

バースト解析の基礎

端山和大

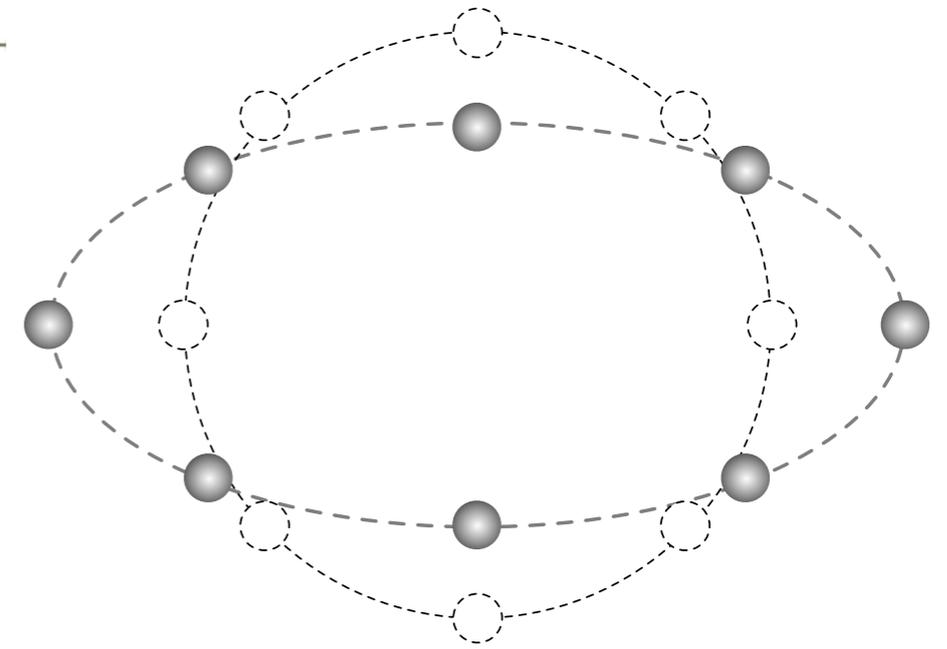
National Astronomical Observatory of Japan

干渉計を用いた重力波の検出



重力波の効果

- 潮汐力の効果で自由質点間の距離が変化する
- +モード、Xモードの2偏波がある



自由質点の応答

距離の変化をマイケルソン干渉計の原理で検出する

レーザー光を直交する2方向に分ける

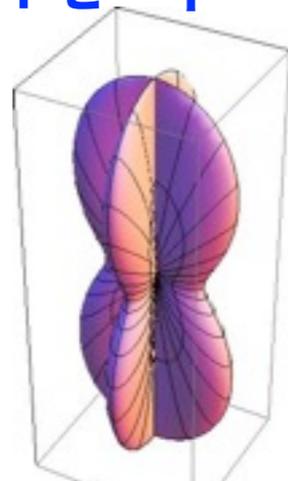


ミラーに反射させ再結合。干渉光を光検出器で観測

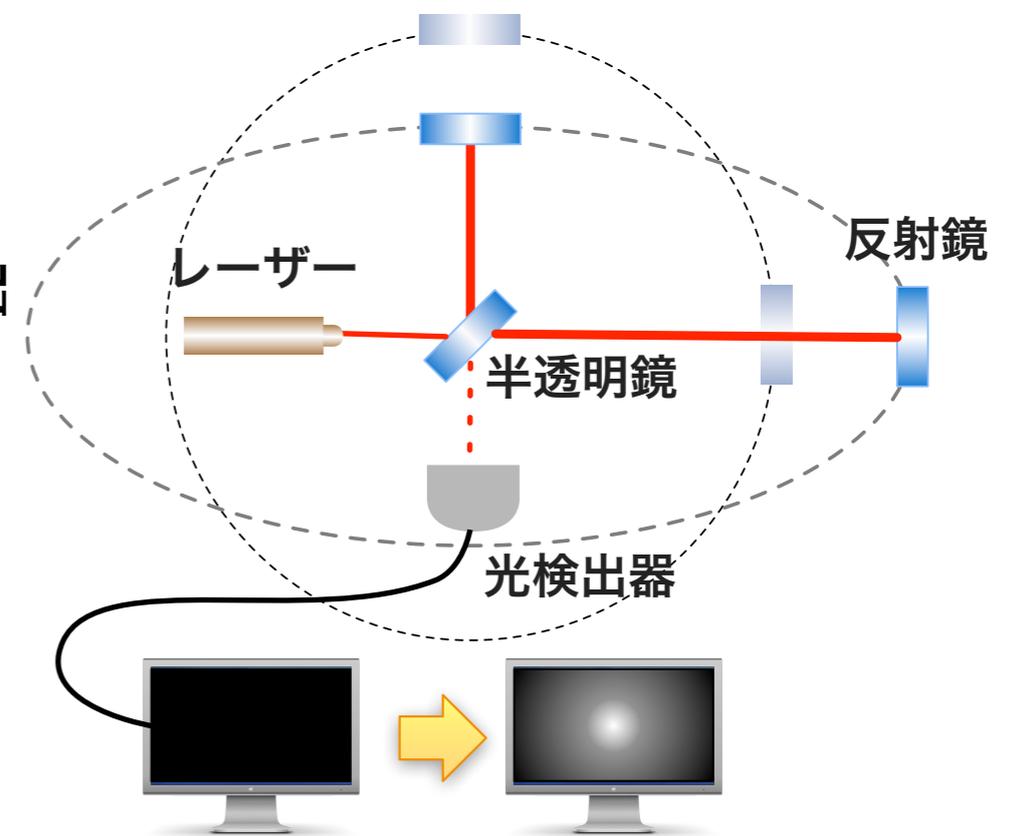
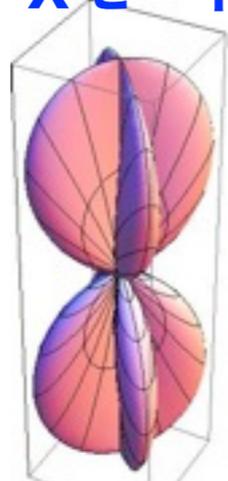
干渉光量に対応する時系列データから重力波信号を抽出する

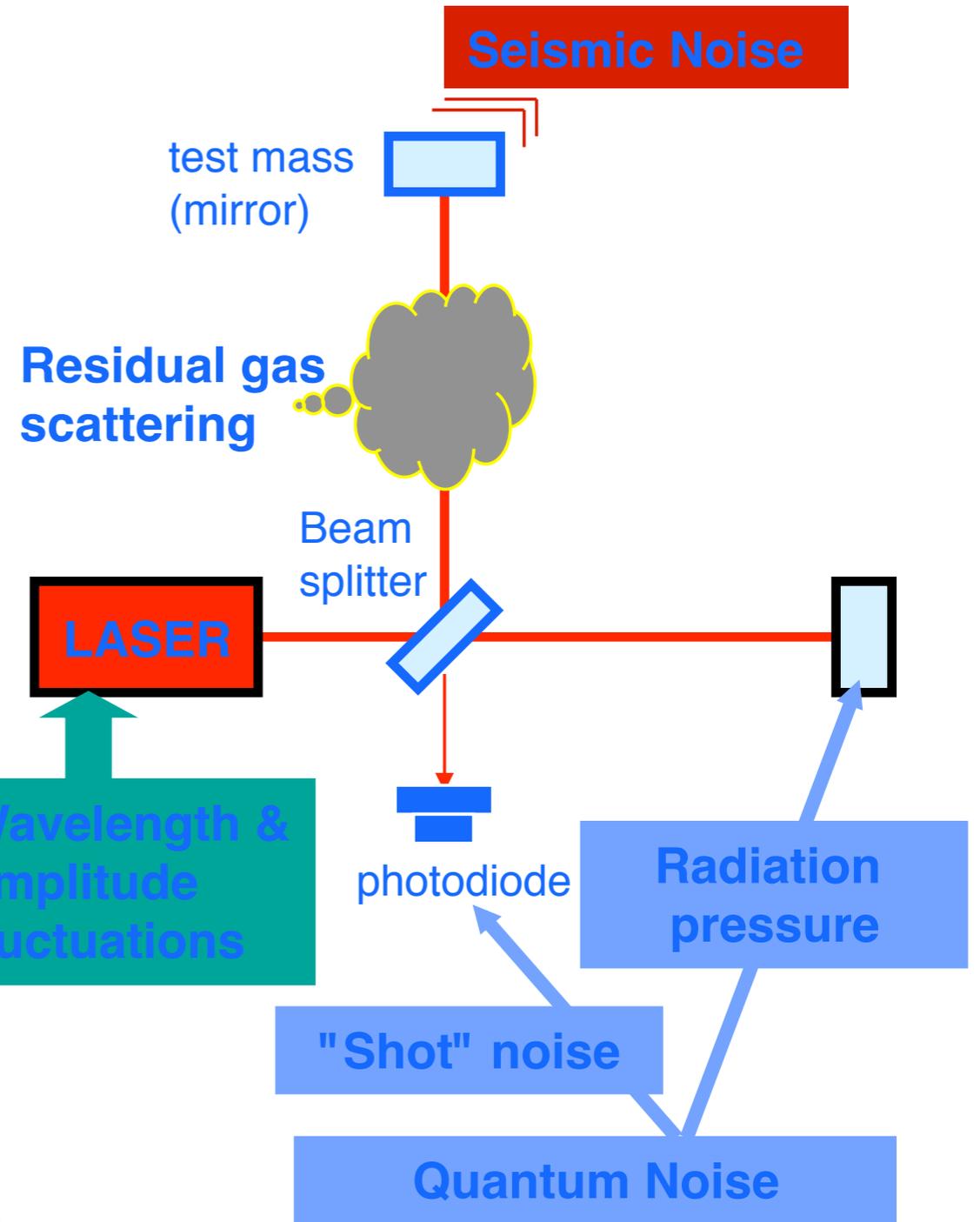
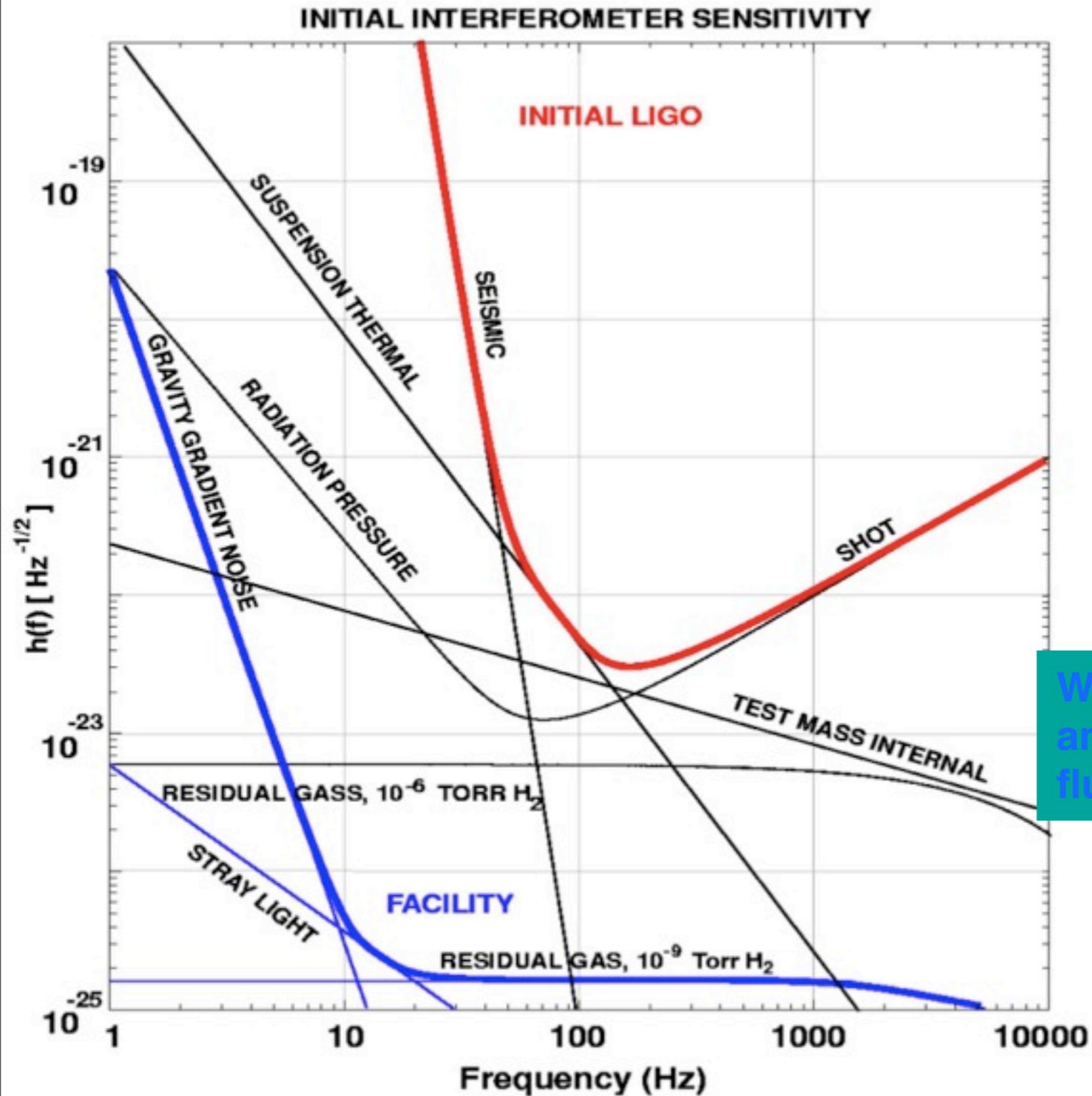
アンテナパターン

+モード



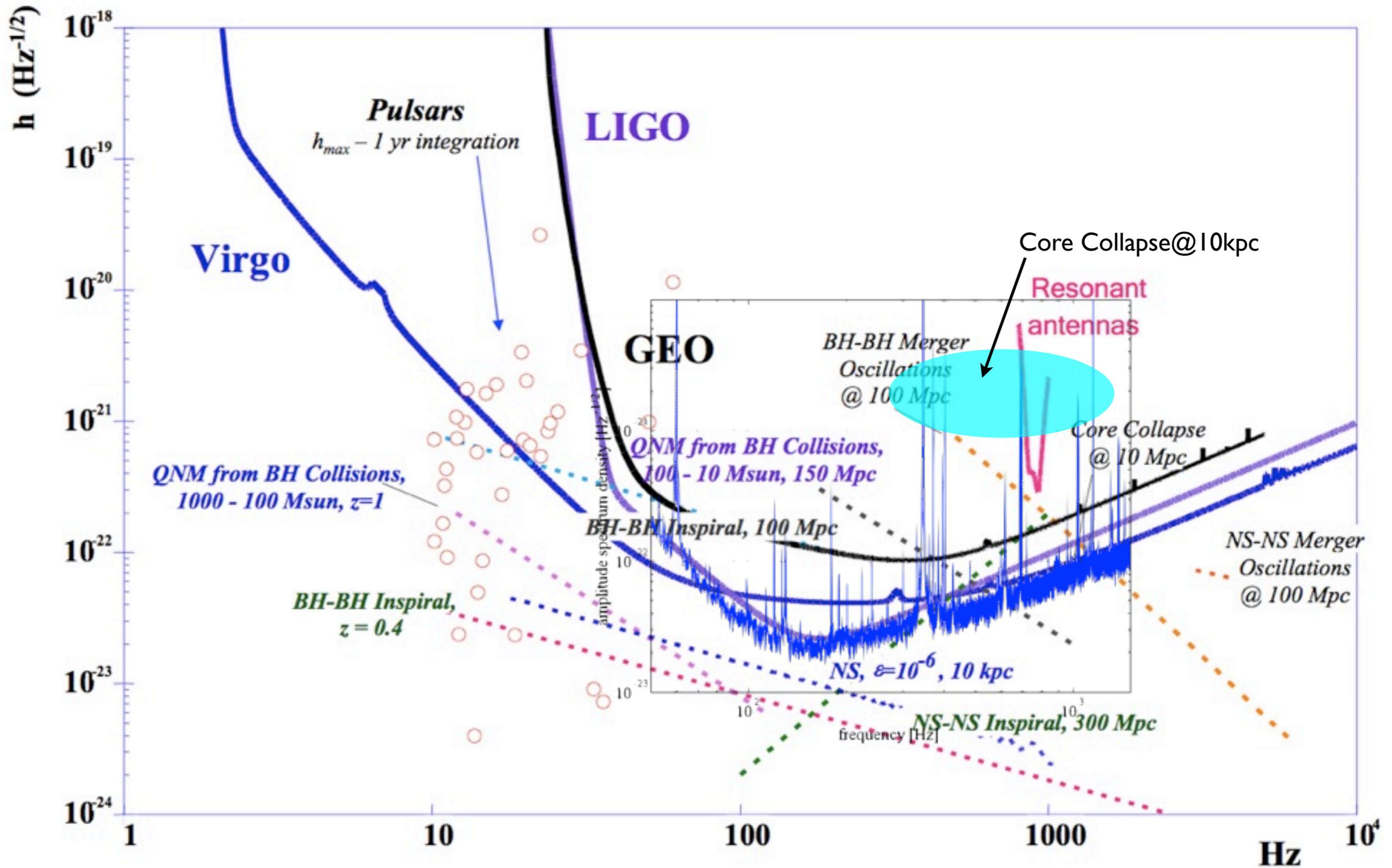
Xモード





A. Weinstein

重力波源と望遠鏡の感度



重力波望遠鏡ネットワーク

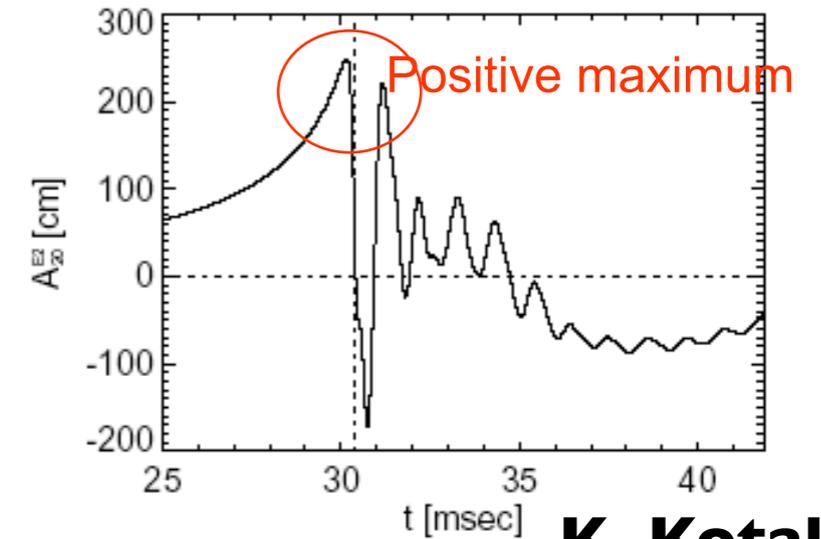
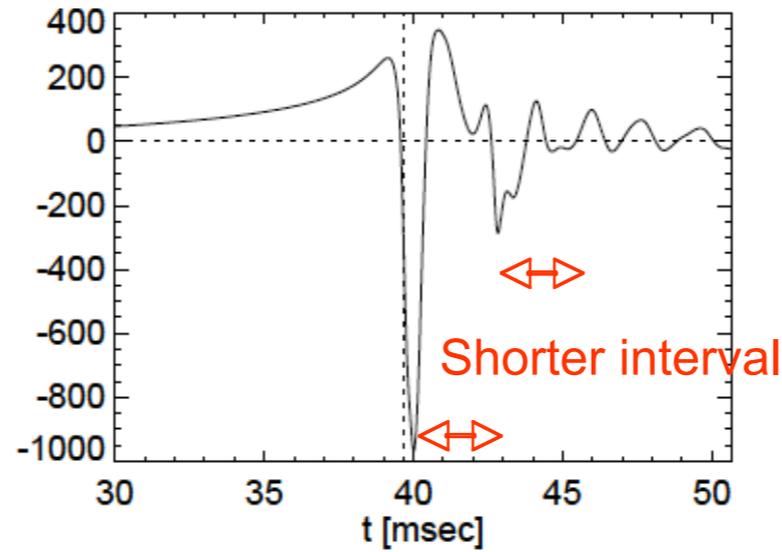
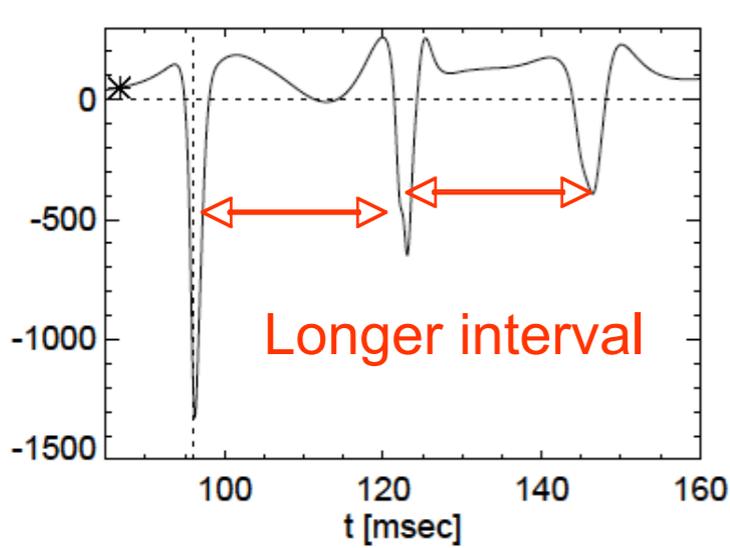
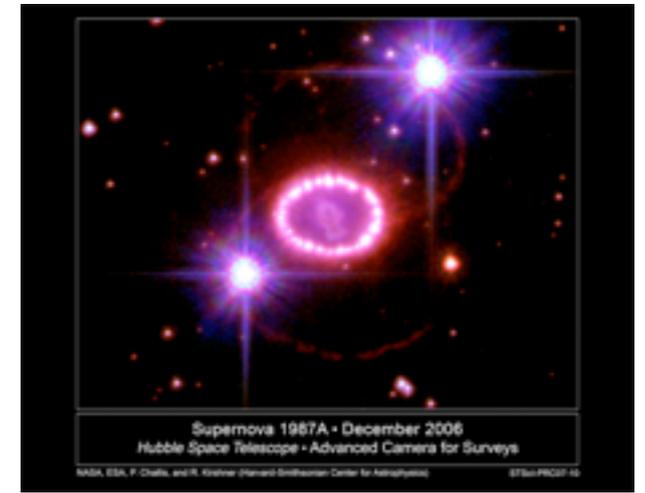




- パルサーからの連続波
- コンパクト連星合体からの重力波
- 背景重力波
- 波形不明のバースト性重力波
 - 超新星爆発
 - パルサーグリッチ
 - 中性子星の星震(accreting mass等による)
 - ガンマ線バースト

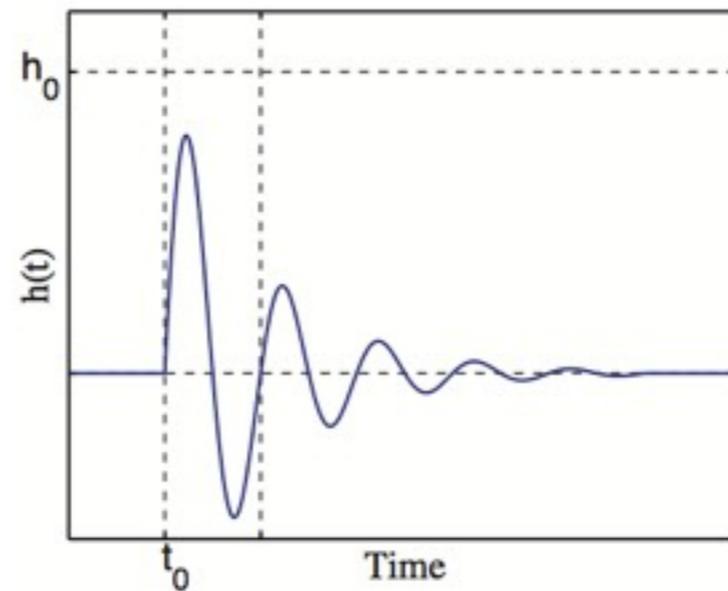
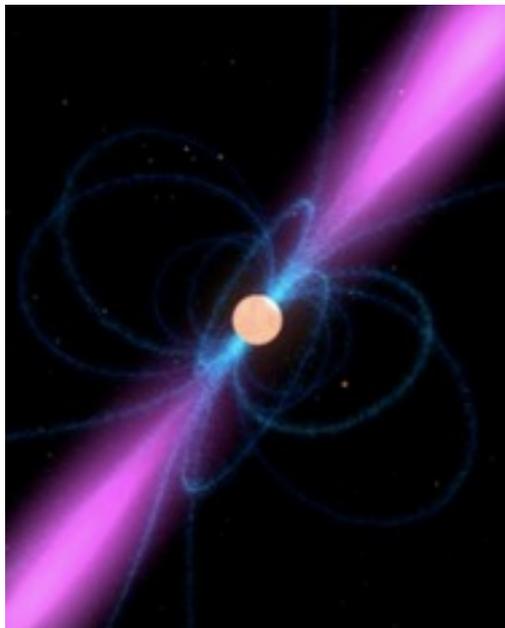


● 超新星爆発からの重力波

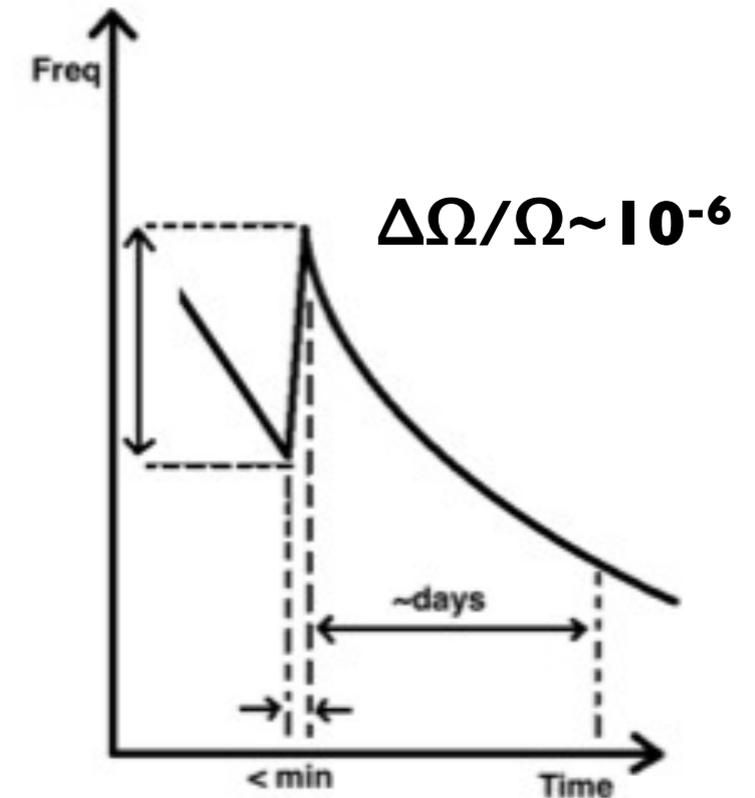


K. Kotake

● パルサーグリッチ



$\tau \sim 50-500$ [ms]





