

---

# Folding PRC の曲率誤差回避 (Flat-7km cavityの場合)

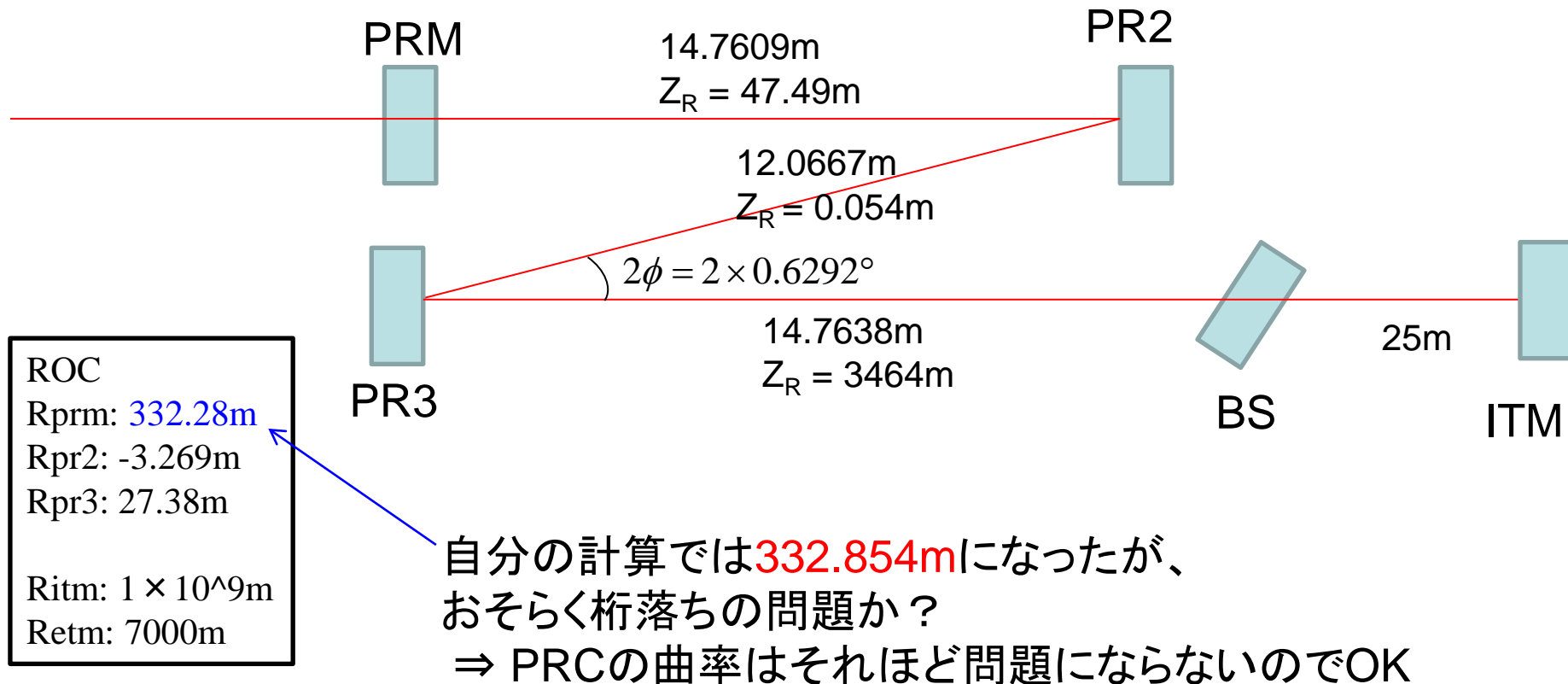
Kazuhiro Agatsuma, Chen Dan

## PRCのROCに作成誤差が生じたときにそれを回避するための資料

- PRC全体の距離を固定して、PR2とPR3に作成誤差が入った場合のGouy phaseの回り方、モードマッチを保つためのPRMの曲率半径、モードマッチング係数を計算した
- **PR3**のROCに作成誤差が生じたときに、PRC鏡間の距離変化でそのモードマッチ誤差をキャンセル出来るかを計算した。
- 非点収差の影響も加えて、高次モードとの縮退を計算した

# Default values of PRC

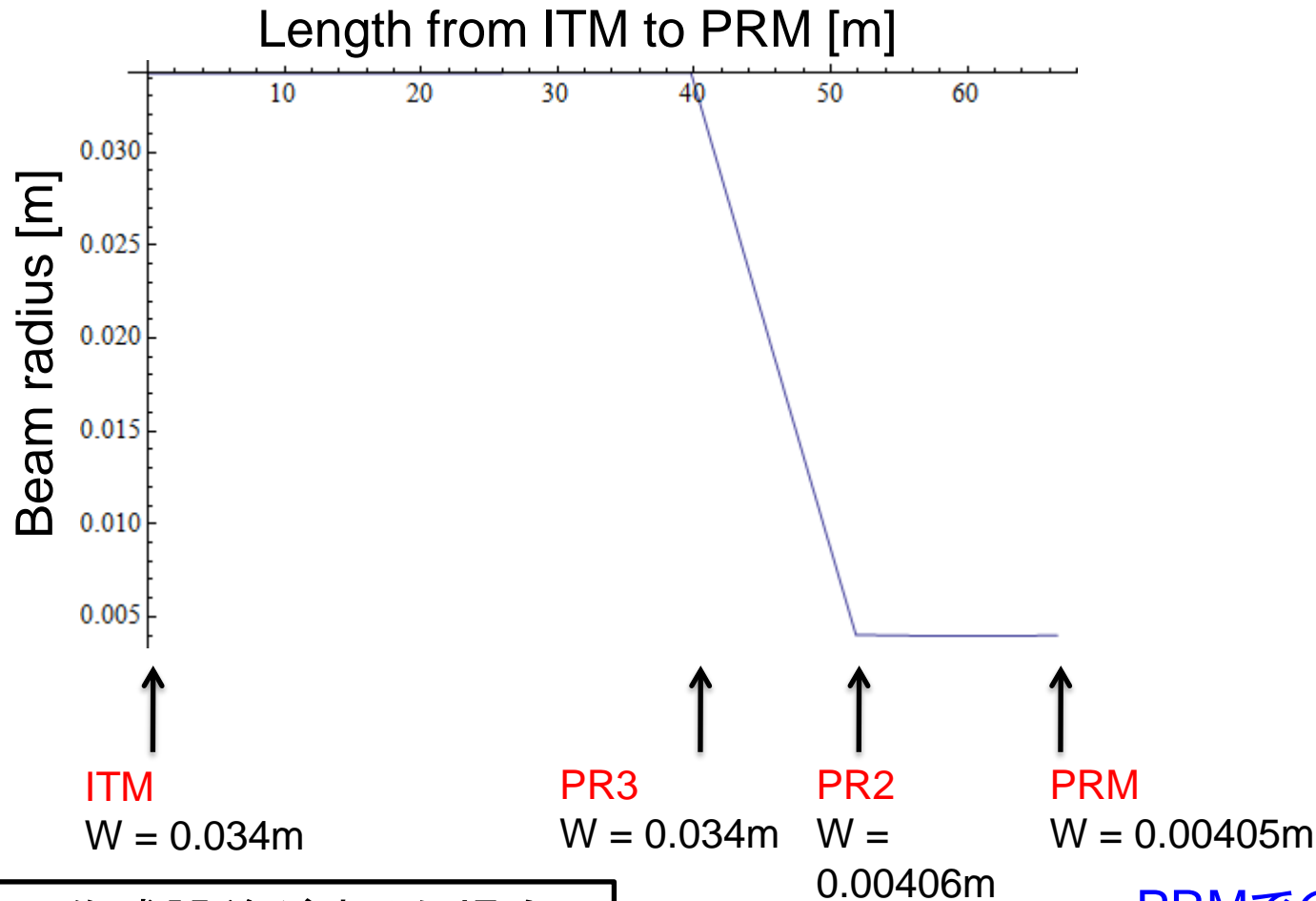
腕共振器のモードから始めて、PR3 ⇒ PR2 ⇒ PRMとビームを伝搬させて計算



Parameters are referred to

<http://gw.icrr.u-tokyo.ac.jp/JGWwiki/LCGT/subgroup/ifo/MIF/OptParam> (ver. 2011-04-19)

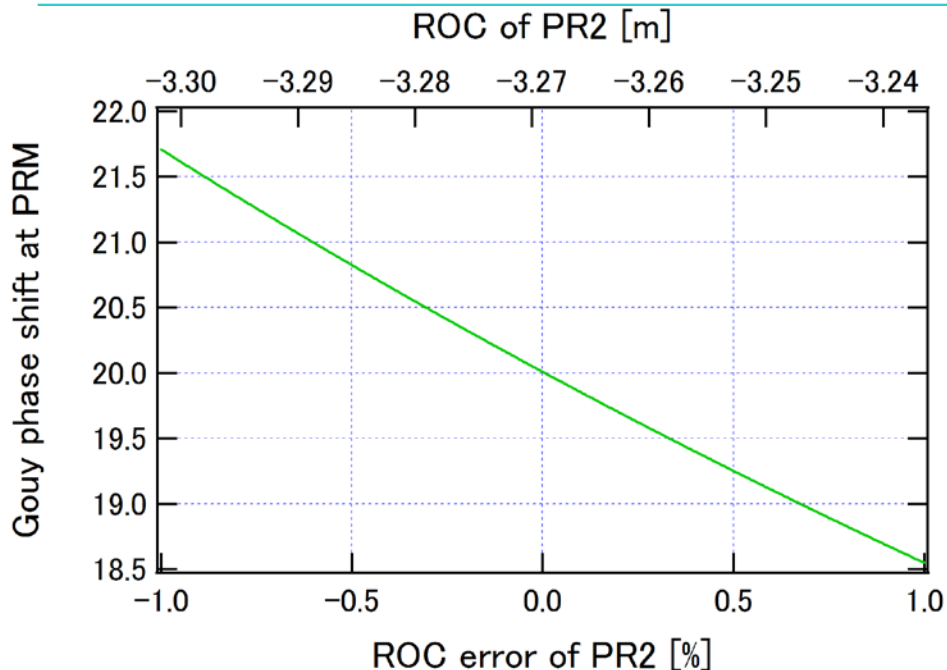
# Beam profile on the default



鏡の曲率に作成誤差が生じた場合、  
(1)Gouy Phase変化量が変わる  
(2)PRMの最適曲率が変わる  
(3)Mode Miss-Matchが生じる

PRMでのビーム半径は約4mmで、熱レンズ効果はクリア

# ROC-Error effect of PR2

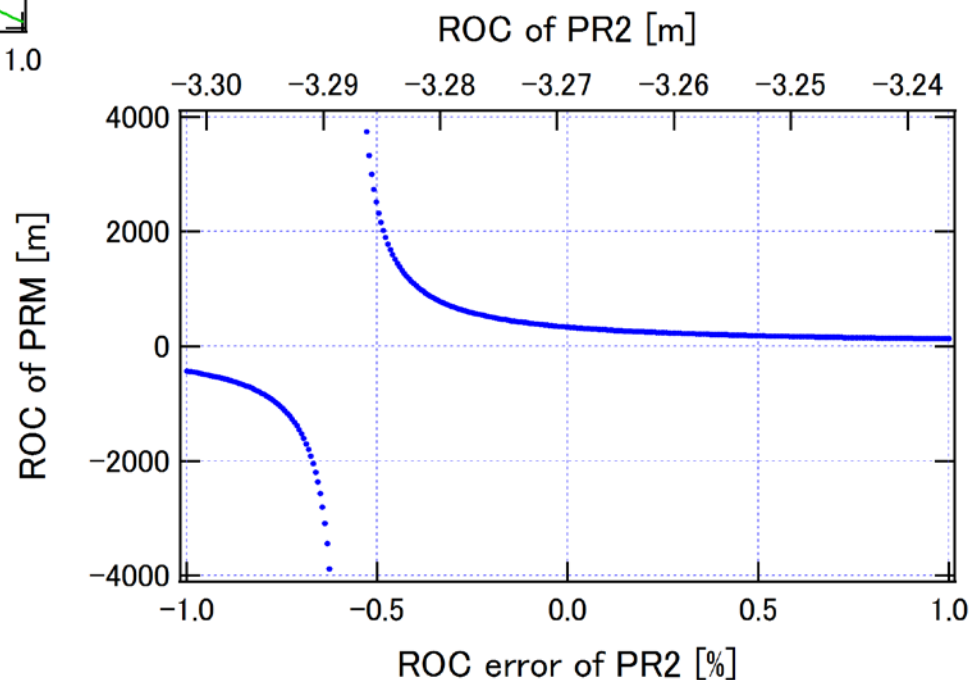


PR2のROCに誤差が生じたときに、PRMでのGouy phaseの回り方

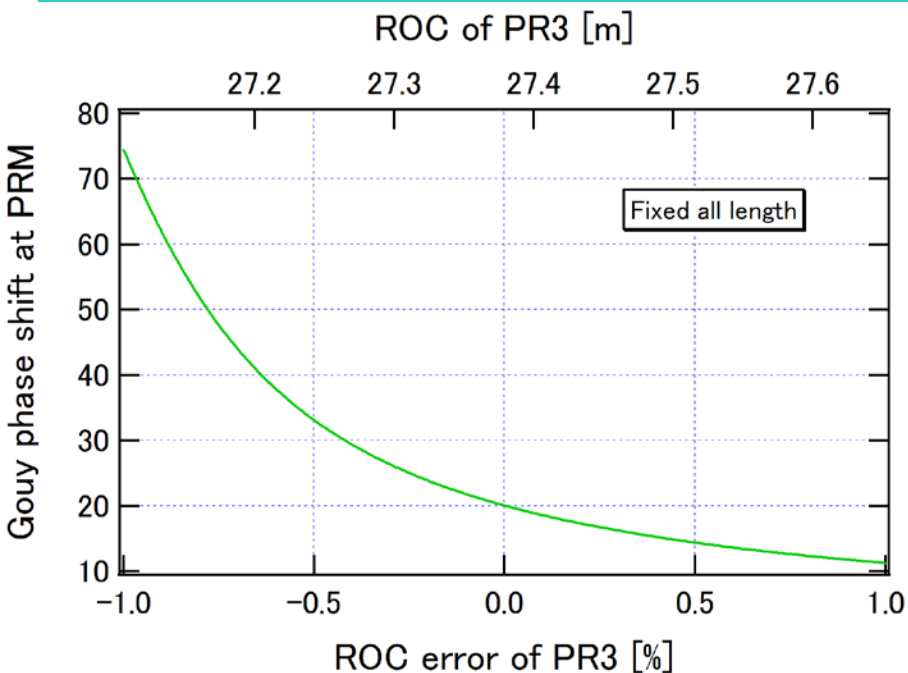
⇒ ROC±1%で、±2度程度の变化

PR2のROCに誤差が生じたときに、モードマッチを保つPRMのROC (ビーム曲率の変化)

・-3.29m付近で曲率の符号が反転



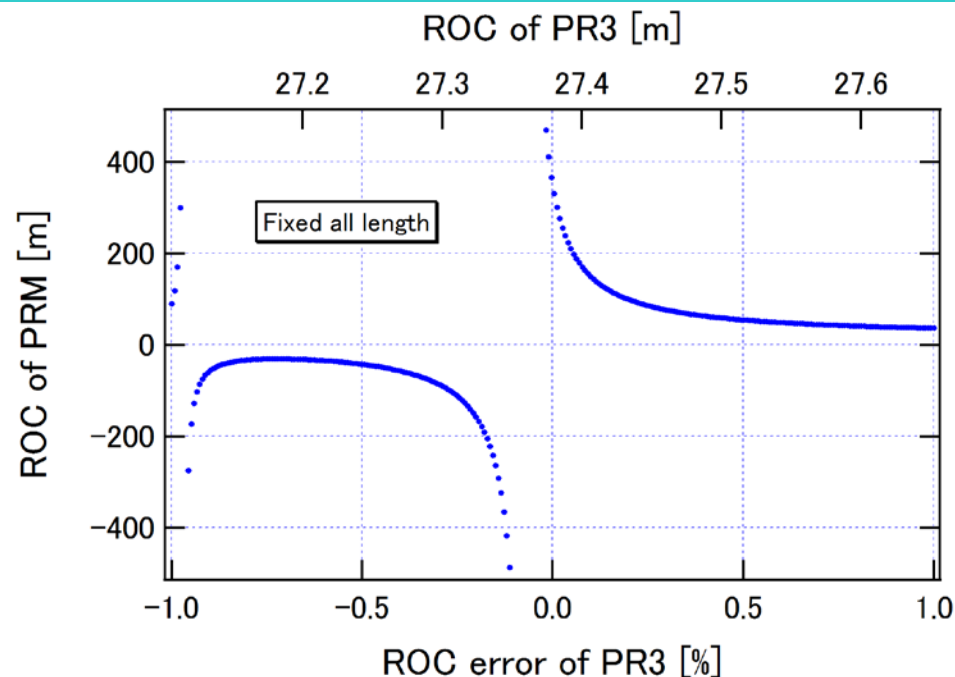
# ROC-Error effect of PR3



PR3のROCに誤差が生じたときに、PRMでのGouy phaseの回り方

60度も変化する

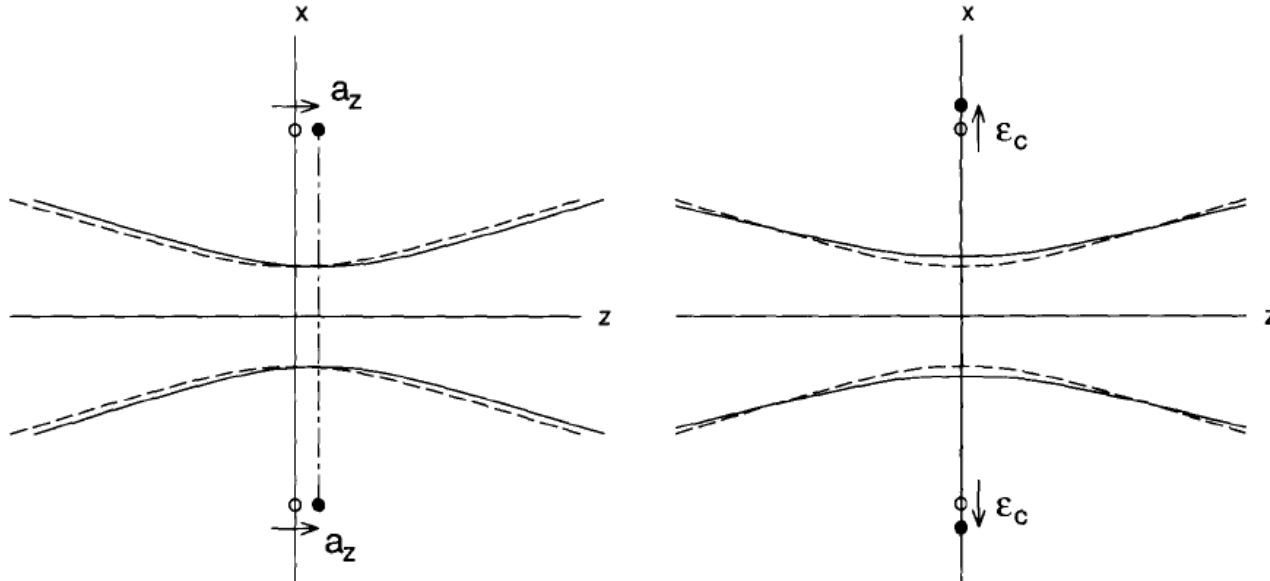
⇒ PR2の誤差に比べ、位相の変化が大きいのでより深刻



PR3のROCに誤差が生じたときに、モードマッチを保つPRMのROC (ビーム曲率の変化)

