

---

# Folding PRC の曲率誤差回避 (Flat-7km cavityの場合)

Kazuhiro Agatsuma, Chen Dan

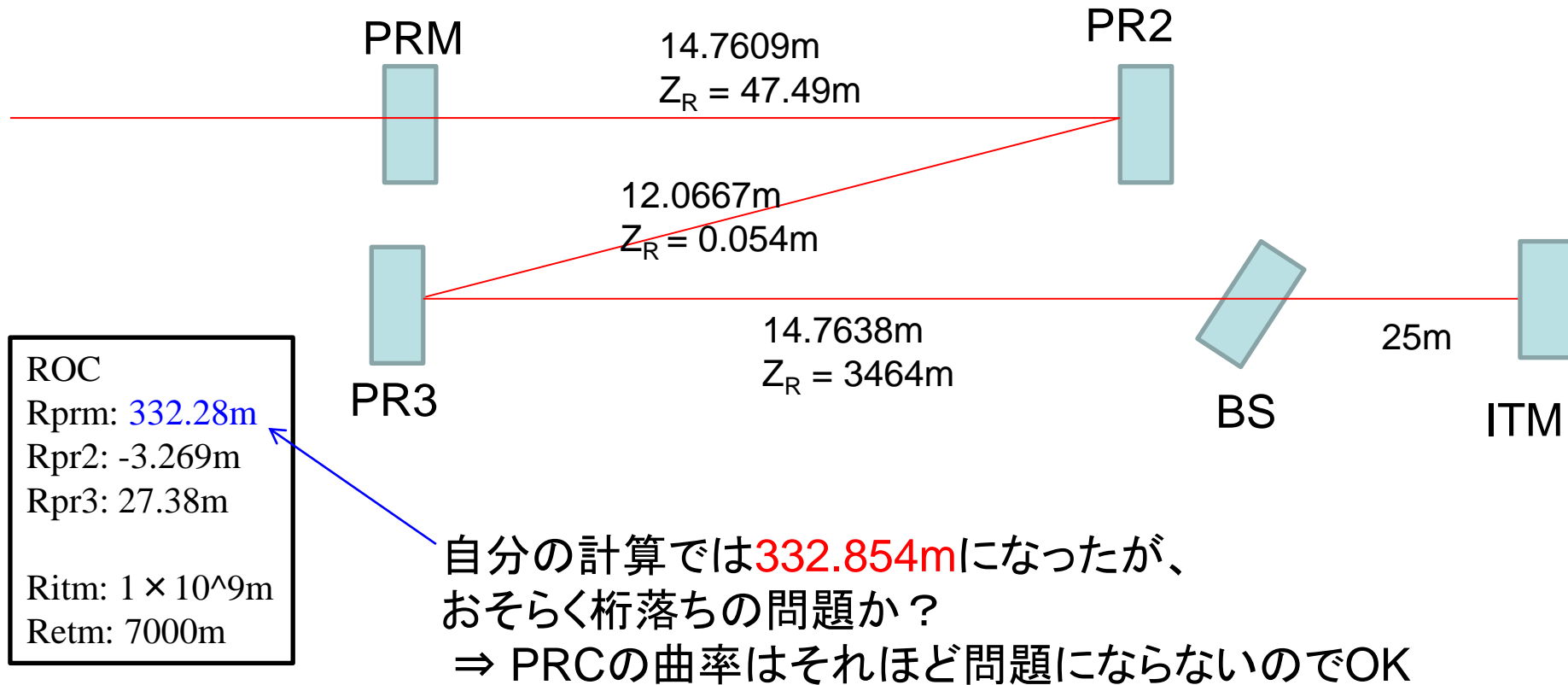
---

## PRCのROCに作成誤差が生じたときにそれを回避するための資料

- PRC全体の距離を固定して、PR2とPR3に作成誤差が入った場合のGouy phaseの回り方、モードマッチを保つためのPRMの曲率半径、モードマッチング係数を計算した
- **PR3**のROCに作成誤差が生じたときに、PRC鏡間の距離変化でそのモードマッチ誤差をキャンセル出来るかを計算した。