- 中性子星の星震(accreting mass等による)
- 降着ガスが降り積もり外殻が重力でつぶれ、エネルギーが重力波、X線などで放出。

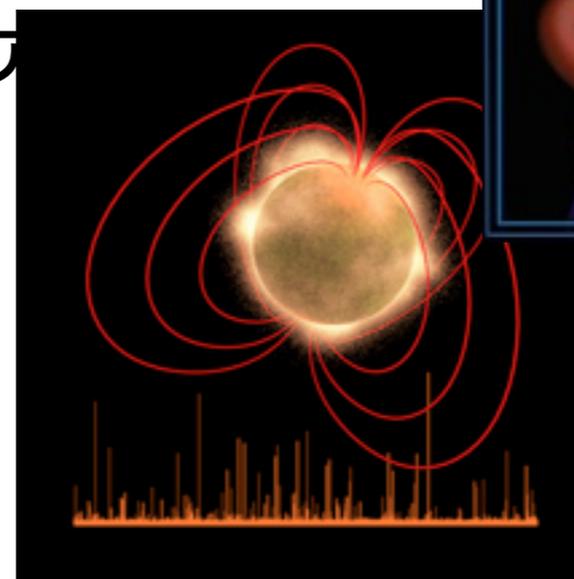
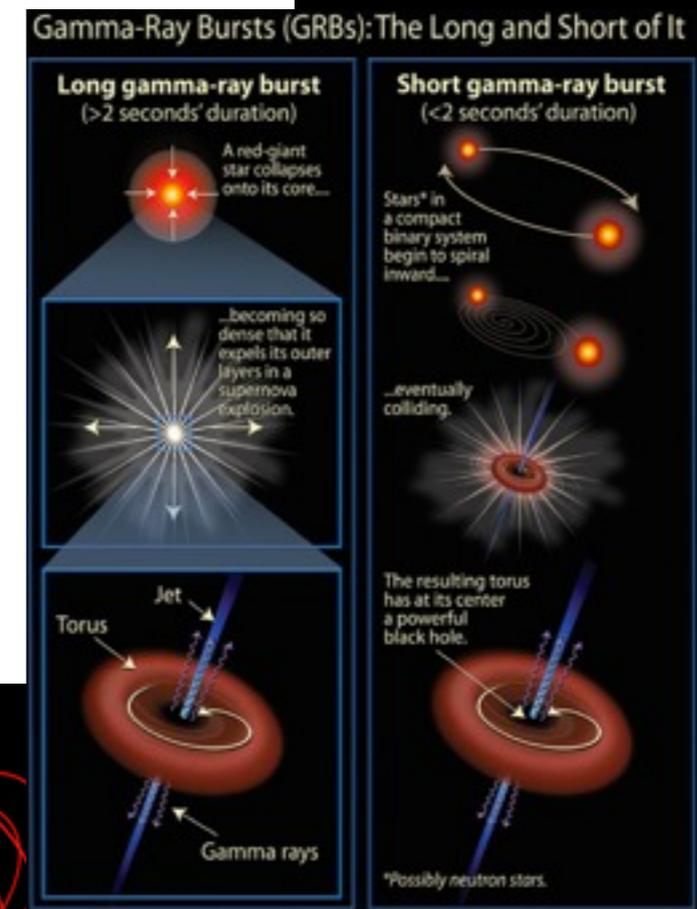
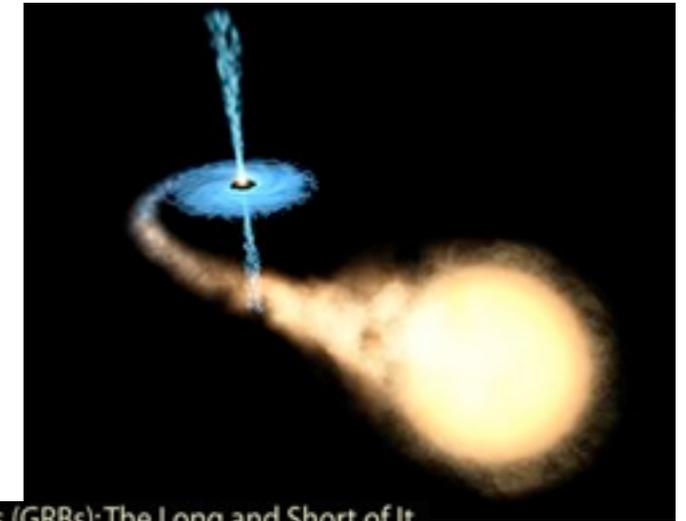
$$h = 4.4 \times 10^{-21} \left(\frac{2.8 \text{ kpc}}{D} \right) \tau_f \sim 9 [\text{ms}]$$

E. Coccia et al.(2004)

- ガンマ線バースト
- 連星合体
- 高速回転大質量星によるhypernova

- SGR(Soft Gamma Repeater)
強磁場を持つ中性子星からのフレア

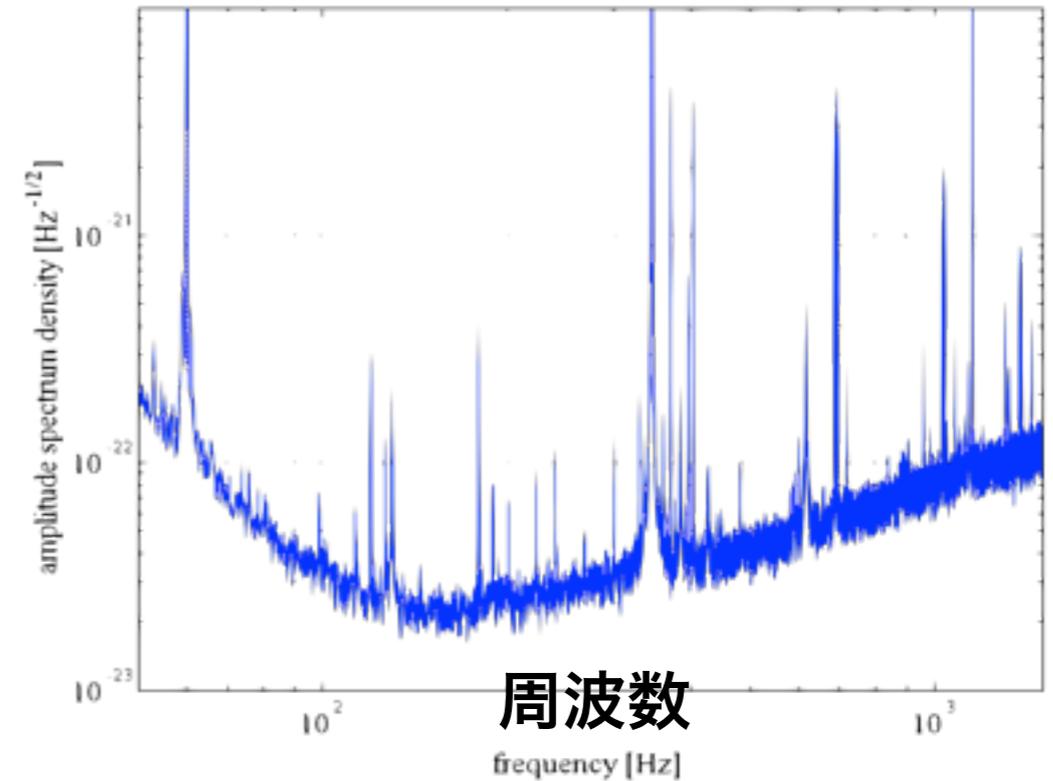
-



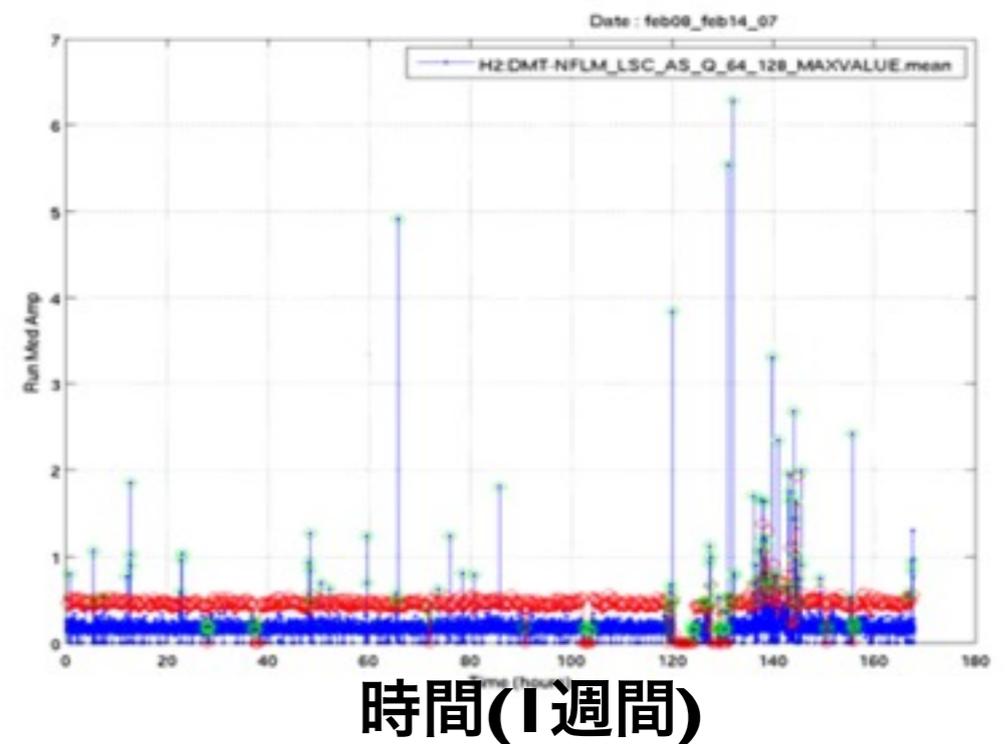


- 感度曲線の周波数特性
- 狭帯域信号(ライン)
- データの非定常性
 - 短いタイムスケールで感度、非定常雑音の統計が変化
- バースト性雑音(Glitch)
 - 重力波との区別

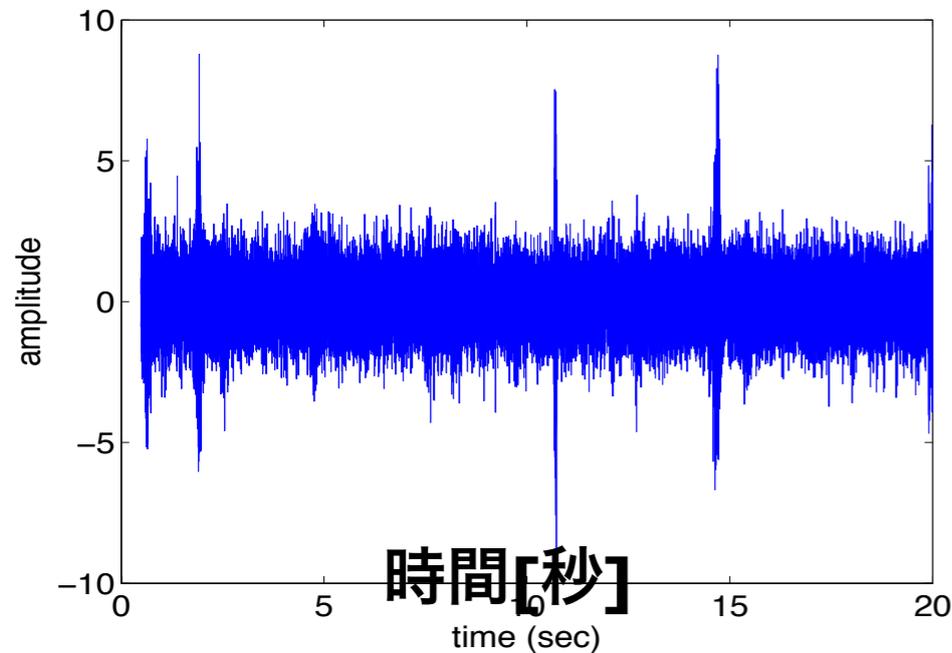
感度曲線



Noise Floor



Glitch

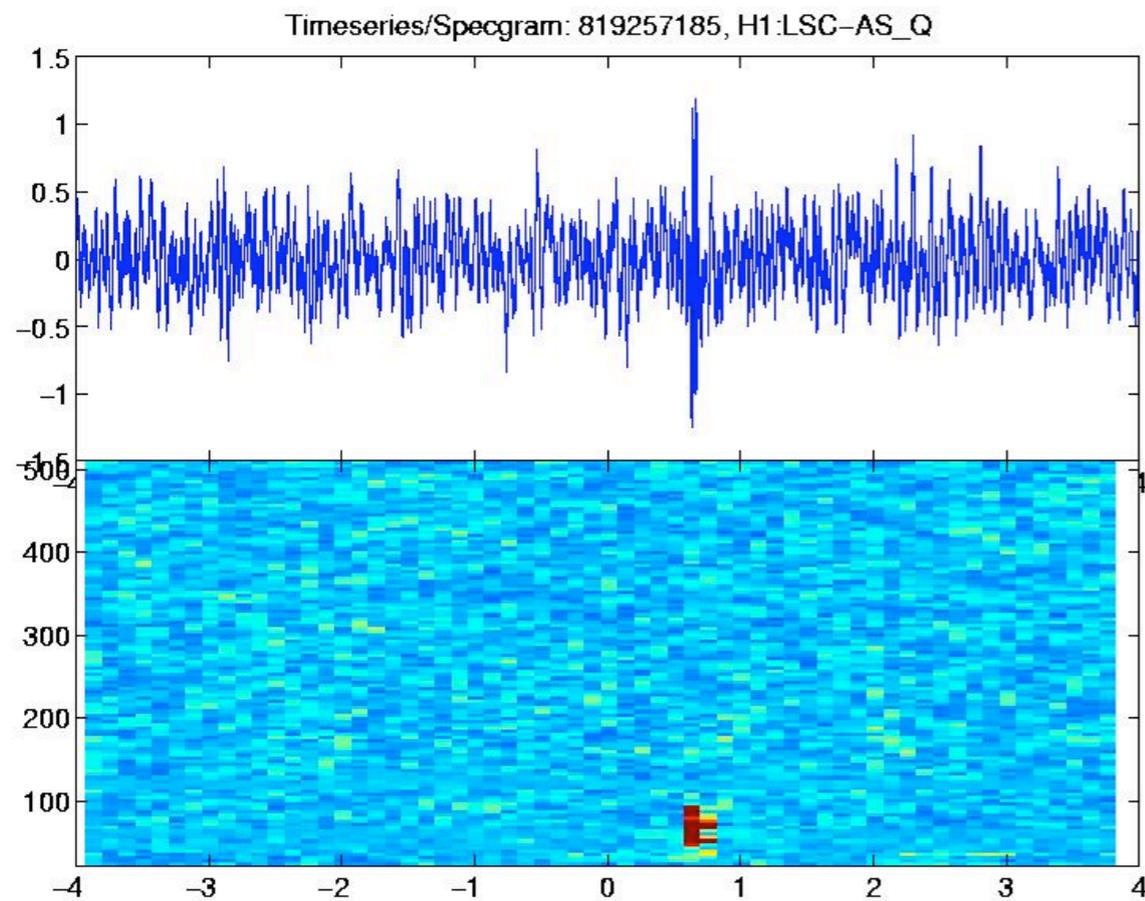


バースト性重力波の検出

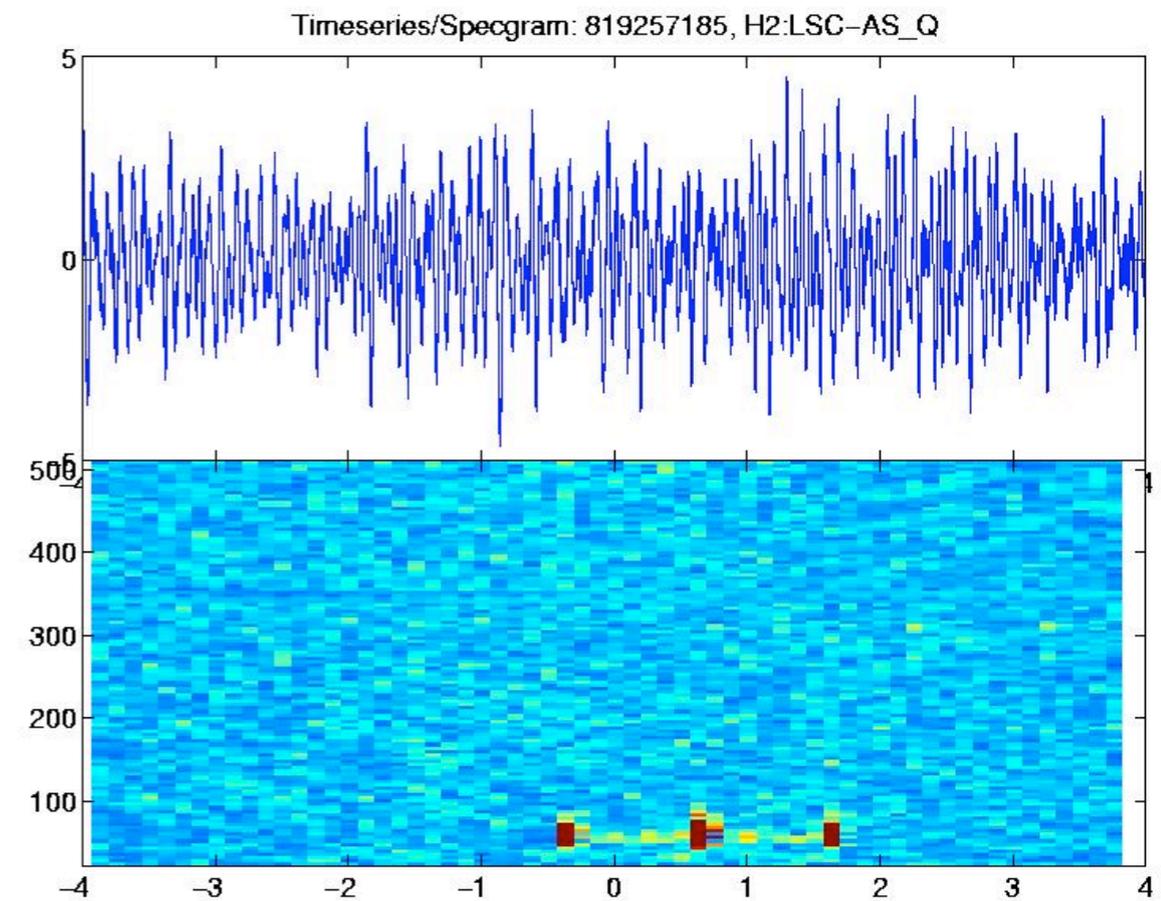


- 天体爆発によるバースト重力波の波形不定性が大きい。
- 望遠鏡が多く、バースト性雑音を含み、複数の望遠鏡を用いてさえコインシデンスイベントが多い。
- さまざまな情報を駆使して雑音と重力波を区別することが必要。

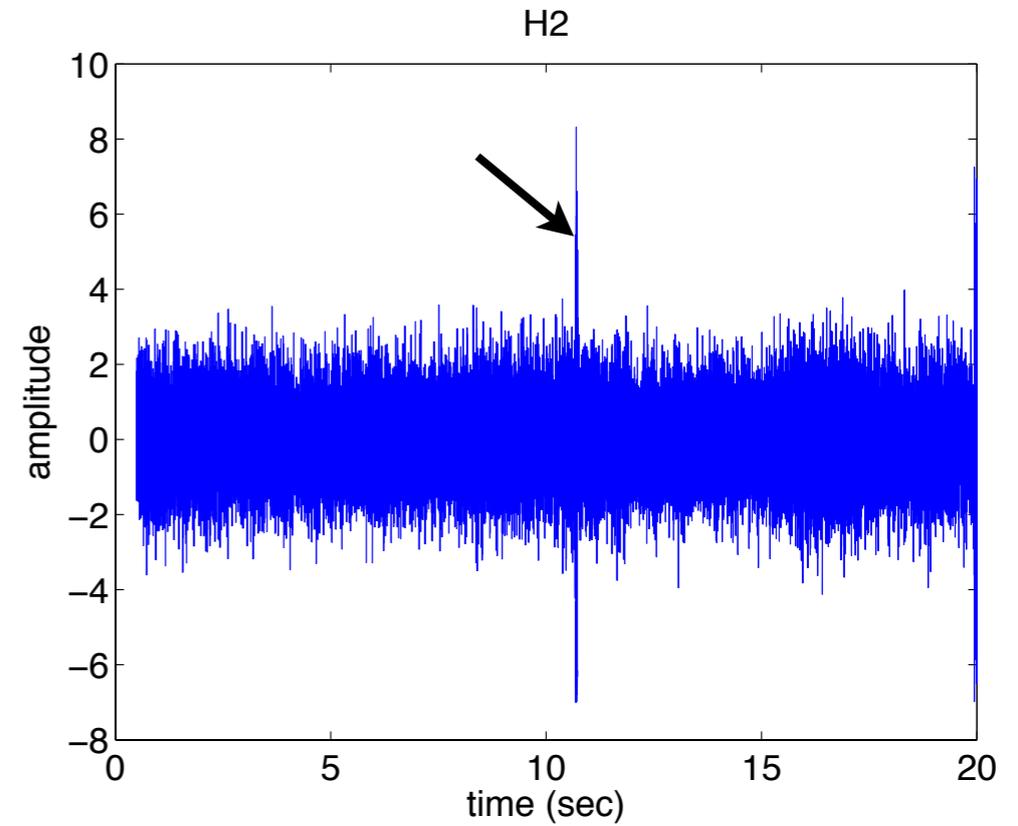
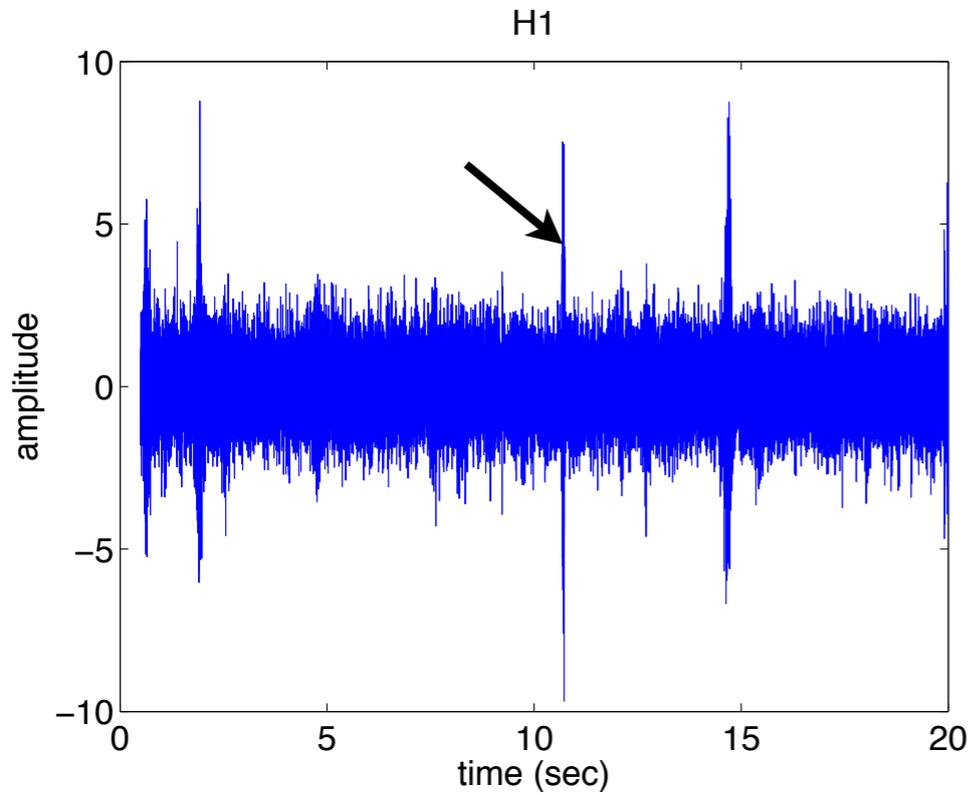
H1