・27.35m付近と27.1m付近で曲率の符号が反転。

# Mode Matching Factor



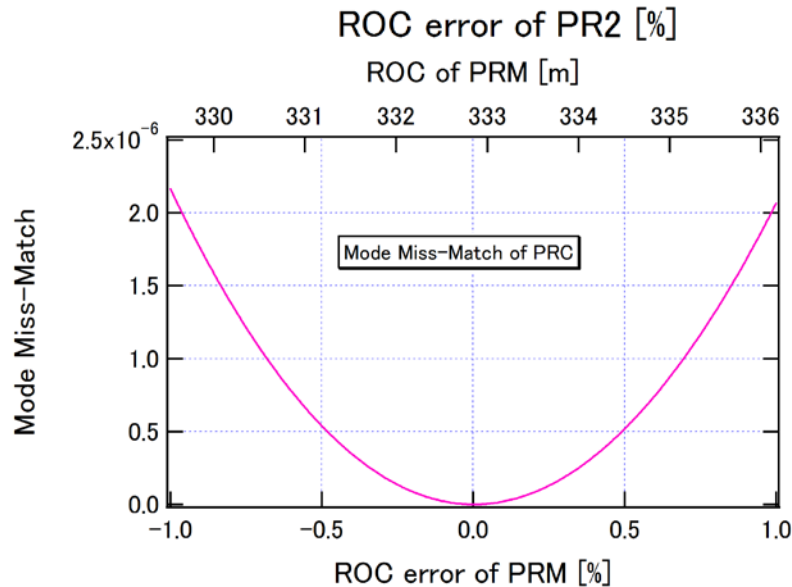
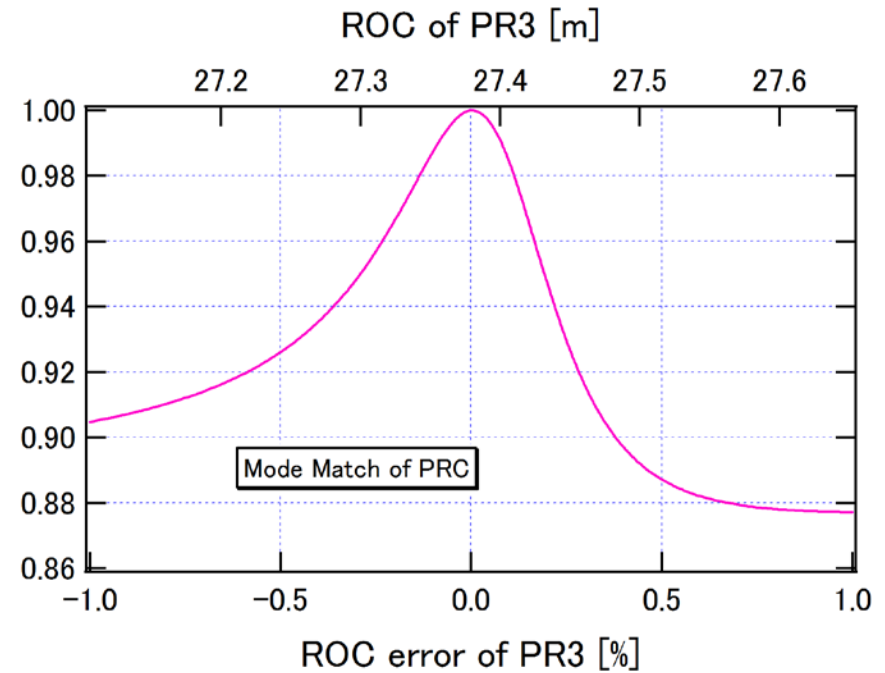
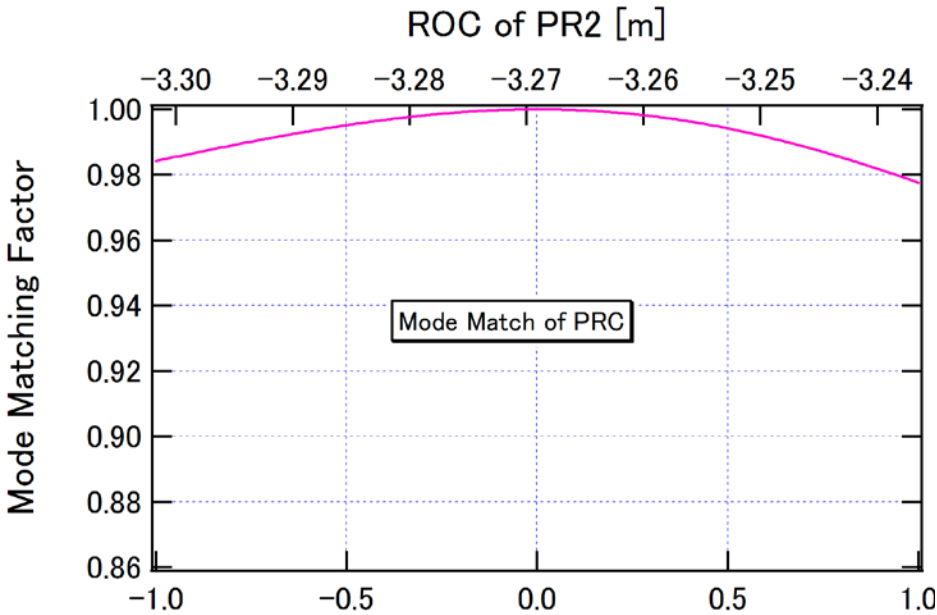
$$\langle \psi_{00}^{\text{LG}} | \hat{P}(a_z) \hat{S}(\epsilon_c) | \psi^{\text{FG}} \rangle = \frac{2z_R \sqrt{1 + \epsilon_c/z_R}}{2z_R + \epsilon_c + ia_z} \equiv MM$$

レイリーレンジ $z_R$ とウェストのビーム径の一致具合

Mode matching factor の定義:  $MM^2$

Mode miss-match の定義:  $(1 - MM^2)$

# Mode Matching Factor of PRC



全ての鏡は初期位置に固定

- ・PR3のROCエラーが及ぼす影響が大きい
- ・PRMの作成誤差の影響は無視できる

疑問点

PRCのMode Matchはいくつ必要なのか？

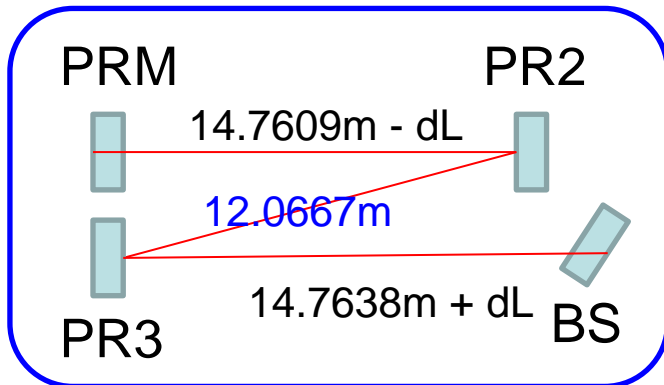


# 鏡位置の変化パターン

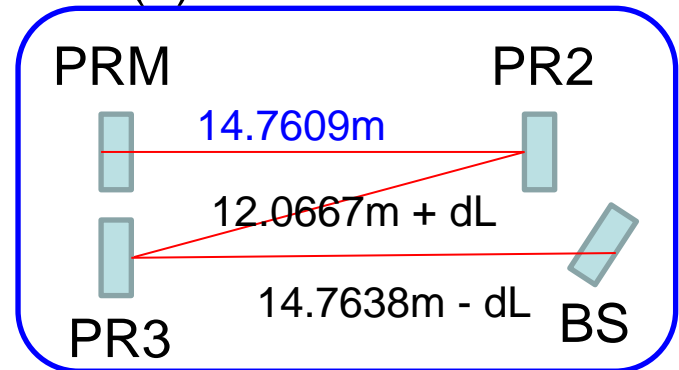
PR3の曲率誤差について、モードマッチの補正を鏡間の距離変化でおこなえるかを評価する

計算の簡略化のため、鏡間の距離の一つを固定。パターンは以下の3種類

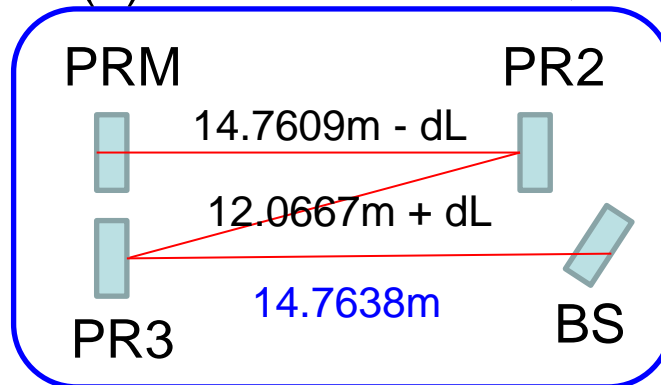
(1). PR2-PR3固定



(3). PRM-PR2固定

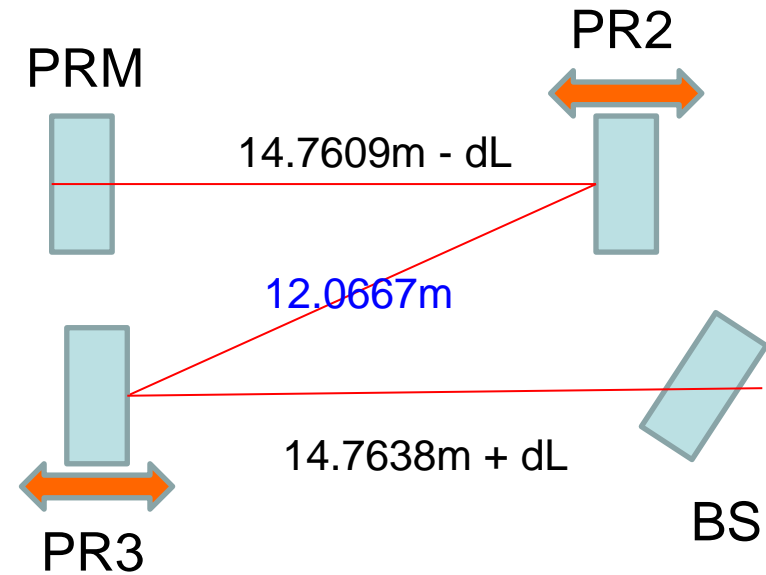
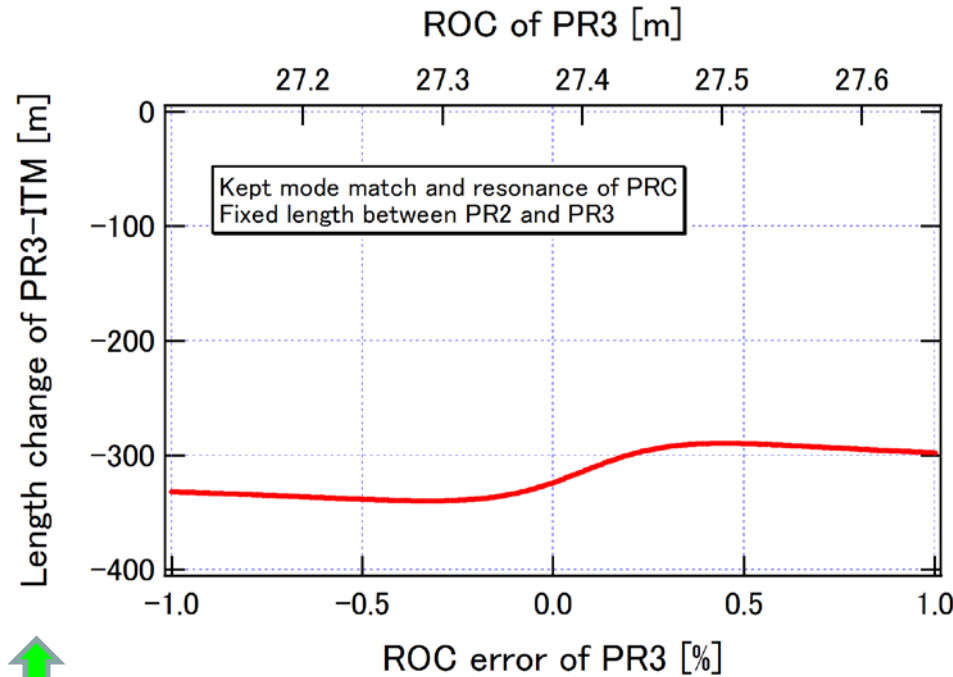


(2). PR3-ITM(BS)固定



# PR3 error cancel (1)

PRCの共振状態を保つために、PR3-ITM間の距離を変化させた場合  
(PRMでのビーム曲率:332.854mと、PRC全体長と、PR2-PR3間の距離は固定)



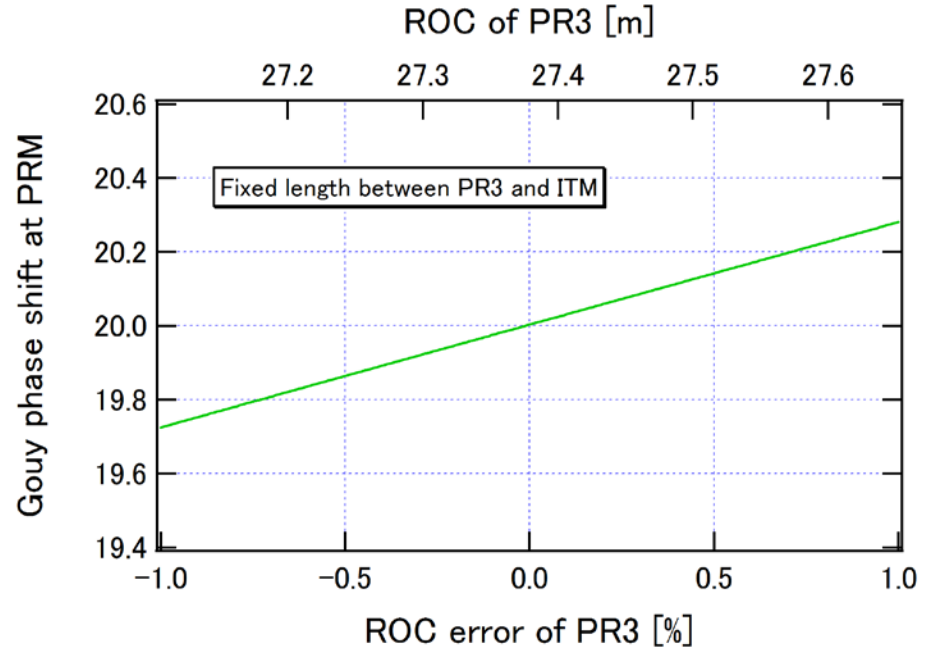
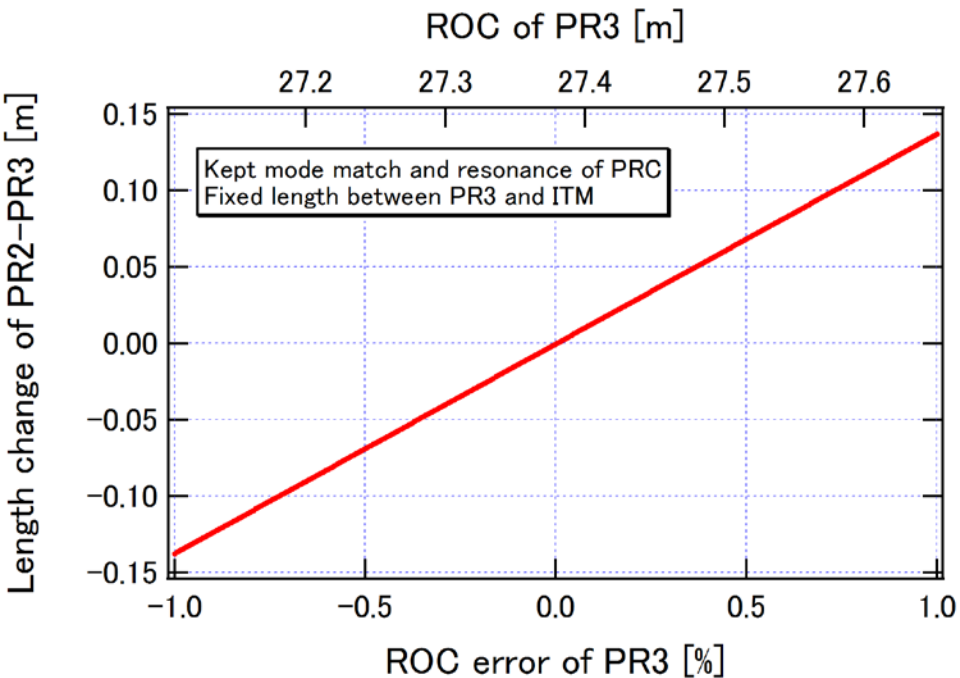
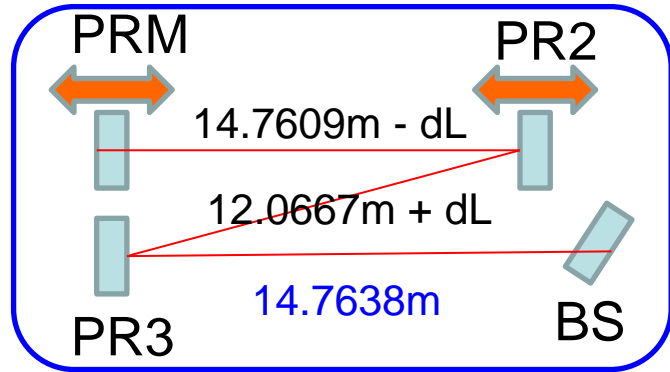
300~350m移動させる必要があり、無理！

