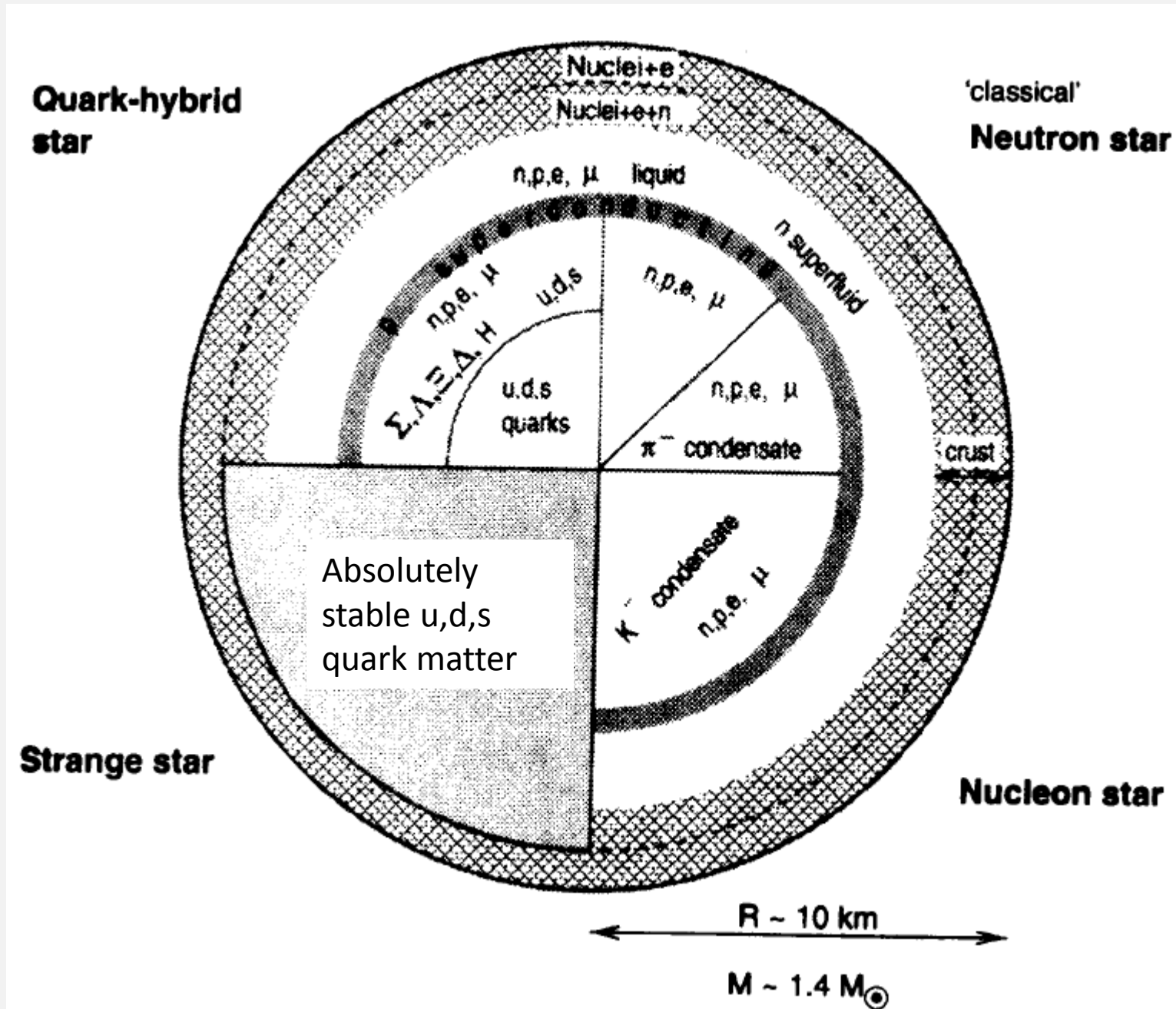
$$\epsilon_{\max} = 3.4 \times 10^{-7} \left(\frac{\sigma_{\max}}{10^{-2}} \right) \left(\frac{1.4 M_{\odot}}{M} \right)^{2.2} \left(\frac{R}{10 \text{ km}} \right)^{4.26} \\ \times \left[1 + 0.7 \left(\frac{M}{1.4 M_{\odot}} \right) \left(\frac{10 \text{ km}}{R} \right) \right]^{-1}. \quad (4)$$

(2) Solid strange star

$$\epsilon_{\max} = 2 \times 10^{-4} \left(\frac{\sigma_{\max}}{10^{-2}} \right) \left(\frac{1.4 M_{\odot}}{M} \right)^3 \left(\frac{R}{10 \text{ km}} \right)^3 \\ \times \left[1 + 0.14 \left(\frac{M}{1.4 M_{\odot}} \right) \left(\frac{10 \text{ km}}{R} \right) \right]^{-1} \quad (9)$$

(3) Hybrid star

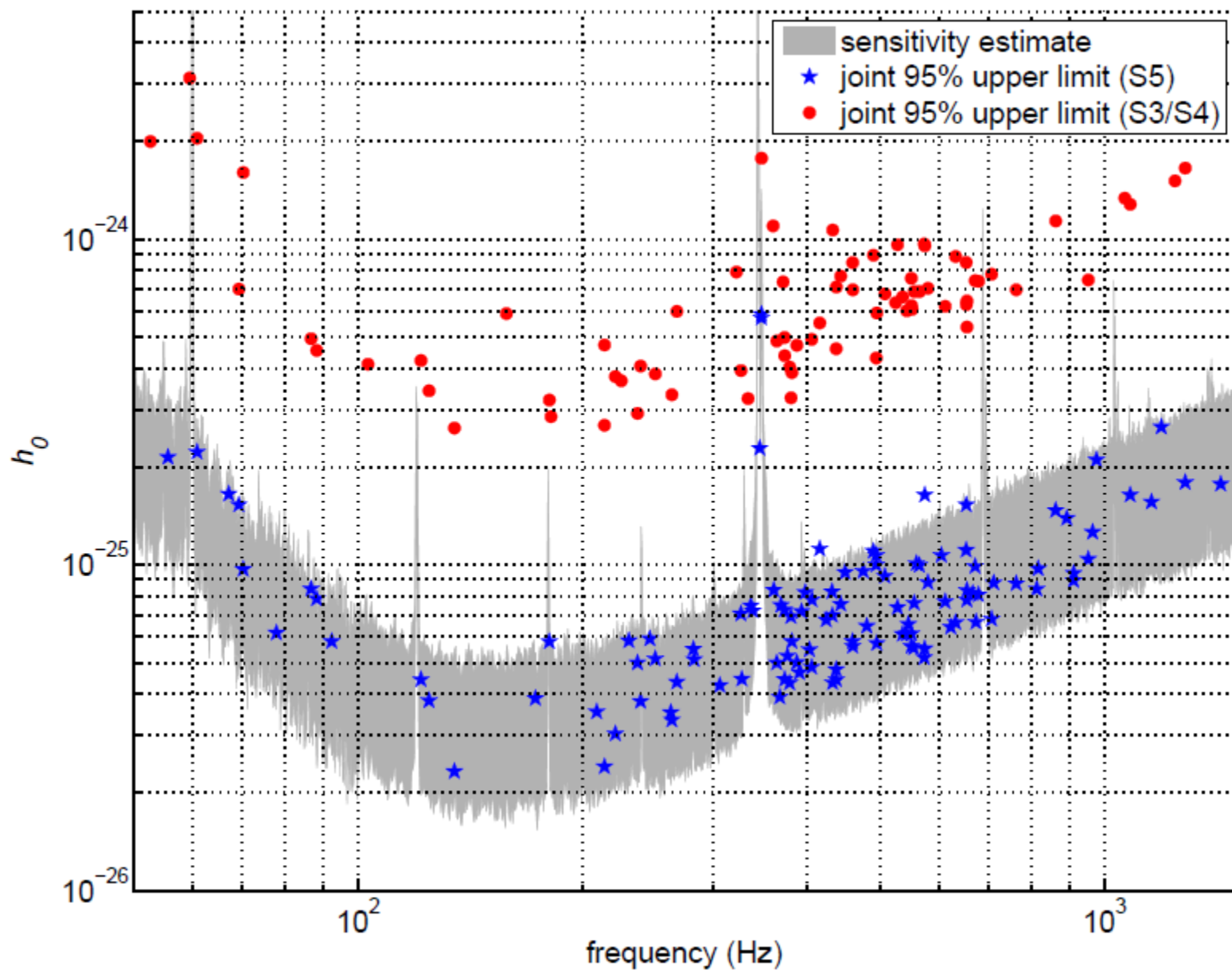
$$\frac{\epsilon_{\max}}{5 \times 10^{-6}} = \left(\frac{\sigma_{\max}}{10^{-2}} \right) \left(\frac{1.4 M_{\odot}}{M} \right)^2 \left(\frac{R_c}{8 \text{ km}} \right)^6 \left(\frac{10 \text{ km}}{R} \right)^2 \\ / \left[1 + 0.7 \left(\frac{M}{1.4 M_{\odot}} \right) \left(\frac{R}{10 \text{ km}} \right) \right], \quad (15)$$