H2

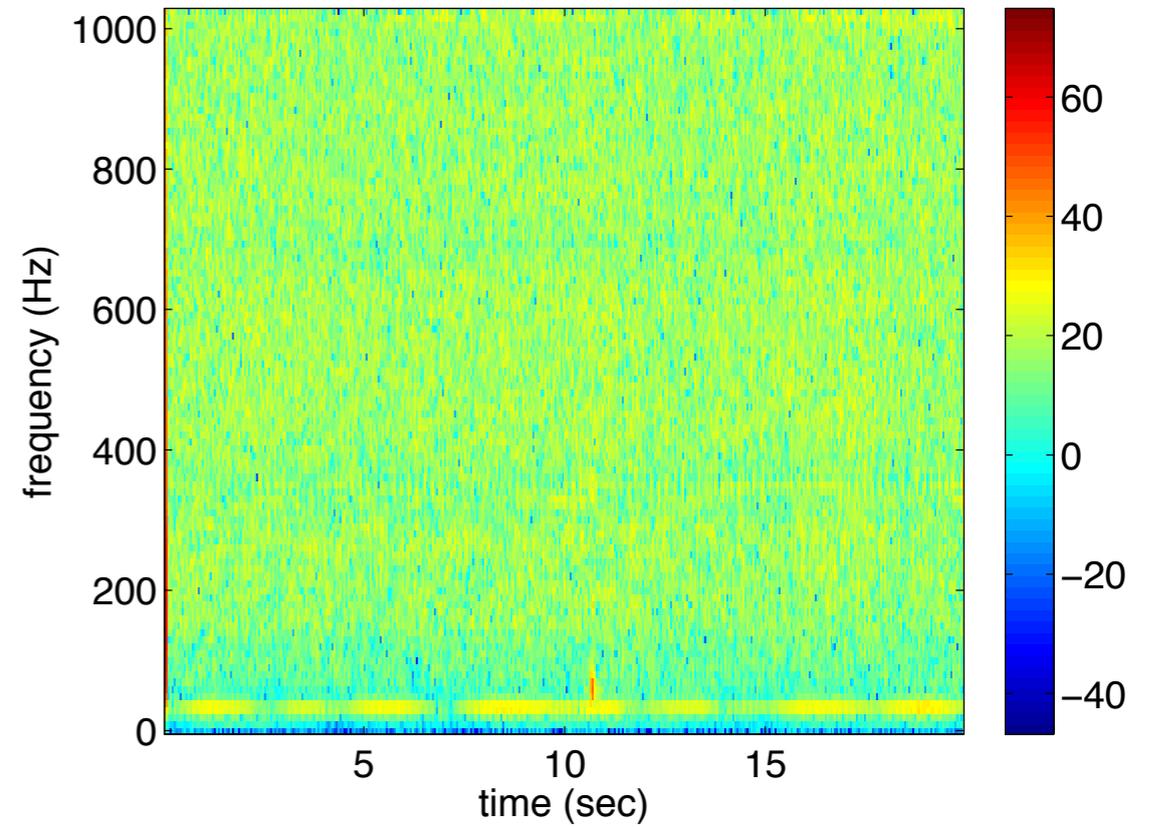
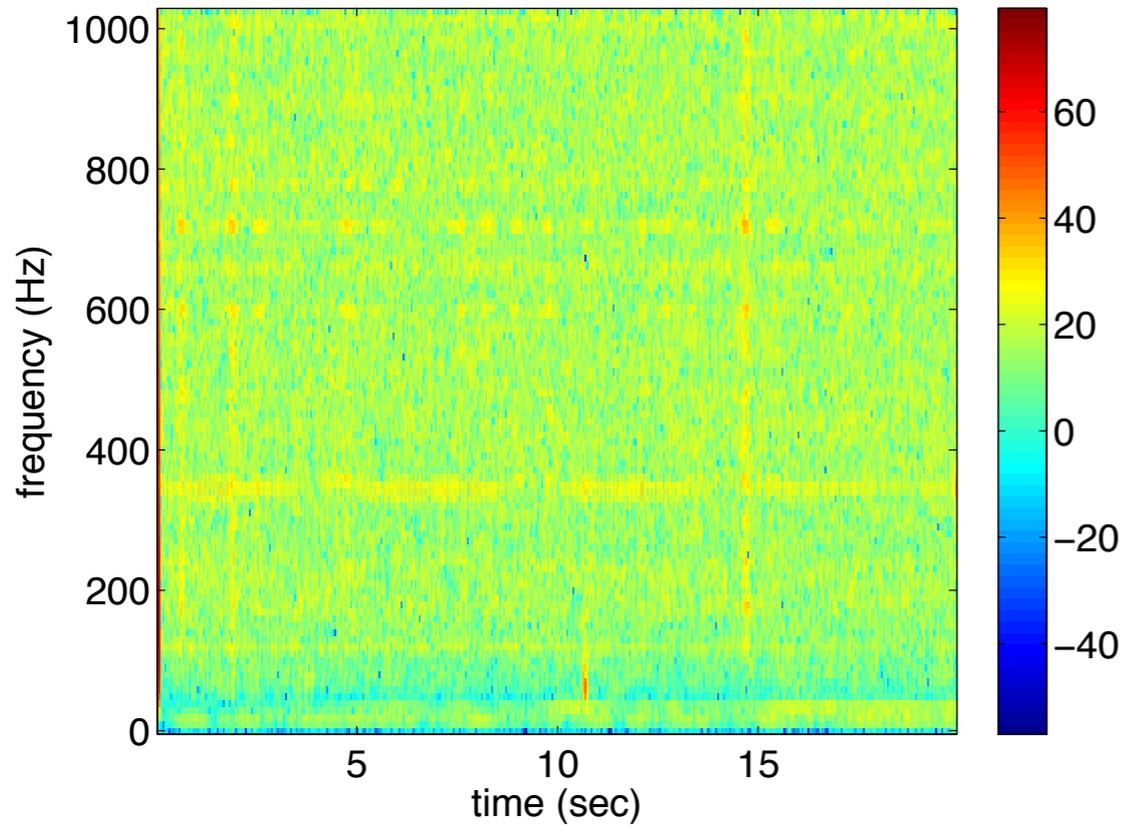


Coincident Glitch



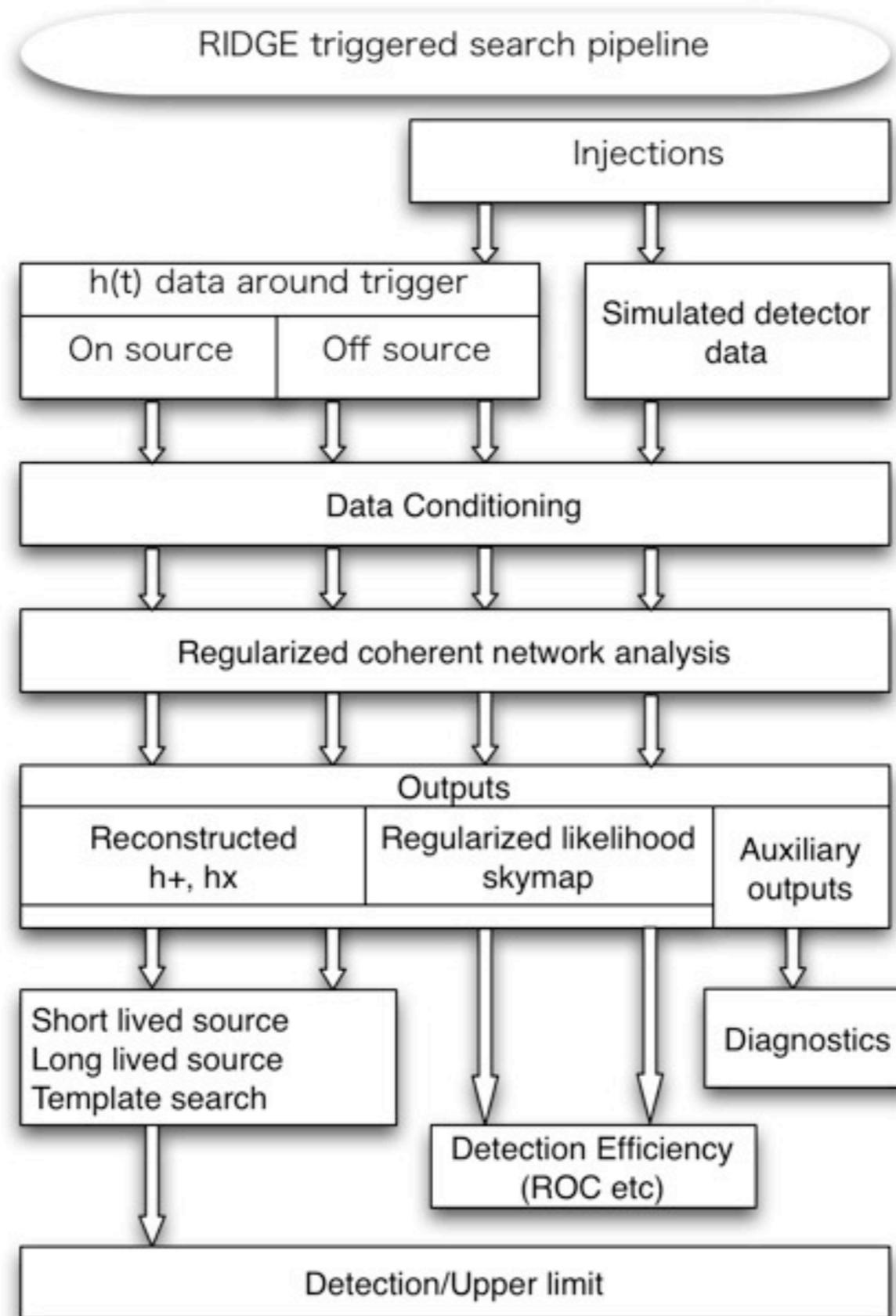
Power Glitch H1

Power Glitch H2



||

解析プロセス





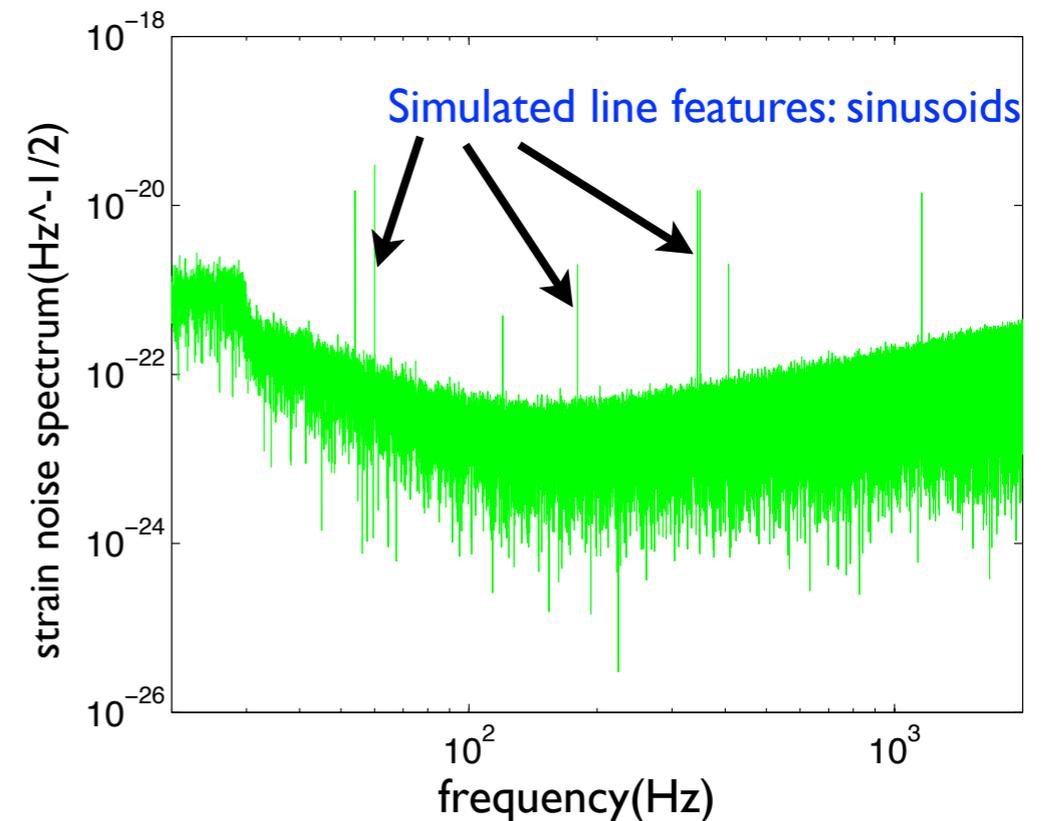
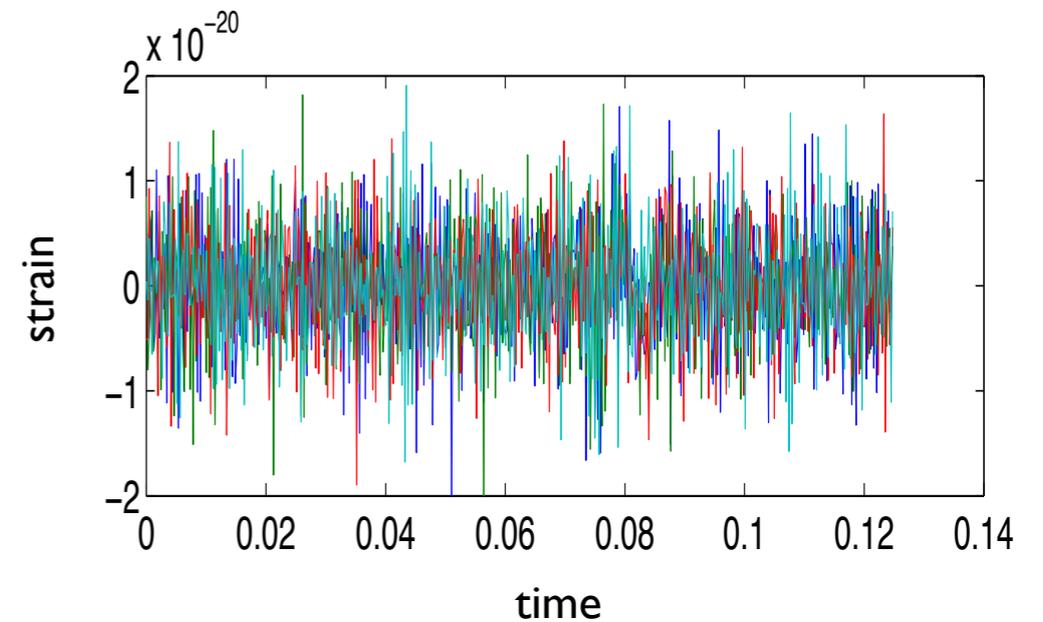
● ホワイトニング

- どの周波数帯も同様に探査したい。
- データの周波数特性をフラットにしてイベント探査。
- あとで周波数特性を戻してやる。

● ラインの除去

- 強帯域ではあるが、非常に強いピーク。
- ラインの強度変化等は検出効率を悪化させる。
- 重みをかけて影響を無くす等。

Band-pass filtered(64-2000Hz) signals





- **Linear Prediction Part:**
n番目のサンプルはその前M個のサンプルの線形和で表されると仮定する。

$$\tilde{x}[n] = \sum_{m=1}^M c[m]x[n-m]$$

- **Prediction Error Part:**
実データと比較する。

$$e[n] = x[n] - \tilde{x}[n]$$

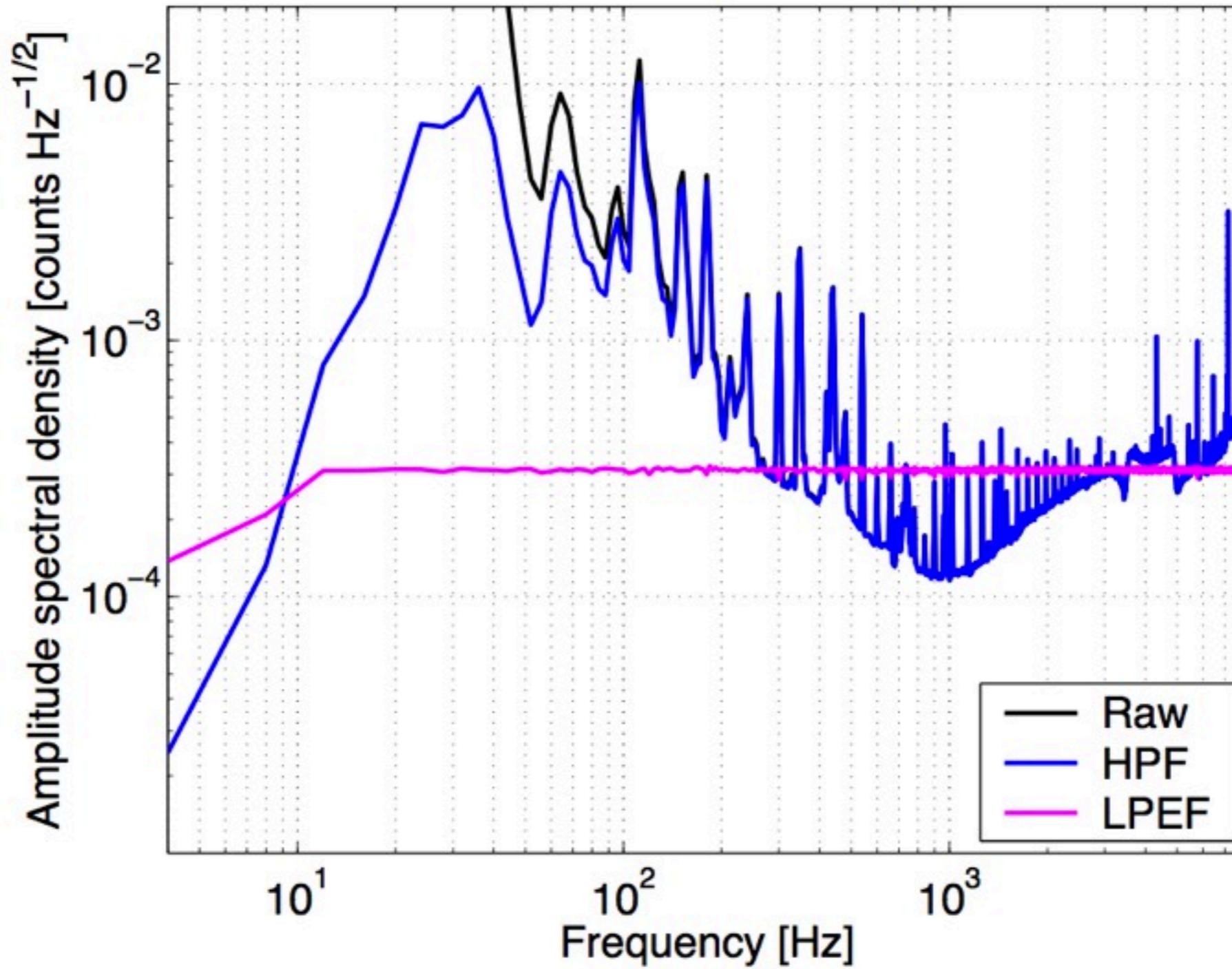
- **Training Part:**
Prediction Errorの自乗平均が最小になるようにc[m]を決める。

$$\sigma_e^2 = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N e[n]^2$$

例：Linear Predictor Error Filter



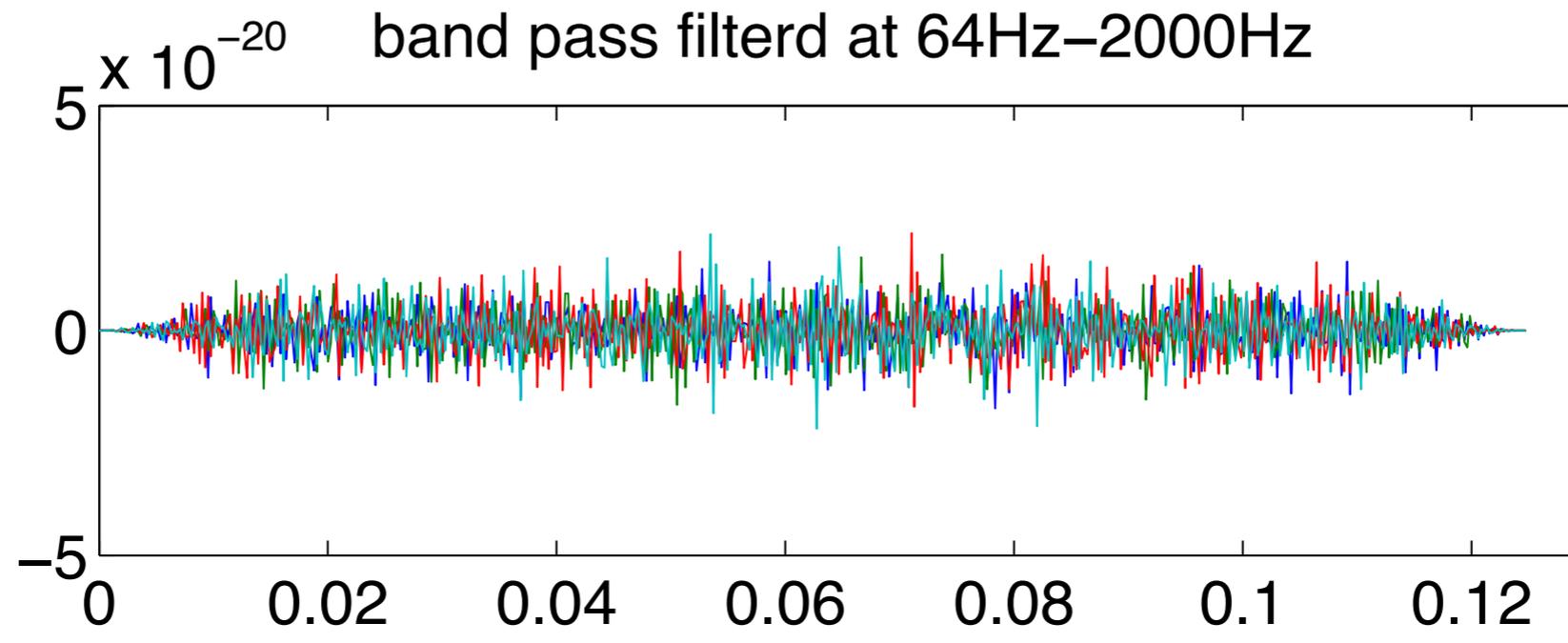
Uncalibrated amplitude spectra



データコンディショニング

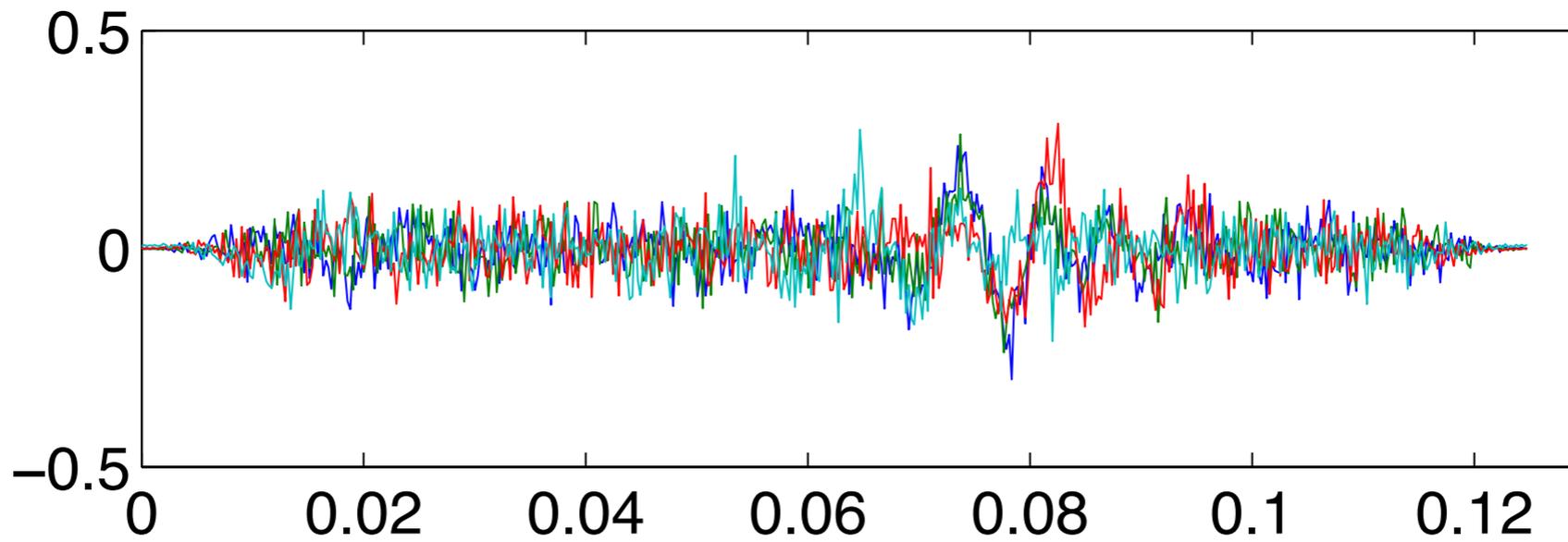


前



after conditioning

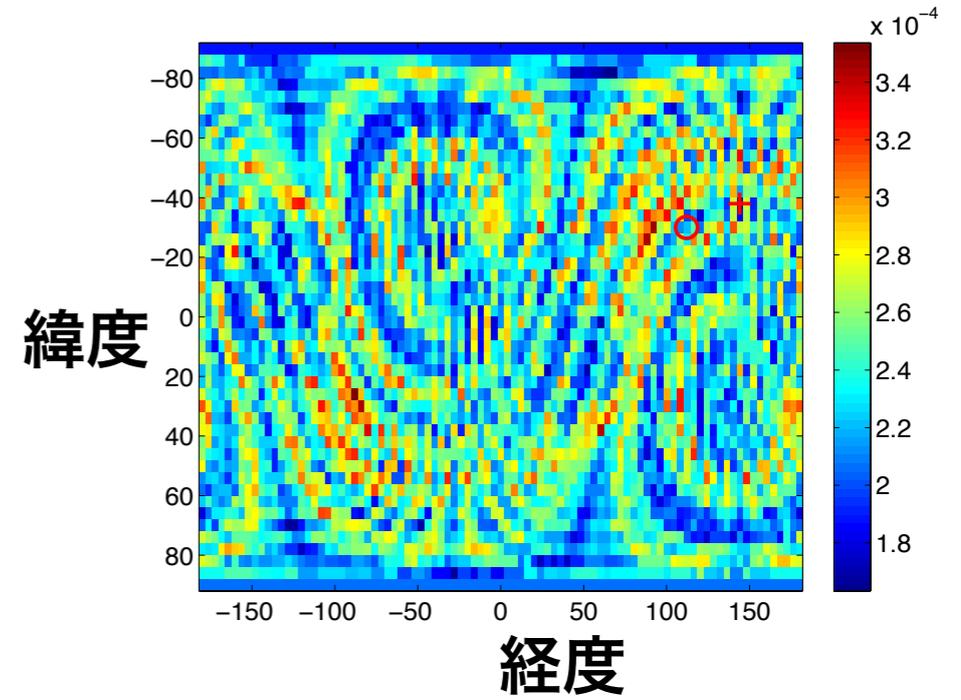
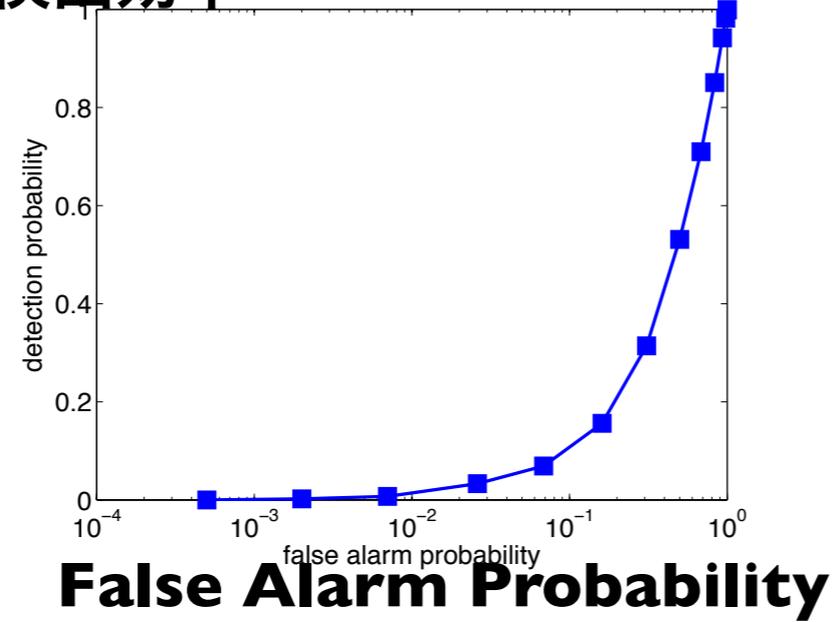
後