⇒ レイリーレンジが長い部分で距離を変えるのは補正効率が悪い

# PR3 error cancel (2)

PRCの共振状態を保つために、PR2-PR3間の距離を変化させた場合

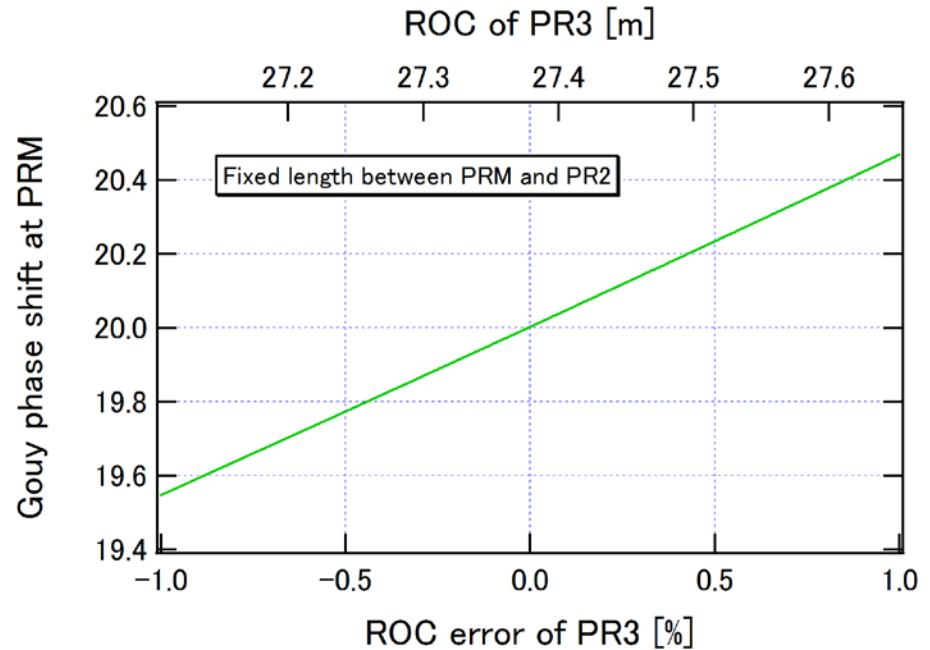
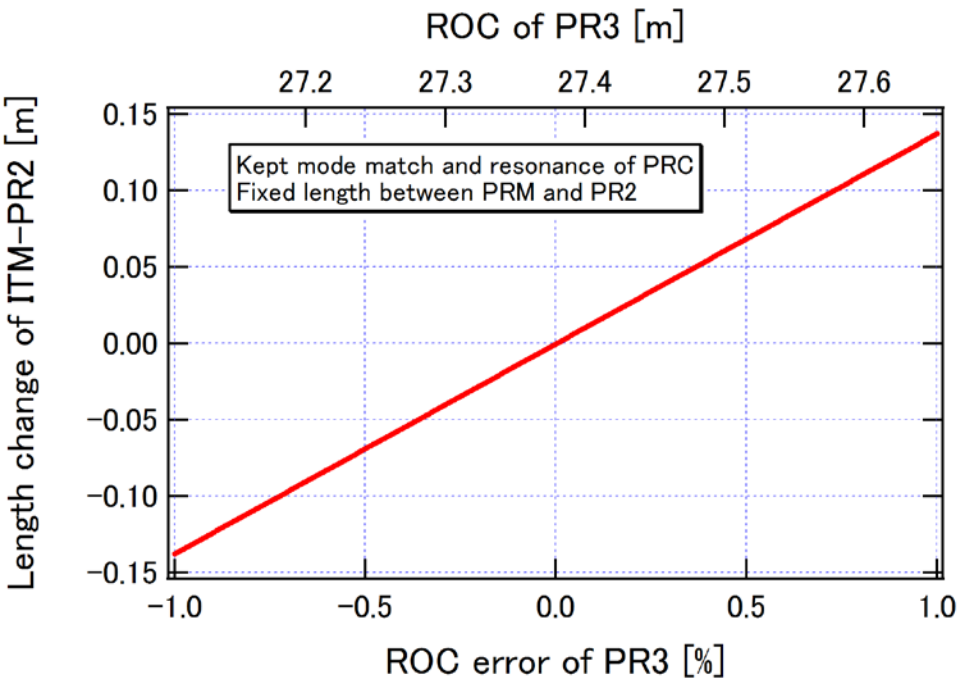
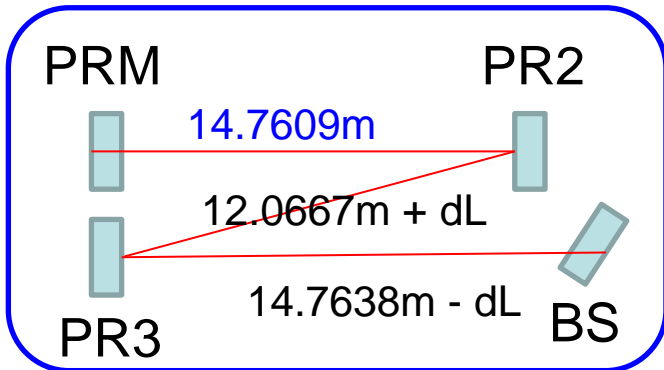
(PRMでのビーム曲率:332.854mと、PRC全体長と、PR3-ITM間の距離は固定)



- ・  $\pm 1\%$ の誤差に対しては約 $\pm 14\text{cm}$ の移動でカバーできる
- ⇒ 陳タン氏の計算(後述)とほぼ一致
- ・ そのときのGouy Phaseの変化は $\pm 0.3$ 度程度
- ・ PR2-PR3間の距離を変えることが肝

# PR3 error cancel (3)

PRCの共振状態を保つために、PR2-PR3間の距離を変化させた場合  
 (PRMでのビーム曲率:358.106mと、PRC全体長と、PRM-PR2間の距離は固定)

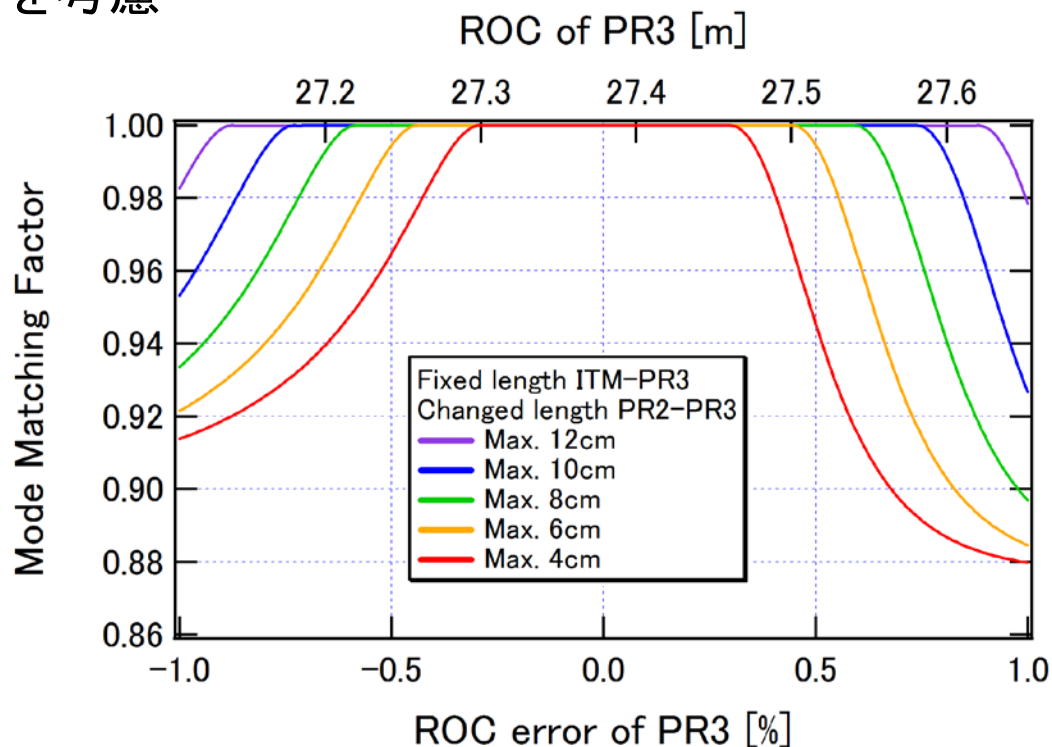
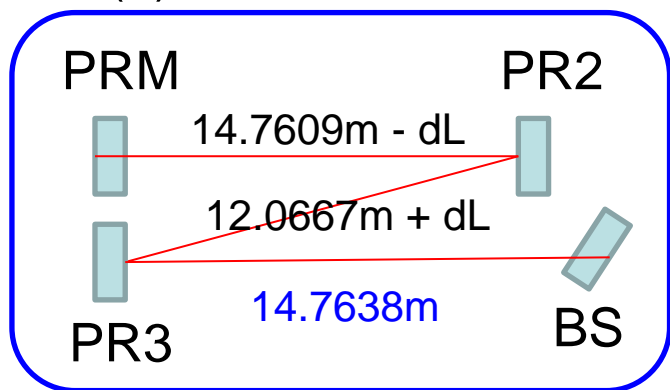


- ・ ±1%の誤差に対しては約±14cmの移動でカバーできる  
 ⇒ 陳タン氏の計算(後述)とほぼ一致
- ・ そのときのGouy Phaseの変化は±0.5度程度
- ・ 前ページ(2)とほぼ同じ

# Mode Matching Factor Correction

動かせる距離が限定された場合を考慮

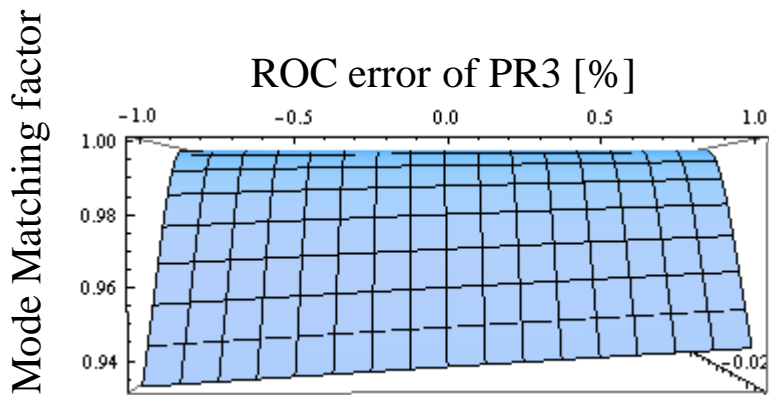
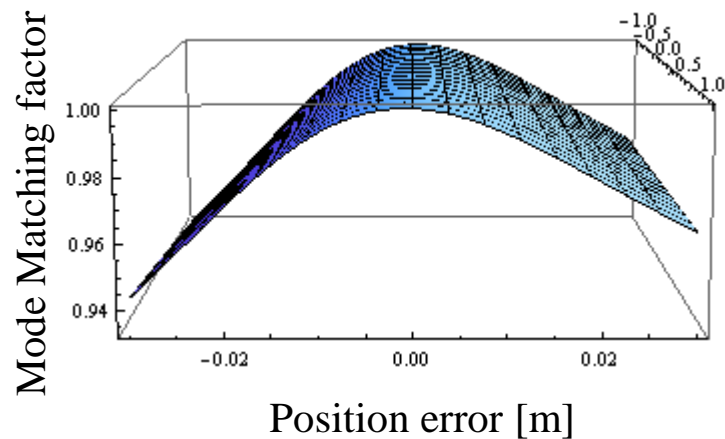
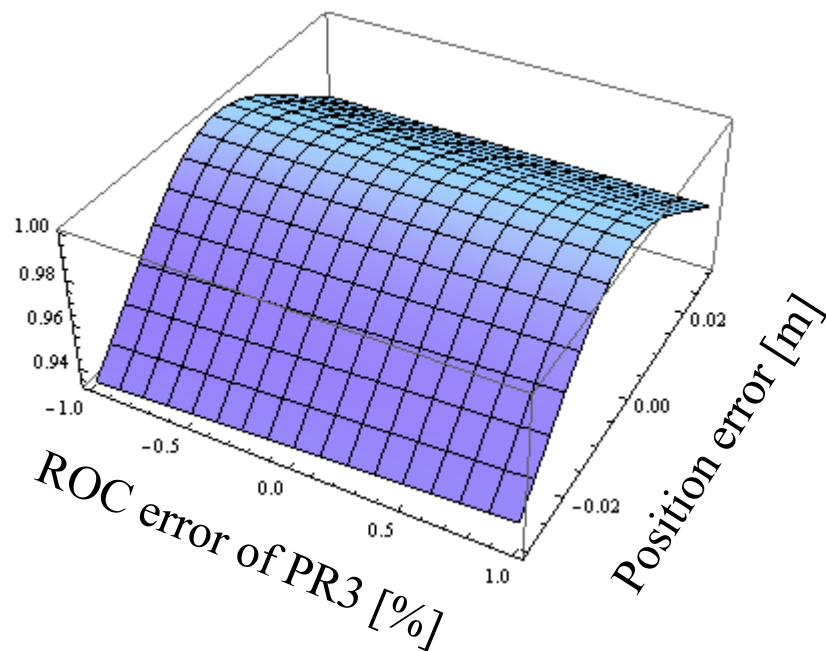
(2)の動かし方のとき



必要なMode Matchから、最低限動かすべき量が分かる

# Position Error Effect

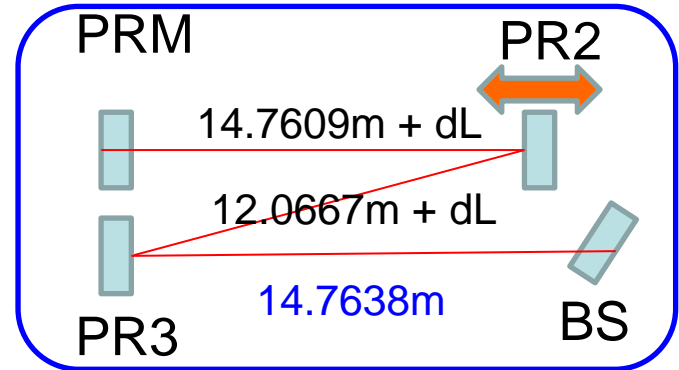
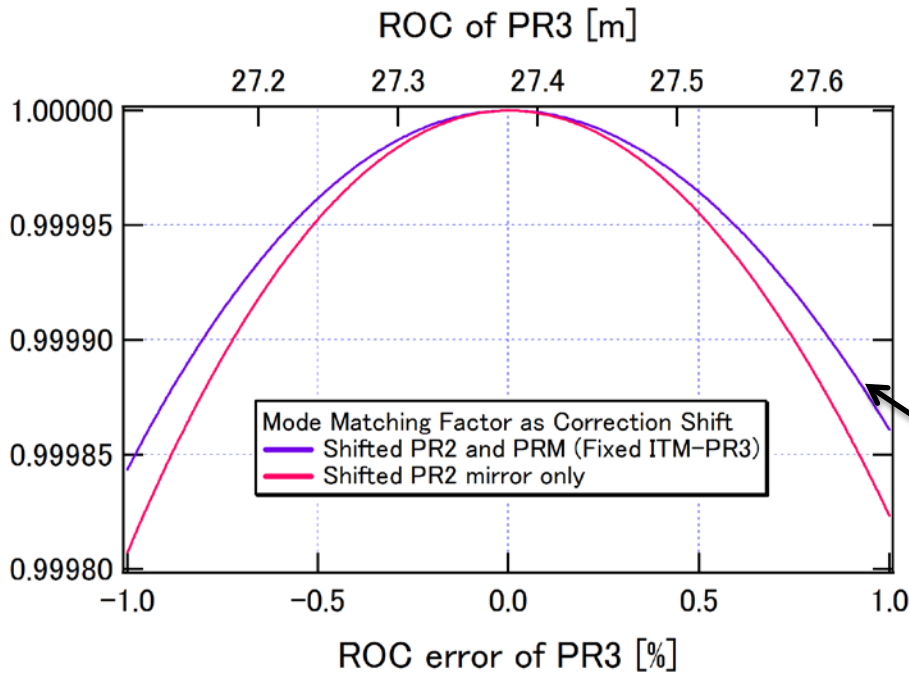
PR3の曲率補正のための鏡移動距離(2)にエラー(±3cm)が生じた場合



例えば±1cmの精度で鏡移動距離を合わせることができれば、Mode Matchは99%まで補正可能

# Correction Shift by PR2 only

PR2のみを動かした場合 (PRCの距離を $2dL$ だけ変える場合) を考える



(2)で補正した場合のMode Matchの変化との比較  
⇒ 影響の大部分はPR2-PR3間の距離を変えることなので、両者はほとんど同じ

PR3の曲率誤差を補正するための鏡位置の移動によるPRCの Mode Match は、 $10^{-4}$ オーダーでしか変化しない ⇒ PR2だけ動かしてもMode Matchは問題無し

## 疑問

PRCの距離が変化する影響で他に問題は出ないか？

# Degeneracy with Higher Mode

Astigmatismの影響も含めた高次モードの共振条件

$$n\eta_x + m\eta_y = \frac{\pi}{2} \pm \frac{\pi}{2F} \Rightarrow 1.41 \sim 1.73$$

$$\phi = 0.6292^\circ = 0.011 [\text{rad}]$$
$$F = 10, \quad \eta \approx 20^\circ$$

計算結果:(n+m)<10の範囲では縮退は無い

(n+m)<10の範囲では、(n+m) = 4 と 5 のモードのちょうど間にあり、縮退しない！  
 $\eta \sim 20^\circ$  というのが重要  $\Rightarrow \eta = 20.2^\circ$  から4次が縮退し始め、 $22.5^\circ$  で最大  
 $\eta = 19.8^\circ$  から5次が縮退し始め、 $18^\circ$  で最大

PR3のROC誤差補正(p.11&12)を行っても、4 or 5次の縮退は生じる可能性あり  
そもそも $\eta$ を1度以内で合わせることが困難と思われる

<Folding angle>

Folding angleに、 $1.06^\circ$  以上の角度を付けると、(n+m)=4が縮退し始める  
 $4.88^\circ$  以上の角度を付けると、ひとつ低次の(n+m)=3が縮退し始める

$\Rightarrow$  以上の結果は1.6-1.9km 腕Cavityのときとほぼ同じ

(※)議論の詳細は1.6-1.9km 腕Cavityでの検討スライドのp.16-18を参照



# まとめ

## ●パラメータを更新 (ver. 2011-04-19, Cavity ROC Flat-7km)

- PR2のROC作成誤差(1%)によってMode Matchは98%まで落ちる
- PR3のROC作成誤差(1%)によってMode Matchは88%まで落ちる

## ●全て発注後PR3のROCに作成誤差が生じた場合

- PR2-PR3間の距離を固定した場合はモードマッチの補正が出来ない
- **±1%の誤差に対してはPR2-PR3間の距離移動±14cm程度**でモードマッチ補正ができる(陳タン氏の結果とconsistent)。そのときGouy phaseの変化は少ない(0.3度-0.5度)
- 補正のための鏡移動距離に誤差が生じた場合、**誤差±3cmでMode Match 93%, 誤差±1cmでMode Match 99%**まで落ちる
- PR2 か PR3 のどちらか一方のみ動かしてもMode Matchで問題は出ない

## ●高次モードとの縮退

- フィネス10、Folding angle  $0.6292^\circ$  のとき、PRCでは**縮退は無い**
- Folding angleを $1.06^\circ$ 以上にすると4次が、 $4.88^\circ$ 以上で3次のモードが縮退し始める
- $\phi=0.6292^\circ$  なら、PRCの共振幅の範囲で同じ次数のモードは分離しない

**結論: PR3の作成誤差(±1%)は14cm程度の鏡距離移動(移動精度: ±1cm)でPRCのMode Matchを99%以上に回復できる。**

---

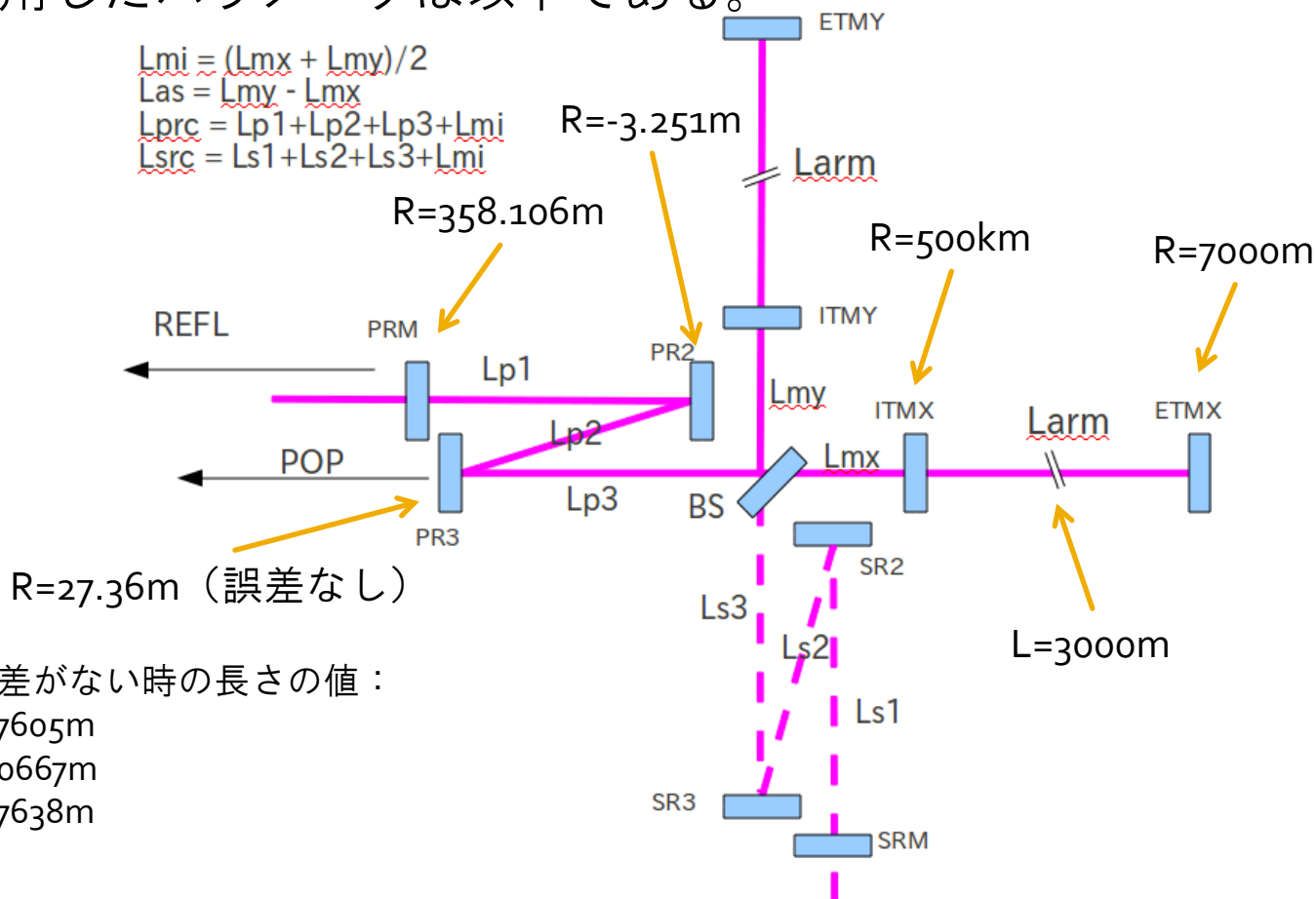
# 陳タン氏の計算結果

# PR<sub>3</sub>の曲率エラーをいかにキャンセルするか

PR<sub>3</sub>の曲率半径(27.36m)に0.5%のエラーがあった場合に、Lp<sub>1</sub>, Lp<sub>2</sub>, Lp<sub>3</sub>をどれだけ変化させれば、Gouy Phaseが20度まわり、かつPRMの曲率とレーザーの曲率が一致するかを計算した。(モードがもとと一致)