重力波パルサーとはどんなものか(現在までの探索結果)

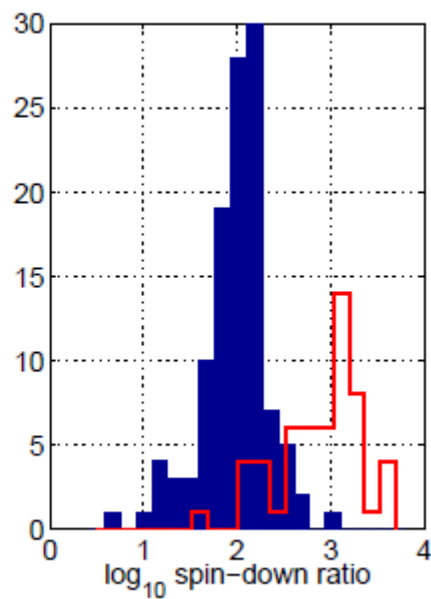
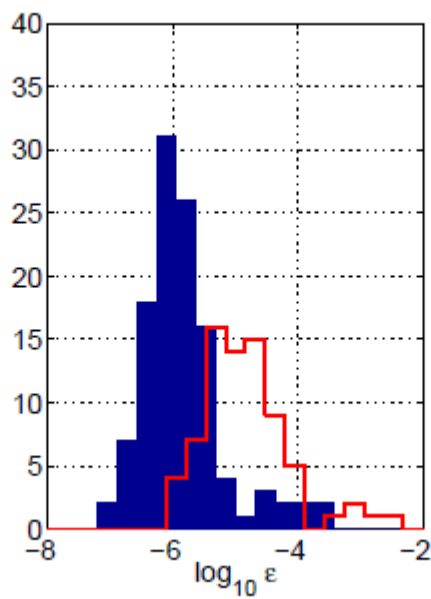
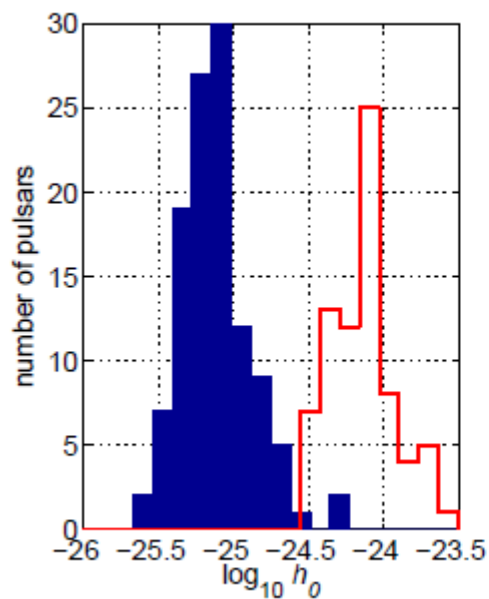
- LIGO S5 2005 Nov. 4- 2007 Oct. 1
 - 525 days (H1, duty cycle 78%), 532 (H2, 79%), 437 (L1, 66%) worth data.
- Targeted search: 116 known millisecond/young pulsars.
 - radio/X-ray timing data (Jodrell Bank Observatory, NRAO 100m Green Bank Telescope, Parkes radio telescope of the Australia Telescope National Facility, and Rossi X-ray Timing Explorer.)
 - Coherent integration, time-domain Bayesian analysis.
- Wide band all-sky search:
 - S5 2years data, Powerflux search (Incoherent search), 50-800 Hz band. Setting upper limits on every 0.25 Hz band.
 - Early S5 data, 30 hours Fstatistic (Coherent) search + 840 hours incoherent post-processing, 50-1500 Hz band, BOINC-Einstein@Home computing facility.

重力波パルサーとはどんなものか(現在までの探索結果, LSC2010)



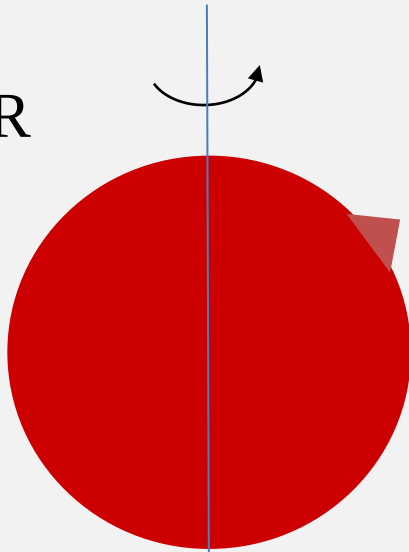
重力波パルサーとはどんなものか(現在までの探索結果, LSC2010)

Pulsar	start – end (MJD)	ν (Hz)	$\dot{\nu}$ (Hz s ⁻¹)	distance (kpc)	spin-down limit	joint $h_0^{95\%}$	ellipticity	$h_0^{95\%}/h_0^{\text{sd}}$
J0024–7204C ^{cp}	48383 – 54261	173.71	1.5×10^{-15}	4.9	6.55×10^{-28}	5.88×10^{-25}	2.26×10^{-5}	898
J0024–7204D ^{cp}	48465 – 54261	186.65	1.2×10^{-16}	4.9	6.55×10^{-28}	4.45×10^{-26}	1.48×10^{-6}	68
J0024–7204E ^{bcp}	48465 – 54261	282.78	-7.9×10^{-15}	4.9	6.55×10^{-28}	9.97×10^{-26}	1.44×10^{-6}	152

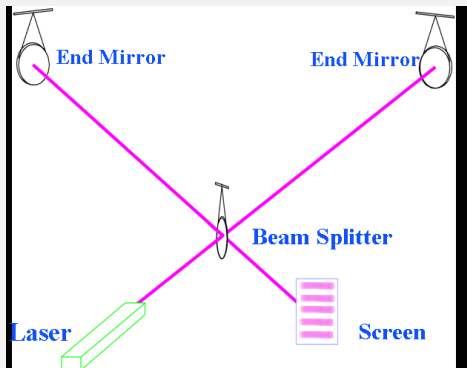


重力波パルサー(PSR)の探索方法(対PSR静止検出器)

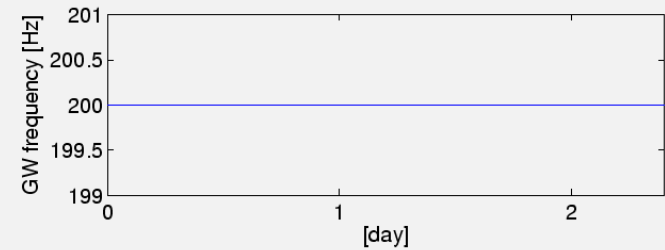
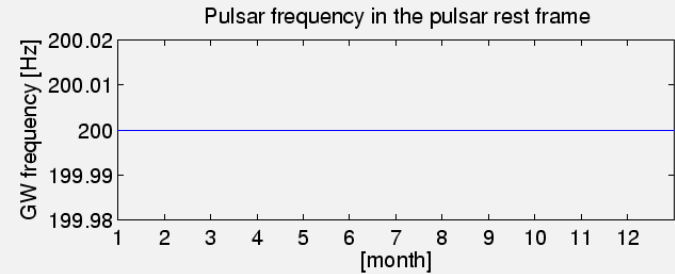
PSR