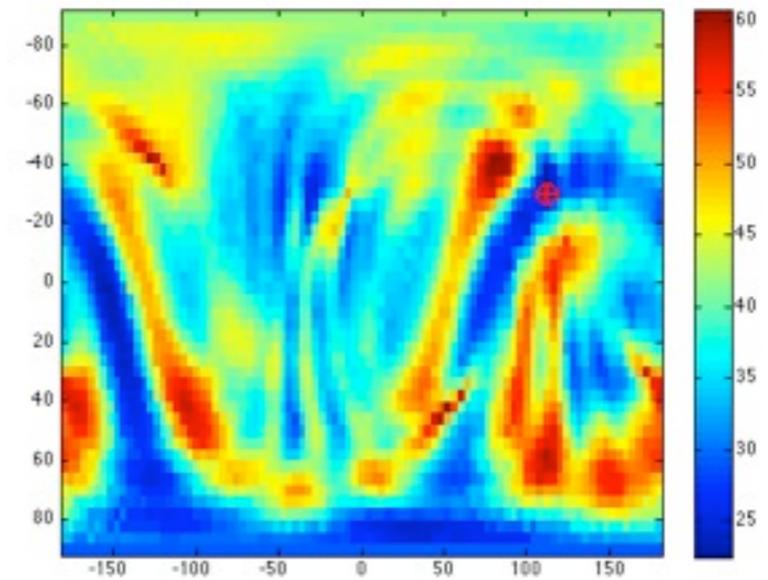
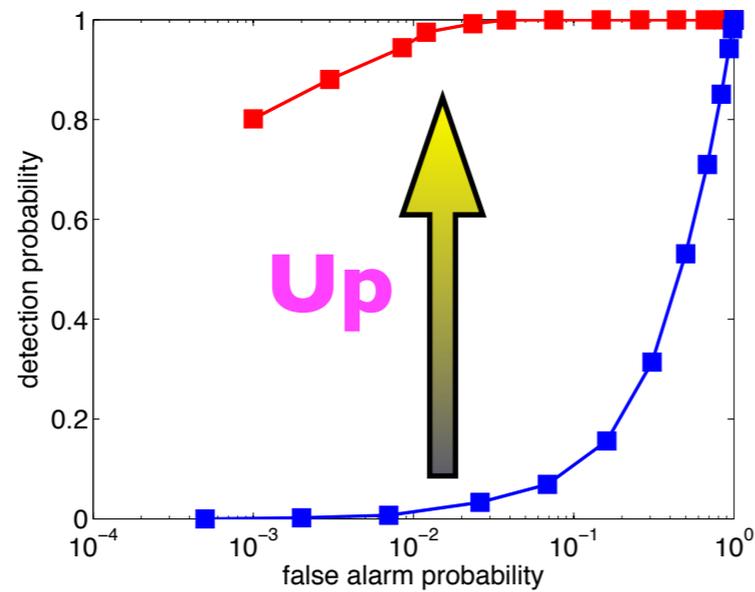


**Without
DC**

検出効率



**With
DC**



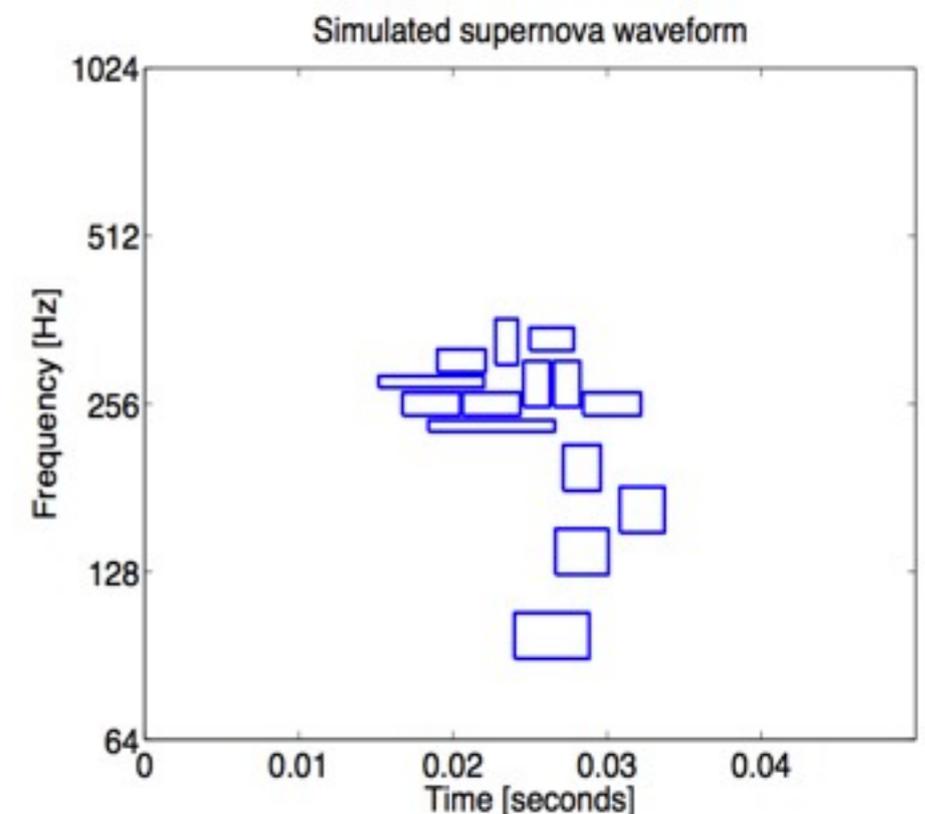
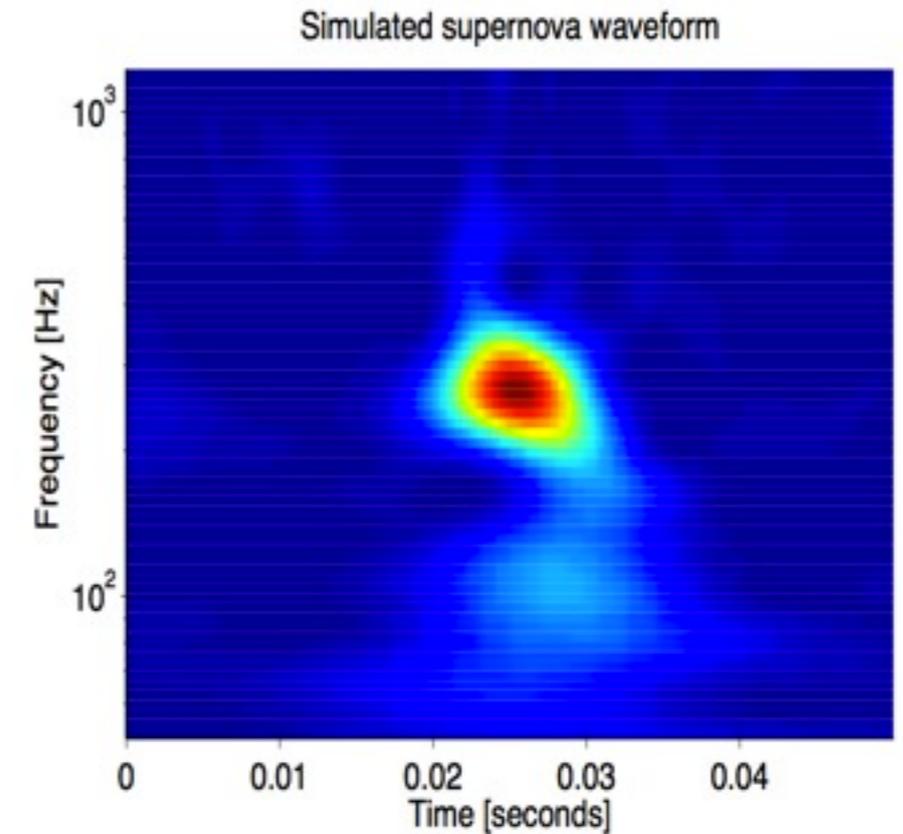


- データからバースト性信号を抽出する。
- 前回の**matched filtering**に対応する。
- 波形不明のバーストサーチの場合、エネルギーが時間的に局在した信号を抽出する。
 - 単独望遠鏡の場合
 - **Excess power method**
時間周波数空間上で強いエネルギーを持つイベントを探す。
 - 複数望遠鏡の場合
 - コインシデンス解析
複数の望遠鏡データで検出されたイベントのコインシデンスを取る。
 - コヒーレントネットワーク解析
今日のメイン
最初の段階で、望遠鏡データ全てを重力波の到達時間差を考慮して結合。

Excess Power Method



- 時系列データを**Fourier(Wavelet)**変換により時間周波数空間に写す。
- エネルギーが閾値を越える時間周波数ピクセルを抽出する。
- 時間的に連続しているものを一つの信号としてクラスタリングする。
- イベントの再構成完了。





$$\begin{bmatrix} x_1(t) \\ \vdots \\ x_d(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_{1+}(\theta, \phi) & F_{1\times}(\theta, \phi) \\ \vdots & \vdots \\ F_{d+}(\theta, \phi) & F_{d\times}(\theta, \phi) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_+(t) \\ h_\times(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} n_1(t) \\ \vdots \\ n_d(t) \end{bmatrix}$$

data = detector response \times gravitational wave + noise

重力波のレスポンス $\xi_i(t) = F_{i+}(\theta, \phi)h_+(t) + F_{i\times}(\theta, \phi)h_\times(t)$

重力波の再構成 $h = (A^T A)^{-1} A^T x$

- 重力波の抽出は逆問題を解く事と同じ。
- 天球位置(θ, ϕ)を変えながら、最も尤もらしい重力波(h)を探す。

$$\begin{bmatrix} x_1(t) \\ \vdots \\ x_d(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_{1+}(\theta, \phi) & F_{1\times}(\theta, \phi) \\ \vdots & \vdots \\ F_{1d}(\theta, \phi) & F_{d\times}(\theta, \phi) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_+(t) \\ h_\times(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} n_1(t) \\ \vdots \\ n_d(t) \end{bmatrix}$$

$$\xi_i(t) = F_{i+}(\theta, \phi)h_+(t) + F_{i\times}(\theta, \phi)h_\times(t)$$

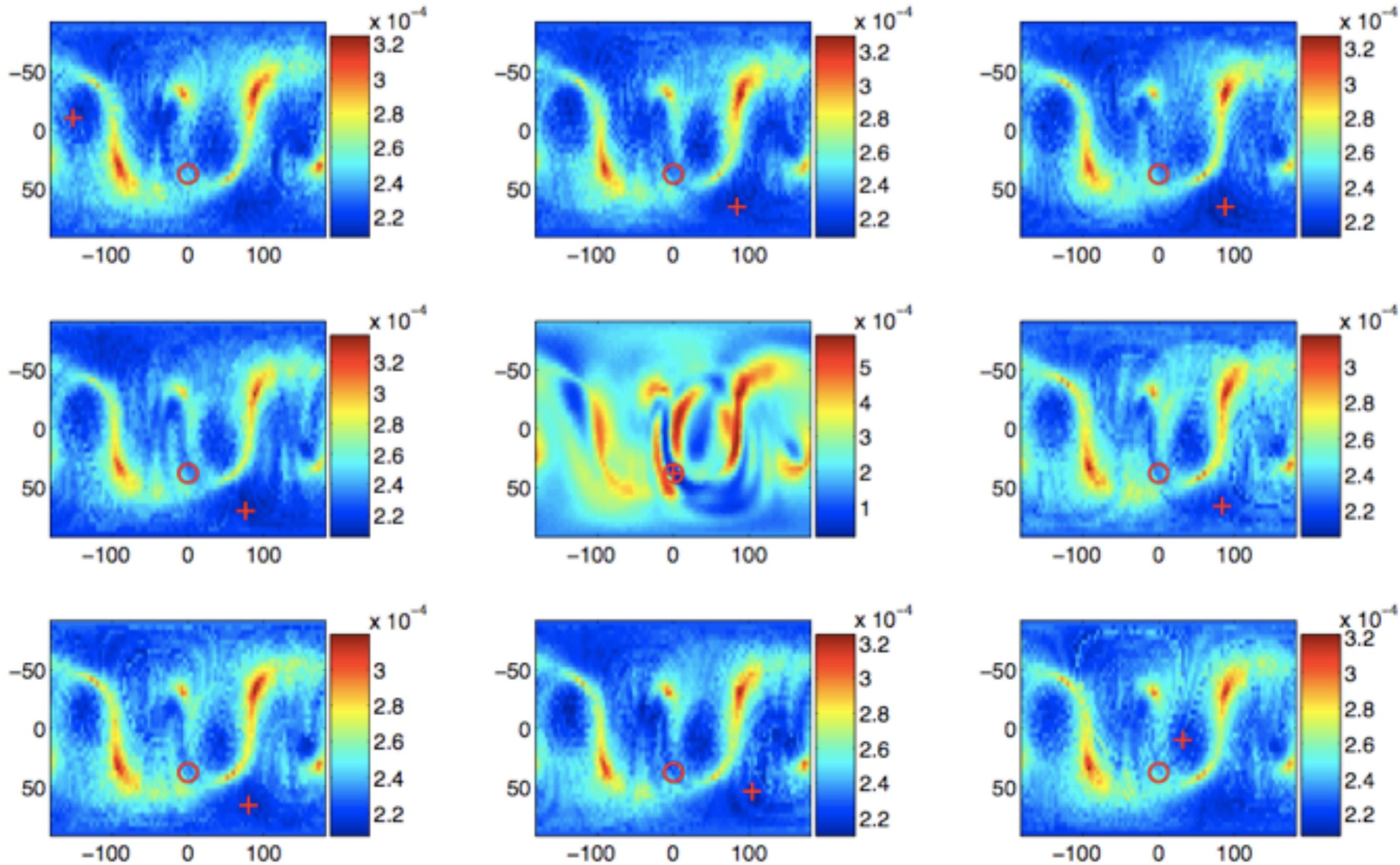
$$h = (A^T A)^{-1} A^T x$$

- 最尤推定によって逆問題を解く。
- 全天において下で定義されるLikelihood statisticを計算する。
- L がバックグラウンドから見積もった閾値を越えたものを重力波候補とする。

$$L = \max(-\|x - Ah\|^2) \quad \text{where} \quad \|x\|^2 = \sum_{i=1}^d \int_0^T x_i(t)^T x_i(t) dt$$

$$\|data(x) - estimated\ signal(\xi)\|^2$$

$$h = (A^T A)^{-1} A^T x$$

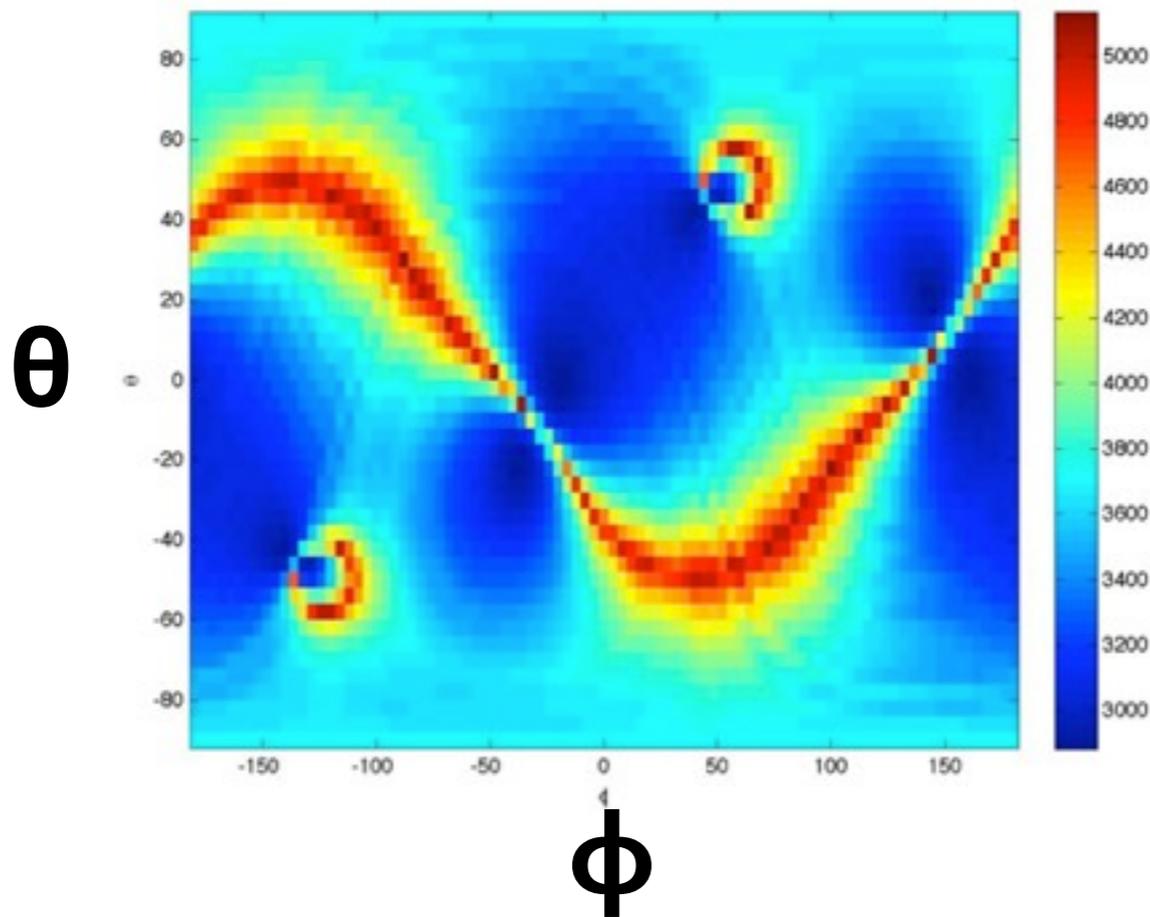




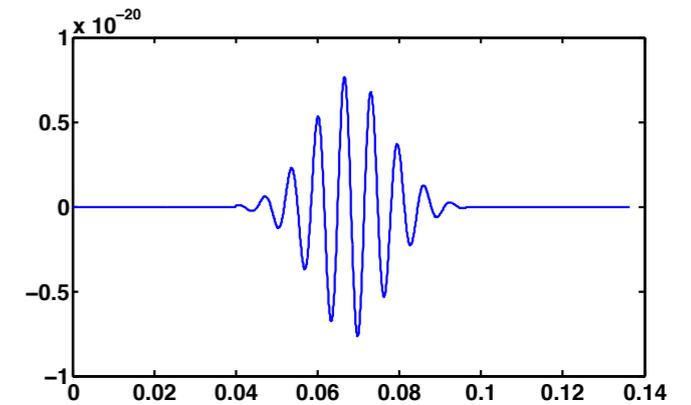
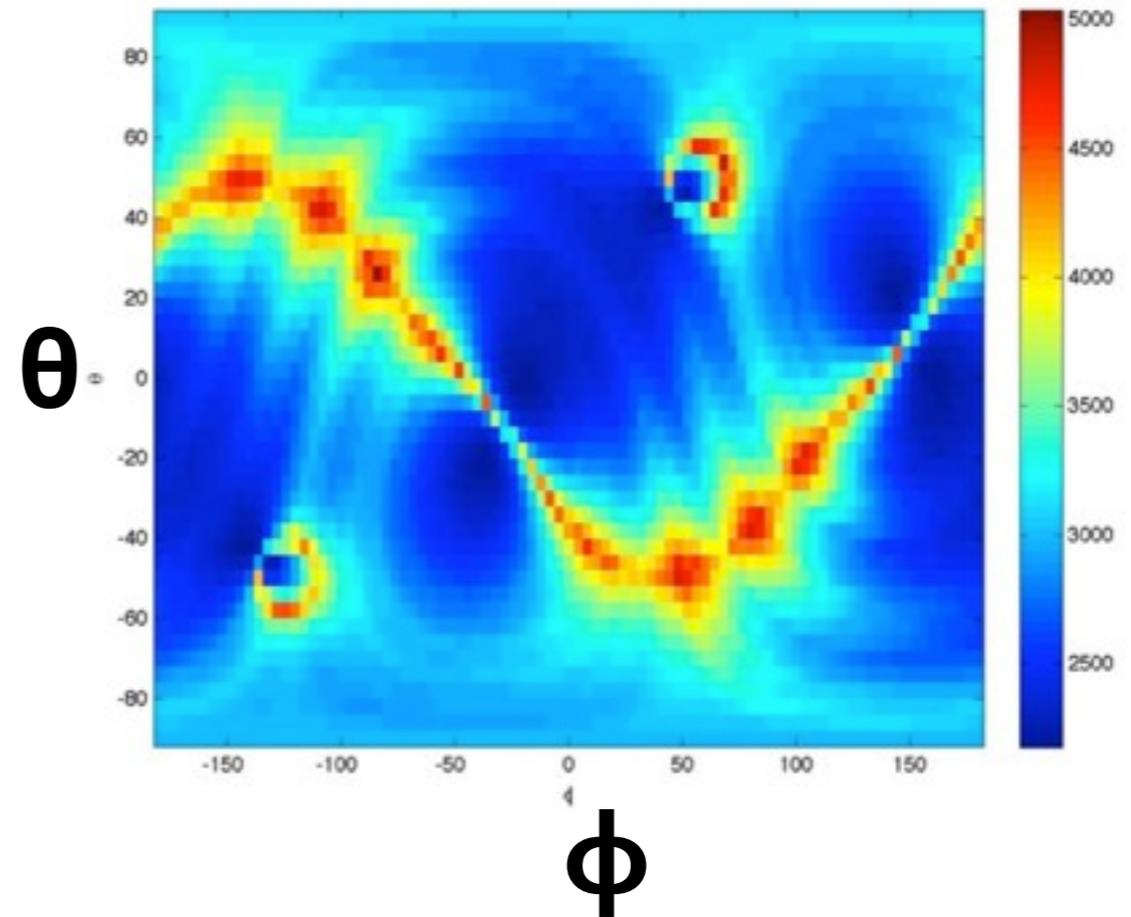
- 雑音のみの場合に、望遠鏡ネットワークに典型的なパターンが存在。
- 望遠鏡のネットワークコンビネーションでパターンが変化する。
- 重力波が入るとパターンが変化。