計算に使用したパラメータは以下である。

$$\begin{aligned} L_{mi} &= (L_{mx} + L_{my})/2 \\ L_{as} &= L_{my} - L_{mx} \\ L_{prc} &= L_{p1} + L_{p2} + L_{p3} + L_{mi} \\ L_{src} &= L_{s1} + L_{s2} + L_{s3} + L_{mi} \end{aligned}$$

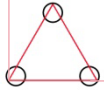


PR<sub>3</sub>に誤差がない時の長さの値：

Lp<sub>1</sub> = 14.7605m

Lp<sub>2</sub> = 12.0667m

Lp<sub>3</sub> = 14.7638m



# 計算方法

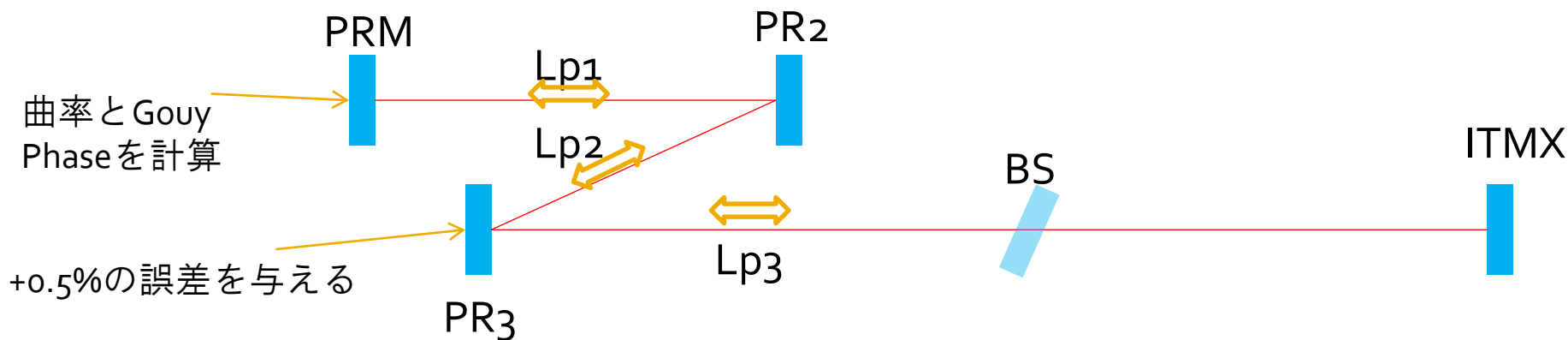
1. PR<sub>3</sub>の曲率半径に+0.5%の誤差を与える
2. 条件： $L_{p1}+L_{p2}+L_{p3}=41.5914[m]=\text{fixed}$ を課して、 $L_{p1}$ ,  $L_{p2}$ をふる
3. レーザーの曲率半径@PRMとITMX-PRM間のGouy Phase Shiftを計算

↳ レーザーを腕(ITMX)からPRMまで伝搬させてABCD matrixで計算を行った。

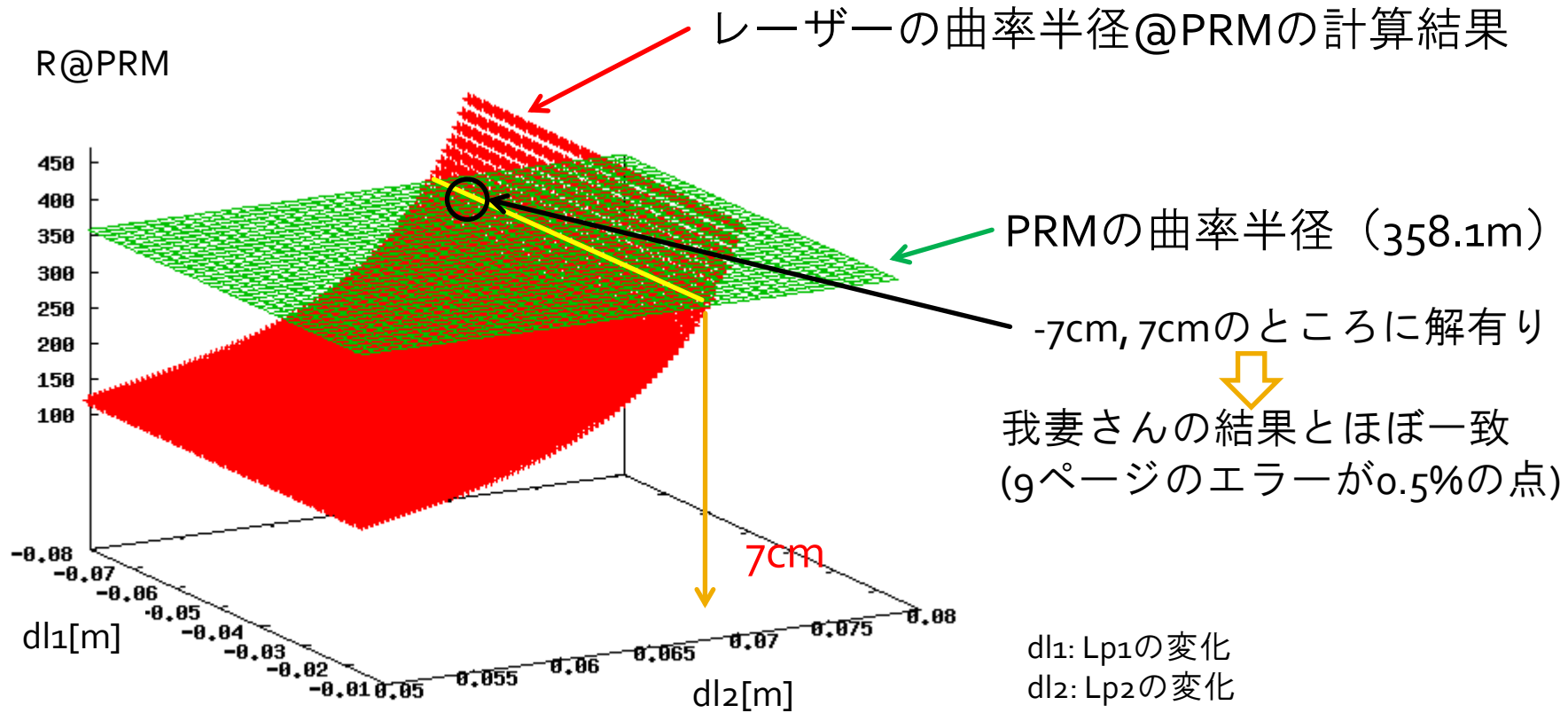
2, 3の計算を繰り返して、

- ・ PRMでのレーザーの曲率半径 = PRMの曲率半径(358m)
- ・ Gouy Phase Shift = 20度

の2条件を満たす $L_{p1}$ ,  $L_{p2}$ を見つける

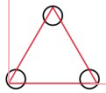


# PRMでのレーザーの曲率半径の計算結果

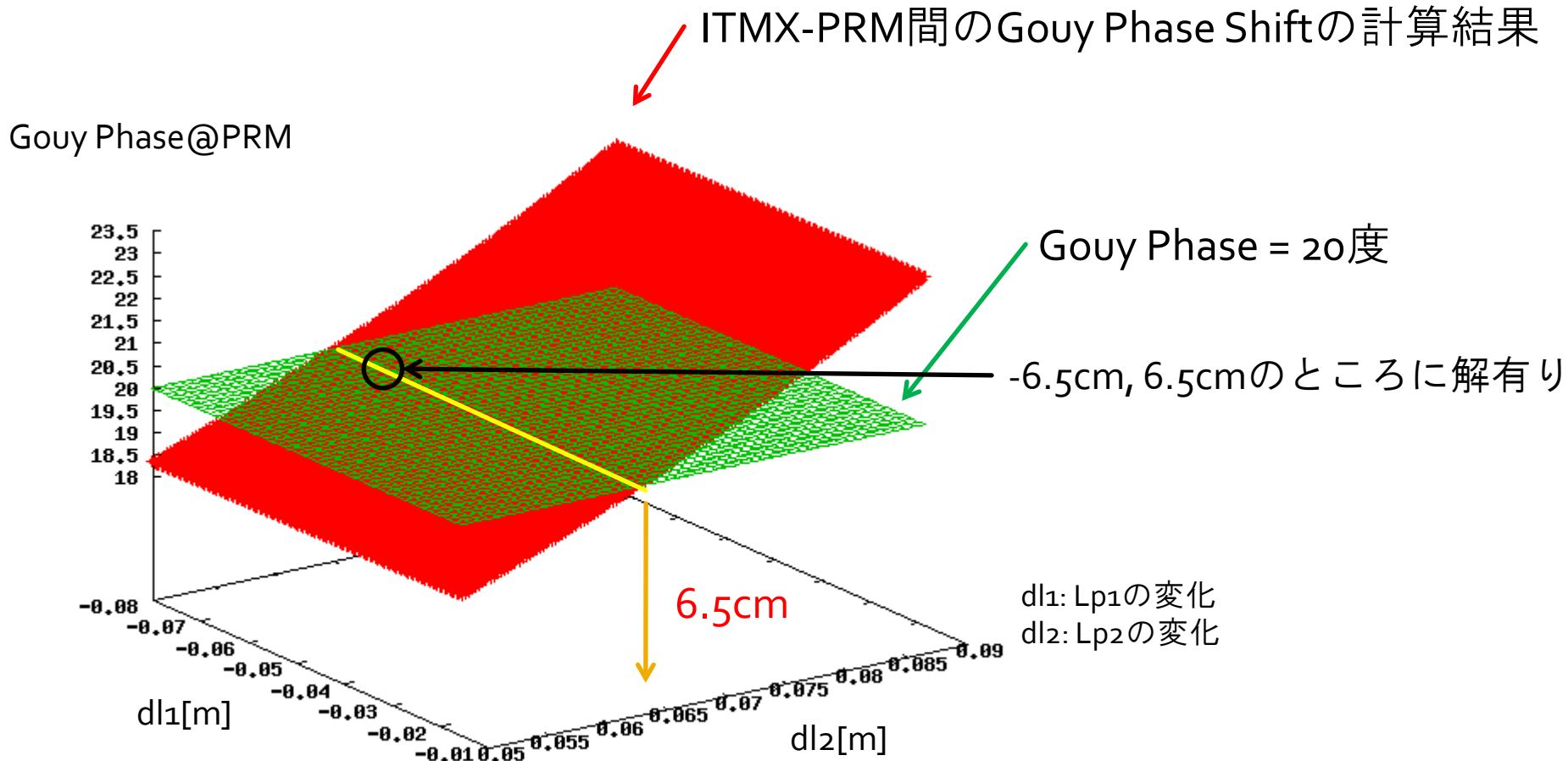


dl<sub>1</sub>は結果に大きくは作用しない

dl<sub>2</sub>を7cmだけ伸ばすことでレーザーの曲率半径とPRMの曲率半径が一致する

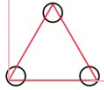


# Gouy Phase Shiftの計算結果



dl1は結果に大きくは作用しない

dl2を6.5cmだけ伸ばすことでITMX-PRM間のGouy Phaseが20度回る

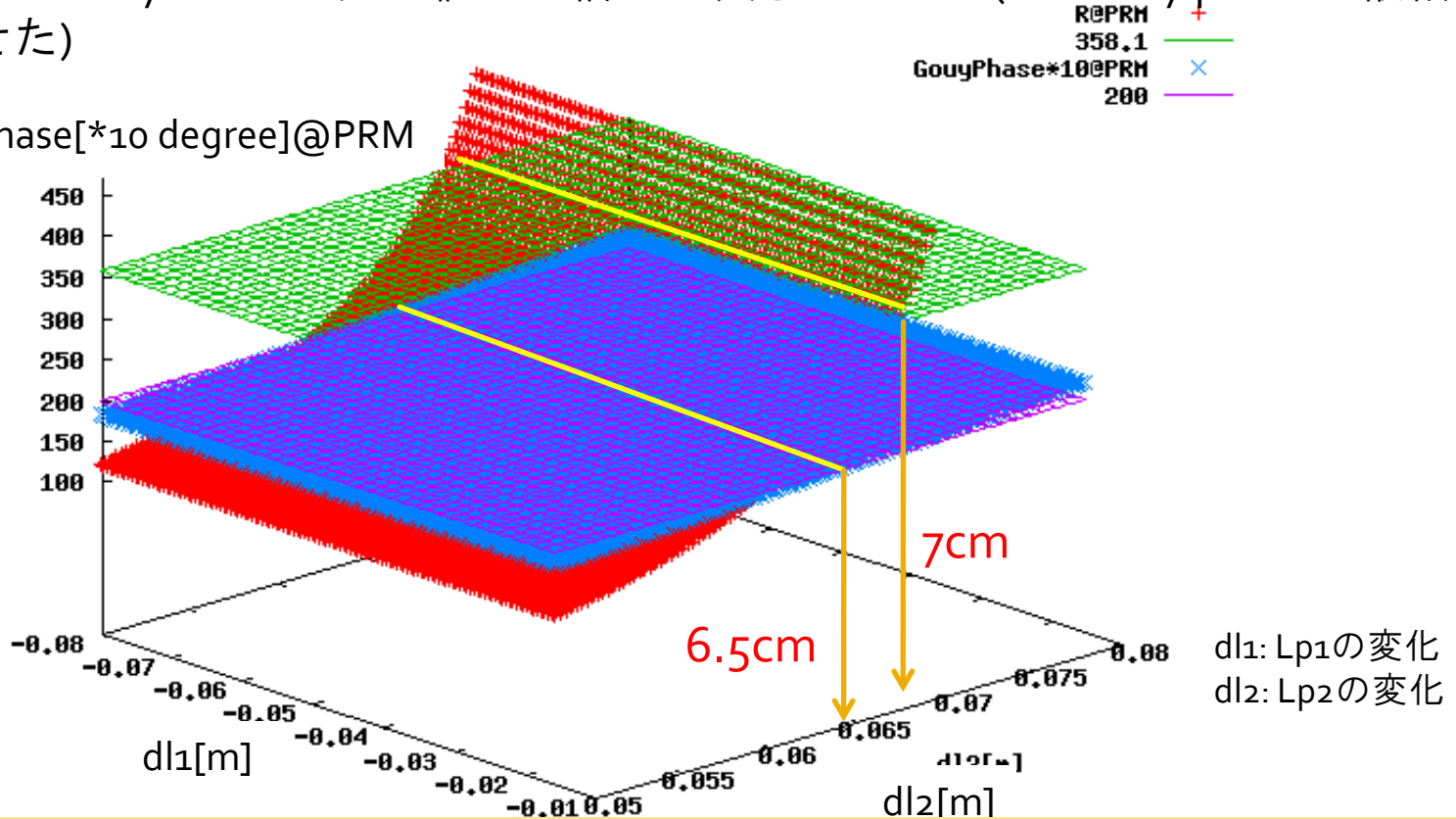


# 2条件を満たす解

- ・ PRMでのレーザーの曲率半径 = PRMの曲率半径(358m)
- ・ Gouy Phase Shift = 20度

の2条件を同時に満たすLp1, Lp2を見つけるために二つの結果を重ねた。  
見やすいようにGouy Phaseの方は値を10倍して表示している(RとGouy phaseの縦軸の値を一致させた)

R[m], Gouy Phase[\*10 degree]@PRM



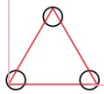
二つの条件を満たす解は見つけれなかった。(もっと振ってみる?)  
Lp2を+7cm動かすことでレーザーの曲率半径とPRMの曲率半径を一致させることができる。この時、Gouy Phase Shiftは大して変わらない。(1度くらい?)