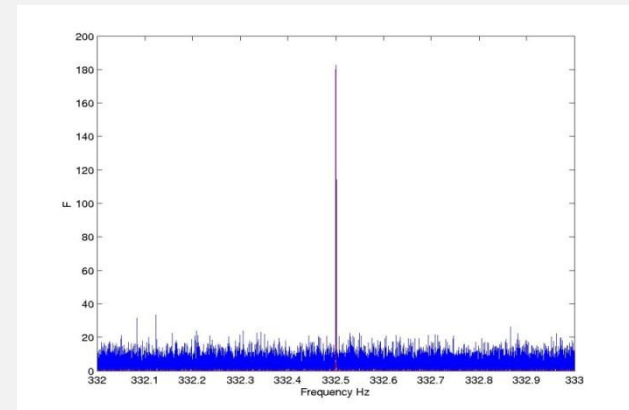
PSR静止系での
検出器



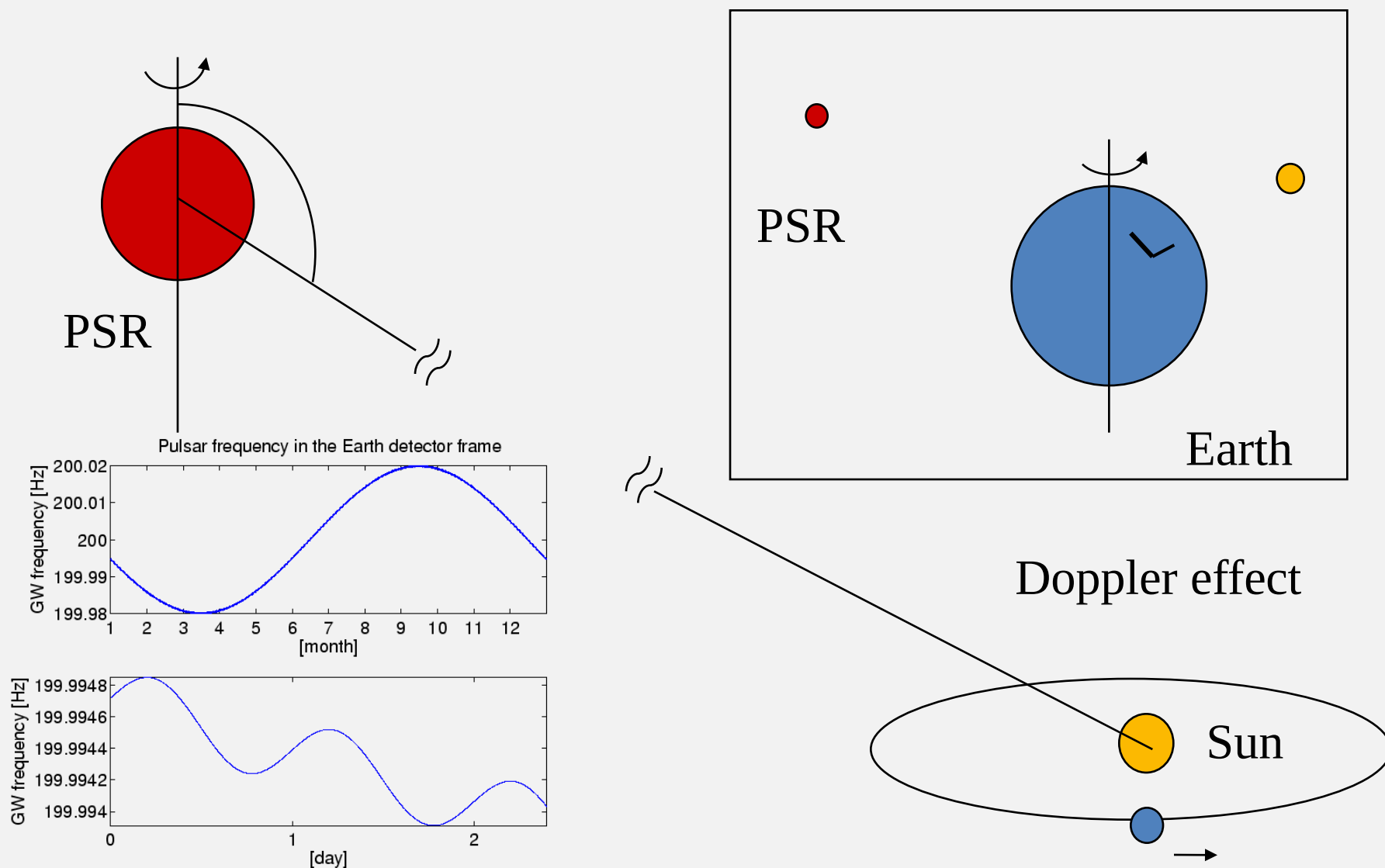
パルサー静止系での重力波周波数



(Fast) Fourier Transform



重力波パルサーの探索方法(地上検出器)

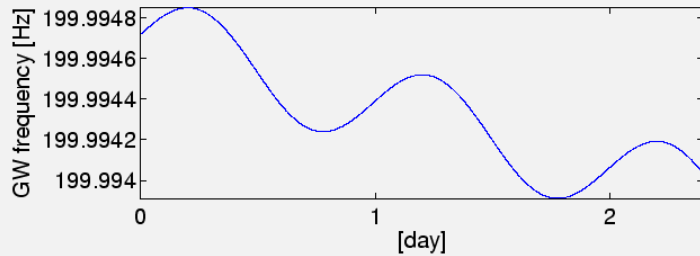
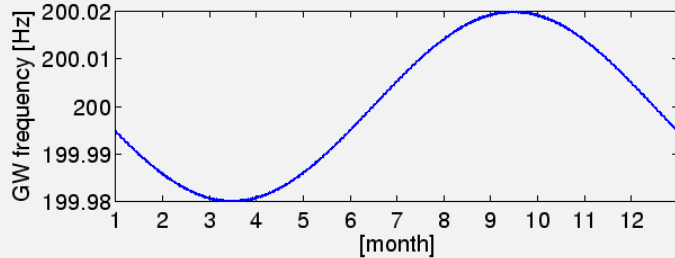


地球上の検出器での重力波周波数

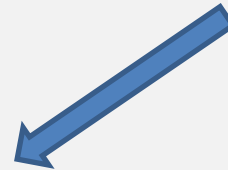
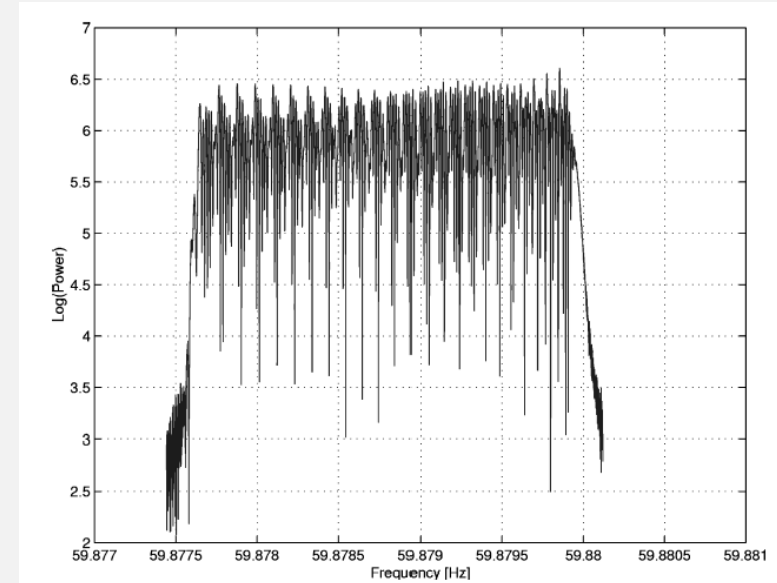
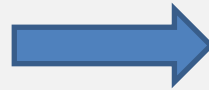
重力波パルサーの探索方法(地上検出器)

地球上の検出器での重力波周波数

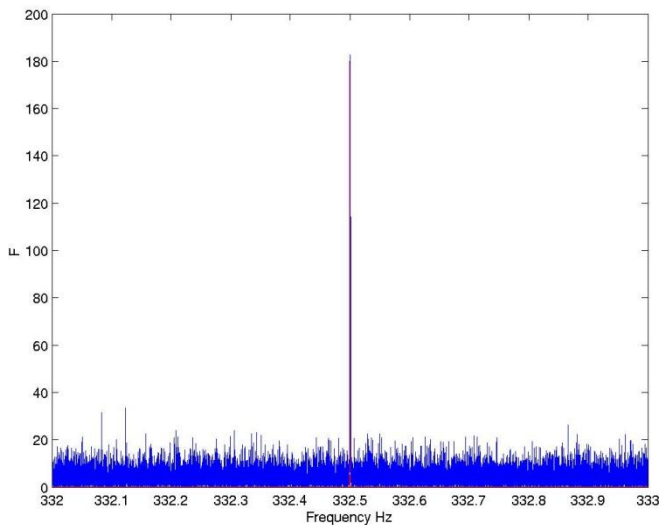
Pulsar frequency in the Earth detector frame