H1-H2-L1

雑音



雑音 + 信号

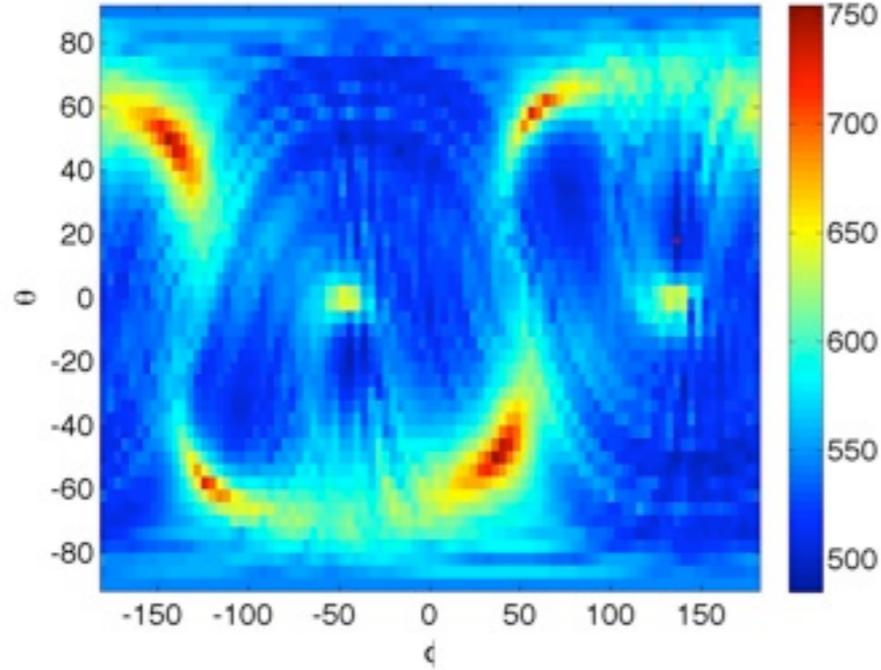




H1-H2-L1-V1

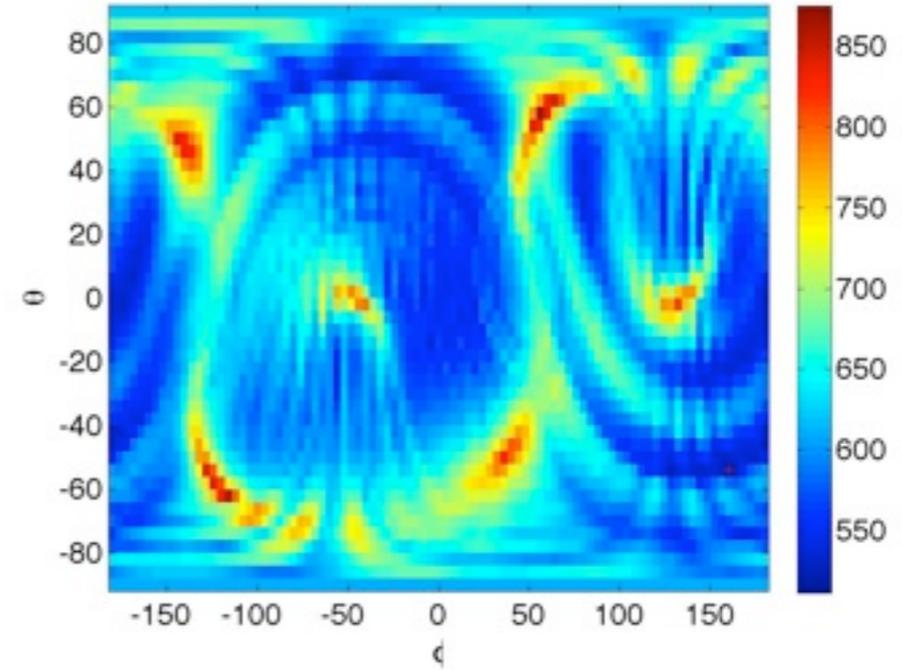
雑音

9



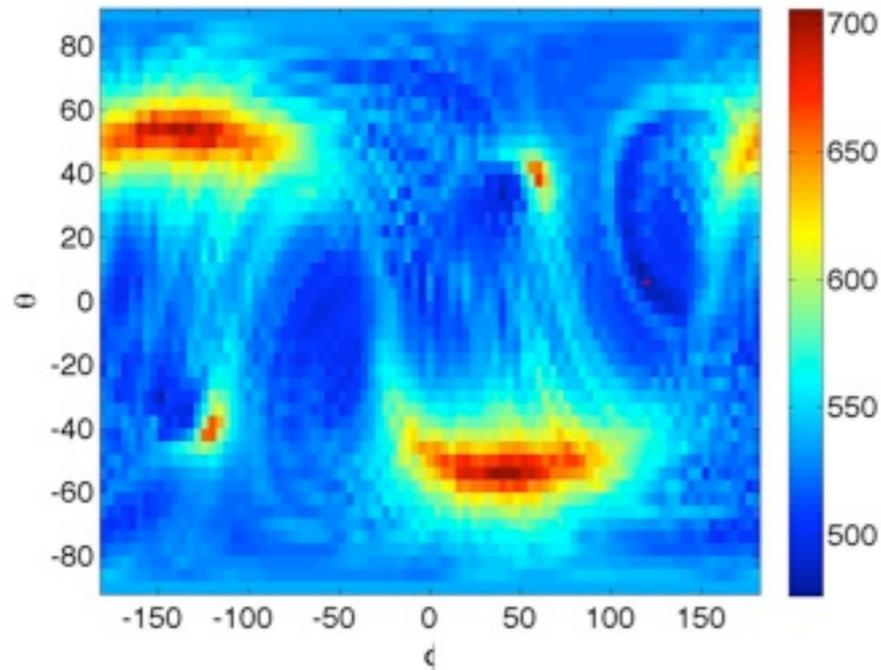
雑音+信号

10

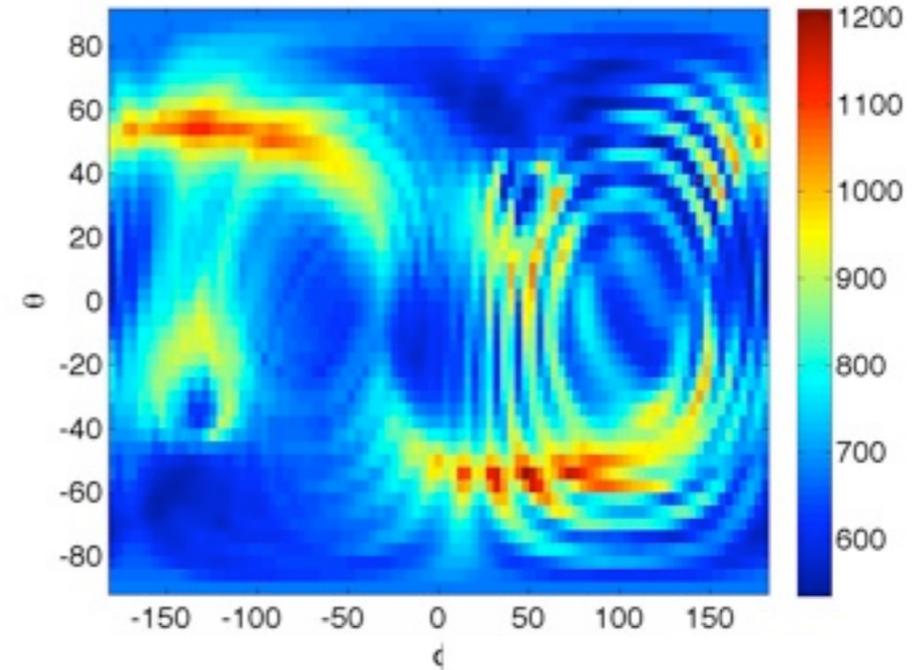


H1-H2-L1-T2

9

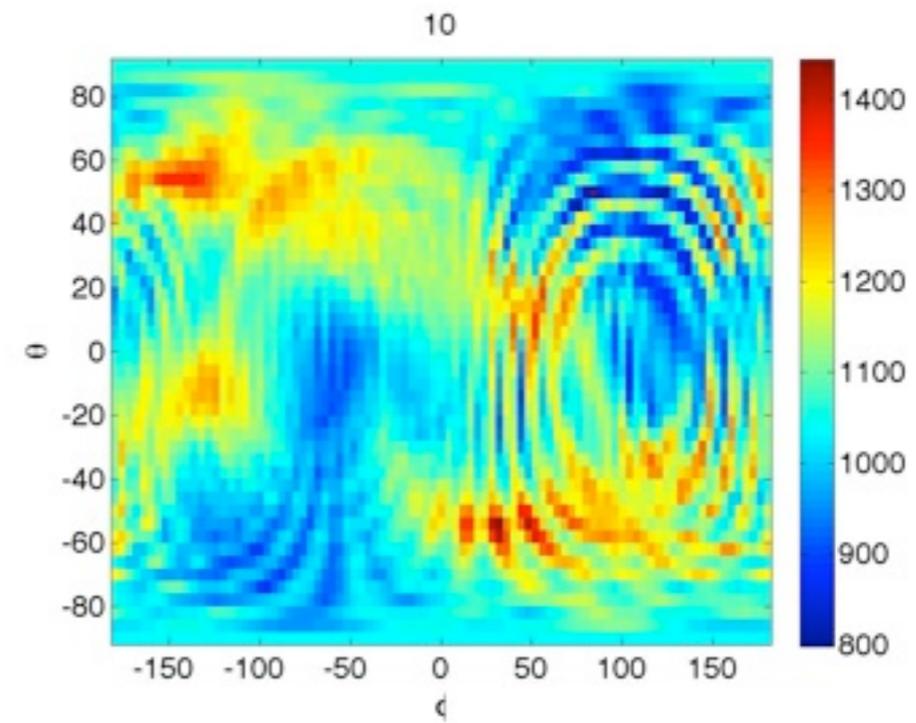
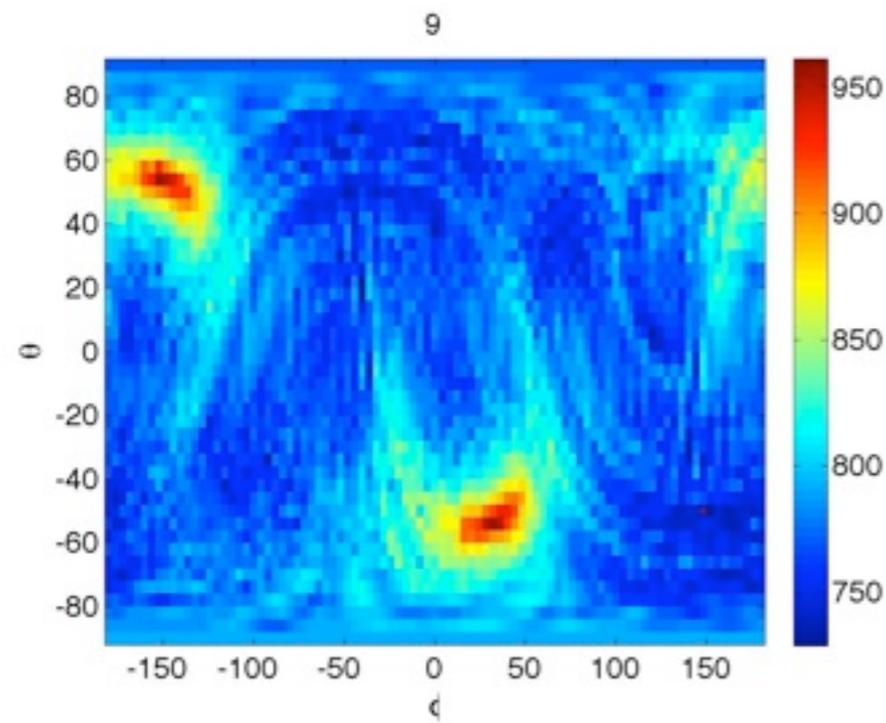


10





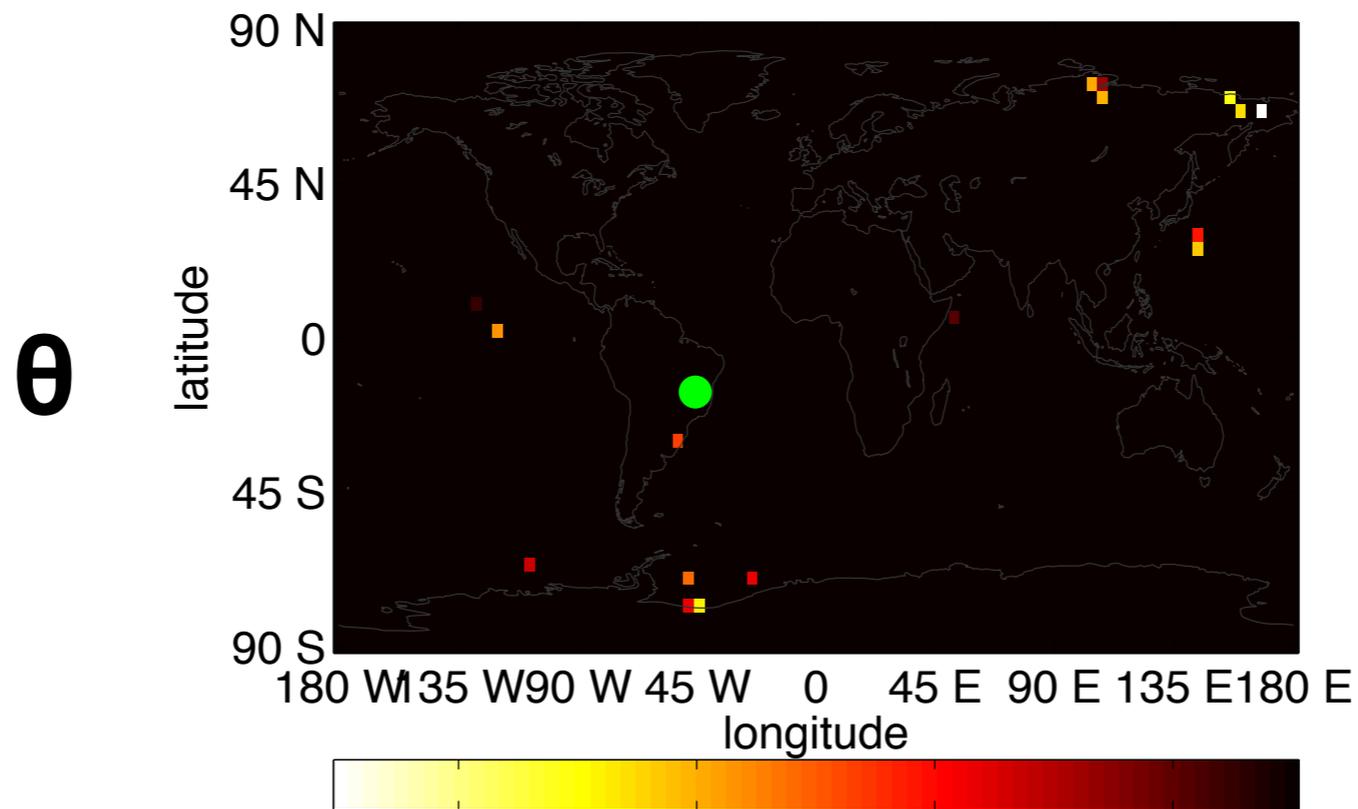
H1-H2-L1-V1-T2



III-Poseness of Inverse Problem



- アンテナパターン行列はある天球位置で逆問題がill-posedになる。
- ベストフィット時のエラーの分散が増幅する。



Injected signal:
sineGaussian235HzQ9



- **Ill-posednessはcondition numberによって特徴つけられる。**

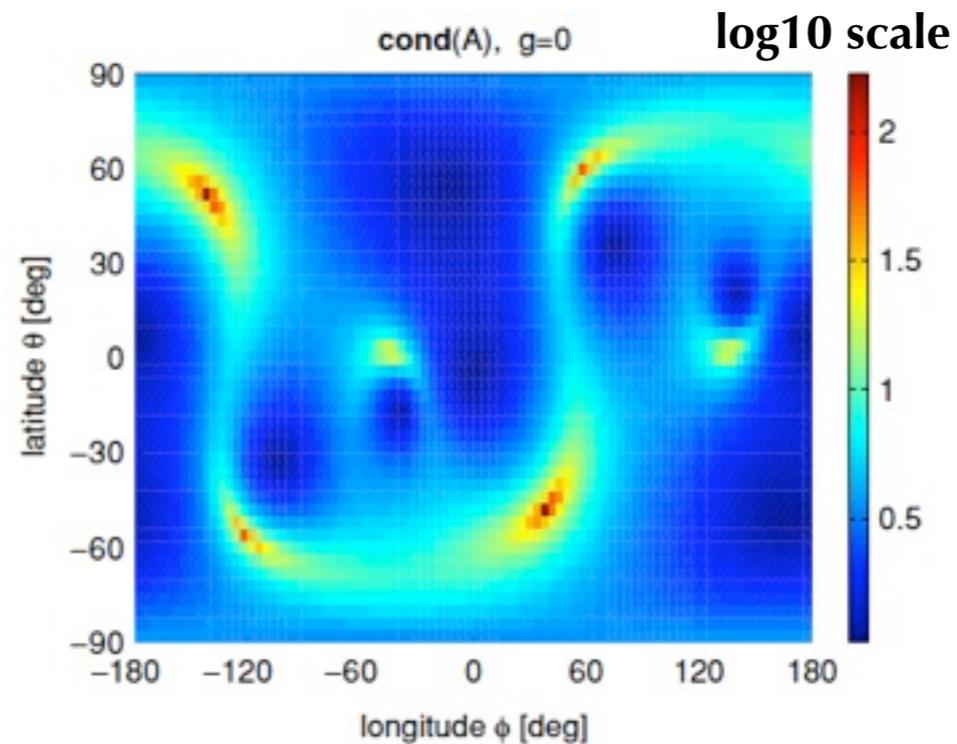
$$\text{Cond}(A) := \| A^{-1} \| \| A \|$$

Feature:

$$\frac{\| A^{-1} \delta b \|}{\| A^{-1} b \|} \bigg/ \frac{\| \delta b \|}{\| b \|} \leq \| A^{-1} \| \| A \|$$

Cond(A) ↗ , then, error of the solution ↗

Cond(A) over the skymap of H1-H2-L1-V1



Strength of Ill-posedness strongly depends on the sky location



Tikhonov regularization



- **Tikhonov regularization: technique to address this Ill-posed problem**
- **Impose regulator on the maximum likelihood**
- **Regulator should be a function of the sky location**

$$h = (A^T A)^{-1} A^T x$$

Consider eigenvector of $M=A^T A$: $\tilde{M}_{ij} = \begin{bmatrix} \mu_1 & \\ & \mu_2 \end{bmatrix}$

We can assume $\mu_1 \neq 0$ $\mu_1 \geq \mu_2$

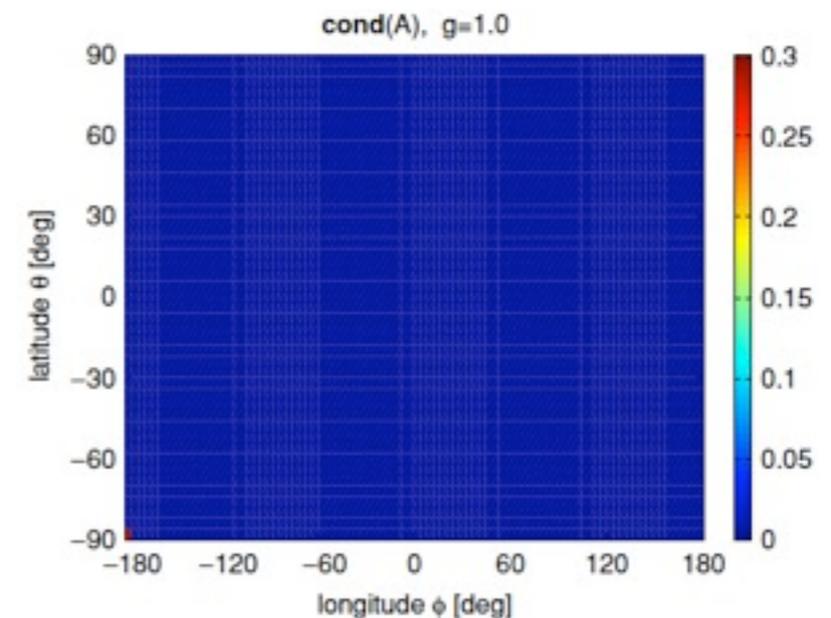
$\mu_2 \rightarrow 0$ (detectors are co-aligned)
 \rightarrow Condition number \nearrow

Regulator so that condition number ~ 1

$$\Omega[h] = h^T \Omega h \quad \Omega = \begin{bmatrix} 0 & \\ & \omega_2 \end{bmatrix}$$

$$L = \operatorname{argmin} (\|x - Ah\| + g\Omega[h])$$

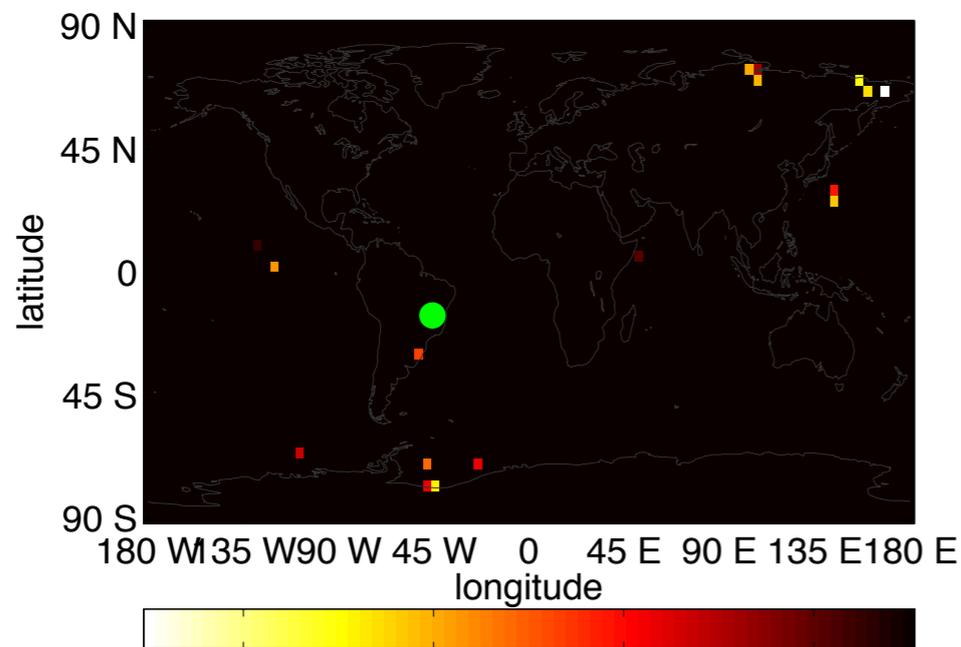
Cond(A) over the skymap



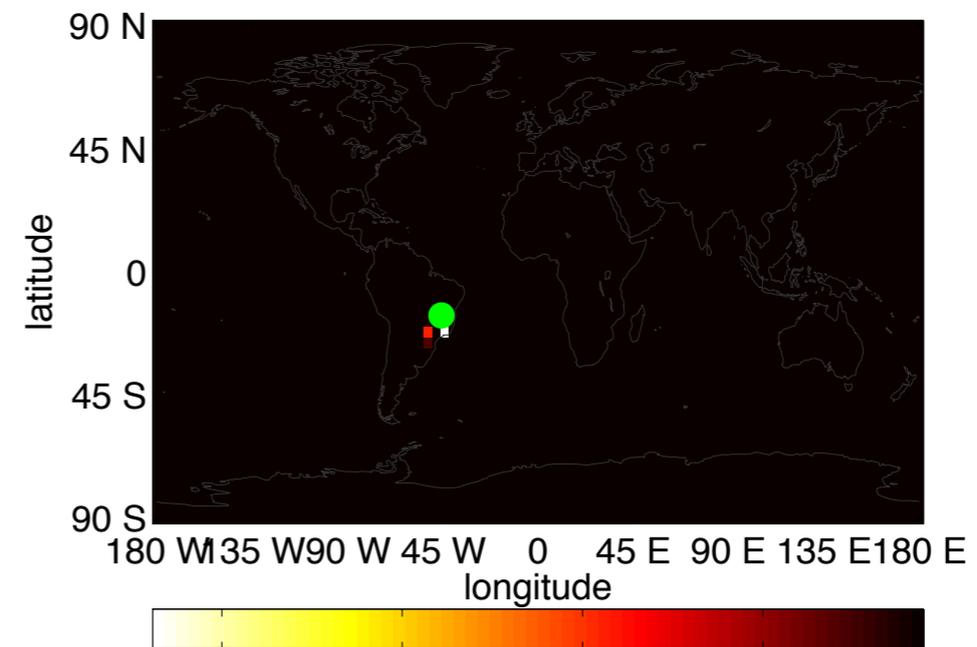


- **regulator**を加える前は、**Likelihood sky-map**はフィットポイントが散乱している。
- **regulator**を加えると、フィットポイントは真のポイント付近に集中する。

Before adding regulator



After adding regulator





The error consists of two components: Bias and Variance

Bias $h_{\text{reg}} = h - g(g\Omega + A^T A)^{-1}h \quad h = (A^T A)^{-1}A^T x$

Variance

$$E\{\| h_{\text{reg}} - E\{h_{\text{reg}}\} \|^2\} = \sigma^2 \text{Tr} \left((g\Omega + A^T A)^{-1} - g(g\Omega + A^T A)^{-2} \right)$$

Total error

$$E\{\| h_{\text{reg}} - h \|^2\} = g^2 h^T (g\Omega + A^T A)^{-2} h + \sigma^2 \text{Tr} \left((g\Omega + A^T A)^{-1} - g(g\Omega + A^T A)^{-2} \right)$$