# まとめ

PR<sub>3</sub>の曲率に+0.5%の誤差があったときに、それをキャンセルするためにLp<sub>1</sub>, Lp<sub>2</sub>をどれだけ変化させればよいか

結果:

1. Lp<sub>1</sub>の変化はGouy Phase, レーザーの曲率半径にほぼ影響を与えない。
2. 二つの条件（曲率半径とGouy Phase）を満たす解は見つけれなかった。
3. Lp<sub>2</sub>を7cm動かすことでレーザーの曲率半径とPRMの曲率半径を一致させることができる。この時、Gouy Phase Shiftは大して変わらない。（1度くらい?）

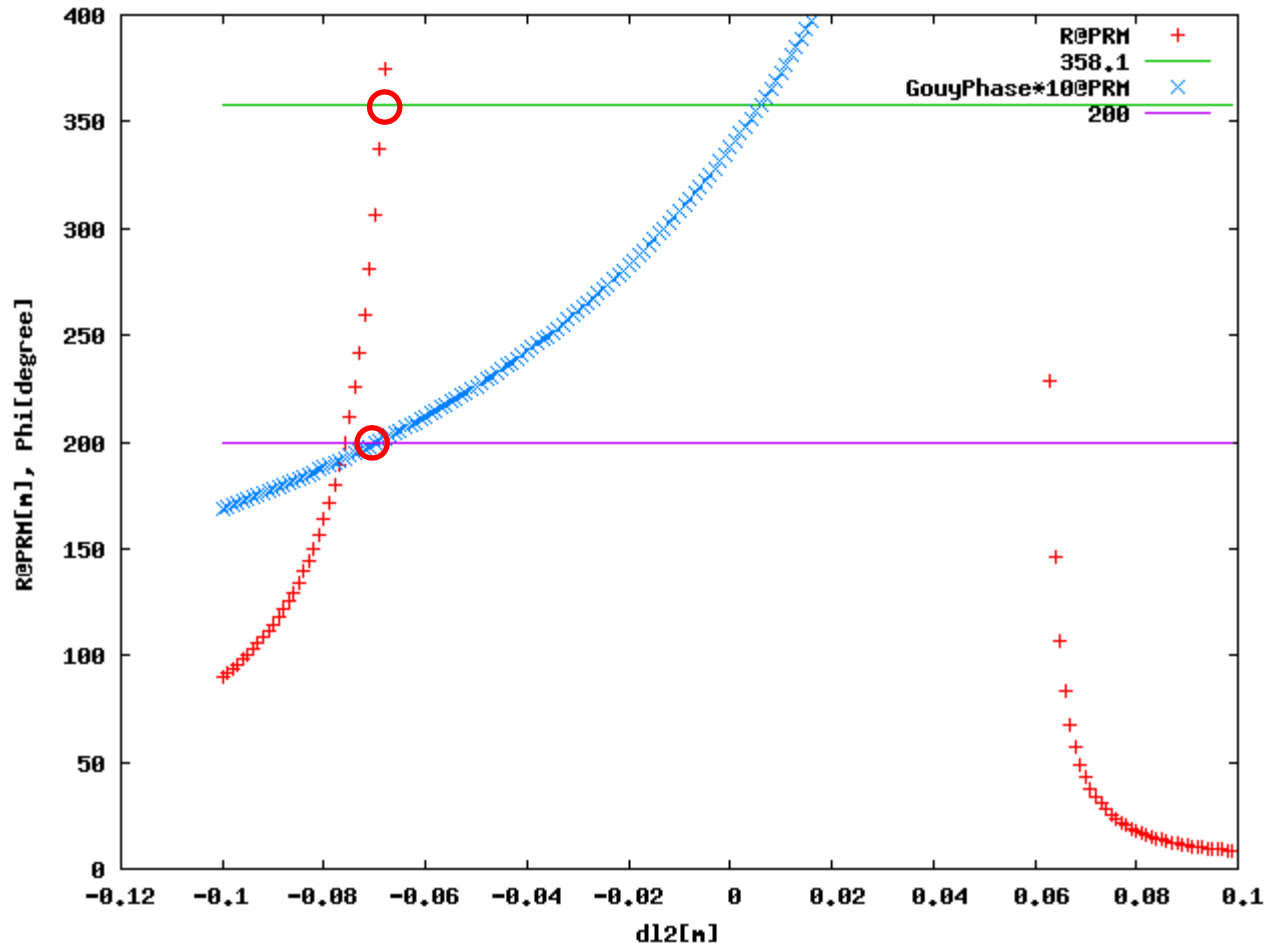




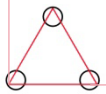
# 追加計算<sub>4/21</sub>

PR<sub>3</sub>の曲率誤差が-0.5%, -0.3%, 0.0%, +0.3%, +0.5%の時のPRMでのレーザーの曲率半径とGouy Phase Shiftを計算した。

L<sub>p2</sub>, L<sub>p3</sub>を変化させ、L<sub>p1</sub>は変化させずに計算を行った。



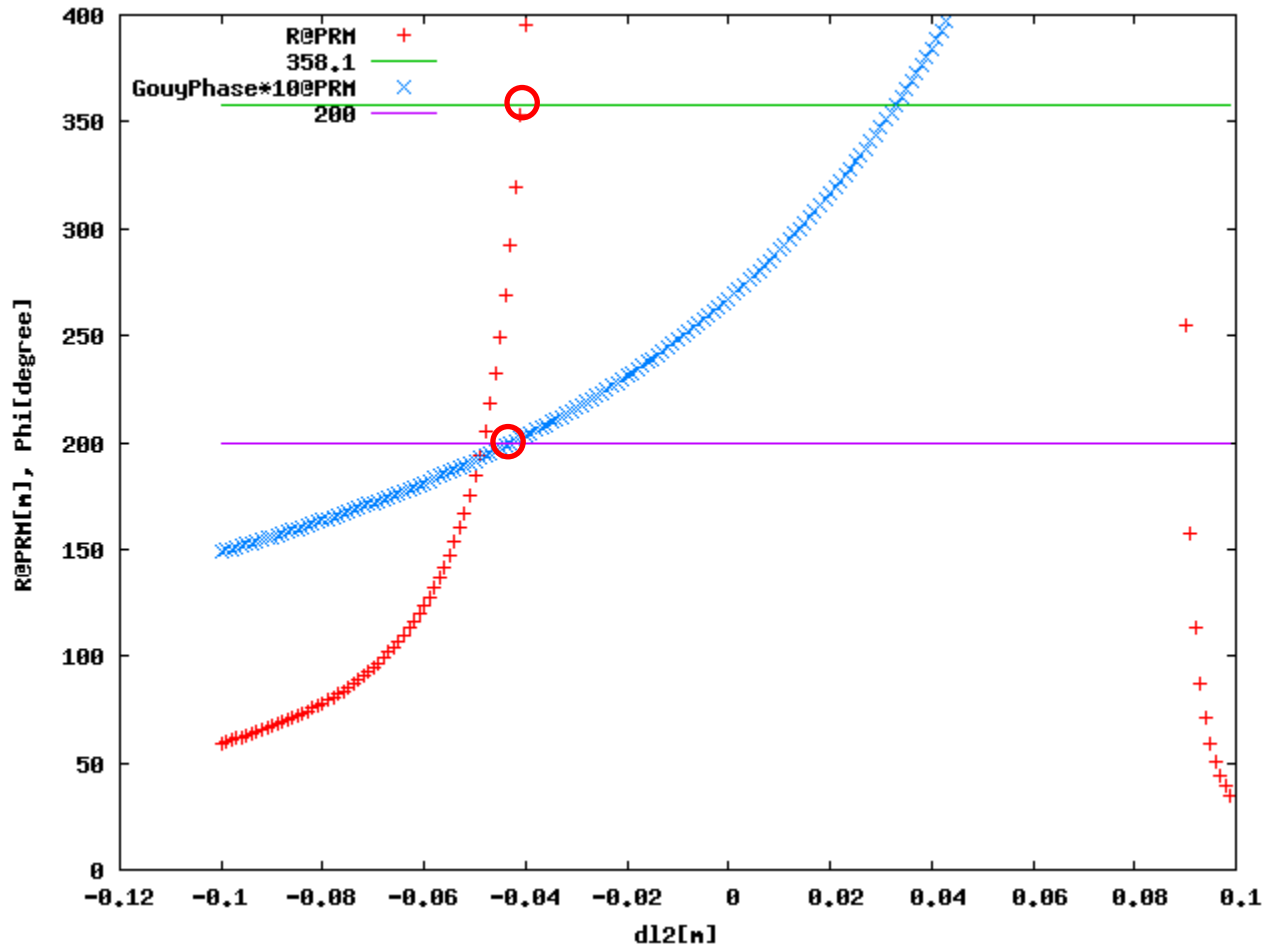
-0.5%誤差



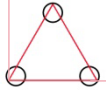
# 追加計算<sub>4/21</sub>

PR<sub>3</sub>の曲率誤差が-0.5%, -0.3%, 0.0%, +0.3%, +0.5%の時のPRMでのレーザーの曲率半径とGouy Phase Shiftを計算した。

Lp<sub>2</sub>, Lp<sub>3</sub>を変化させ、Lp<sub>1</sub>は変化させずに計算を行った。



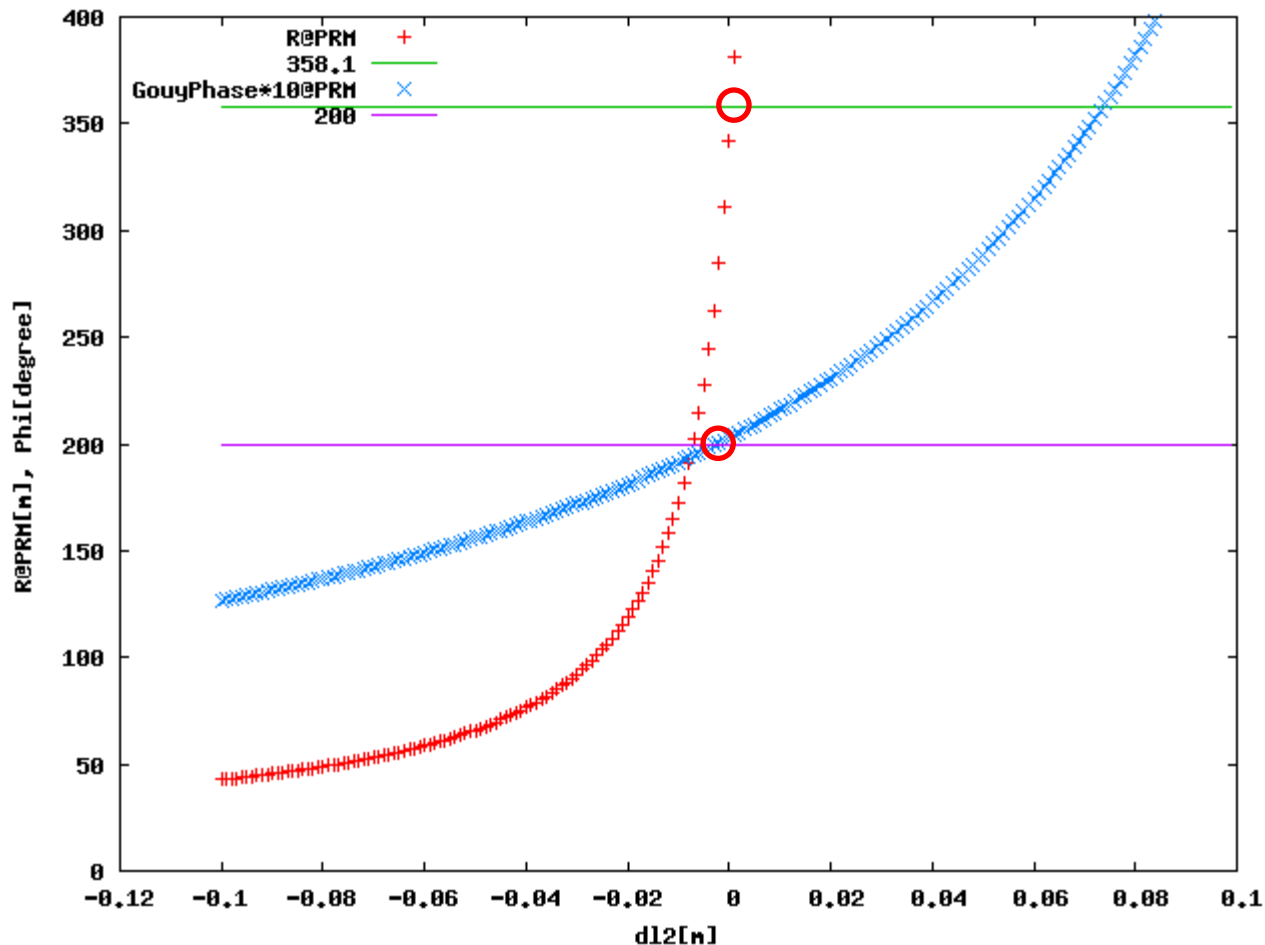
-0.3%誤差



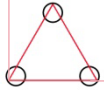
# 追加計算<sub>4/21</sub>

PR<sub>3</sub>の曲率誤差が-0.5%, -0.3%, 0.0%, +0.3%, +0.5%の時のPRMでのレーザーの曲率半径とGouy Phase Shiftを計算した。

L<sub>p2</sub>, L<sub>p3</sub>を変化させ、L<sub>p1</sub>は変化させずに計算を行った。



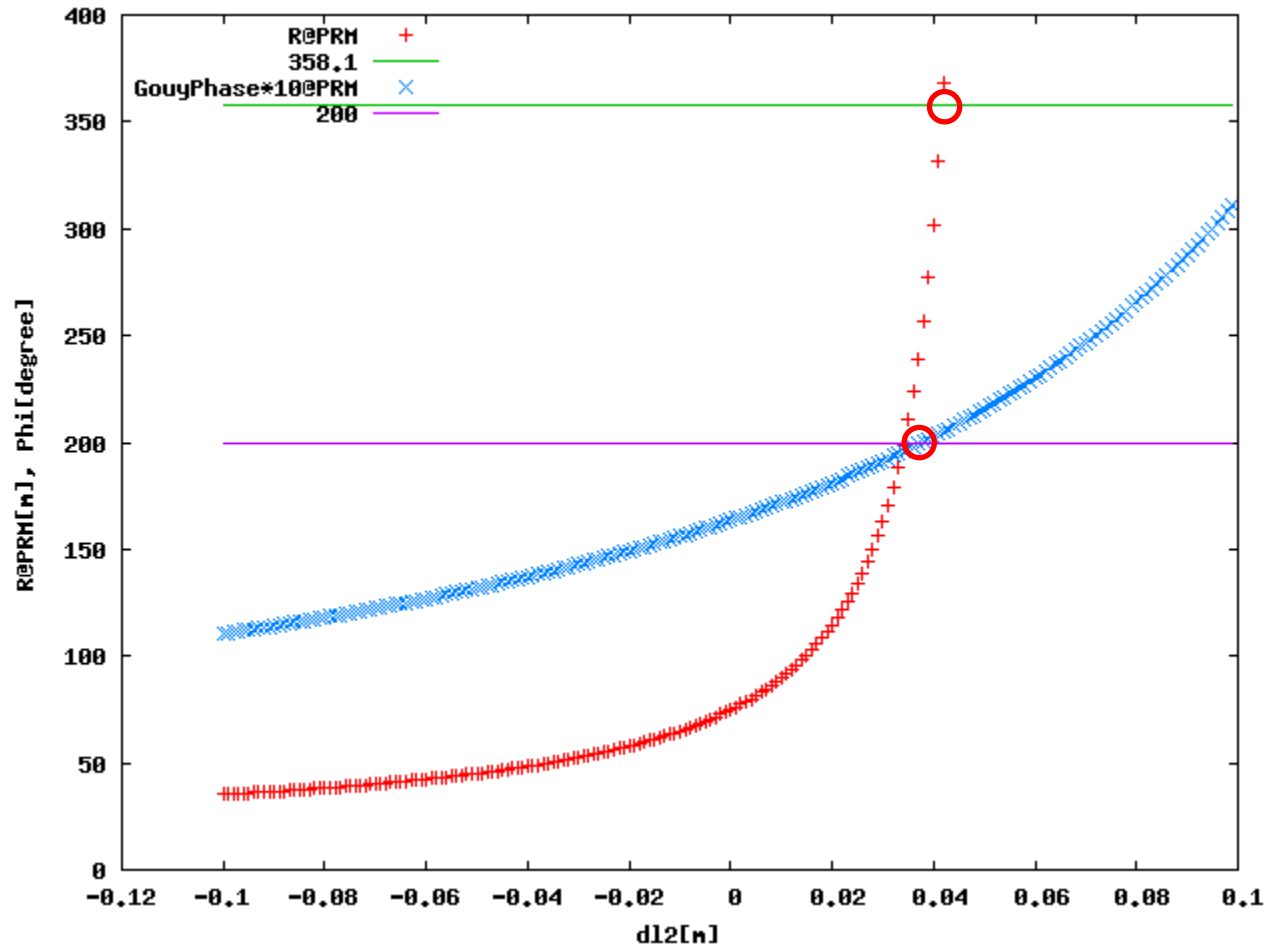
0.0%誤差



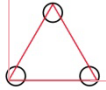
# 追加計算<sub>4/21</sub>

PR<sub>3</sub>の曲率誤差が-0.5%, -0.3%, 0.0%, +0.3%, +0.5%の時のPRMでのレーザーの曲率半径とGouy Phase Shiftを計算した。

Lp<sub>2</sub>, Lp<sub>3</sub>を変化させ、Lp<sub>1</sub>は変化させずに計算を行った。



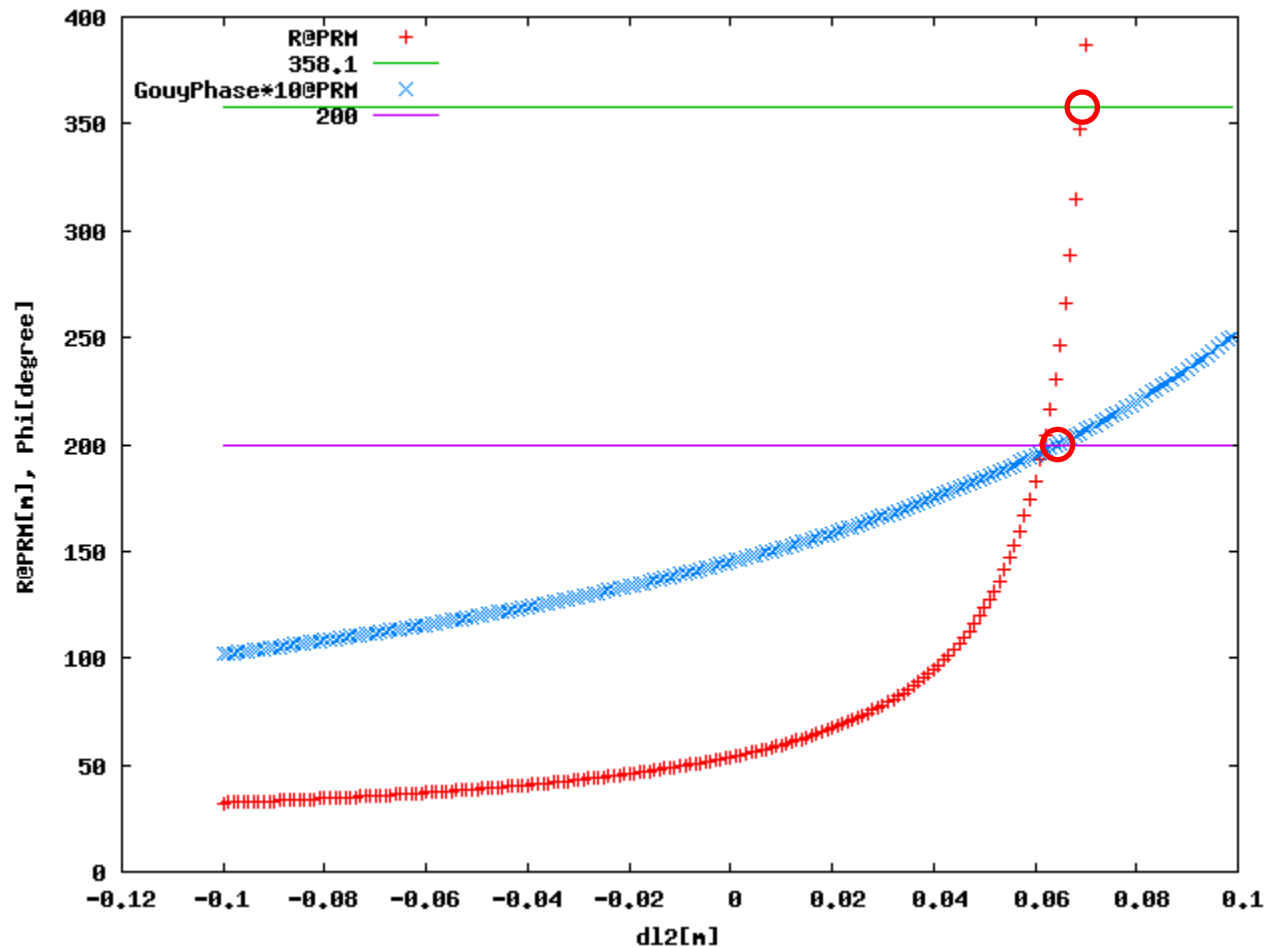
+0.3%誤差



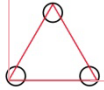
# 追加計算<sub>4/21</sub>

PR<sub>3</sub>の曲率誤差が-0.5%, -0.3%, 0.0%, +0.3%, +0.5%の時のPRMでのレーザーの曲率半径とGouy Phase Shiftを計算した。

L<sub>p2</sub>, L<sub>p3</sub>を変化させ、L<sub>p1</sub>は変化させずに計算を行った。



+0.5%誤差



# 追加計算<sub>4/21</sub>

PR<sub>3</sub>の曲率誤差が-0.5%, -0.3%, 0.0%, +0.3%, +0.5%の時のPRMでのレーザーの曲率半径とGouy Phase Shiftを計算した。

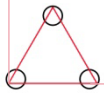
Lp<sub>2</sub>, Lp<sub>3</sub>を変化させ、Lp<sub>1</sub>は変化させずに計算を行った。

## まとめ

PR<sub>3</sub>の曲率誤差が±0.5%の間なら、Lp<sub>2</sub>, Lp<sub>3</sub>をそれぞれ±7cm, ∓7cm動かすことでそれをキャンセルすることができる。