Fourier
Transform



Demodulation:
Doppler効果で複数の周波数ビンに広がったパワーを、周波数ビン1個にまとめて信号対雑音比 (Signal to noise ratio: SNR)を稼ぐ。



重力波パルサーの探索方法(算数の準備, Jarawnoski, Krolak & Schutz 1998)

1. 検出器の出力 = ノイズ+重力波信号

$$x(t) = n(t) + h(t).$$

2. 重力波信号 = +x偏極の和

$$h(t) = F_+(t)h_+(t) + F_\times(t)h_\times(t).$$

3. +x偏極の和の係数: 波源方向への検出器の感度を表す関数 F_+ , $F_\times$

$$F_+(t) = \sin \zeta [a(t) \cos 2\psi + b(t) \sin 2\psi]$$

$$F_\times(t) = \sin \zeta [b(t) \cos 2\psi - a(t) \sin 2\psi]$$

検出器の2本腕の向きと重力波の進行方向(波源の方向 (α, δ) 、重力波の偏極角(polarization angle ψ)の関係に依存。地球の自転・公転によって時間変化。

$$\begin{aligned} a(t) = & \frac{1}{16} \sin 2\gamma (3 - \cos 2\lambda) (3 - \cos 2\delta) \cos[2(\alpha - \phi_r - \Omega_r t)] - \frac{1}{4} \cos 2\gamma \sin \lambda (3 - \cos 2\delta) \sin[2(\alpha - \phi_r - \Omega_r t)] \\ & + \frac{1}{4} \sin 2\gamma \sin 2\lambda \sin 2\delta \cos[\alpha - \phi_r - \Omega_r t] - \frac{1}{2} \cos 2\gamma \cos \lambda \sin 2\delta \sin[\alpha - \phi_r - \Omega_r t] + \frac{3}{4} \sin 2\gamma \cos^2 \lambda \cos^2 \delta, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b(t) = & \cos 2\gamma \sin \lambda \sin \delta \cos[2(\alpha - \phi_r - \Omega_r t)] + \frac{1}{4} \sin 2\gamma (3 - \cos 2\lambda) \sin \delta \sin[2(\alpha - \phi_r - \Omega_r t)] \\ & + \cos 2\gamma \cos \lambda \cos \delta \cos[\alpha - \phi_r - \Omega_r t] + \frac{1}{2} \sin 2\gamma \sin 2\lambda \cos \delta \sin[\alpha - \phi_r - \Omega_r t]. \end{aligned}$$

- λ : 検出器の緯度
- L : 検出器の経度 (西向きに正)
- ζ : 検出器の2本腕の間の角
- γ : 検出器の2本腕の2等分線の方法 (東から計って正)

Detector	λ (degrees)	L (degrees)	γ (degrees)	ζ (degrees)
GEO600	52.25	-9.81	68.775	94.33
LIGO Hanford	46.45	119.41	171.8	90
LIGO Livingston	30.56	90.77	243.0	90
VIRGO	43.63	-10.5	116.5	90
TAMA300	35.68	-139.54	225.0	90

$$h(t) = h_1(t) + h_2(t),$$

検出したい重力波モデル: $h_1(t)$ はwobble, $h_2(t)$ は非軸対称性.

$$h_1(t) = F_+(t)h_{1+}(t) + F_\times(t)h_{1\times}(t),$$

$$h_2(t) = F_+(t)h_{2+}(t) + F_\times(t)h_{2\times}(t),$$

$$h_{1+}(t) = \frac{1}{8}h_0 \sin 2\theta \sin 2\iota \cos \Psi(t),$$

$$h_{2+}(t) = \frac{1}{2}h_0 \sin^2 \theta (1 + \cos^2 \iota) \cos 2\Psi(t),$$

$$h_{1\times}(t) = \frac{1}{4}h_0 \sin 2\theta \sin \iota \sin \Psi(t),$$

$$h_{2\times}(t) = h_0 \sin^2 \theta \cos \iota \sin 2\Psi(t).$$

重力波パルサーのパラメータ (グリッチ無し, wobble & triaxial)

- θ : 星の対称軸と回転軸の間の角度
- ι : 星の回転軸と視線方向の角度
- $f_0^{(k)}$: 周波数時間変化のk-回時間微分@t=0.
- $\mathbf{r}_d(t)$: 太陽系重心からの検出器の位置ベクトル
- $\mathbf{n}_0$: 太陽系重心から見たパルサーの方向ベクトル

1 : wobbling パルサー

4/3: r-mode

2 : 非軸対称(山有り)パルサー

$$\Psi(t) = \Phi_0 + 2\pi \sum_{k=0}^s f_0^{(k)} \frac{t^{k+1}}{(k+1)!} + \frac{2\pi}{c} \mathbf{n}_0 \cdot \mathbf{r}_d(t) \sum_{k=0}^s f_0^{(k)} \frac{t^k}{k!}$$

グリッチ有りのときは
 $f_0^{(k)}$ をアップデート。

Likelihood function (尤度関数) Λ

$$\Lambda \propto e^{-\frac{(n|n)}{2}} = e^{-\frac{(x-h|x-h)}{2}} \quad x[\text{検出器出力}] = n[\text{ガウスノイズ}] + h[\text{信号}]$$

内積

$$(x|y) := 4 \operatorname{Re} \int_0^\infty \frac{\tilde{x}(f) \tilde{y}^*(f)}{S_h(f)} df \quad \text{検出器のノイズパワースペクトル } S_h(f)$$

検出器出力 $x(t)$ に対して、パラメータ p に依存する適当な重力波モデル $h(t;p)$ を仮定して、尤度関数が最大になるようなパラメータ p を探す。”Maximum likelihood method”

JKS98の発見：

対数尤度($\log \Lambda$)は以下の4つの波源パラメータについては解析的に最大化できる。

- $h_0 \sin \Theta$: 振幅
- ι : 自転軸と視線方向のなす角度
- ψ : 重力波偏角
- ϕ : 初期重力波位相

F-Statistic (JKS98)

$$F = \max_{h_0, l, \psi, \Phi_0} \text{Log } \Lambda$$

具体的には、 $\mathcal{F} = \frac{T_0}{S_h(nf_0)} \frac{B|F_a|^2 + A|F_b|^2 - 2C\mathcal{R}(F_a F_b^*)}{AB - C^2}$

ただし(wobble n=1, r-mode 4/3, triaxial n=2 etc.)、

$$F_a = \frac{2}{T_0} \int_{-T_0/2}^{T_0/2} dt x(t) a(t) \exp[-in\Phi_s(t)] \exp[-i2\pi n f_0 \{t + \Phi_m(t)\}]$$

$$F_b = \frac{2}{T_0} \int_{-T_0/2}^{T_0/2} dt x(t) b(t) \exp[-in\Phi_s(t)] \exp[-i2\pi n f_0 \{t + \Phi_m(t)\}]$$

ここで、重力波の位相を以下のように書いている。

$$\Phi(t) = 2\pi f_0 [t + \Phi_m(t; \alpha, \delta)] + \overset{(k)}{\Phi_s(t; f_0, \alpha, \delta)}.$$

A, B, C は $A = (a || a)$, $B = (b || b)$, $C = (a || b)$
で内積は

$$(x || y) := \frac{2}{T_0} \int_{-T_0/2}^{T_0/2} x(t) y(t) dt.$$

Detection statisticとしてのF-statistic

- 重力波信号のphase parameter $(f_0^{(k)}, \alpha, \delta)$ が(近似的に)分かっている、ノイズがガウス分布にしたがうとする。
- 重力波信号が存在しないときには(ある n について、たとえばtri-axial pulsar $n=2$ について)、 $2F$ は自由度4の χ^2 分布にしたがう。