Bias

+

Variance

g → 0

Bias



Variance



corresponds to Gursel&Tinto formula

g → 1

Bias

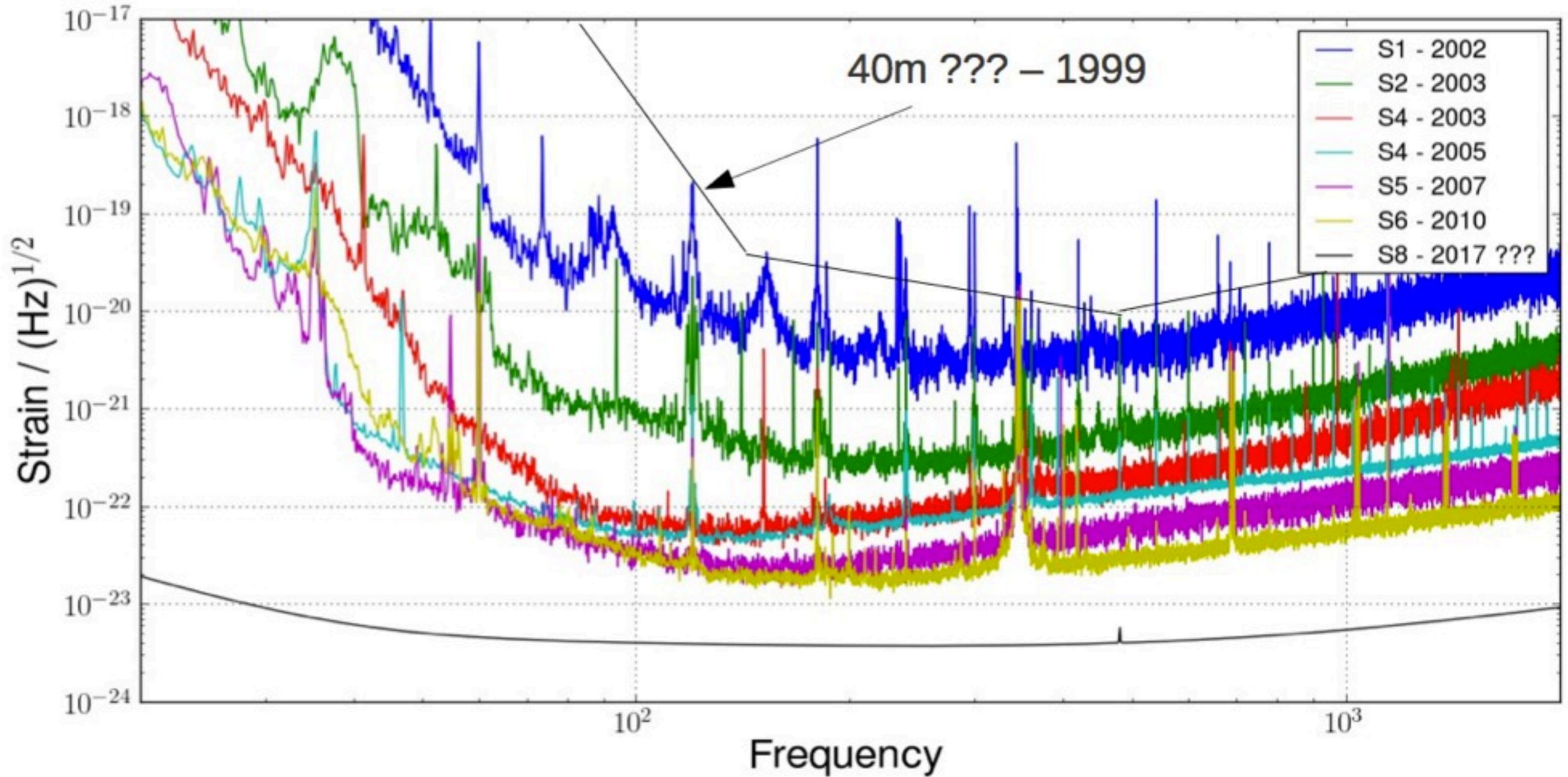


Variance

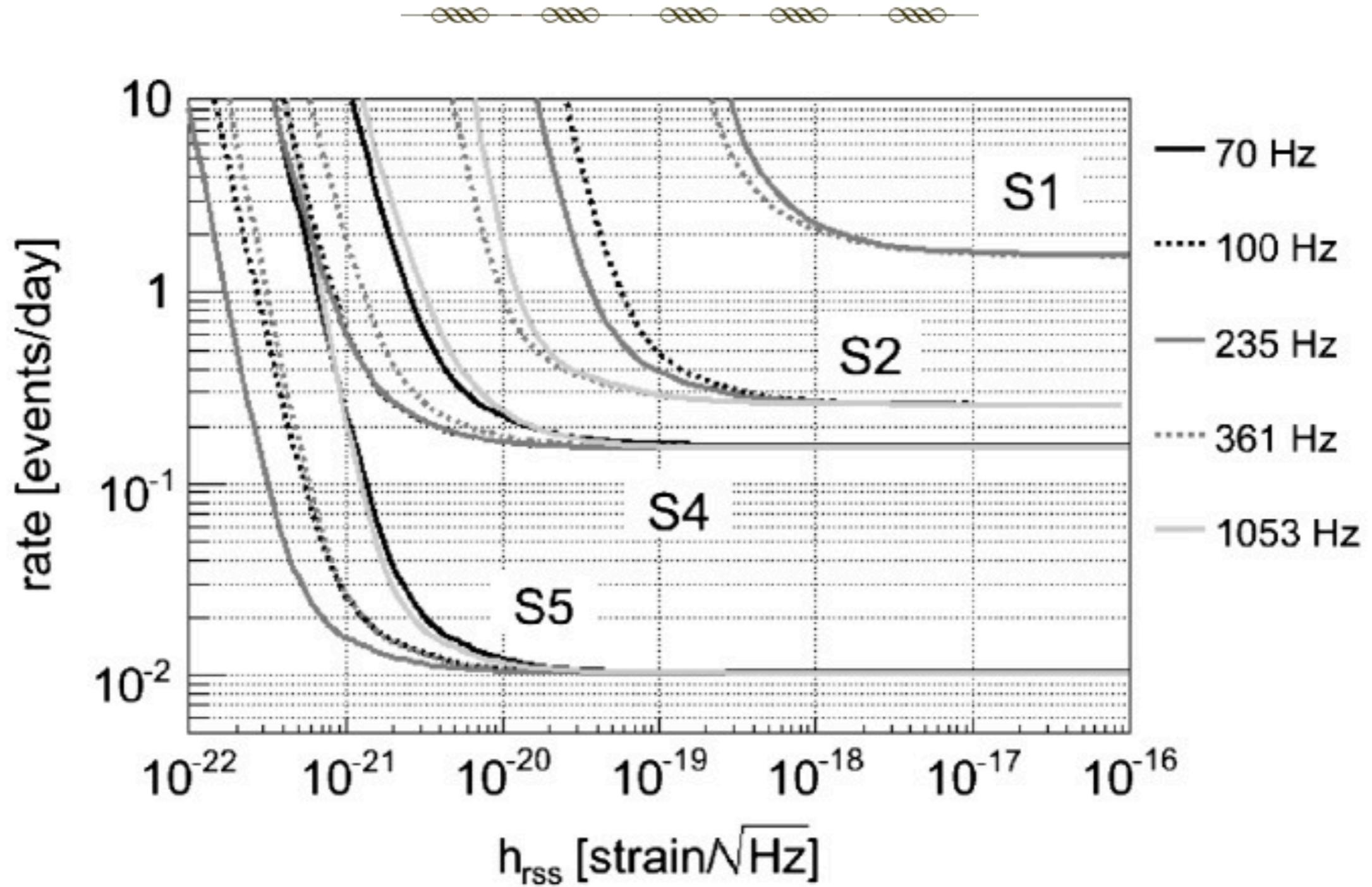


corresponds to constraint coherent approach by Klimenko

History of LIGO sensitivity



NAO LIGO-VIRGOネットワークを用いたバーストサーチ



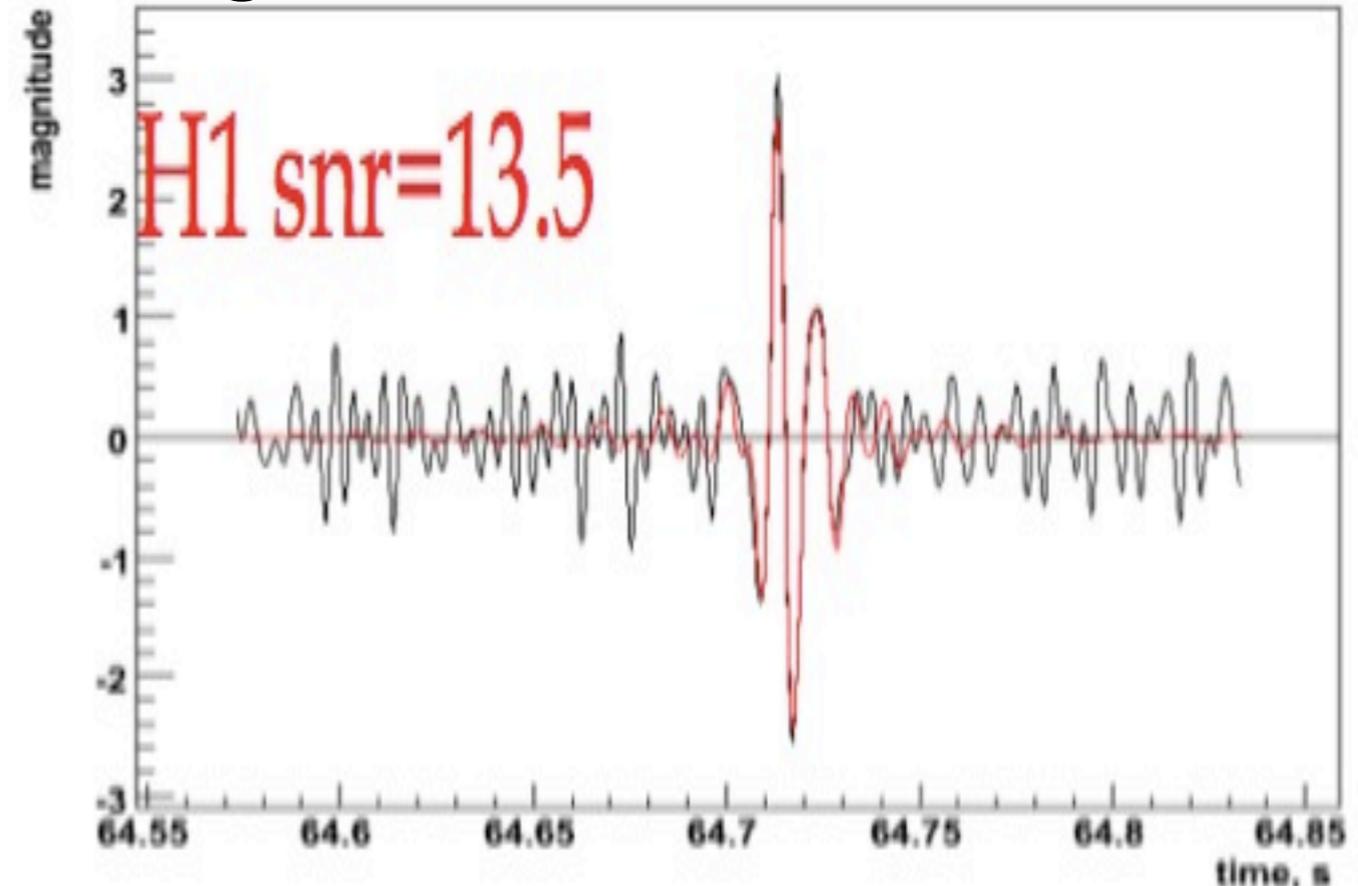
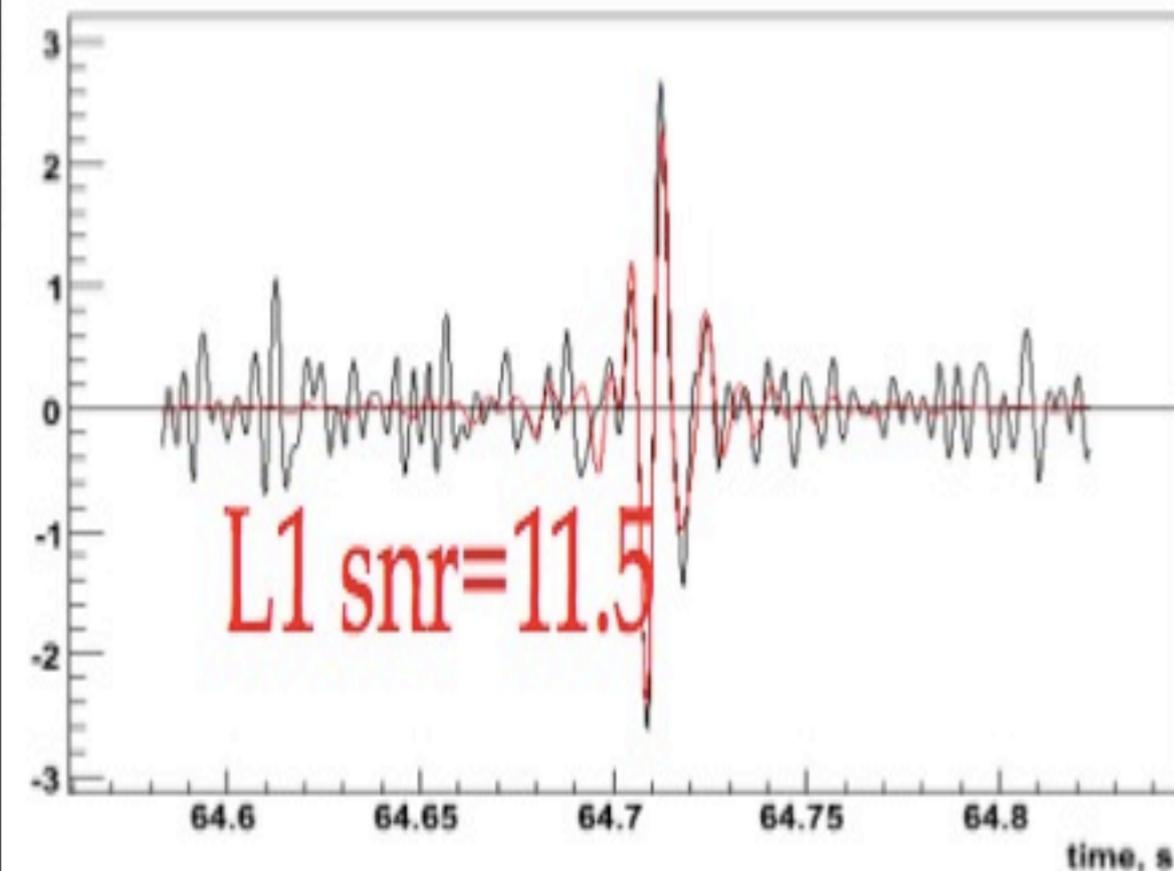
- **Upper limit on GW energy for a 153Hz burst**
 $\sim 2 \times 10^{-8} M_{\odot} c^2$ at 10kpc, $\sim 0.05 M_{\odot} c^2$ at 16Mpc

Abadie et al., PRD 81, 102001 (2010)



- kmクラス望遠鏡での観測S5, S6で非定常雑音(グリッチetc)はbackgroundを悪化させた。複数の望遠鏡間でも頻繁にaccidental coincidenceがみられた。
- 要求されるFalse Alarm Prob.(FAP)を満たすために検出しきい値は高く設定され、結局非定常雑音が重力波のアップーリミットを支配した。
- 検出するべきblind injectionも、最終的にrejectされた。

blind injection signal





Discoveryには **FAPが 10^{-6}** 必要

Blind injectionイベント : $P \sim 0.01$ (veto後)

もしLIGOS5ネットワークと同じf.a.pであるとすれば、あと 10^4 ほどPを下げる必要がある。

下げるための2つの方法：

- Backgroundを下げる。
- **Astrophysical counterpart**によって、時間的、空間的コインシデンスをとる。



$$\text{Final FAP} \sim P \times (\Delta t \times N/T) \times (A/180)^2$$

1%

1%

1%

天球位置推定が20°で実現

event rate 1/day, $\Delta t=180[s]$ で実現

0.1%

0.1%

0.01%

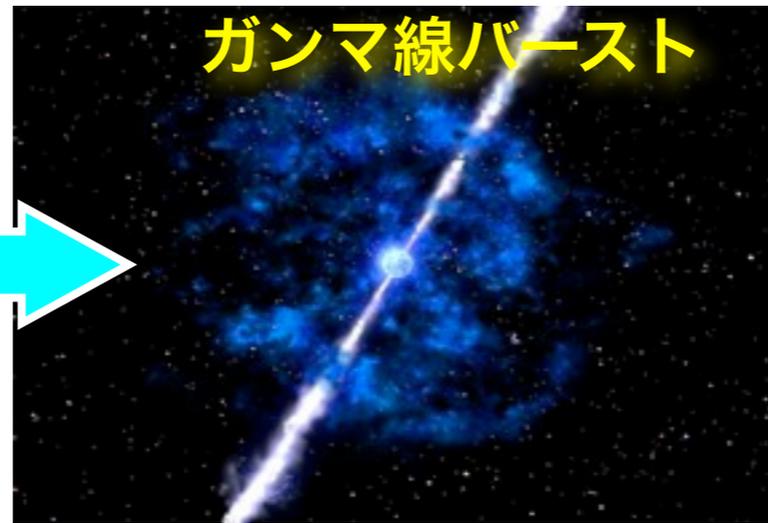
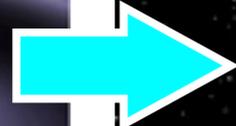
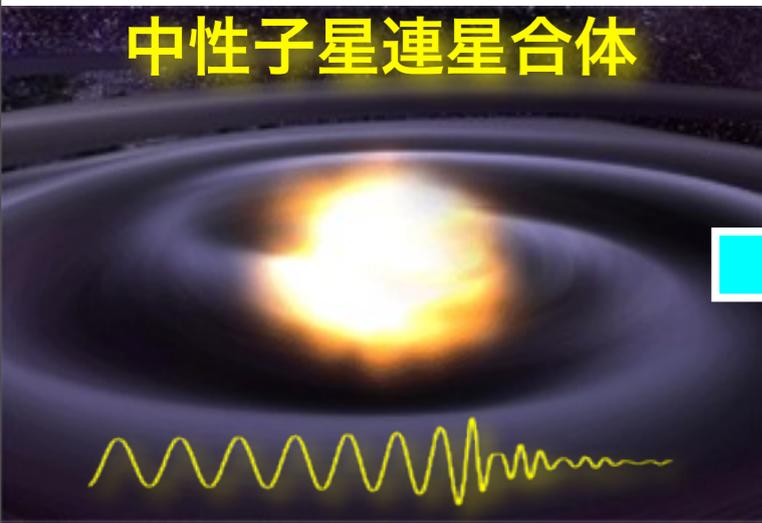
1%

理論家、データ解析家

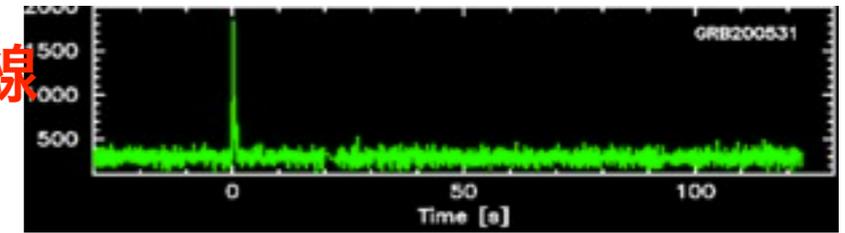
実験家、データ解析家

10⁻⁶ に到達が可能

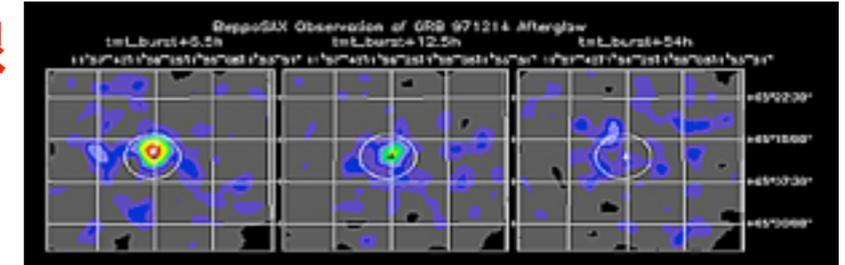
マルチメッセンジャー観測



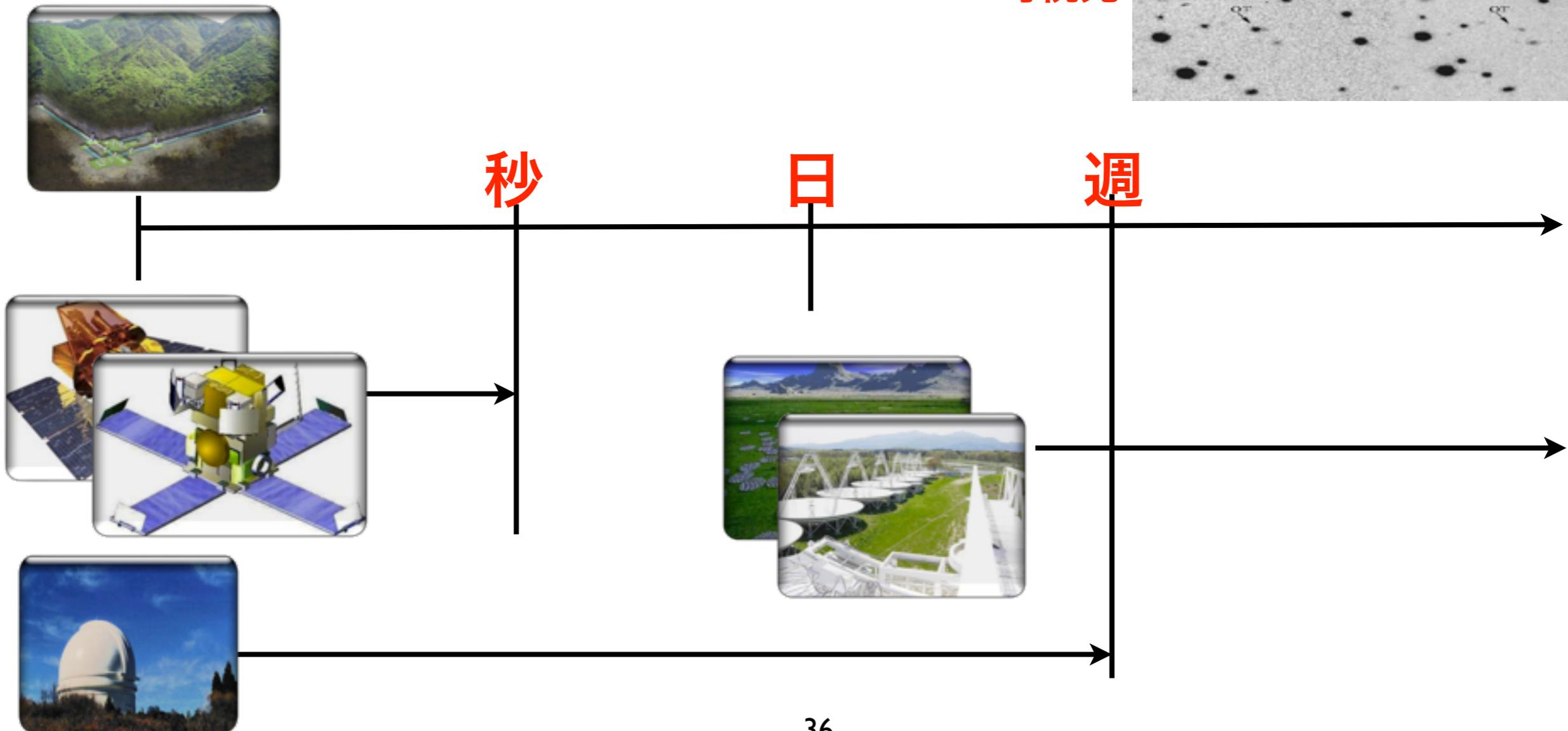
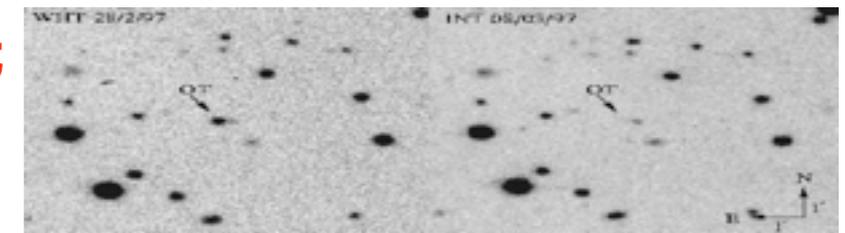
ガンマ線



X線

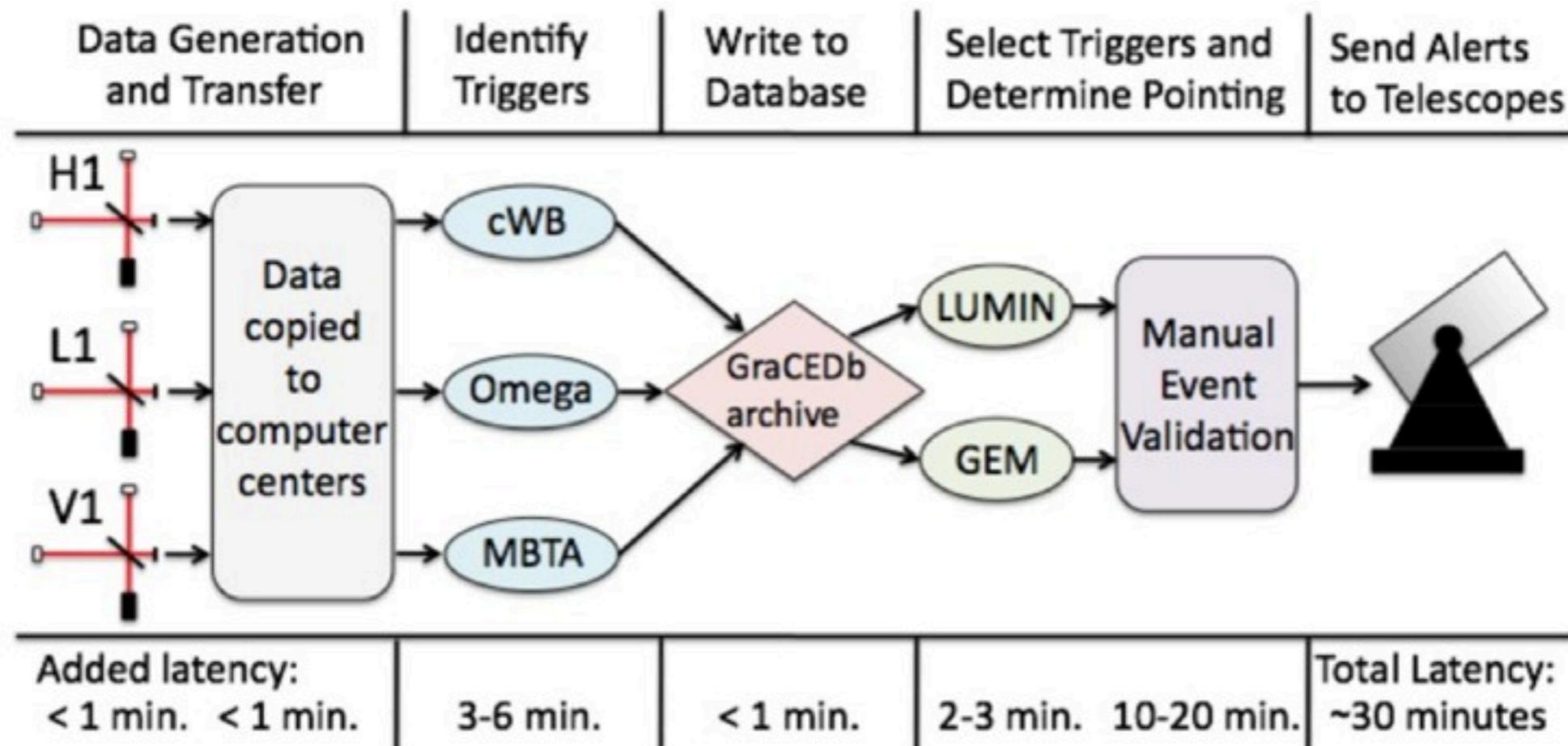


可視光





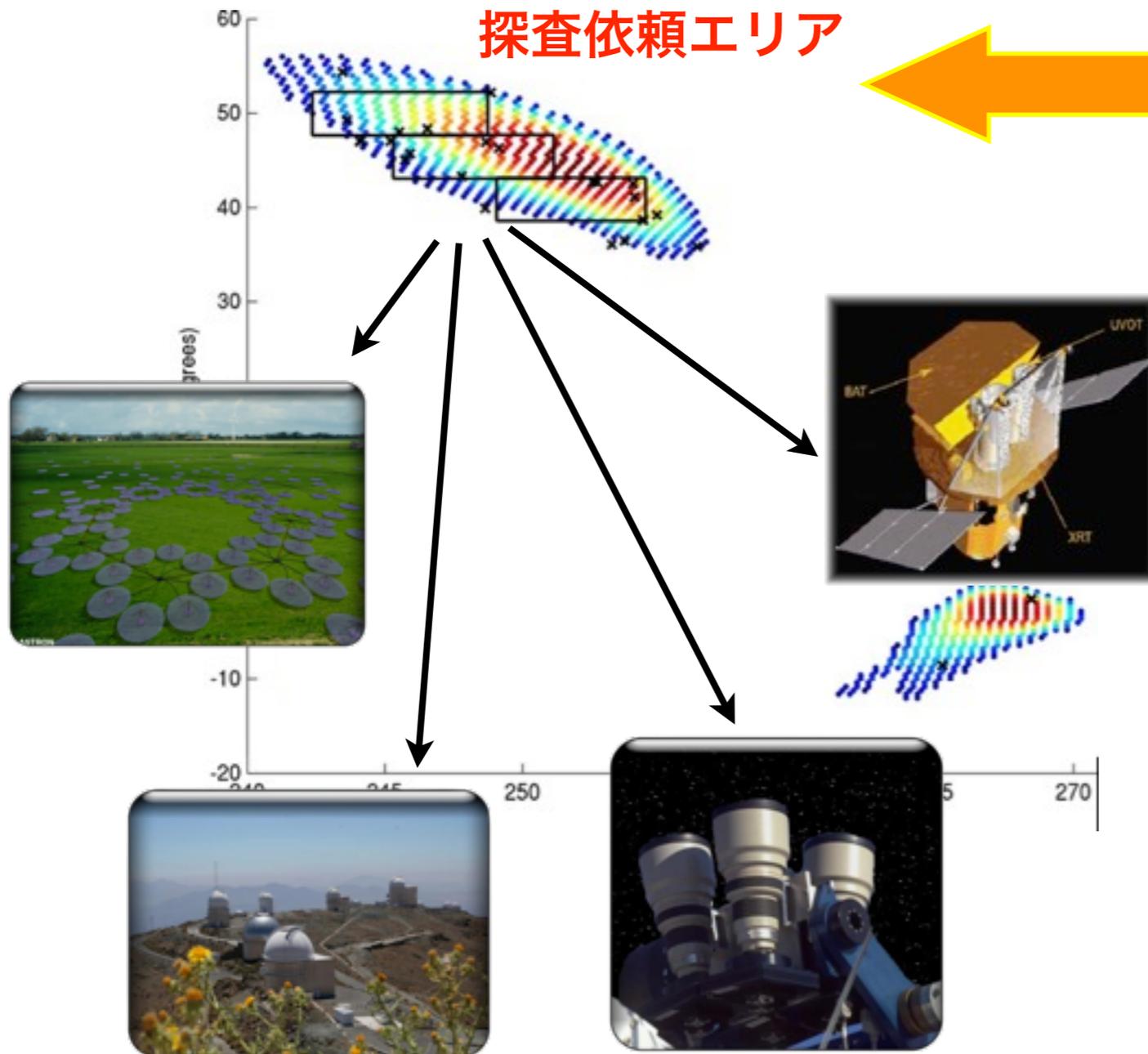
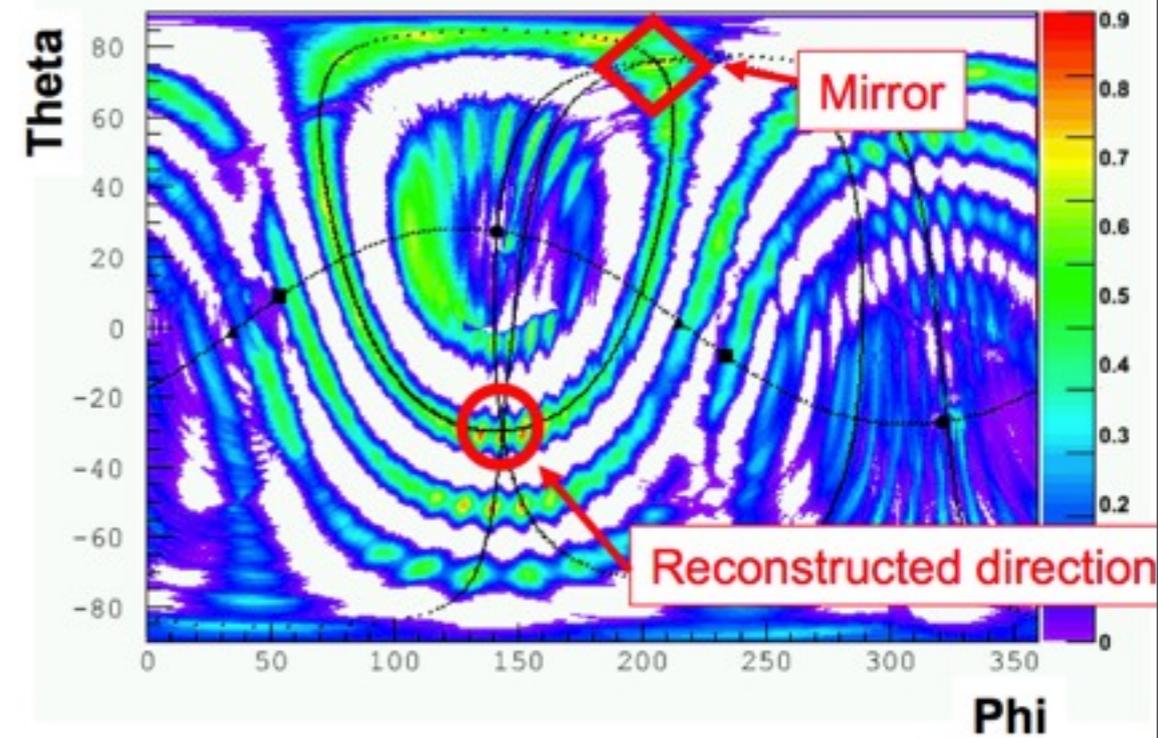
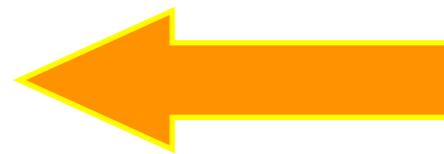
- S6に行われた**Low-latency on-line data analysis**の流れ。
- **EM**のパートナー望遠鏡にアラートを送るまでに大体**30分**程度。