またLp<sub>2</sub>, Lp<sub>3</sub>を動かす量は曲率誤差にほぼ線形である。

我妻さんの結果(p11, p12)と一致。



---

# Folding PRC の曲率誤差回避 (1.6km-1.9km cavityの場合)

Kazuhiro Agatsuma

# 概要

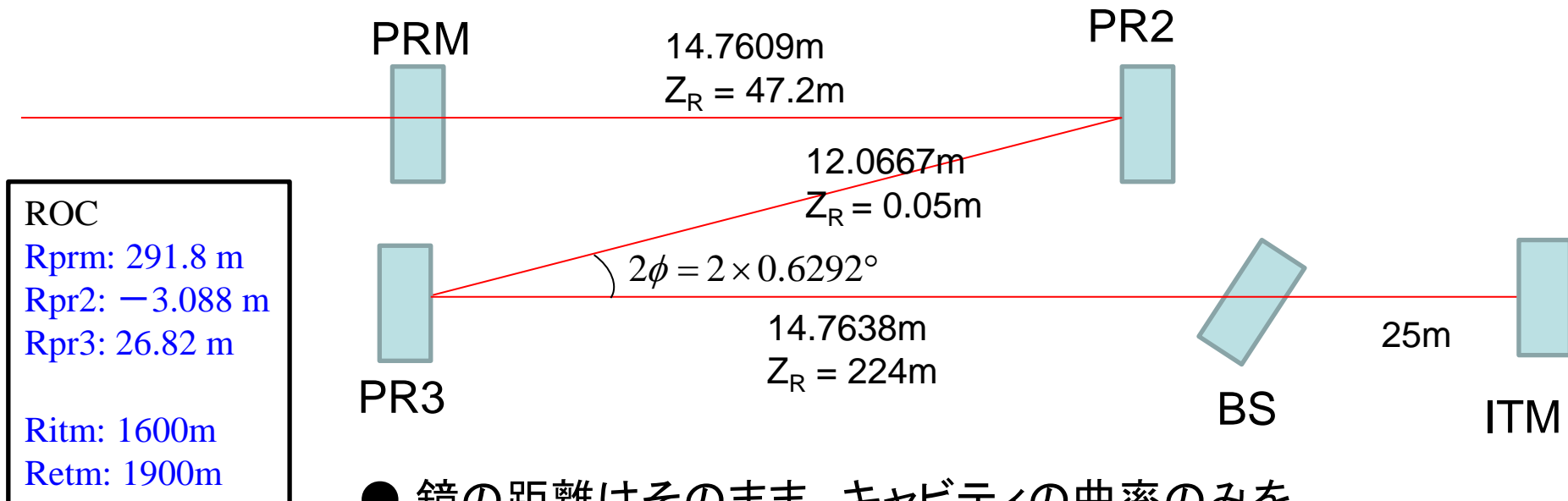
## PRCのROCに作成誤差が生じたときにそれを回避するための資料

- Cavity曲率Flat-7kmに対して行った計算を、Cavity曲率1.6km-1.9kmに対しても同じ様に計算した
- PRC全体の距離を固定して、PR2とPR3に作成誤差が入った場合のGouy phaseの回り方、モードマッチを保つためのPRMの曲率半径、モードマッチング係数を計算した
- **PR3**のROCに作成誤差が生じたときに、PRC鏡間の距離変化でそのモードマッチ誤差をキャンセル出来るかを計算した
- 非点収差の影響も加えて、高次モードとの縮退を計算した



# Default values of PRC

腕共振器のモードから始めて、PR3 ⇒ PR2 ⇒ PRMとビームを伝搬させて計算

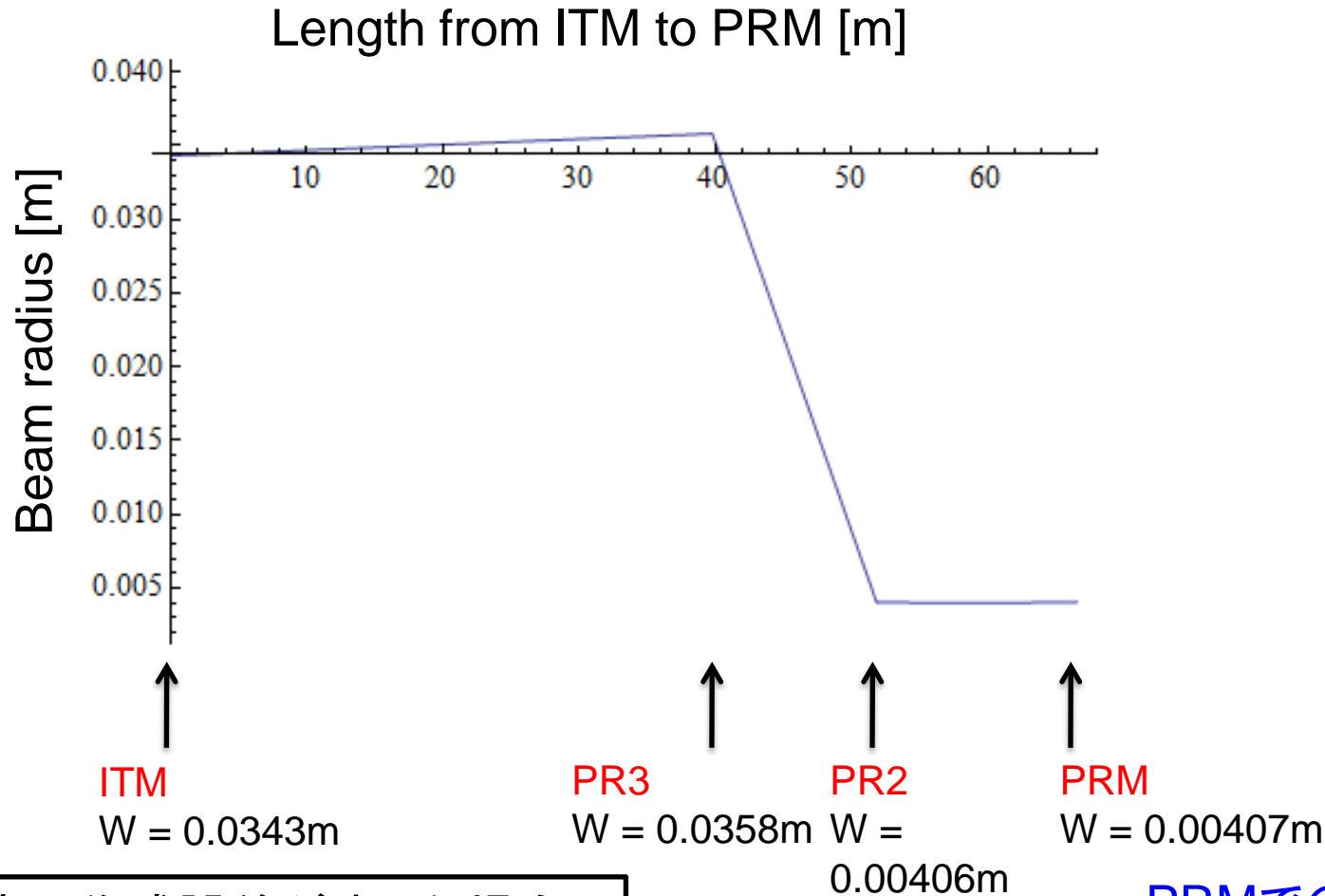


- 鏡の距離はそのまま、キャビティの曲率のみを1.6km-1.9kmのペアにした
- PRCの3枚鏡の曲率はこれまでと同じ方針で設計  
⇒ PRMとPR2でのビーム径が同じくらい+Gouy phase  $20^\circ$
- ITM鏡のレンズ効果も加味

Length parameters are referred to

<http://gw.icrr.u-tokyo.ac.jp/JGWwiki/LCGT/subgroup/ifo/MIF/OptParam> (ver. 2011-04-19)

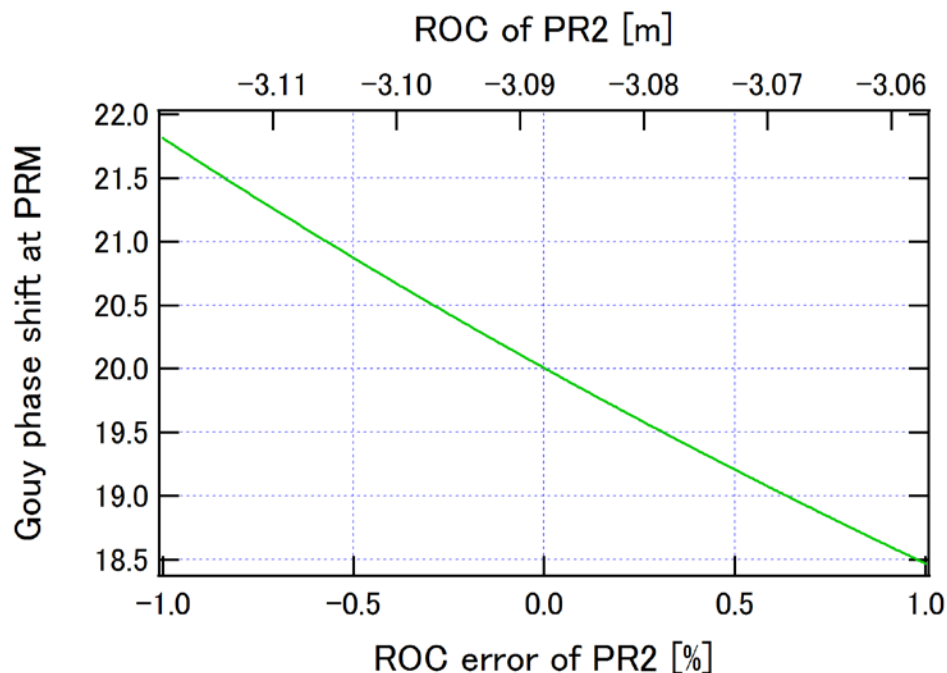
# Beam profile on the default



鏡の曲率に作成誤差が生じた場合、  
(1)Gouy Phase変化量が変わる  
(2)PRMの最適曲率が変わる  
(3)Mode Miss-Matchが生じる

PRMでのビーム半径は約4mmで、熱レンズ効果はクリア

# ROC-Error effect of PR2

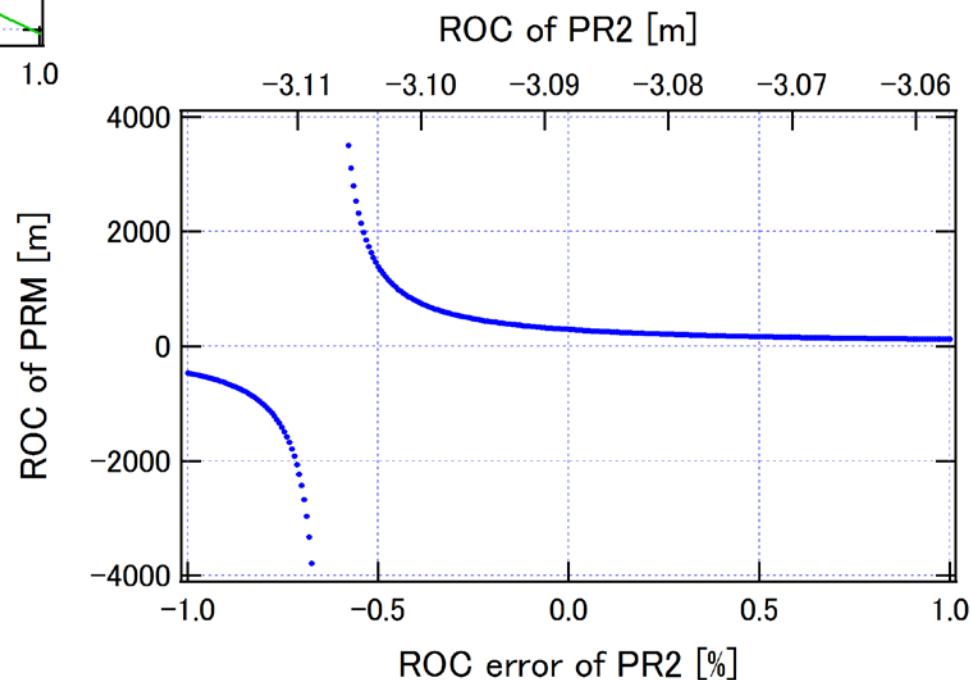


PR2のROCに誤差が生じたときに、PRMでのGouy phaseの回り方

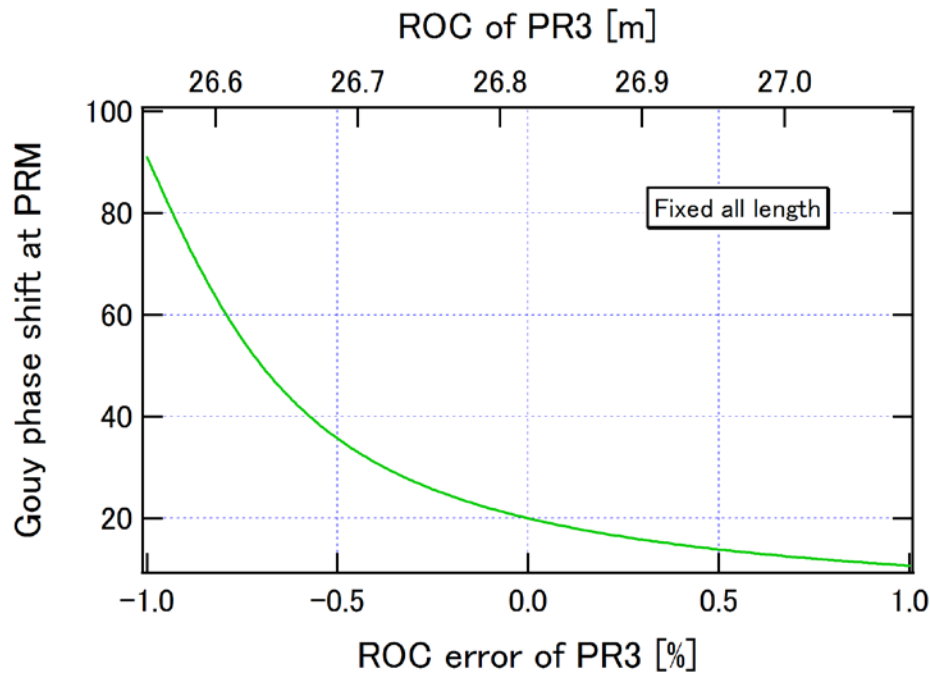
⇒ ROC±1%で、±2度程度の变化

PR2のROCに誤差が生じたときに、モードマッチを保つPRMのROC (ビーム曲率の変化)

・-3.11m付近で曲率の符号が反転



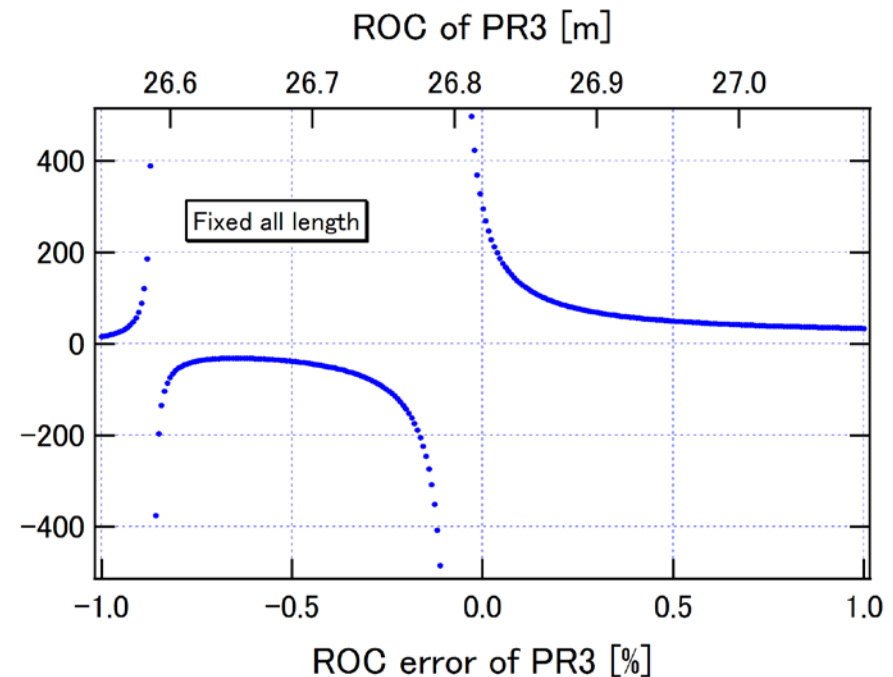
# ROC-Error effect of PR3



PR3のROCに誤差が生じたときに、PRMでのGouy phaseの回り方

80度も変化する

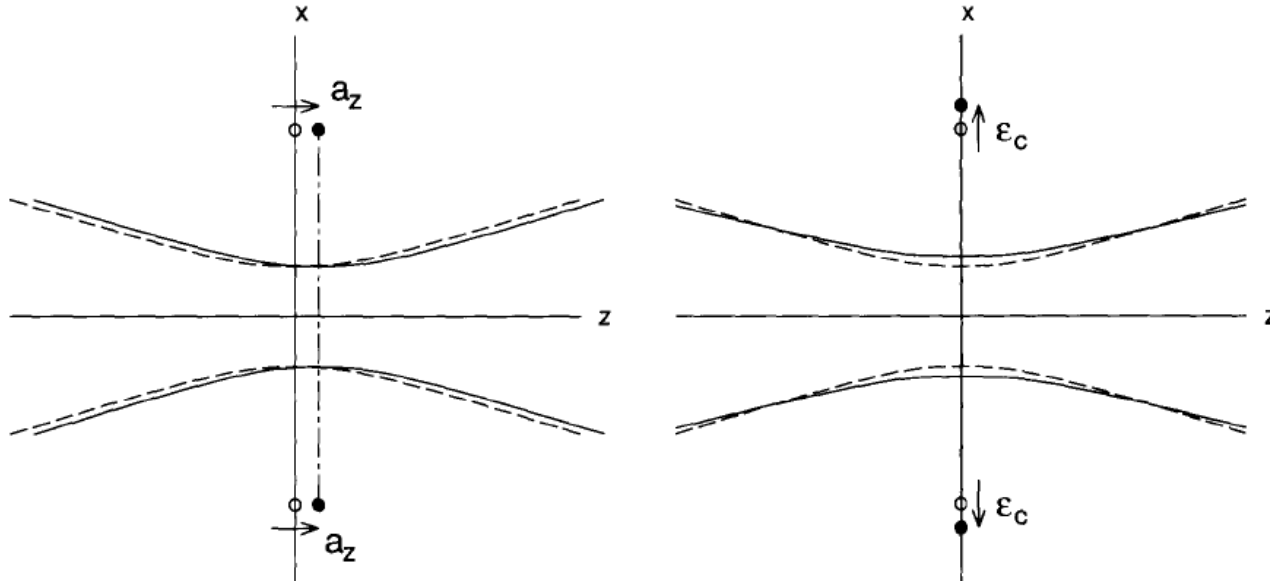
⇒ PR2の誤差に比べ、位相の変化が大きいのでより深刻



PR3のROCに誤差が生じたときに、モードマッチを保つPRMのROC (ビーム曲率の変化)