$$\chi_4^2(\mathcal{F})d\mathcal{F} = \mathcal{F}e^{\mathcal{F}}d\mathcal{F}$$

- 重力波信号が存在するときには(ある n について)、 $2F$ は自由度4、非中心パラメータ d^2 の非中心 χ^2 分布にしたがう。

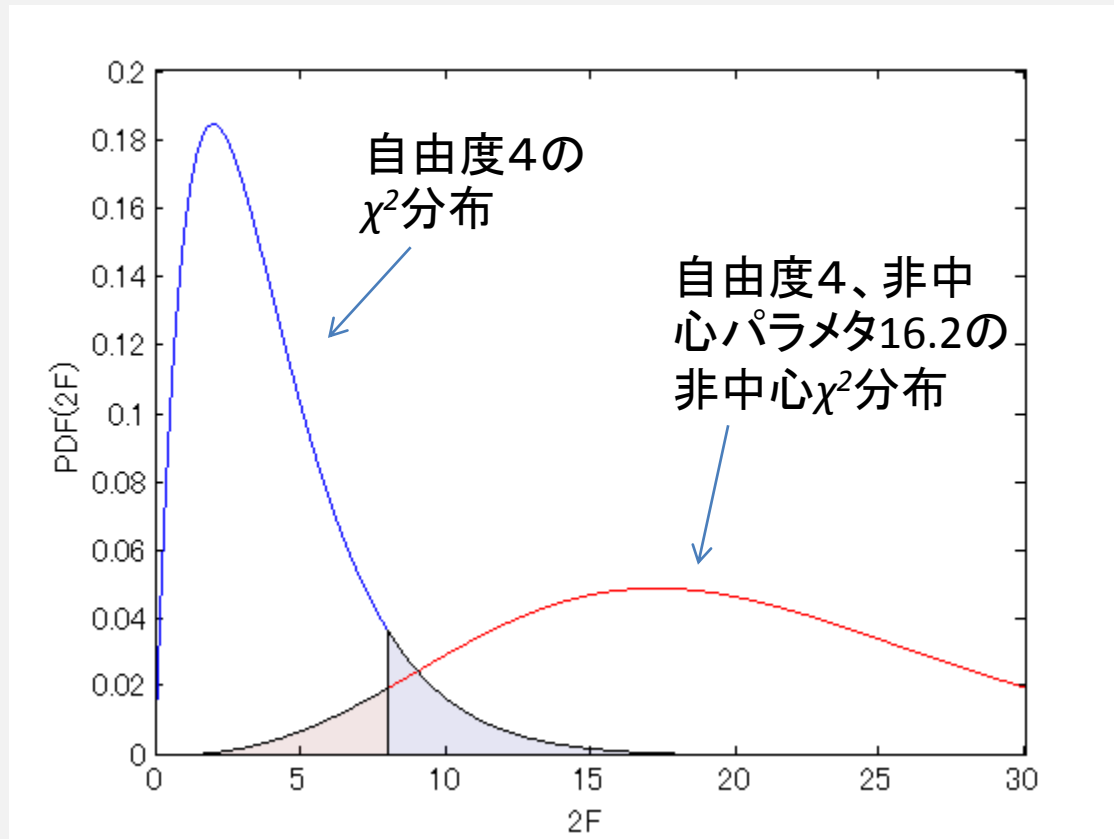
$$NC\chi_4^2(\mathcal{F}, d^2)d\mathcal{F} = \left(\frac{2\mathcal{F}}{d^2}\right)^{1/2} e^{-(\mathcal{F} + \frac{d^2}{2})} I_1(\sqrt{2\mathcal{F}}d)d\mathcal{F}$$

ただし d^2 は、optimal signal to noise ratio

$$d^2 = (h|h) \simeq \frac{2}{S_h(nf_0)} \int_{-T_0/2}^{T_0/2} [h_n(t)]^2 dt \propto \frac{T_0 h_0^2}{S_h}$$

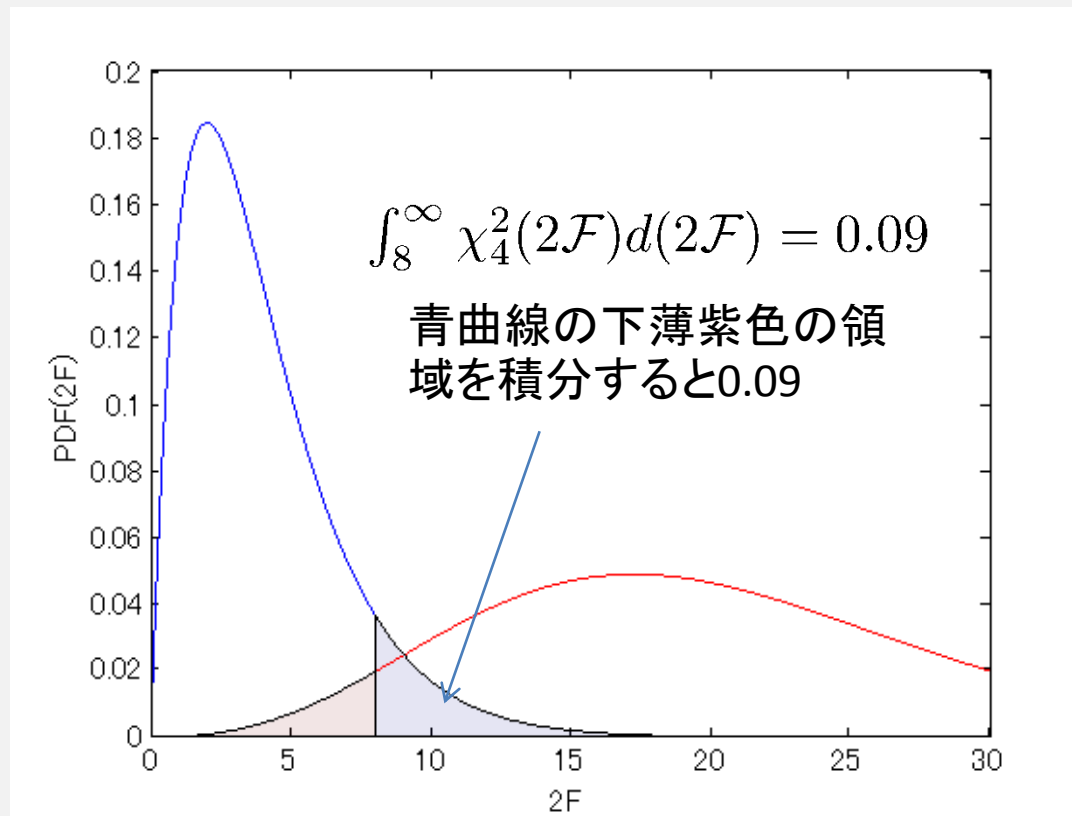
χ^2 分布と非中心 χ^2 分布の性質

- 自由度 n の χ^2 分布: 平均 $\langle 2F \rangle = n$, 分散 $\langle (2F - \langle 2F \rangle)^2 \rangle = n$
- 自由度 n 、非中心パラメータ d^2 の非中心 χ^2 分布:
平均 $\langle 2F \rangle = n + d^2$, 分散 $\langle (2F - \langle 2F \rangle)^2 \rangle = 2n + 4d^2$



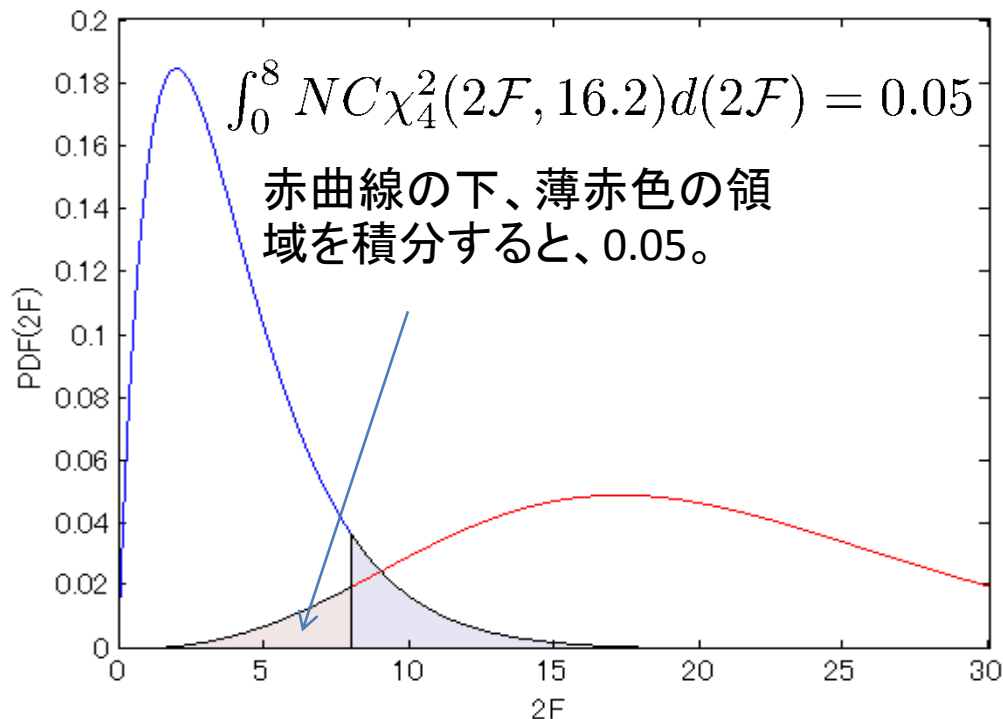
F-statisticの統計的性質がわかっていると何が嬉しいのか？：
候補イベントがどれくらい重力波っぽいか決める。