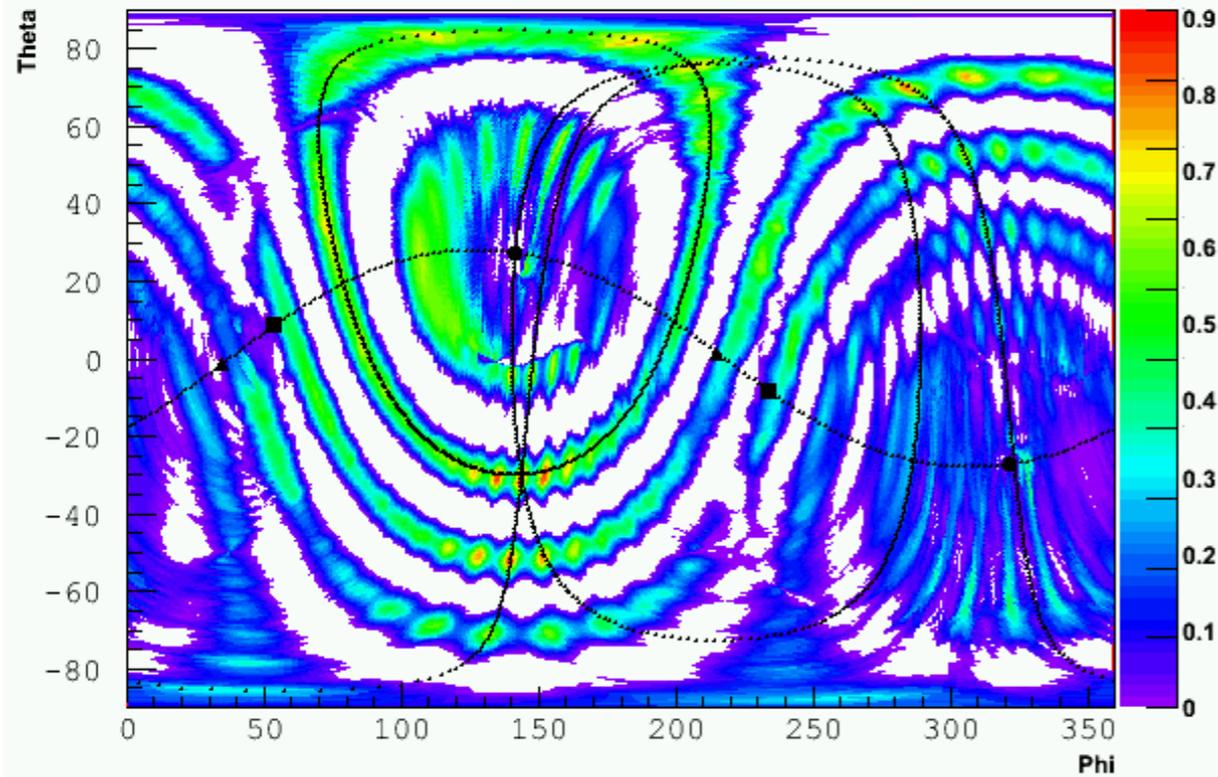


- リアルタイムバーストサーチにより、重力波イベント候補の推定天球位置を電磁波望遠鏡に送り、フォローアップ観測を依頼
- 逆に電磁波望遠鏡からのトランジェントアラートを受けて、重力波データを解析

イベント候補の天球位置の推定

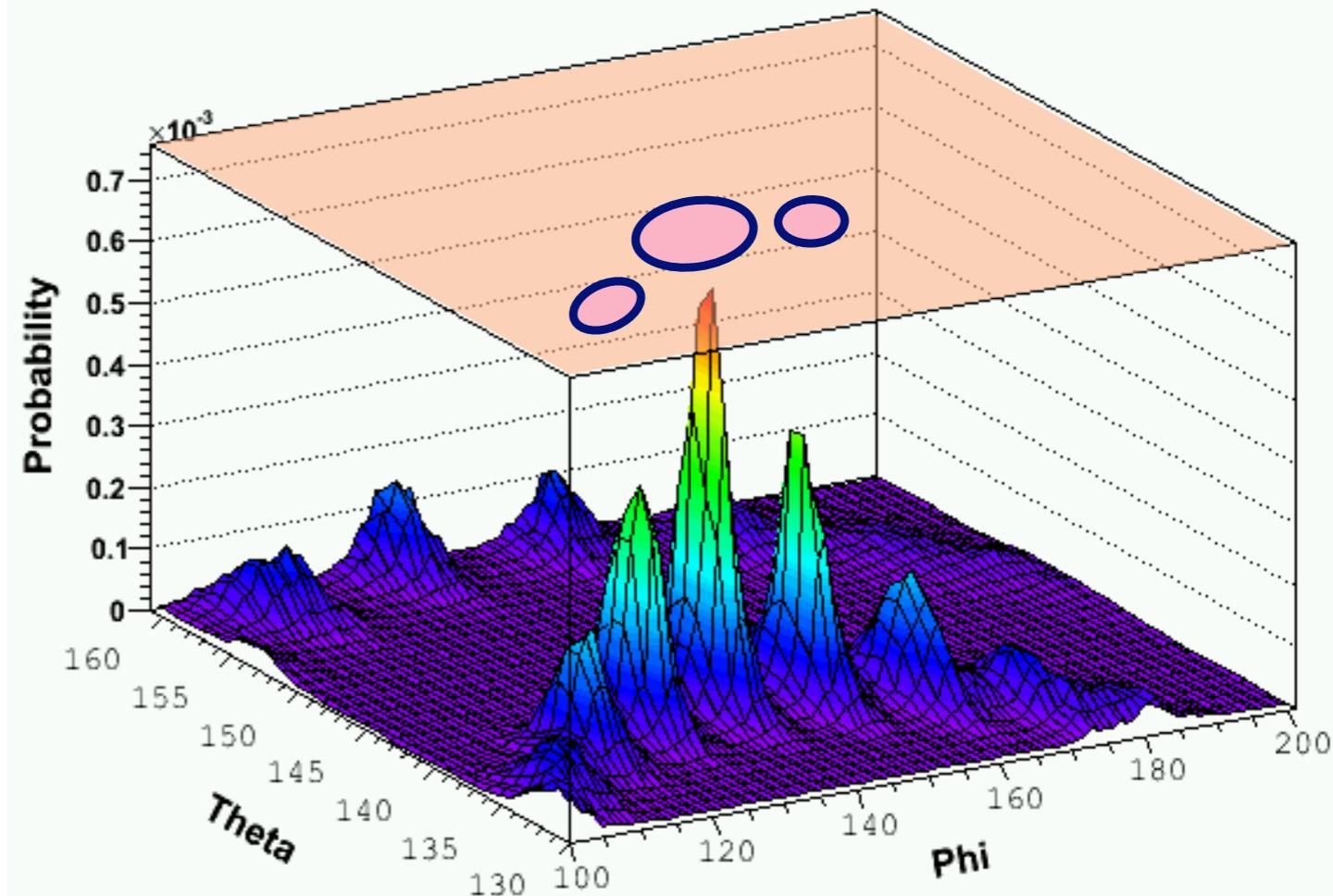
探査依頼エリア





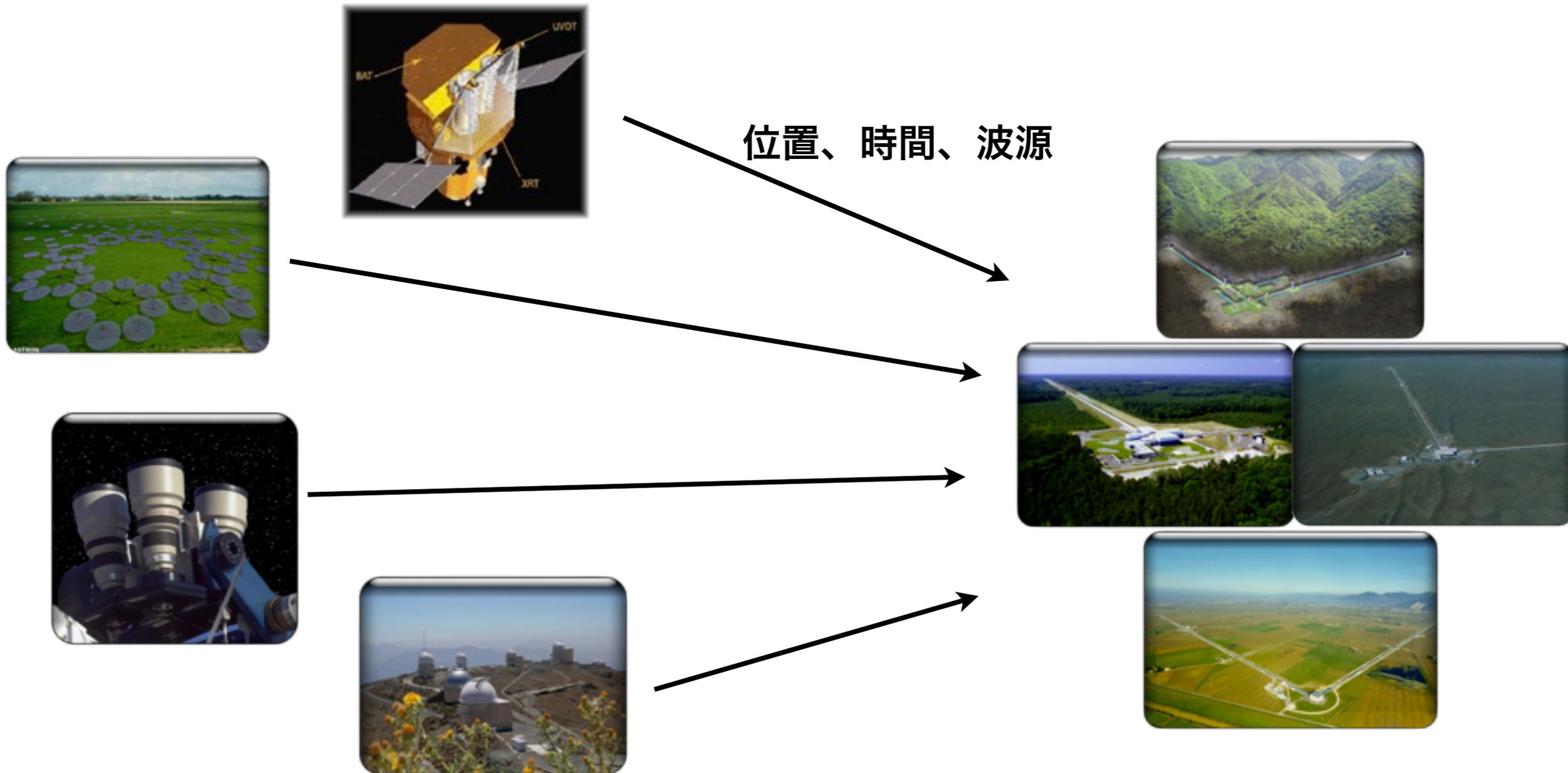
● H1L1V1ネットワークでのバースト
重力波が入っている時の
Likelihood sky-map

- 例えば50%エラー領域は、領域がlikelihoodが真の位置以上かつエラー領域の中に真の位置がMCシミュレーションで50%の確率で含まれる領域のことをいう。
- エラー領域のトータルの面積のルートをとったものがLVCで用いられている角度分解能。





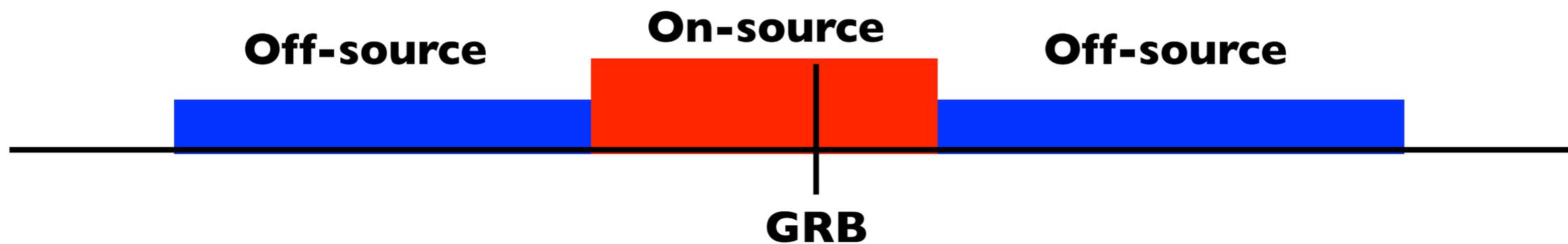
- リアルタイムバーストサーチにより、重力波イベント候補の推定天球位置を電磁波望遠鏡に送り、フォローアップ観測を依頼
- 逆に電磁波望遠鏡からのトランジェントアラートを受けて、重力波データを解析





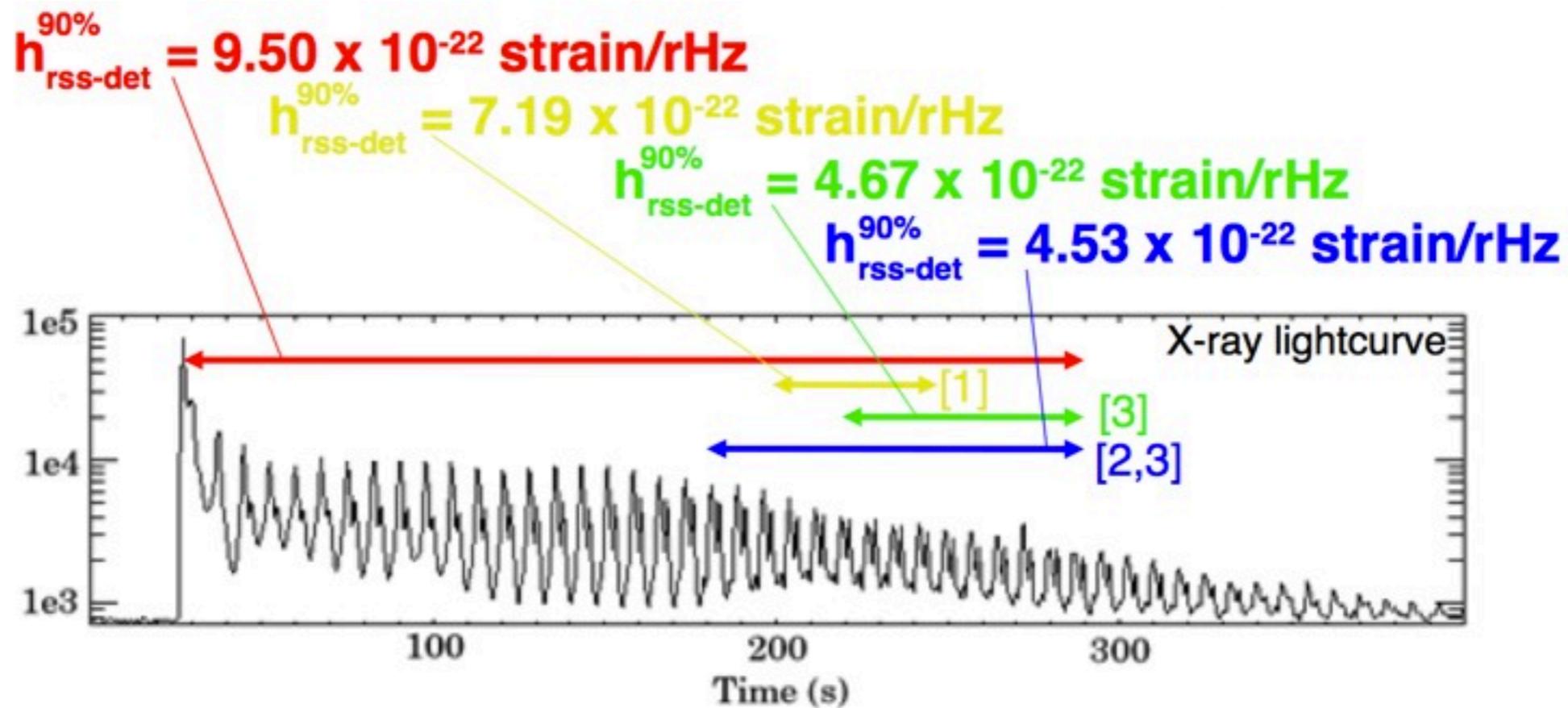
- γ 線、 X 線等の観測情報をトリガーとした重力波サーチ
- 重力波源：GRB、SGR、パルサーグリッチ、、、
- 重力波、電磁波望遠鏡の情報を統合して行うマルチメッセンジャー観測の一つ。
- 電磁波イベントの時間、空間情報による探査効率の改善
- 検出の信頼性の向上

GRBトリガーサーチ



NAOJ SGR 1806-20 hyper flareからの重力波サーチ

- Dec. 27th, 2004に起きたSGR hyperflare
- 距離：6-15kpc, $E \sim 10^{46}$ erg, ~6分継続
- LIGO Hanford(4km)が運転していた。
- 92.5Hz QPOに関連する重力波のサーチ
- $E^{iso} = 4.3 \times 10^{-8} M_{\odot} c^2$



L. Matone G060631 - GWDAW-11 (Dec. 18th - Dec. 21st, 2006)

- [1] G. Israel et al, *ApJ* **628** L53 (2005)
- [2] A. Watts and T. Strohmayer, *ApJ* **637** L117 (2006)
- [3] T. Strohmayer and A. Watts, *ApJ* **653** L594 (2006)

15

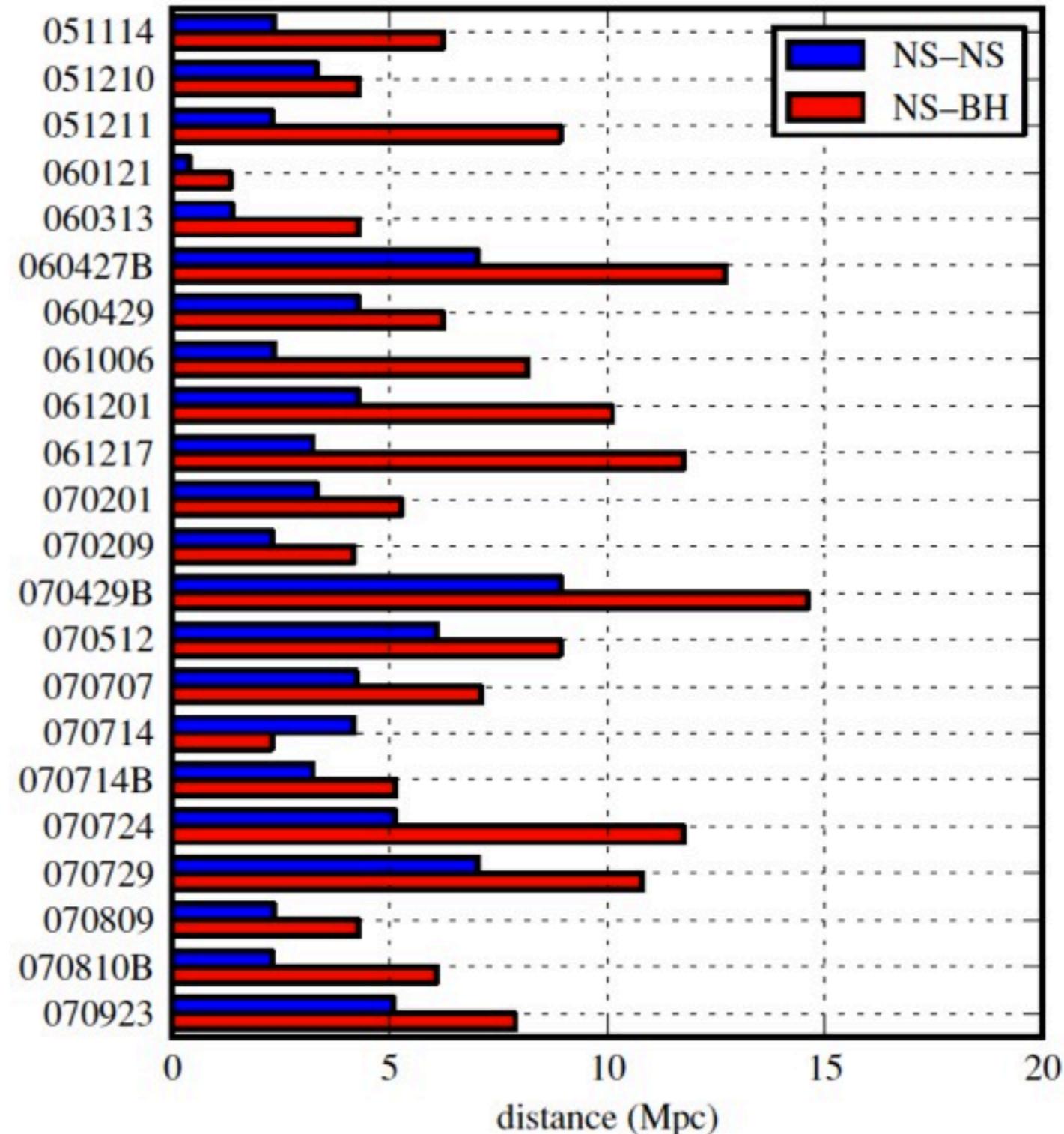
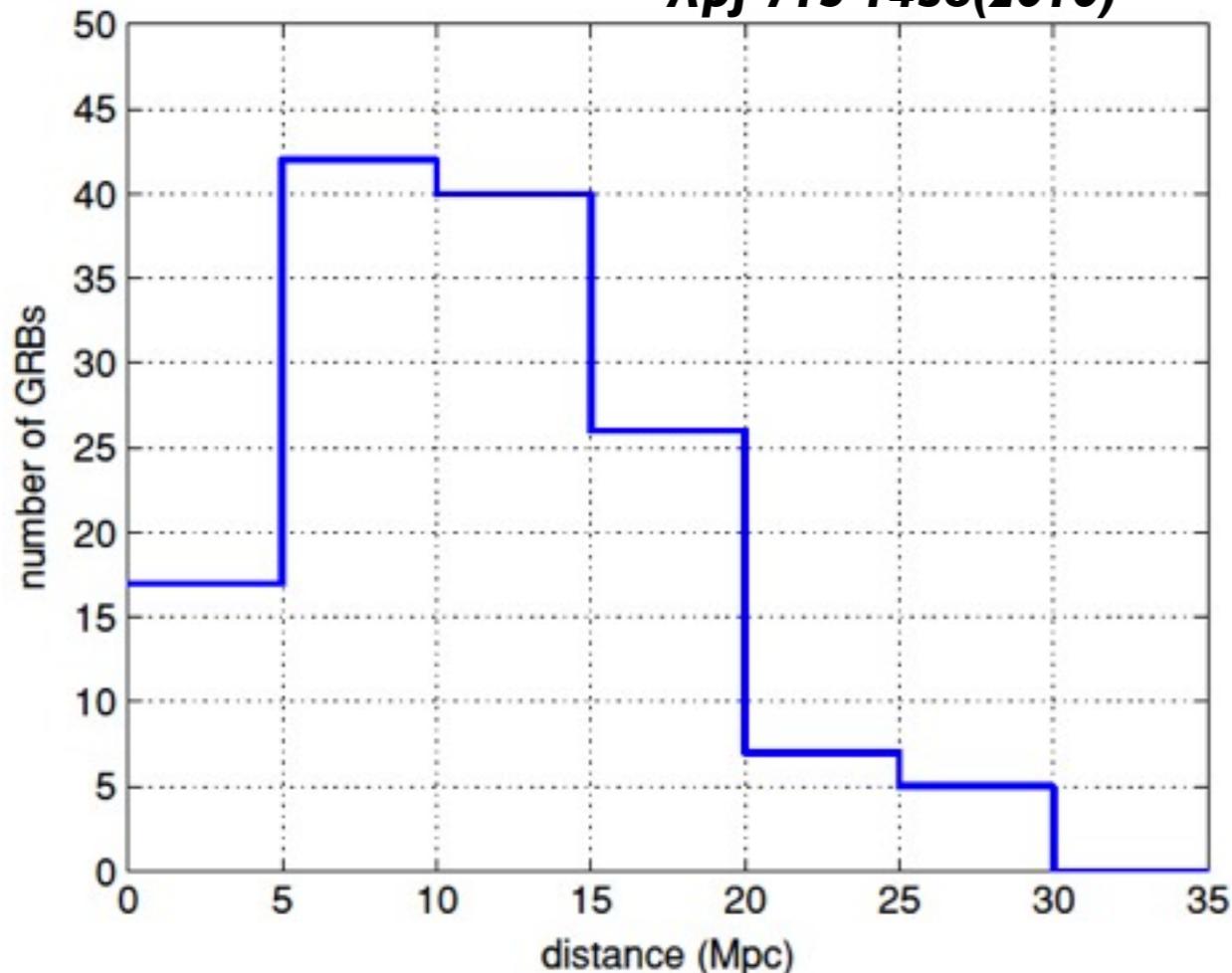
中性子星連星合体を仮定したGWサーチ

ApJ 715 1435(2010)

- S5(2005-2007)中に発見された137個のGRBを探索した
- Upper limitをつける為の信号モデル: SineGaussian at 150Hz with $0.01 M_{\odot} c^2 = 1.8 \times 10^{52} \text{erg}$
- Upper limitを距離に換算

バーストGWサーチ

ApJ 715 1438(2010)