・26.6mと26.8m付近で曲率の符号が反転

# Mode Matching Factor



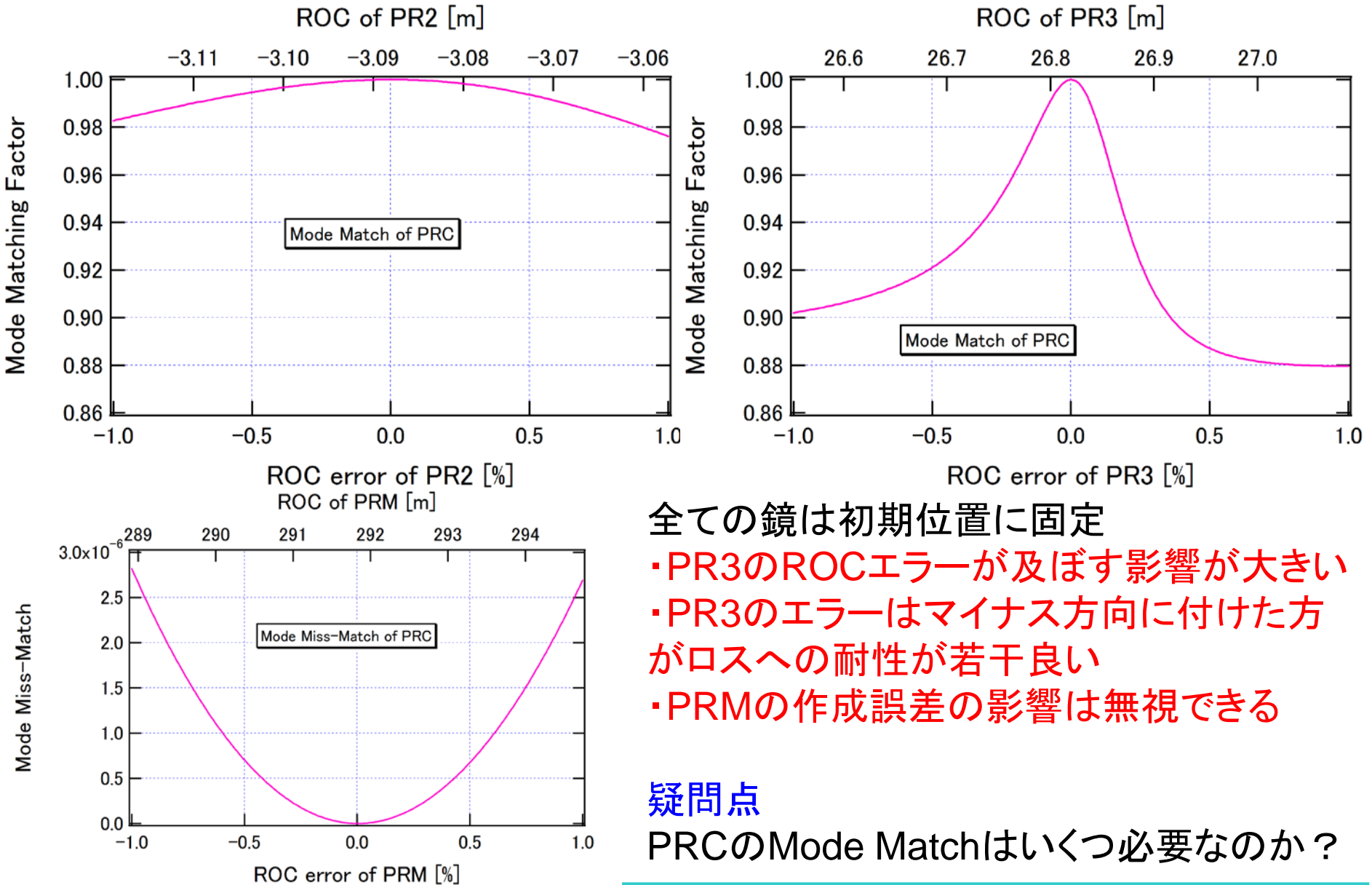
$$\langle \psi_{00}^{\text{LG}} | \hat{P}(a_z) \hat{S}(\epsilon_c) | \psi^{\text{FG}} \rangle = \frac{2z_R \sqrt{1 + \epsilon_c/z_R}}{2z_R + \epsilon_c + ia_z} \equiv MM$$

レイリーレンジ $Z_R$ とウェストのビーム径の一致具合

Mode matching factor の定義:  $MM^2$

Mode miss-match の定義:  $(1 - MM^2)$

# Mode Matching Factor of PRC



全ての鏡は初期位置に固定

- ・PR3のROCエラーが及ぼす影響が大きい
- ・PR3のエラーはマイナス方向に付けた方がロスへの耐性が若干良い
- ・PRMの作成誤差の影響は無視できる

疑問点

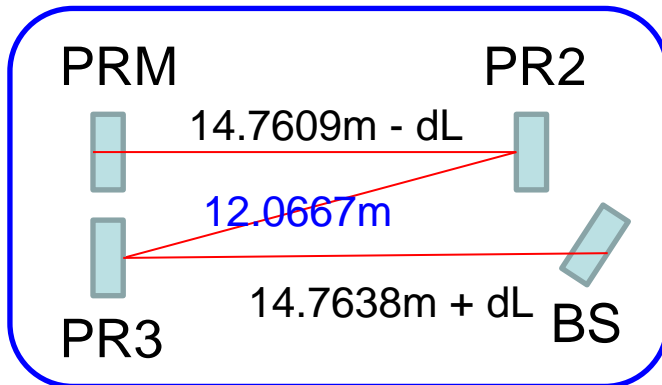
PRCのMode Matchはいくつ必要なのか？

# 鏡位置の変化パターン

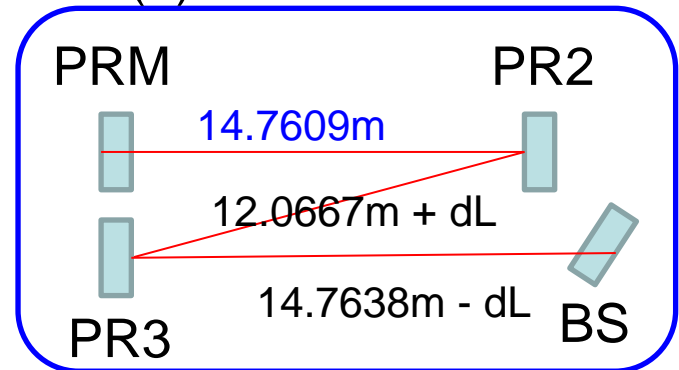
PR3の曲率誤差について、モードマッチの補正を鏡間の距離変化でおこなえるかを評価する

計算の簡略化のため、鏡間の距離の一つを固定。パターンは以下の3種類

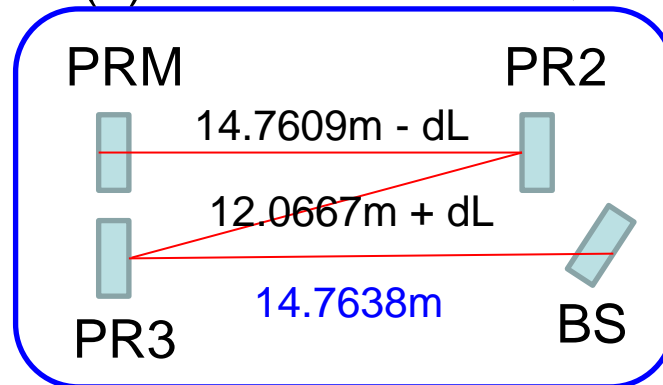
(1). PR2-PR3固定



(3). PRM-PR2固定

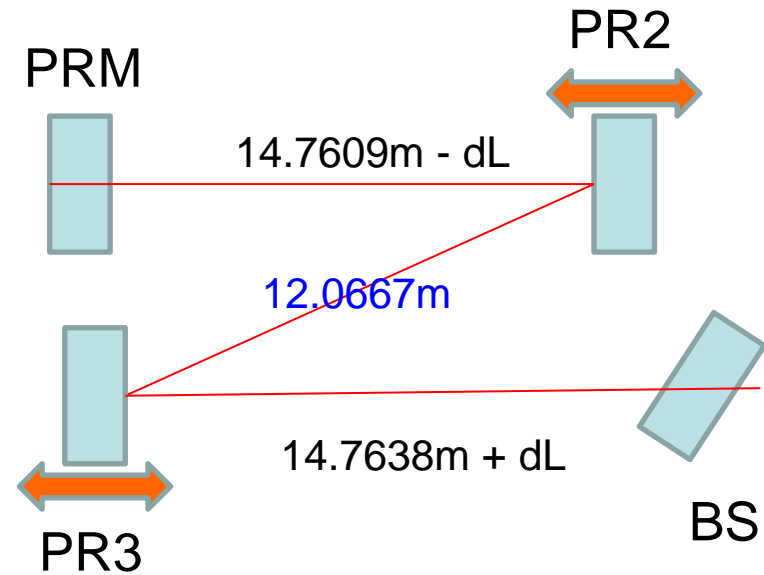
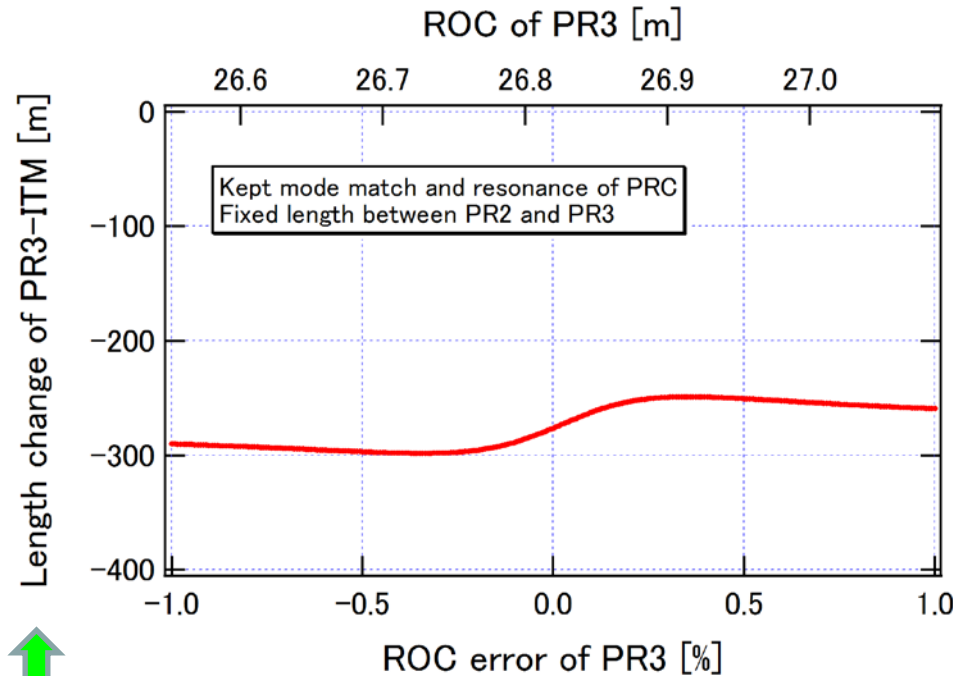


(2). PR3-ITM(BS)固定



# PR3 error cancel (1)

PRCの共振状態を保つために、PR3-ITM間の距離を変化させた場合  
(PRMでのビーム曲率:292mと、PRC全体長と、PR2-PR3間の距離は固定)



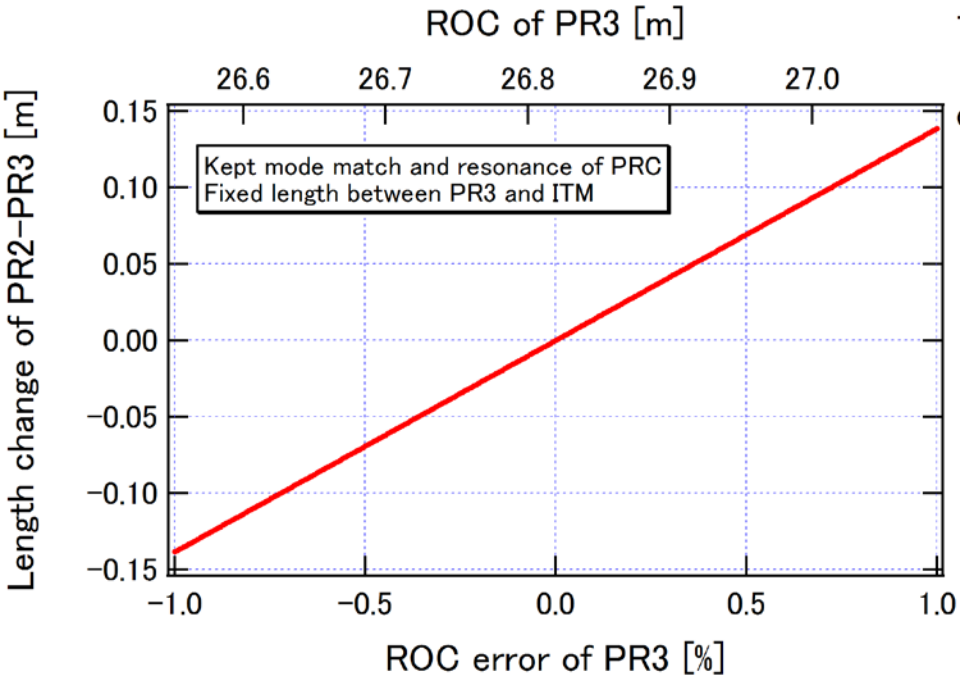
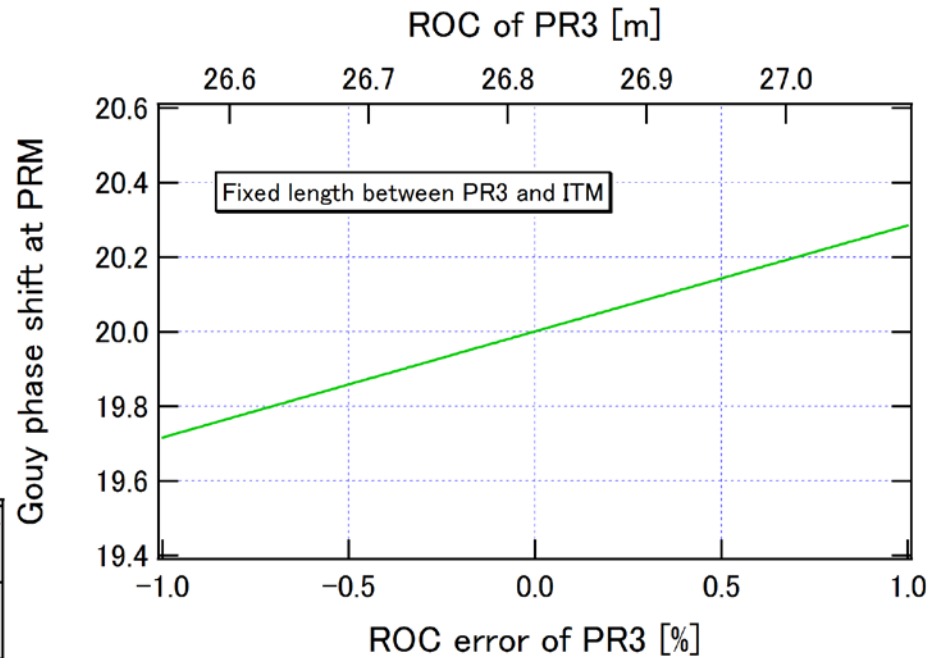
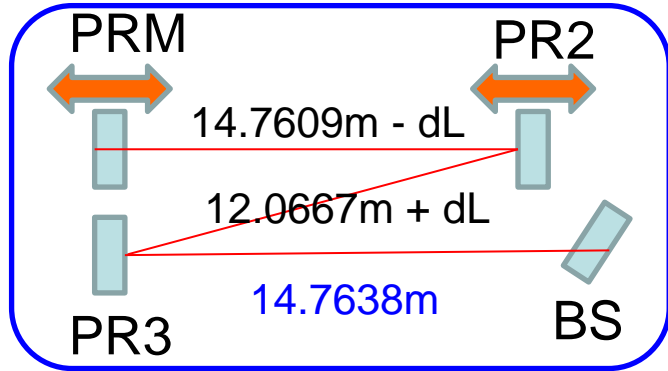
250~300m移動させる必要があり、無理！

⇒ レイリーレンジが長い部分で距離を変えるのは補正効率が悪い



# PR3 error cancel (2)

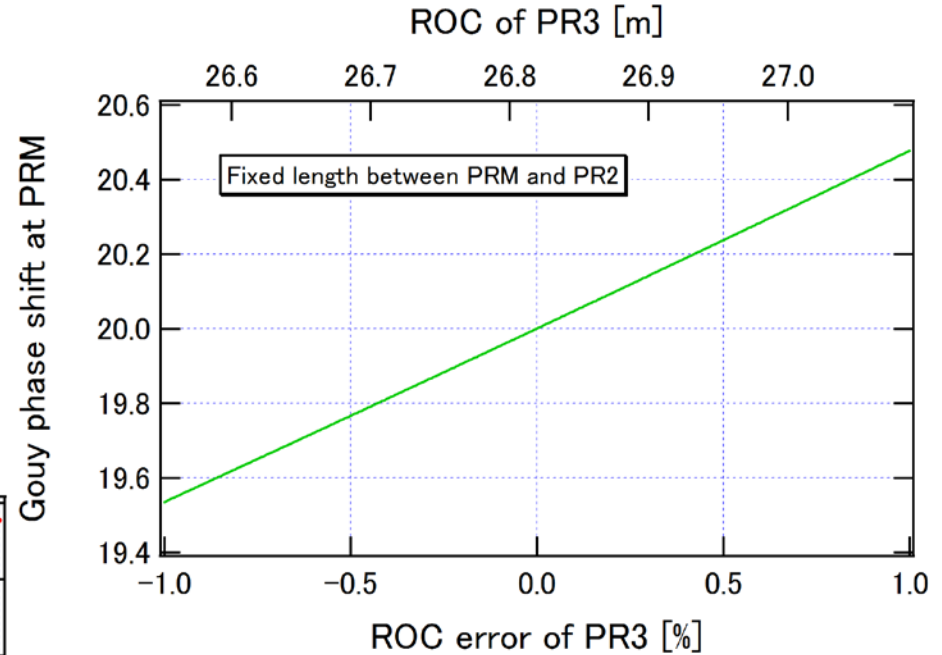
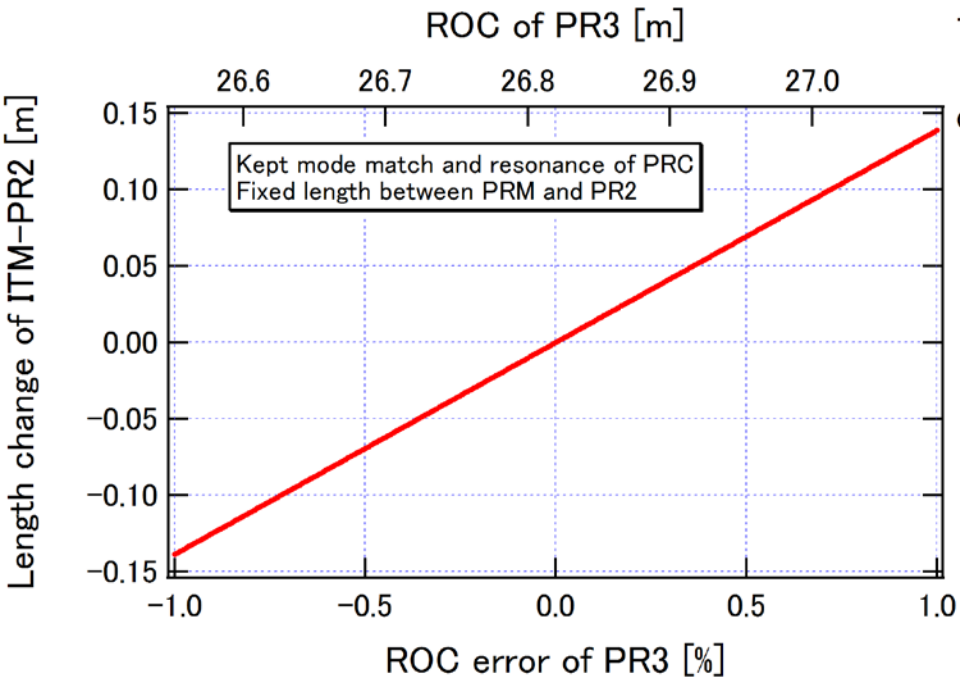
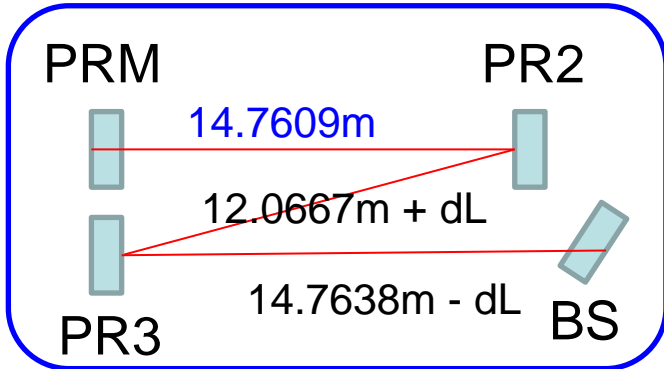
PRCの共振状態を保つために、PR2-PR3間の距離を変化させた場合  
 (PRMでのビーム曲率:292mと、PRC全体長と、PR3-ITM間の距離は固定)