- ある観測で $2F=8$ を得たとする。
- 重力波信号が存在しなくても、ノイズだけで $2F>8$ を与える確率は9%ある。
- 100回似たような観測をしたら、9回は重力波が存在しなくても8以上の $2F$ を得るということ。
- このイベントは確信を持って重力波由来とは言えない。



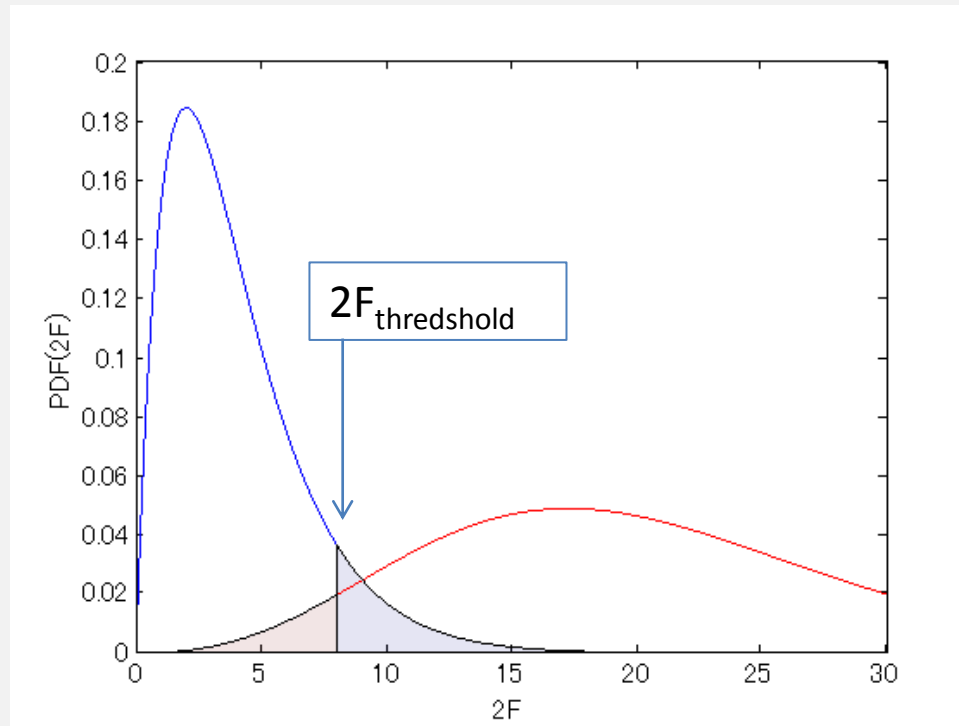
F-statisticの統計的性質がわかっていると何が嬉しいのか？： 重力波振幅の上限値を決める。

- ある観測で $2F=8$ を得たとする。
- $d^2 = 16.2$ であるような重力波信号が存在したとすると、 $2F < 8$ であるような確率は5%である。
- 重力波振幅に対する95%上限値が $h_0^{95} = \sqrt{16.2Sh}/Q$ と求まる(Q は波源の方角など振幅以外のパラメータに依存する $O(1)$ の数)。
- 100回似たような観測をしたら5回は8以下の $2F$ を得るような重力波振幅が Qh_0^{95} 。



F-statisticの統計的性質がわかっていると何が嬉しいのか？ :

False alarm rate と False dismissal rate



- 青が信号無しの際のDetection statistic (今は $2F$)の確率密度分布、赤が信号ありの際の確率密度分布とする。
- Detection statisticの閾値を $2F_{\text{threshold}}$ と事前に定めておく
 - 薄紫色の面積がFalse alarm rate (FAR: ノイズを信号と誤判断してしまう確率)を与える。
 - 薄赤色の面積がFalse dismissal rate (FDR: 信号を誤って見落としてしまう確率)を与える。

パルサー探索でのF-statistic:ここまでのまとめ

- Pulsar search parameters: 「1 + s+2」 + 「4」

$$f, \lambda \equiv [f, \dot{f}, \ddot{f}, \dots, \alpha, \delta], \sigma \equiv [\Phi_0, \iota, \psi, h_0].$$

- F-statistic $F = F(f, \lambda)$
 - Partially maximized log-likelihood $\log \Lambda$
Analytically maximize $\log \Lambda$ over $\sigma = [\Phi_0, \iota, \psi, h_0]$
- Maximize F over f and λ
 - Fast-Fourier-Transform for f (not in “LALDemod”)
 - Template search for λ .
- 統計的性質がある程度わかっている。

データ解析の流れ(F-statistic coherent searchの場合)

前準備1

1. 地球の公転・自転運動について情報(ephemeris file)をあらかじめ得ておく(TEMPO2、LALなどのソフト)。
2. Known pulsar searchの場合は探索対象のパルサーの位相情報を電磁波天文学から得ておく(重力波探索開始時の周波数・その高階時間微分がいくらかを求める)。
3. Known pulsar searchでかつ探索対象パルサーが連星系をなしている場合は、連星運動のephemerisを電磁波天文学から得ておく。
4. Known pulsar searchでかつグリッチが起きていた場合、位相モデルに組み込む。

前準備2

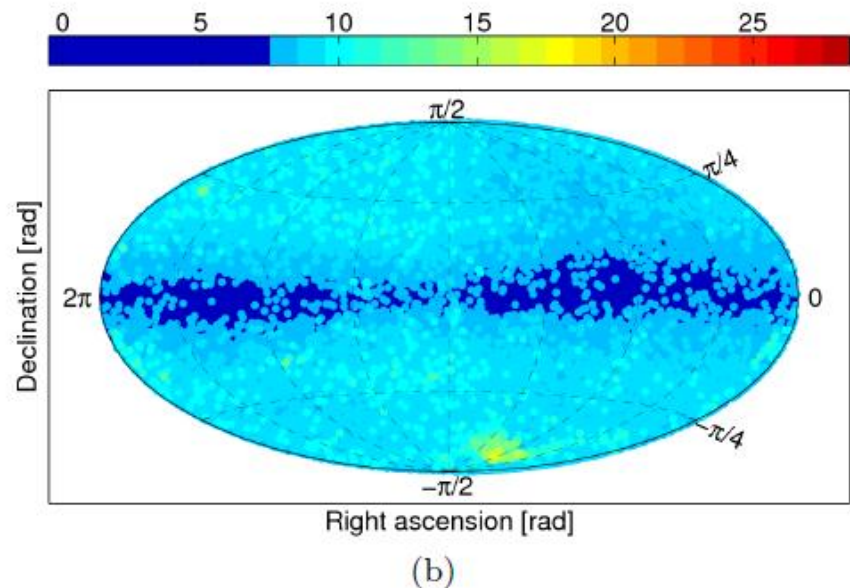
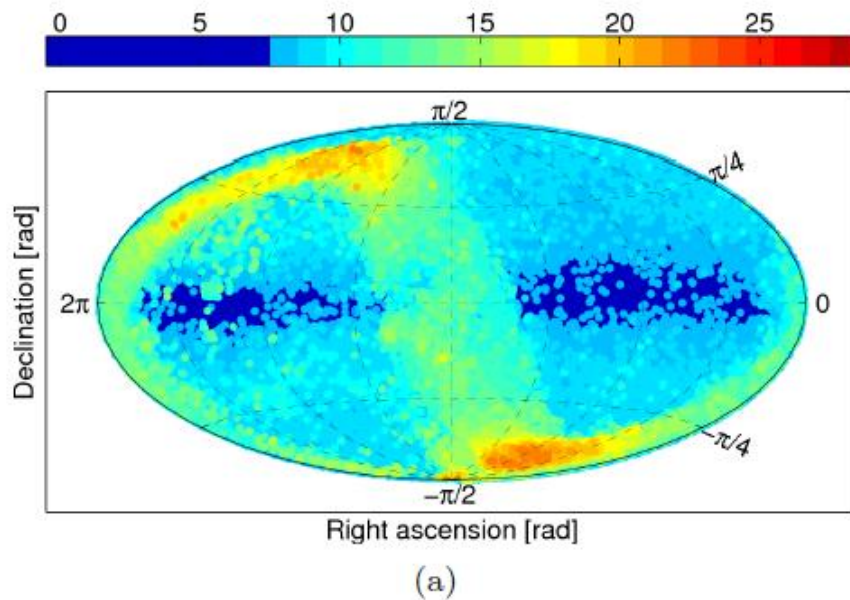
1. Low pass filter (step 2でのaliasingを防ぐ)
2. Down sample: 16kHz $\rightarrow$ 4kHz (2kHzぐらいまで探索する。データ量低減のため)
3. 全 T_0 分のデータを長さ τ 分の $N=(T_0/\tau)$ 個のセグメントに分ける。セグメント長は、ドップラー効果による周波数シフトが1ビンを下回るように決めている。F-statistic計算コードの都合で長いほうが良いが、だいたい $\tau=30$ 分ぐらいが限度。
4. 各セグメントごとにtime domainでフィルターをかけて、 $t=0$, $t=\tau$ でデータがゼロになるようにする(step 5で余計なノイズを生成しないように)。
5. 各セグメントをそれぞれFourier Transformする(これをSFTと呼ぶ。)