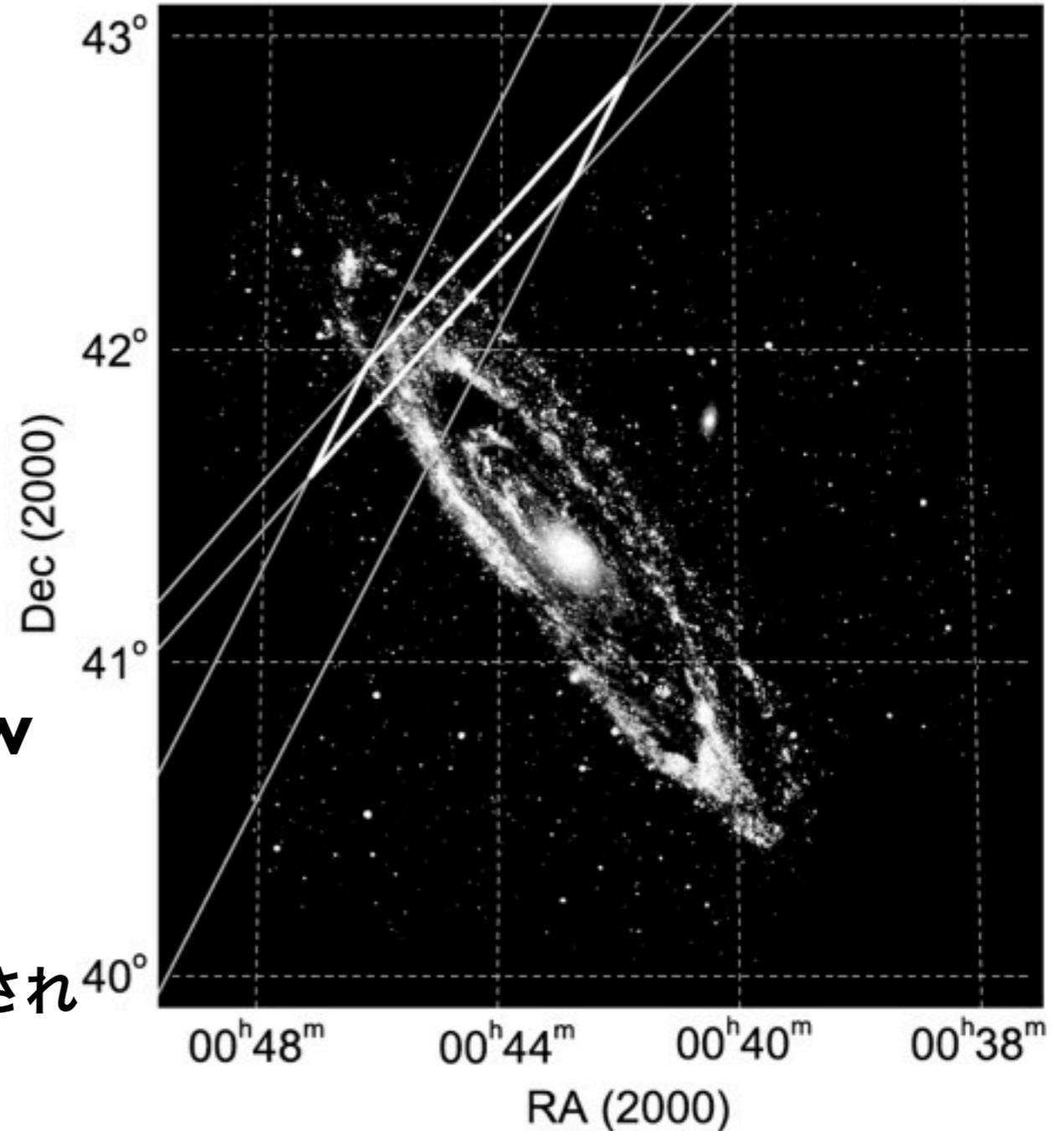




- **Konus-Wind, INTEGRAL, MESSENGER, Swift**によって検出
- **M31に所属?、~770kpc**
- **LIGO Hanford**が運転していた。
- **Inter-Planetary Network 3-sigma error region (Mazets et al. ApJ680,545)**

解釈

- バーストサーチで重力波は発見されず。波形を**Sine Gaussian**と仮定した時の**GW energy**のリミットは $5 \times 10^{-4} M_{\odot} c^2$
- **Inspiral**サーチも行ったが重力波は発見されず。
- 最も可能性が高い解釈：
M31内で起きたSGR giant flare



Abbott et al., ApJ 681, 1419 (2008), Mazets et al., ApJ 680, 545 ; Ofek et al., ApJ 681, 1464

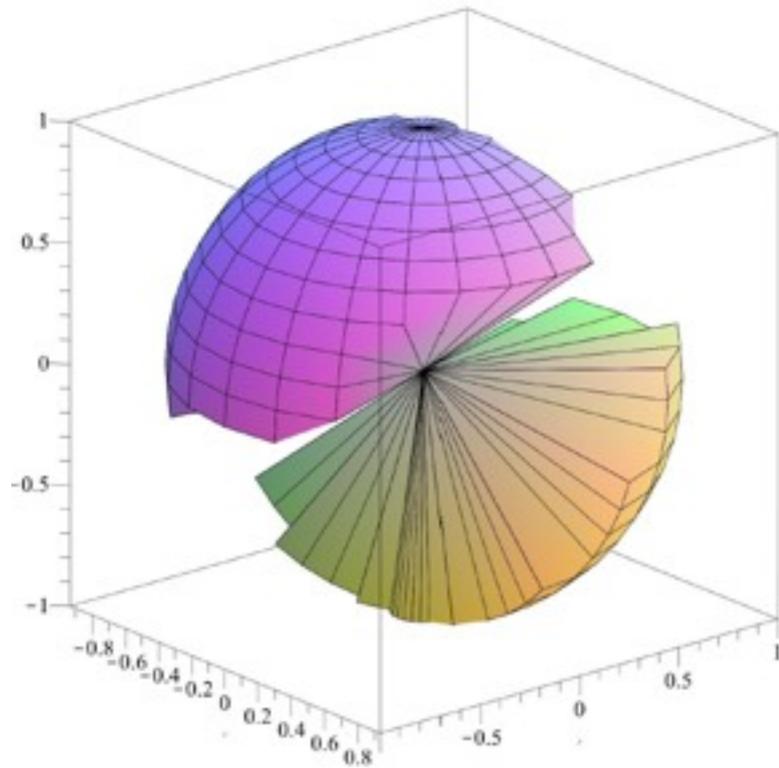


- パルサーグリッチに関連した重力波
- ニュートリノに関連した重力波
- X線バーストに関連した重力波
-

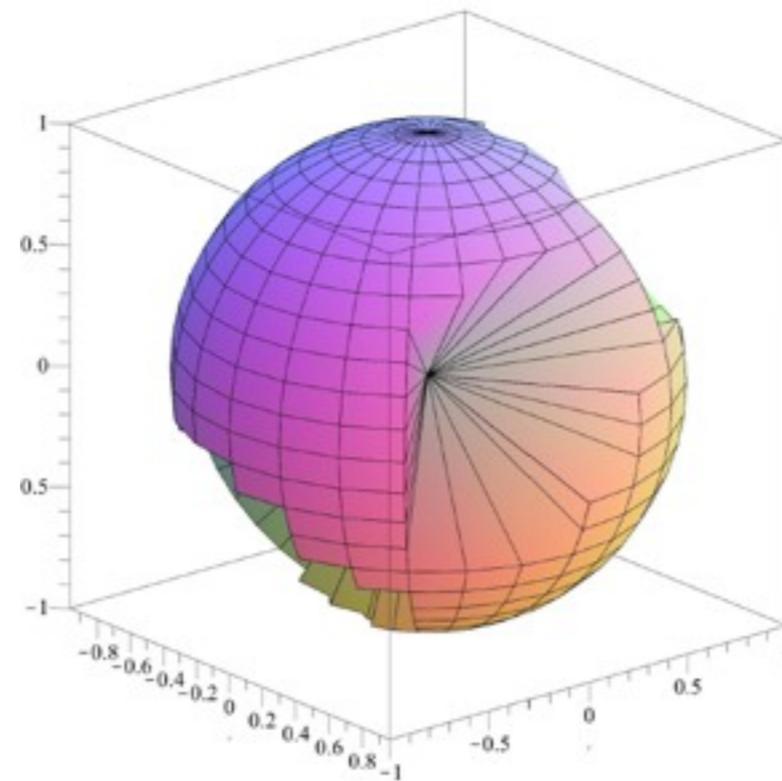


● 望遠鏡ネットワークのアンテナパターン。 ($>1/\sqrt{2}$ のエリア)

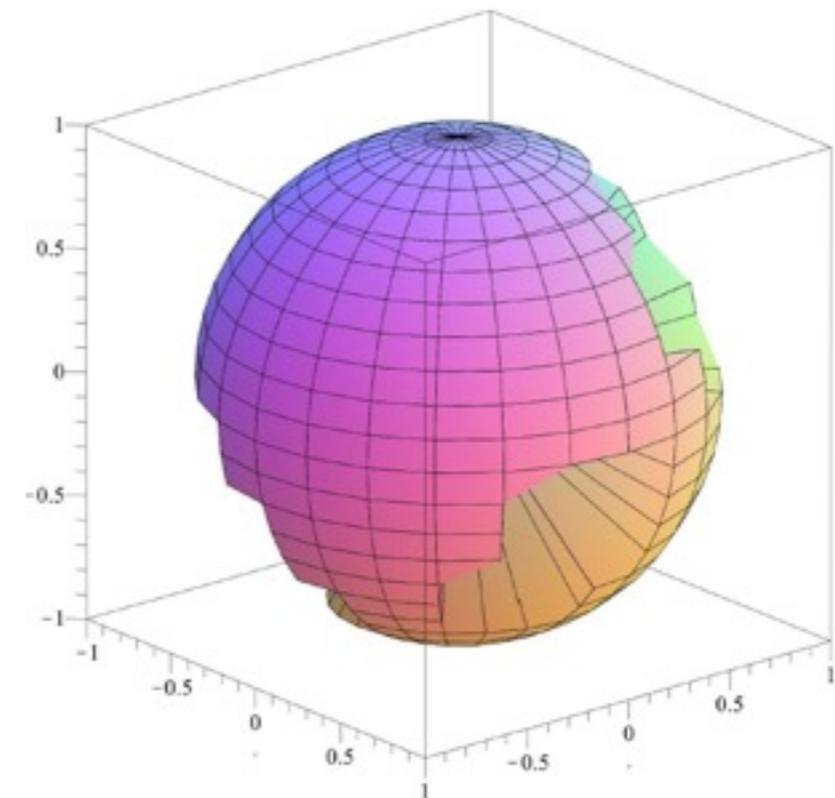
HLV



HLVJ



HLVJA



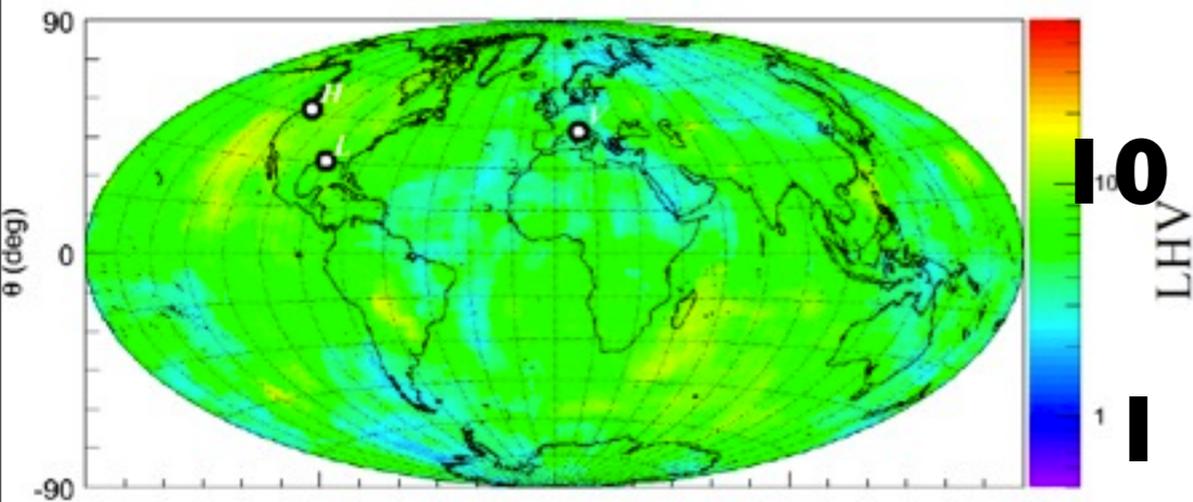
B.Schutz(2011)



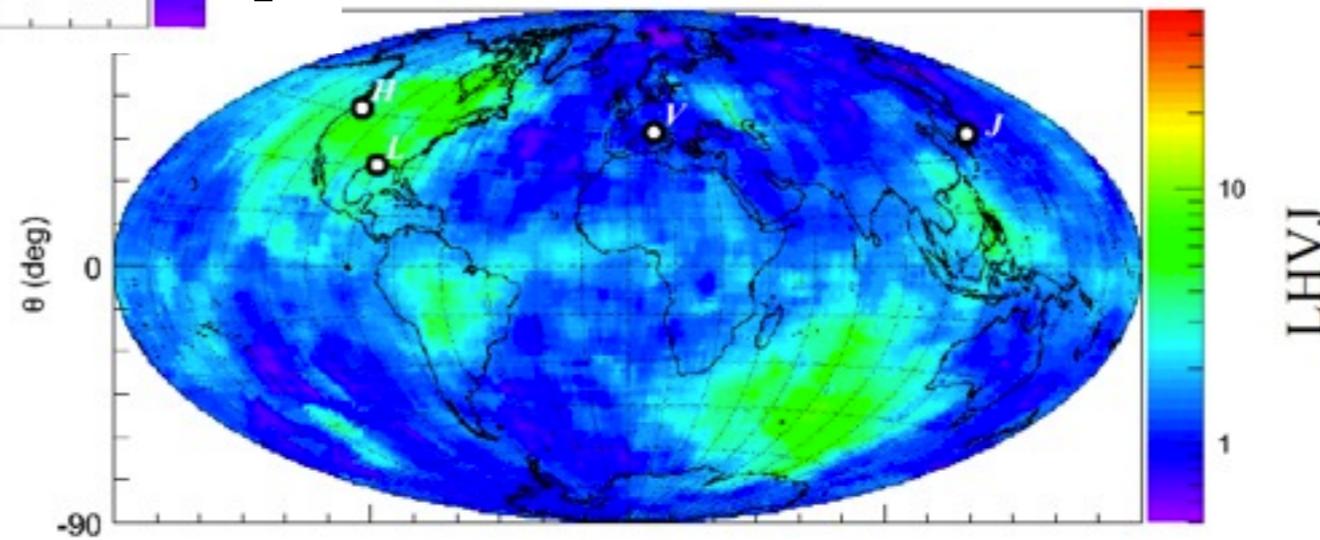
Network	Mean Horizon Dis- tance	Detection Volume	Volume Filling Factor	Triple Detec- tion Rate (at 80%)	Triple Detec- tion Rate (at 95%)	Sky Cover- age	Directional Preci- sion
L	1.00	1.23	29%	-	-	33.6%	-
HLV	1.43	5.76	47%	2.95	4.94	71.8%	0.68
HHLV	1.74	8.98	41%	4.86	7.81	47.3%	0.66
AHLV	1.69	8.93	44%	6.06	8.28	53.5%	3.01
HHJLV	1.82	12.1	48%	8.37	11.25	73.5%	2.57
HHILV	1.81	12.3	50%	8.49	11.42	71.8%	2.18
AHJLV	1.76	12.1	53%	8.71	11.25	85.0%	4.24
HHIJLV	1.85	15.8	60%	11.43	14.72	91.4%	3.24
AHIJLV	1.85	15.8	60%	11.50	14.69	94.5%	4.88

B.Schutz(2011)

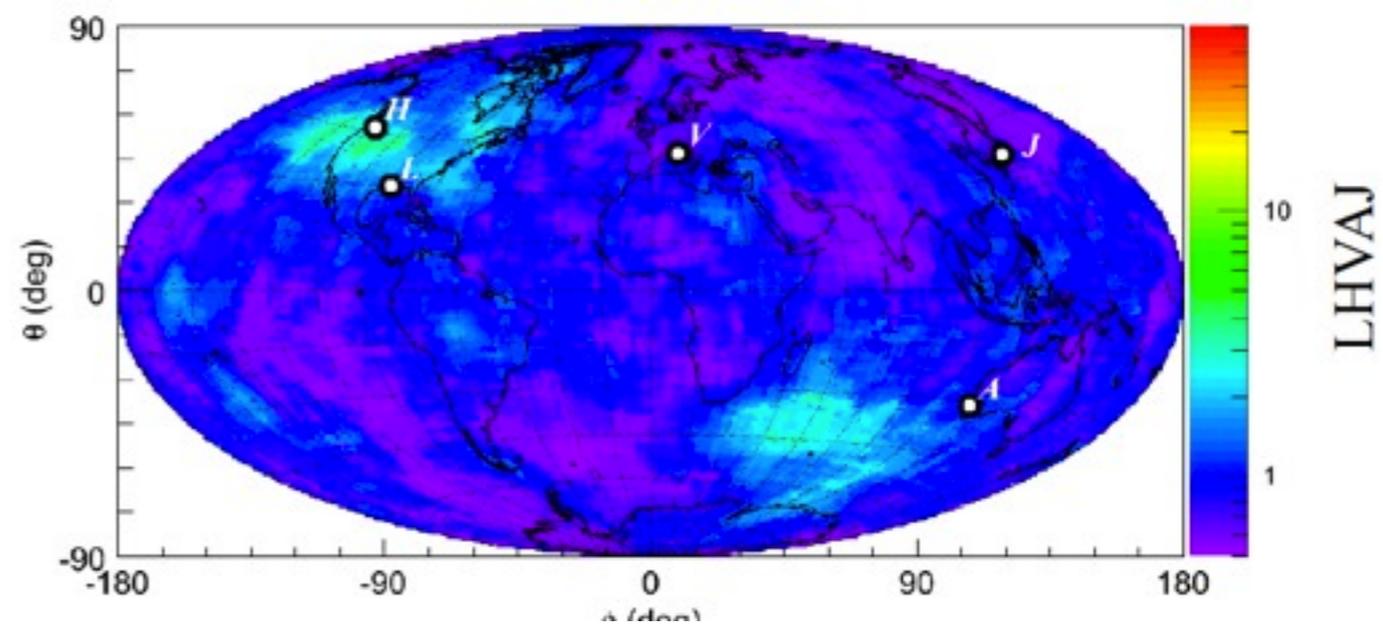
バースト重力波のSky position推定



- LHVでは $>10^\circ$ だが、LHVJではほとんどの領域で $\sim 1^\circ$
- マルチメッセンジャー観測に重要！

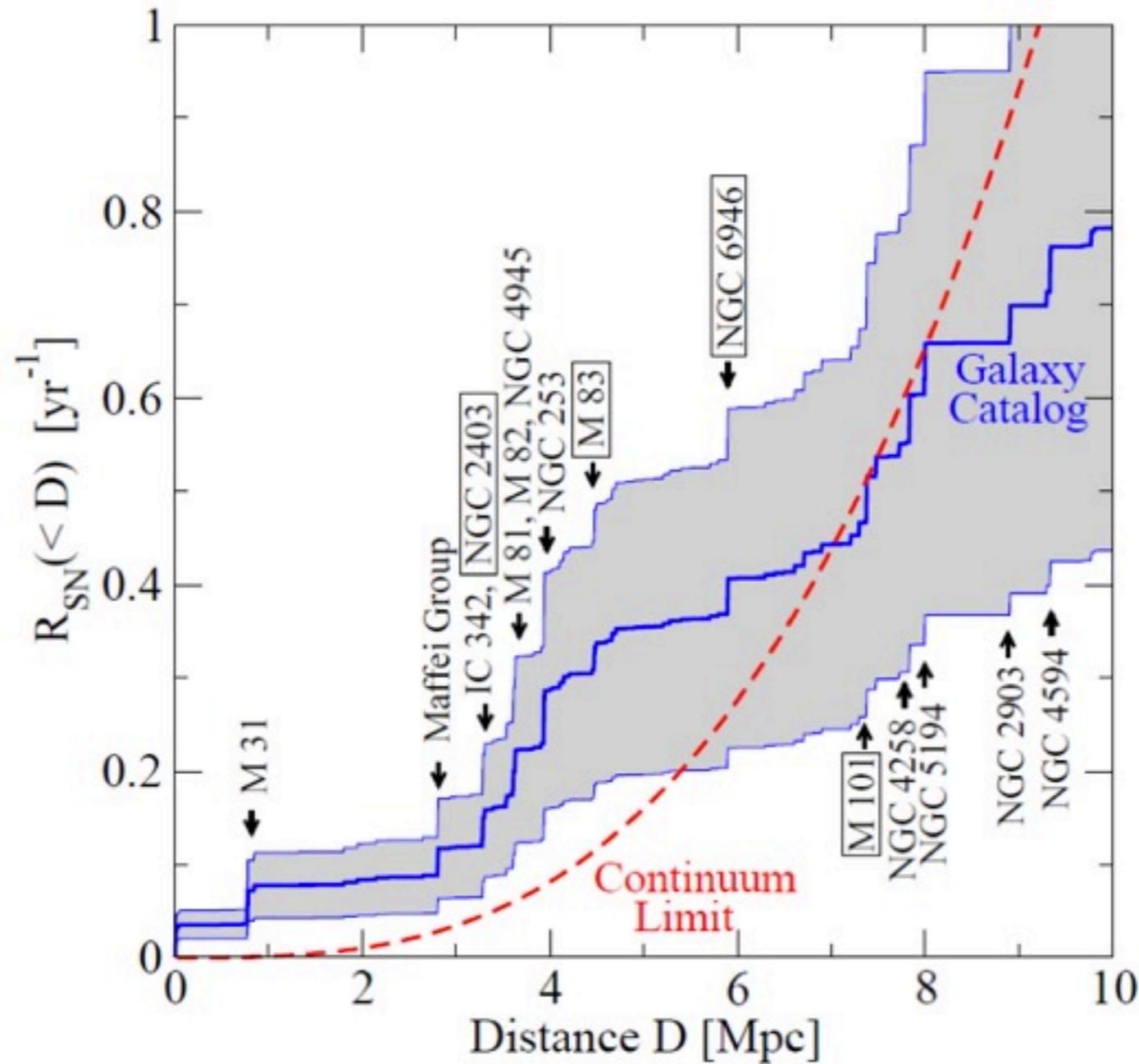


Un-modeled	LHV	LHVA	LHVJ	LHVAJ
WNB LF	4.8° / 0.7°	1.1° / 0.4°	1.8° / 0.4°	0.8° / 0.4°
WNB HF	4.5° / 0.4°	0.6° / 0.4°	0.8° / 0.4°	0.4° / 0.4°
SGQ9 LF	6.4° / 0.7°	1.4° / 0.4°	1.6° / 0.4°	1.0° / 0.4°
SHQ9 HF	4.1° / 0.9°	1.0° / 0.4°	1.0° / 0.4°	0.5° / 0.4°
SGQ3 LF	9.4° / 0.5°	1.1° / 0.5°	1.5° / 0.4°	0.9° / 0.4°
SGQ3 HF	6.3° / 0.4°	0.9° / 0.4°	1.0° / 0.4°	0.5° / 0.4°
SGCQ9 LF	9.3° / 0.8°	1.7° / 0.4°	2.0° / 0.4°	0.9° / 0.4°
SGCQ9 HF	5.5° / 1.1°	1.4° / 0.4°	1.7° / 0.4°	0.9° / 0.4°





- Galactic rate ~ 1 per 30–50 years
- Expect one core-collapse SN within 5 Mpc every 2–5 years

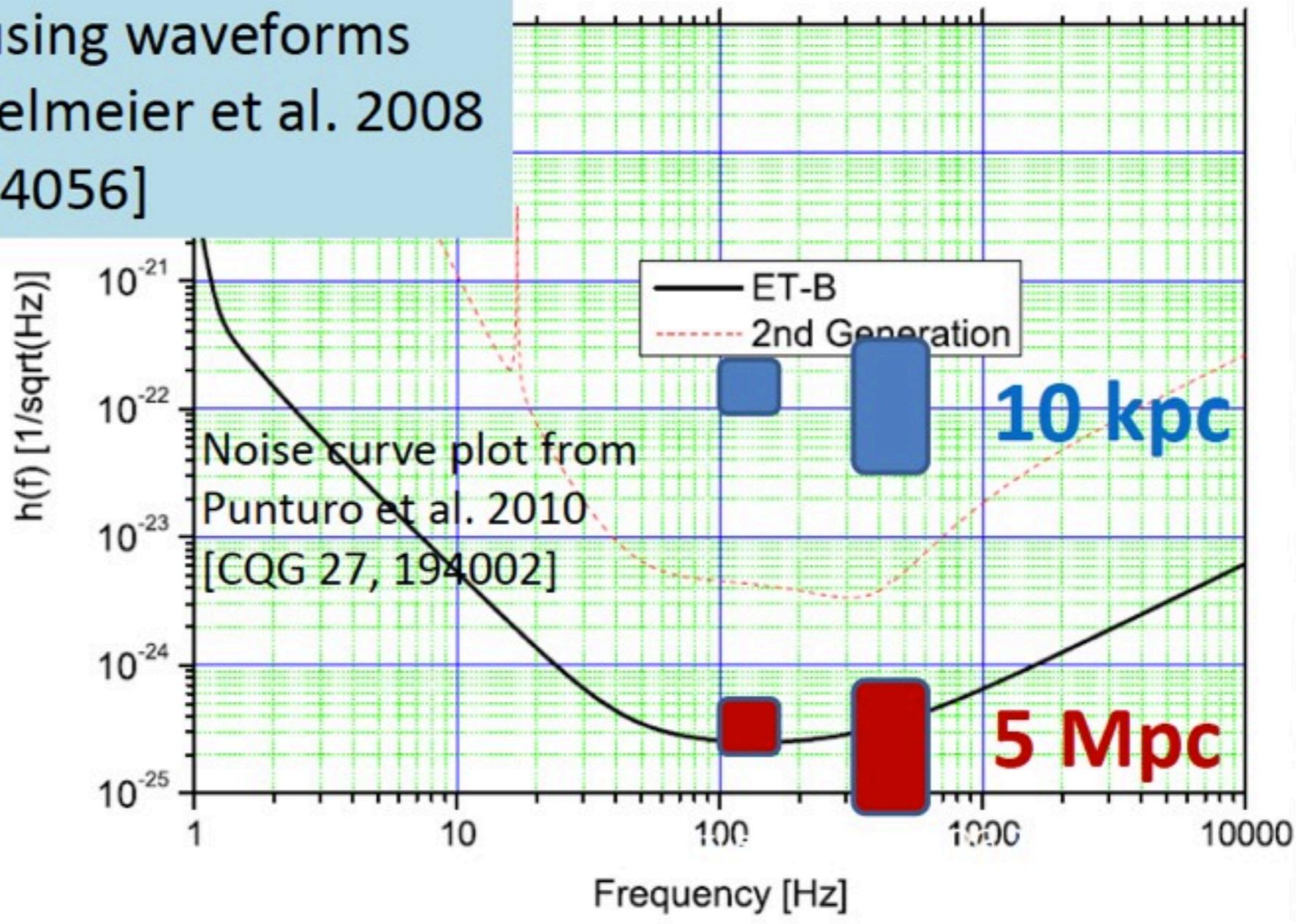


S. Ando et al. 2005 [PRL 95, 171101]

重力波望遠鏡で見える距離



Estimated using waveforms
from Dimmelmeier et al. 2008
[PRD 78, 064056]



P.Shawhan(GWPAW,2011)

まとめ



● エンド