- ・ ±1%の誤差に対しては約±14cmの移動でリカバーできる
- ・ そのときのGouy Phaseの変化は±0.3度程度
- ・ PR2-PR3間の距離を変えることが肝

# PR3 error cancel (3)

PRCの共振状態を保つために、PR2-PR3間の距離を変化させた場合  
 (PRMでのビーム曲率:292mと、PRC全体長と、PRM-PR2間の距離は固定)

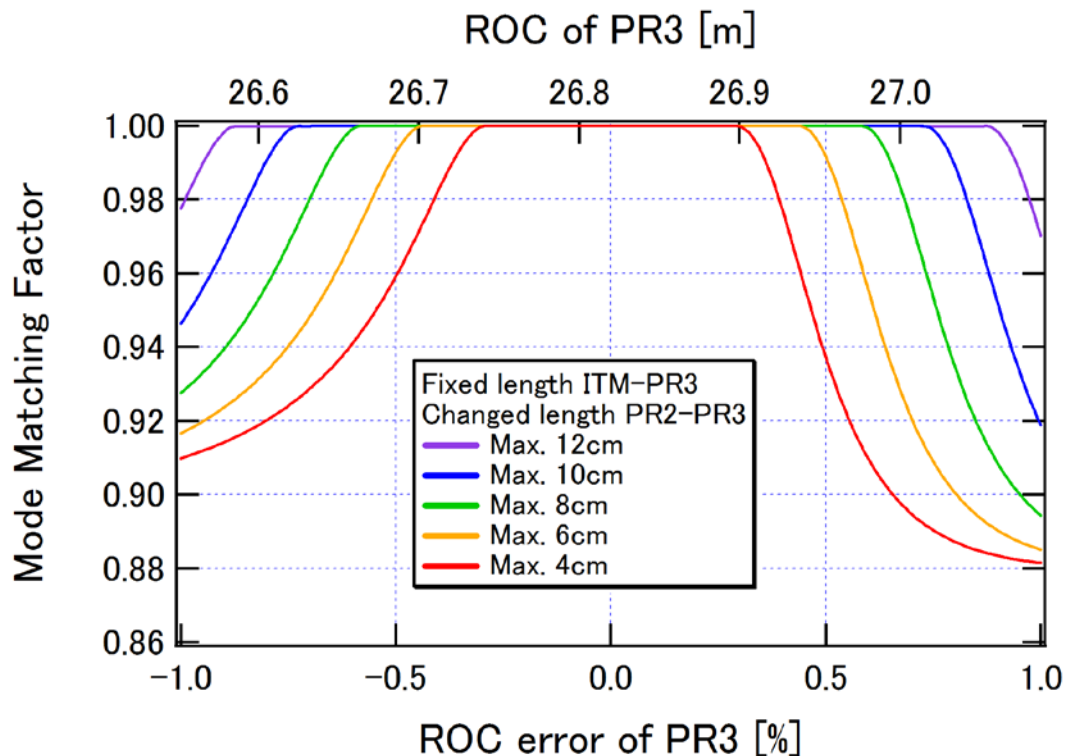
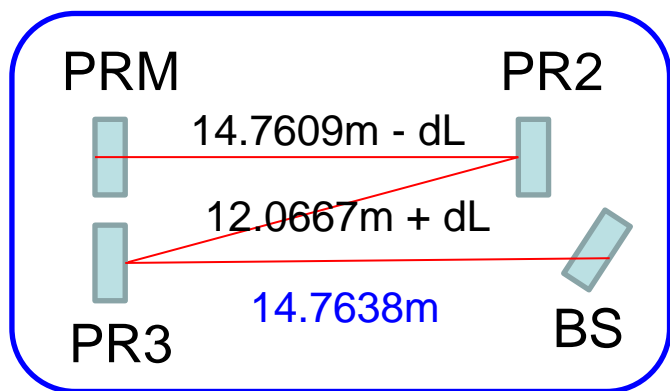


- ・ ±1%の誤差に対しては約±14cmの移動でリカバーできる
- ・ そのときのGouy Phaseの変化は±0.5度程度
- ・ 前ページ(2)とほぼ同じ結果

# Mode Matching Factor Correction

動かせる距離が限定された場合を考慮

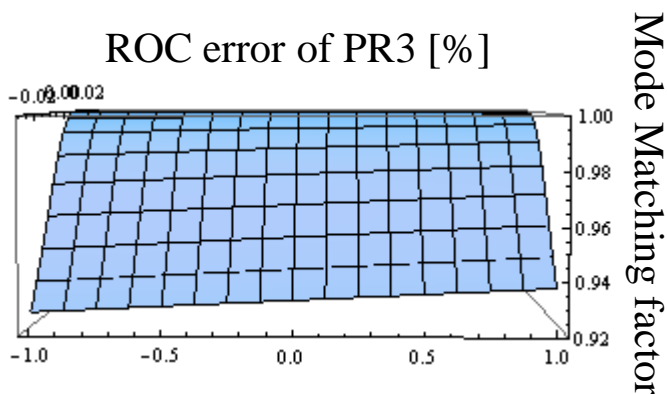
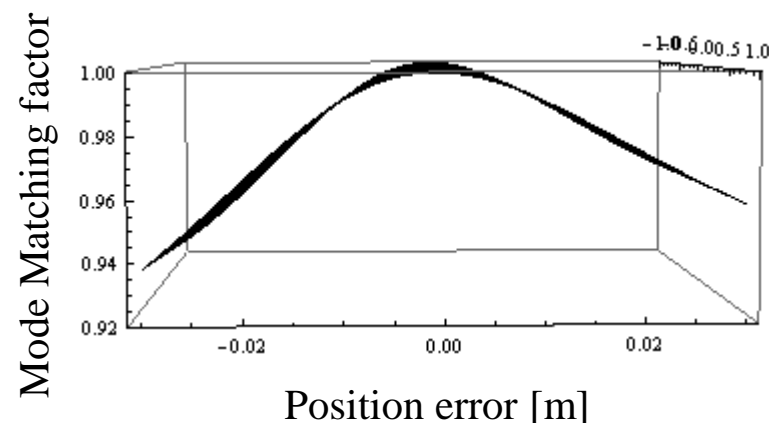
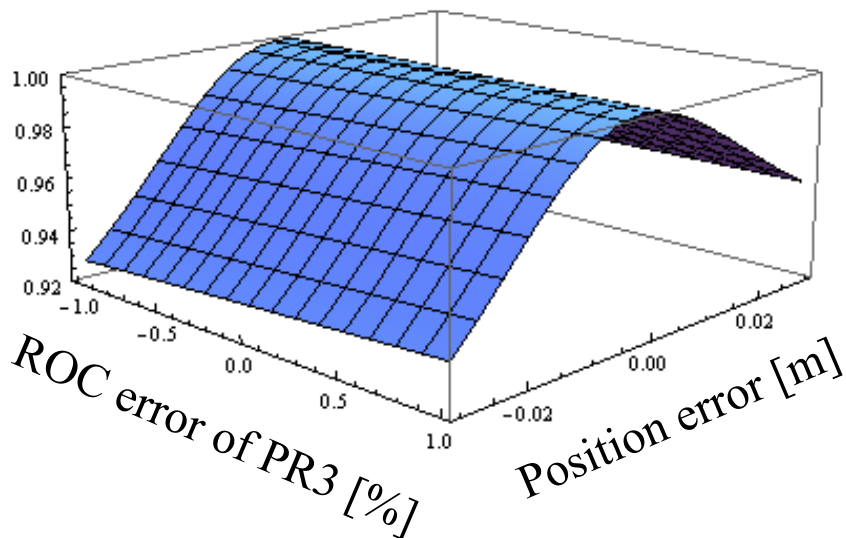
(2)の動かし方のとき



必要なMode Matchから、最低限動かすべき量が分かる

# Position Error Effect

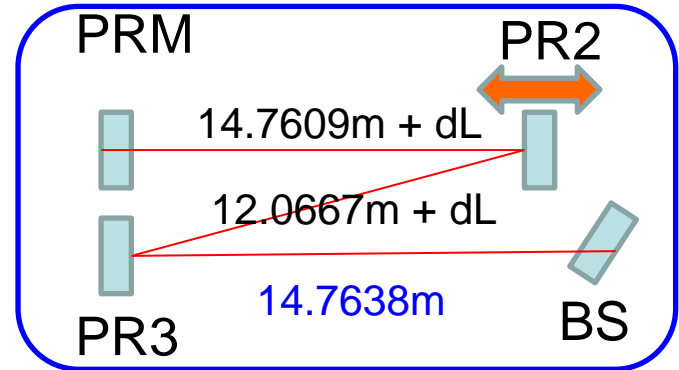
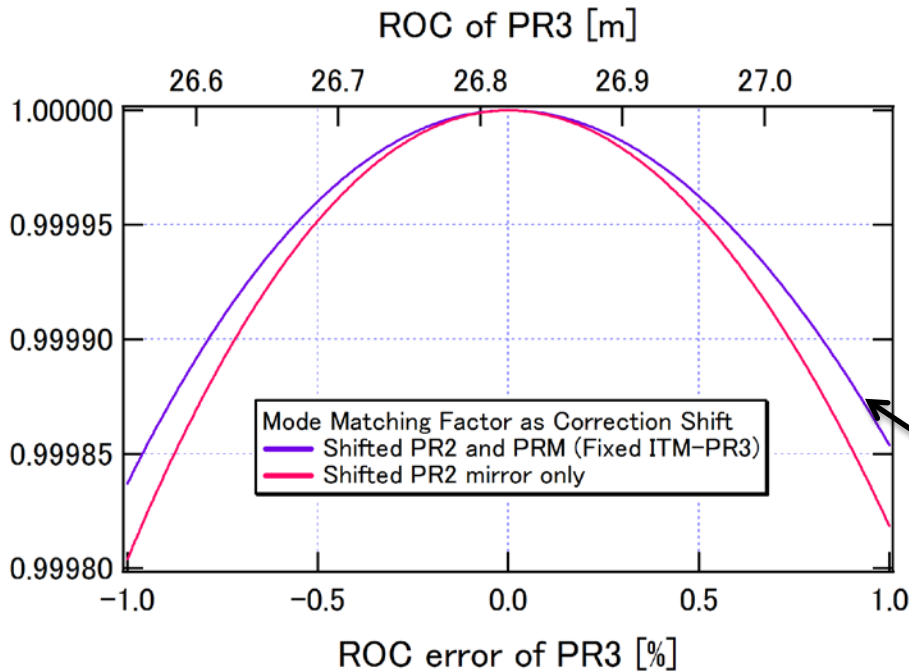
PR3の曲率補正のための鏡移動距離(2)にエラー(±3cm)が生じた場合



例えば±1cmの精度で鏡移動距離を合わせることができれば、Mode Matchは99%まで補正可能

# Correction Shift by PR2 only

PR2のみを動かした場合 (PRCの距離を $2dL$ だけ変える場合) を考える



(2)で補正した場合のMode Matchの変化との比較  
⇒ 影響の大部分はPR2-PR3間の距離を変えることなので、両者はほとんど同じ

PR3の曲率誤差を補正するための鏡位置の移動によるPRCの Mode Match は、 $10^{-4}$ オーダーでしか変化しない ⇒ PR2だけ動かしてもMode Matchは問題無し

## 疑問

PRCの距離が変化する影響で他に問題は出ないか？

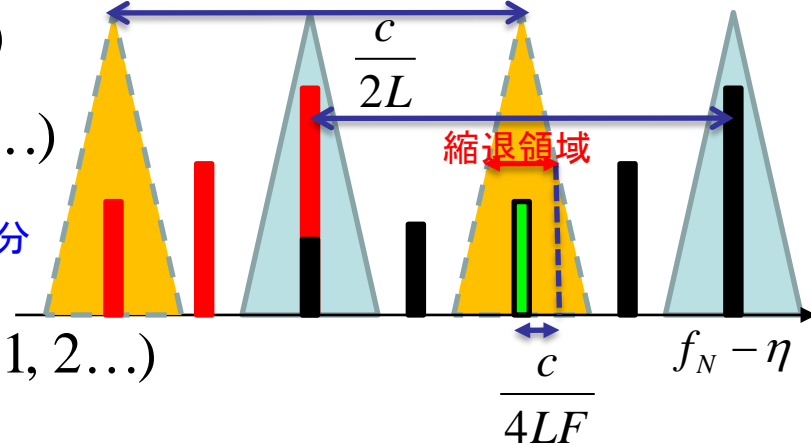
# PRC Degeneracy with Higher Mode

高次モードの共振条件を位相で見た場合(片道)

$$k_0 L - (n + m + 1)\eta = \frac{\pi}{2} + N\pi \quad (N = 0, 1, 2, \dots)$$

周波数で考えると(片道)

$$f_N - \frac{c}{2\pi L} (n + m + 1)\eta = \frac{c}{2L} \left( N + \frac{1}{2} \right) \quad (N = 0, 1, 2, \dots)$$



高次モードの項がFSRの半分だけ離れたところに存在し、それが基本モードの半値幅の中に入ると縮退する。  
 フィネスFのキャビティで高次モードが縮退する条件は

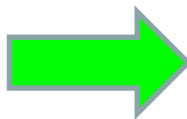
$$\frac{c}{2\pi L} (n + m)\eta = \frac{c}{4L} \pm \frac{c}{4LF}$$

- $k_0$ : レーザーの波数
- $L$ : Cavity length
- $\eta$ : Gouy phase shift (one way)
- $n, m$ : HG高次モードの次数
- $F$ : Finesse

Astigmatismの効果も加えると、Gouy phase  $\eta$  に差が生じるので、

Tangential面:  $f_{ix} = f_i \times \cos \phi_i$

Sagittal面:  $f_{iy} = f_i / \cos \phi_i$



$\eta_x$

$\eta_y$

$f$ : Focus length

$\phi$ : Folding angle

$i$ : PR2 or PR3

$$n\eta_x + m\eta_y = \frac{\pi}{2} \pm \frac{\pi}{2F}$$

# Degeneracy with Higher Mode

$$n\eta_x + m\eta_y = \frac{\pi}{2} \pm \frac{\pi}{2F} \text{ and } \frac{3\pi}{2} \pm \frac{\pi}{2F} \Rightarrow 1.41 \sim 1.73 \\ 4.56 \sim 4.87$$

$$\phi = 0.6292^\circ = 0.011 [\text{rad}] \\ F = 10, \quad \eta \approx 20^\circ$$

n \ m	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	0.00	0.35	0.69	1.04	1.39	1.74	2.08	2.43	2.78	3.13	3.47
1	0.35	0.70	1.05	1.39	1.74	2.09	2.44	2.78	3.13	3.48	3.82
2	0.70	1.05	1.40	1.74	2.09	2.44	2.79	3.13	3.48	3.83	4.18
3	1.05	1.40	1.75	2.09	2.44	2.79	3.14	3.48	3.83	4.18	4.53
4	1.40	1.75	2.10	2.45	2.79	3.14	3.49	3.83	4.18	4.53	4.88
5	1.75	2.10	2.45	2.80	3.14	3.49	3.84	4.19	4.53	4.88	5.23
6	2.10	2.45	2.80	3.15	3.49	3.84	4.19	4.54	4.88	5.23	5.58
7	2.46	2.80	3.15	3.50	3.85	4.19	4.54	4.89	5.23	5.58	5.93
8	2.81	3.15	3.50	3.85	4.20	4.54	4.89	5.24	5.59	5.93	6.28
9	3.16	3.50	3.85	4.20	4.55	4.89	5.24	5.59	5.94	6.28	6.63

(n+m)<10の範囲では、(n+m) = 4 と 5 のモードのちょうど間にあり、縮退しない！

$\eta \sim 20^\circ$  というのが重要  $\Rightarrow \eta = 20.2^\circ$  から4次が縮退し始め、 $22.5^\circ$  で最大

$\eta = 19.8^\circ$  から5次が縮退し始め、 $18^\circ$  で最大

PR3のROC誤差補正(p.11&12)を行っても、4 or 5次の縮退は生じる可能性あり  
 そもそも $\eta$ を1度以内で合わせることが困難と思われる


$\phi = 0.6292^\circ$  なら、PRCの共振幅の範囲で同じ次数のモード(n+m)は分離しない

# Folding Angle and HOM

Folding angleを変化させたときに、高次モードの縮退がどうなるかを計算

(n+m) = 4 が縮退するときの角度


(n, m)	(4, 0)	(3, 1)	(2, 2)	(1, 3)
(degree)	3.01	3.81	5.23	7.30

  $\frac{\pi}{2} \pm \frac{\pi}{2F}$  の条件での最小角

1.00°

(n+m) = 3 が縮退するときの角度

(n, m)	(3, 0)	(2, 1)	(1, 2)
(degree)	5.22	6.28	7.83

  $\frac{\pi}{2} \pm \frac{\pi}{2F}$  の条件での最小角

4.60°

Tangential面の高次成分nの次数が増えると、Astigmatismの影響が大きくなる  
⇒ 小さな角度でも縮退が生じる

Folding angleに、1.00° 以上の角度を付けると、(n+m)=4が縮退し始める  
4.60° 以上の角度を付けると、ひとつ低次の(n+m)=3が縮退し始める

Folding angle 1.00° は、鏡の曲率のXY方向の違いにすると0.03%

Folding angle 4.60° は、鏡の曲率のXY方向の違いにすると0.6%

⇒ 作成誤差の方が影響が大きい?

$$f_{ix} = f_i \times \cos \phi_i$$

$$f_{iy} = f_i / \cos \phi_i$$



# まとめ

- パラメータを更新 (ver. 2011-05, Cavity ROC 1.6km-1.9km)
  - PR2のROC作成誤差(1%)によってMode Matchは98%まで落ちる
  - PR3のROC作成誤差(1%)によってMode Matchは88%まで落ちる
- 全て発注後PR3のROCに作成誤差が生じた場合
  - PR2-PR3間の距離を固定した場合はモードマッチの補正が出来ない
  - **±1%の誤差に対してはPR2-PR3間の距離移動±14cm程度**でモードマッチ補正ができる。そのときGouy phaseの変化は少ない(0.3度-0.5度)
  - 補正のための鏡移動距離に誤差が生じた場合、**誤差±3cmでMode Match 93%, 誤差±1cmでMode Match 99%まで落ちる**
  - **PR2 か PR3 のどちらか一方のみ**動かしてもMode Matchで問題はない
- 高次モードとの縮退
  - フィネス10、Folding angle  $0.6292^\circ$  のとき、PRCでは**縮退は無い**
  - Folding angleを $1^\circ$  以上にすると4次が、 $4.6^\circ$  以上で3次のモードが縮退し始める

**結論: Cavity ROCがFlat-7kmのときとほぼ同じ結果**

**⇒ PR3の作成誤差(±1%)は14cm程度の鏡距離移動(移動精度: ±1cm)でPRCのMode Matchを99%以上に回復できる。**