ComputeFStatistic_v2 code (LALApps/LALSuiteのF-statistic計算コード):

1. パラメータ探索範囲を決める。(どの天域で、どのようなモデルに従う重力波を検出するか決める。)
2. 探索するパラメータ点を決める。(パラメータ空間は離散的にしか掃けないので、信号を失わないように密に、かつ計算時間がすくなくなるように疎に掃く。)
3. N個のSFTを取り込んでF-statisticを計算する。
4. 事前に設定した閾値よりも大きいFを持つイベントを記録しておく。閾値は設定するFAR, FDRに依存する。

Veto:

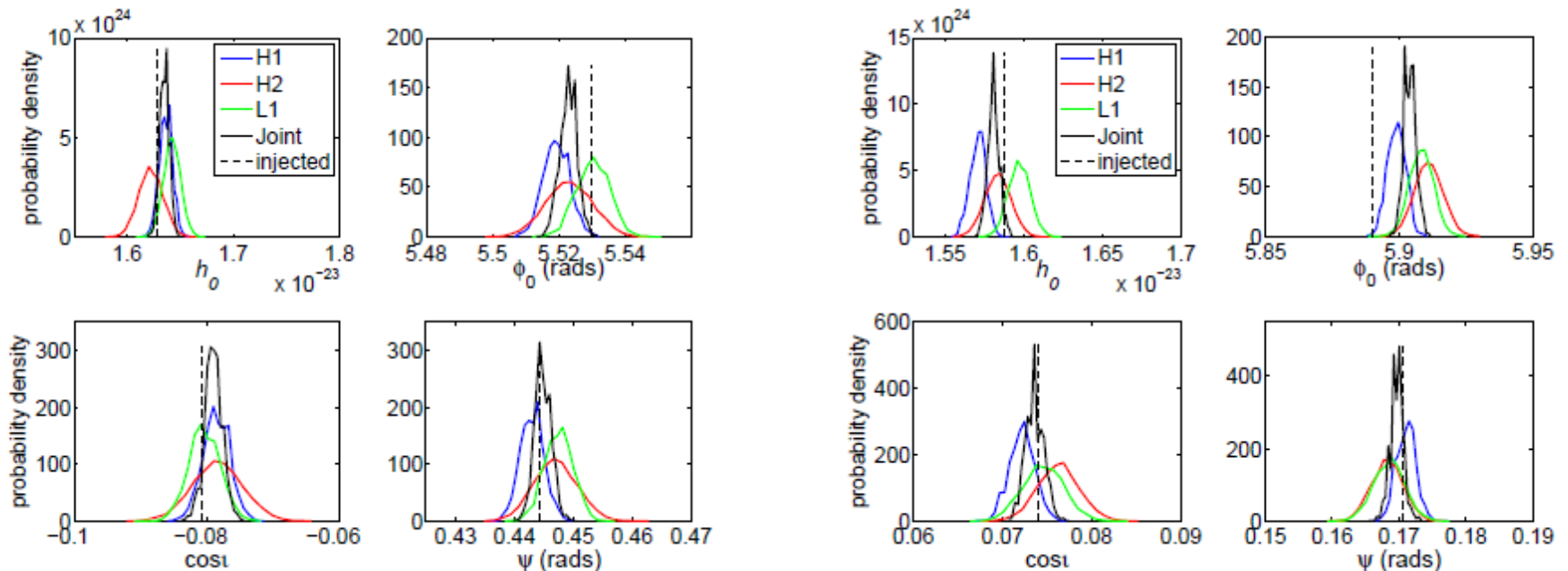
1. 重力波候補イベントが地球上の現象起源のノイズ(検出器起源のノイズなど)でないことを確かめる。(例: アメリカの電源: 60Hz → 60Hzとそのハーモニクスがスペクトル線として現れる。)
2. 他の検出器との整合性(異なる検出器で得られたパラメータセットは、互いに無矛盾か?)
3. “重力波信号らしい”イベントなのか?
 - a. Chi-square テスト (Itoh et al. 2004)
 - b. Terrestrial lineなら地球自転軸を通る大円上にならぶ (E@H)
(ほとんどDoppler周波数ドリフトを受けない天域(自転では北・南極、公転では黄道の両極)があり、その方向の重力波は、もともとDoppler周波数ドリフトを受けない地球起源の線ノイズと区別をつけづらい。)



Einstein@Home on S5,
50-1500Hz all-sky search
result. (a) including
known instrumental
lines and hardware
injections. (b) without
known instrumental
lines.

重力波発見:

1. 候補イベントが“すべてのテスト”をパスしたら、検出。
2. パラメータの確率分布を与える。「(ベ이지アンの場合は、)重力波振幅はこれこれの確率でこの範囲に入る。」
3. パラメータの確率分布はMCMCなどで決定。
4. イメージとしては下図の感じ。(Hardware injectionに対してtime domain Bayesian analysisでおこなったもの。LSC2010)



5. 物理について議論...

Setting upper limit:

1. 候補イベントが棄却されたら重力波振幅の上限を与える。
「この天域ではこの周波数領域には、これこれの性質を持つ重力波は、地球に到達していたとしてもxxパーセントの確率でこれ以下の振幅しか持たない。(これこれの振幅を持っている信号が到達していたとしていたら、我々はxxパーセントの確率で検出していたはずだ。)」
2. 上限を与えるためには、F-statistic(か、使用したdetection statistic)の統計的性質(=ノイズの統計的性質)を知る必要がある。
3. モンテカルロシミュレーションでノイズの統計的性質を求める。
 - 振幅の上限を与えるパラメータ領域から少しずれたパラメータ領域に、ある重力波振幅を仮定してソフトウェアインジェクションをX回おこない、 $2F_{\text{simulation}}$ を計算する。X個の $2F_{\text{simulation}}$ を得る。
 - X個の $2F_{\text{simulation}}$ のうち、xx個が実測の2Fを下回るようなoptimal signal to noise ratioを与える振幅を計算する。これがxx/Xパーセント上限値を与える。
4. ちなみにknown pulsar searchでノイズがガウスノイズの場合、1% FAR, 10%FDRを仮定すると、振幅以外のパラメータを平均したときの振幅の上限値は以下の式で与えられる。

$$\langle h_0 \rangle = 11.4 \sqrt{S_n(f_s)/T},$$

f_s は重力波周波数、 T は積分時間、 S_n は検出器ノイズパワースペクトル、数値11.4は仮定したFAR,FDRに依存する。

広帯域・広天域探索の問題

- Known pulsar searchはcoherent search (F-statisticやtime-domainでの探索で問題無い。)
- 広周波数帯域、広天域探索では計算量が多すぎるという問題が起こる。

どれくらい細かく天域を見ていく必要があるのか＝波源方向の推定精度

- 1つの周波数ビンに全てのパワーを集めたい。
- 周波数ビンは $1/(\text{積分時間})$ で細くなる。
- 検出器出力を単純にフーリエ変換すると、空の $\vec{n}$ 方向にある周波数 f_0 の波源は時間に依存するDopplerドリフトで

$$f = f_0 \left(1 + \frac{\vec{v}(t) \cdot \vec{n}}{c} \right)$$

の帯域で信号を生成する。

- $\Delta\theta = |\Delta\vec{n}|$ だけ波源からずれた方向を探索すると、

$$\Delta f \sim \frac{|\Delta\vec{v}(t)| \cdot \Delta\theta}{c} f_0$$

程度周波数領域で広がった信号を得る。 $|\Delta\vec{v}(t)|$ は観測時間中の地球の公転・自転速度変化の大きさ。

- $f_0(\Delta v/c)(\Delta\theta) < 1/T$ の精度で天域を探索する必要がある。
- あるいは、方向決定精度は、

$$\Delta\theta < \frac{1}{f_0 \left(\frac{v_{orb}}{c} \right) w_{orb} T^2} \sim 0.1 \text{ arcsec} \left(\frac{10^7 \text{ s}}{T} \right)^2 \left(\frac{1 \text{ kHz}}{f_0} \right)$$

- あるいは探索すべき(= de-modulationすべき)空の方向は $4\pi/\Delta\theta \sim T^2$ で増えていく。

計算量の問題

- Template search:
 - spin down parameters & source sky position.

$$\lambda \equiv [\{f^{(k)}\}_{k=1}^{s_{\max}}, \theta, \phi].$$

- Number of templates (T: integration time):

$$\mathcal{N} \propto \int d^n \lambda \sqrt{g} \sim O((fT)^2) \prod_{k=1}^{s_{\max}} f^{(k)} T^{k+1}$$

- LIGO S2 wide-band all-sky coherent search:
 - Less than 800CPUs (2GHz), less than 1month analysis time, all-sky, 160-730Hz → 10 hours LIGO data.
- 解析時間がたとえば T^4 で増えるアルゴリズムを採用した、1日分のデータを解析するのに1日かかるコードを使うと、1月分のデータを解析するのにかかる時間は $30^4 = 2000$ 年ぐらい。

計算量を減らす工夫と 計算能力を獲得する工夫

- 減らす工夫
 - Sphere covering problem
 - Random template bank (Messenger, Prix & Papa 2008)
 - Incoherent search
- 獲得する工夫
 - Einstein@Home (<http://einstein.phys.uwm.edu/>)

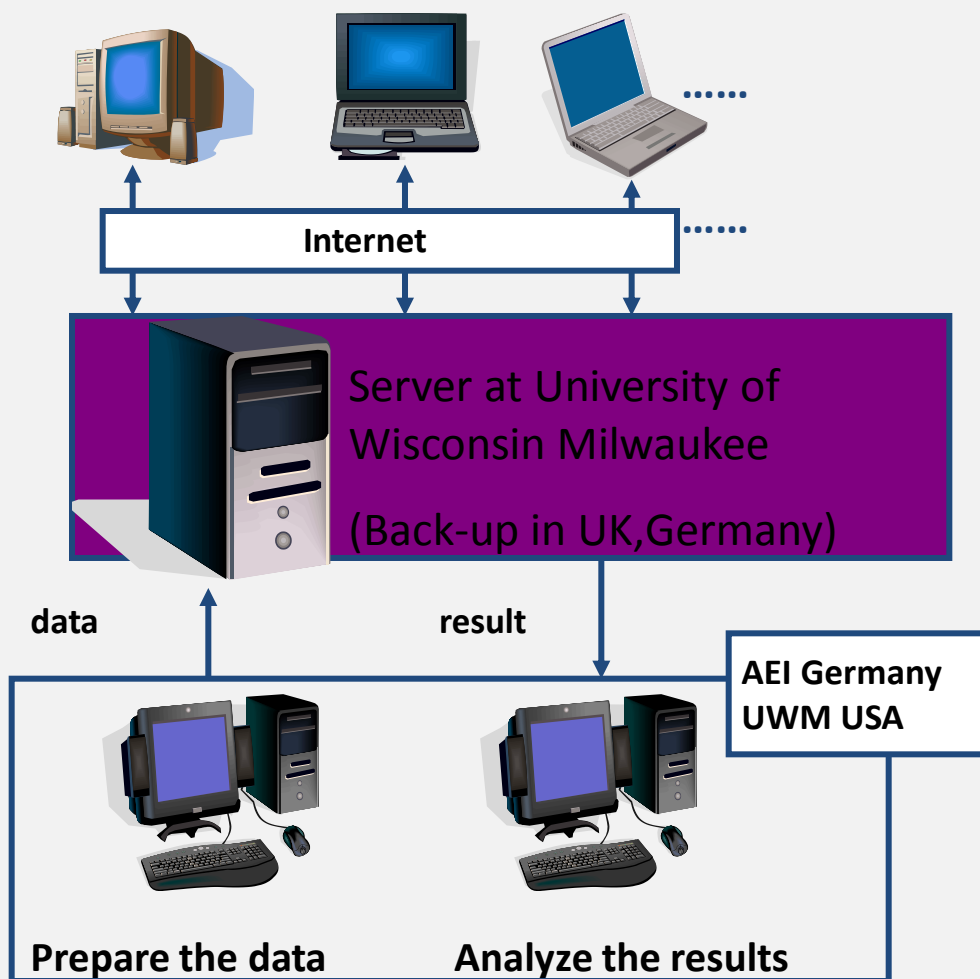
Incoherent search.

- Incoherent method ($SNR \propto \sqrt[4]{T}$)
 - Stack slide
 - Hough transform
 - Power flux(LSC papers.)

To be continued (次回があれば...)

Einstein@Home

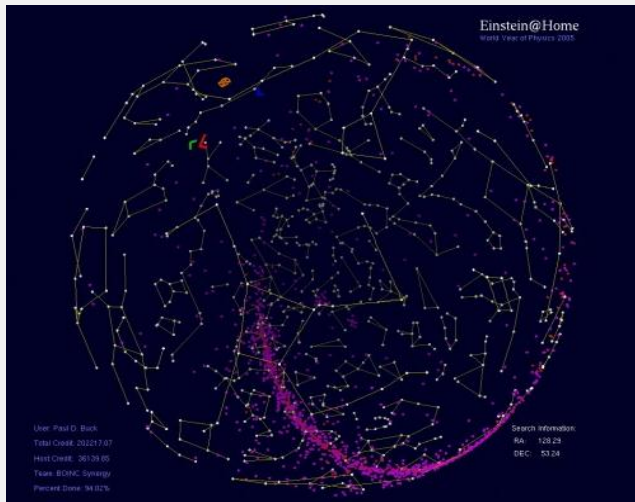
Participants computers at their homes/offices



- ボランティアを募って、パソコンの計算能力をネット越しに提供してもらい、重力波パルサーを探索するSETI@Home likeなプロジェクト (BOINC based)
- もともとはパルサーからの重力波を探索するのが目的。
- 1／3の時間はアレシボのデータを使って電波パルサーを探索。
- <http://einstein.phys.uwm.edu/>

Einstein@Home

スクリーンセーバーをもらえます。



2010年11月23日 <http://jp.boincstats.com/>

	合計	活動中
参加者	282,162	47,336
計算機	1,918,772	127,102
チーム	9,576	3,087
国	216	168

総功績 (credit)	25,407,074,676
最近の功績増加量の平均値	34,491,248
浮動小数点演算速度 (演算回数/毎秒) の平均値	172,456.2 GigaFLOPS / 172.456 TeraFLOPS

日付 2010年9月8日5:38

件名 Einstein@Home announces first pulsar discovery

送信元 einstein.phys.uwm.edu

Mail from E@H.

Dear Einstein@Home volunteer,

I want to share some good news with you.

For more than a year, Einstein@Home has been using about one-third of the available computer time to search for radio pulsars in data from the Arecibo Observatory. I'm happy to report that we found our first radio pulsar last month: PSR J2007+2722. It is still not sure, but this appears to be a rare type of object called a Disrupted Recycled Pulsar. The discovery was published on-line by the journal Science, on Thursday August 12th.

Congratulations to our volunteers Chris and Helen Colvin (Ames, Iowa, USA) and Daniel Gebhardt (Universitaet Mainz, Musikinformatik, German), whose computers discovered the pulsar with the highest significance! ³⁷

JName	pulse frequency f_0 (Hz)	distance (kpc)
J0633+1746	4.217639623538	0.16
J0437-4715	173.687946184768	0.16
J1856-3754	0.1417393685	0.16
J2144-3933	0.11751119527	0.17
J0108-1431	1.23829100810	0.24
J0030+0451	205.530699274922	0.24
J1741-2054	2.4172107503	0.25
J0953+0755	3.951551372963	0.26
J0835-4510	11.1946499395	0.29
J0659+1414	2.59813685751	0.29
J1045-4509	133.793149594456	0.30

- ATNF catalogue で検索した地球からの距離が分かっている電波パルサーのうち地球からの距離が300pc以内のもの。

<http://www.atnf.csiro.au/research/pulsar/psrcat/>