# Default values of PRC

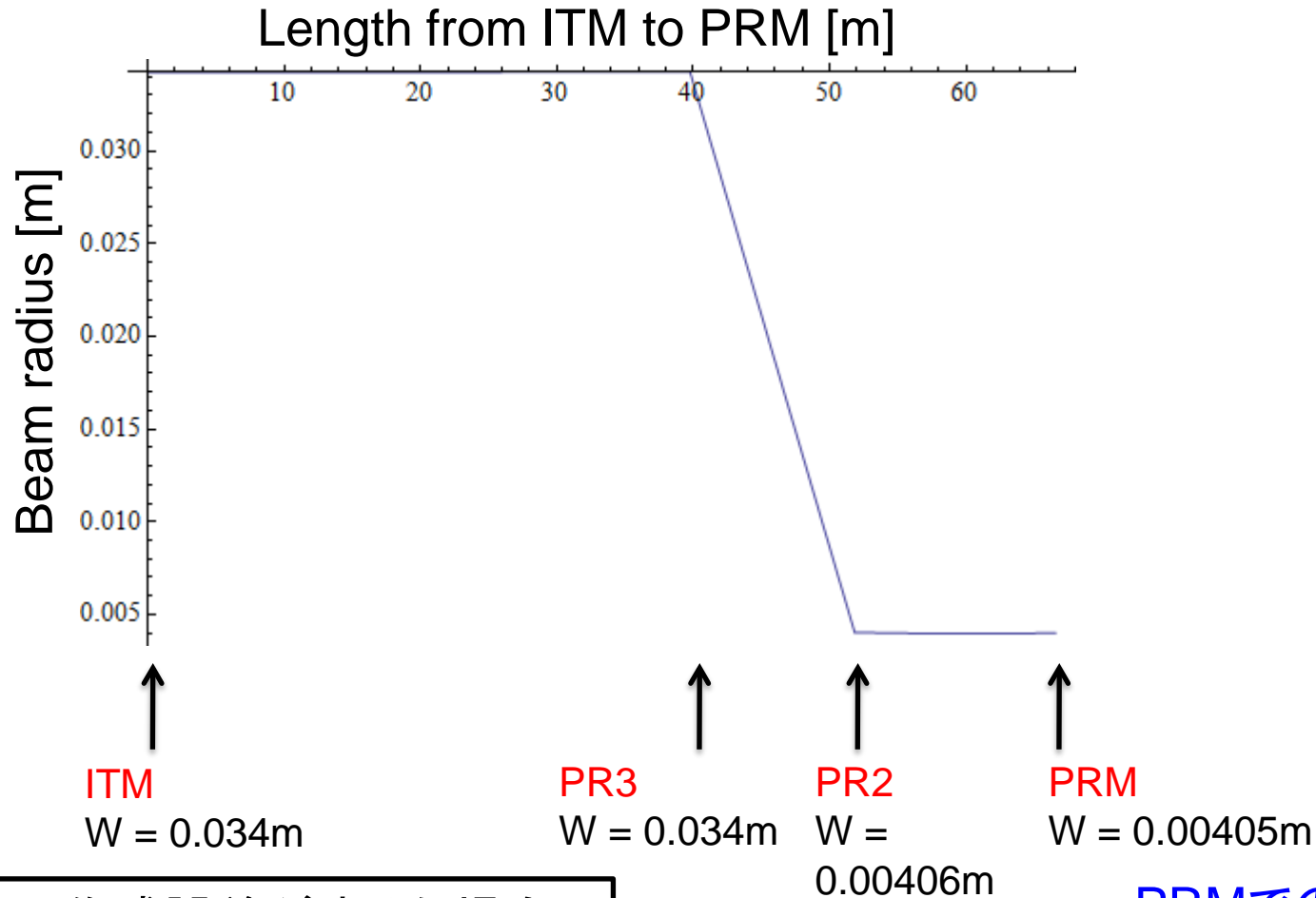
腕共振器のモードから始めて、PR3 ⇒ PR2 ⇒ PRMとビームを伝搬させて計算



Parameters are referred to

<http://gw.icrr.u-tokyo.ac.jp/JGWwiki/LCGT/subgroup/ifo/MIF/OptParam> (ver. 2011-04-19)

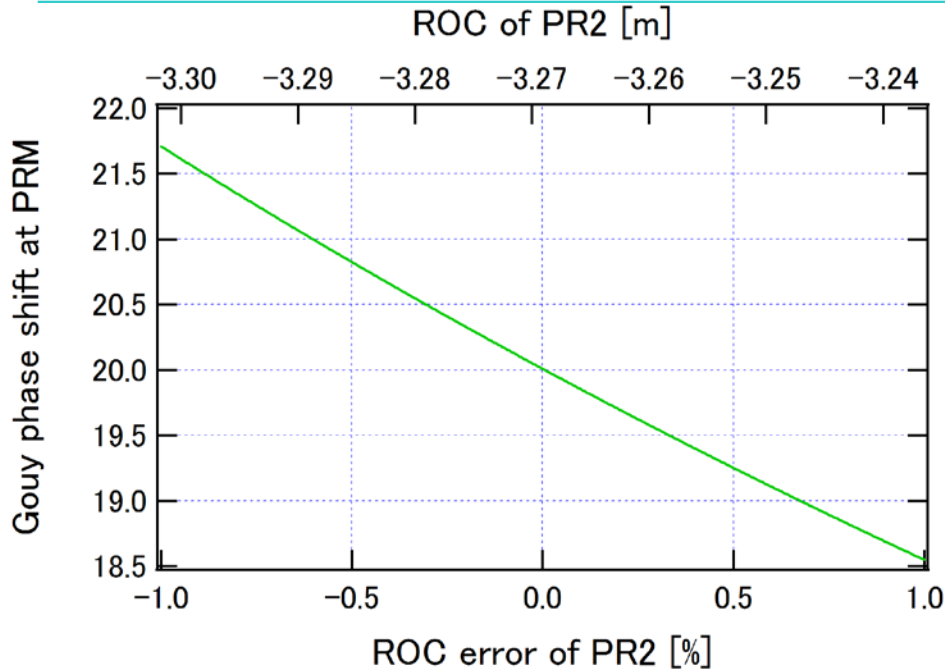
# Beam profile on the default



鏡の曲率に作成誤差が生じた場合、  
(1)Gouy Phase変化量が変わる  
(2)PRMの最適曲率が変わる  
(3)Mode Miss-Matchが生じる

PRMでのビーム半径は約4mmで、熱レンズ効果はクリア

# ROC-Error effect of PR2

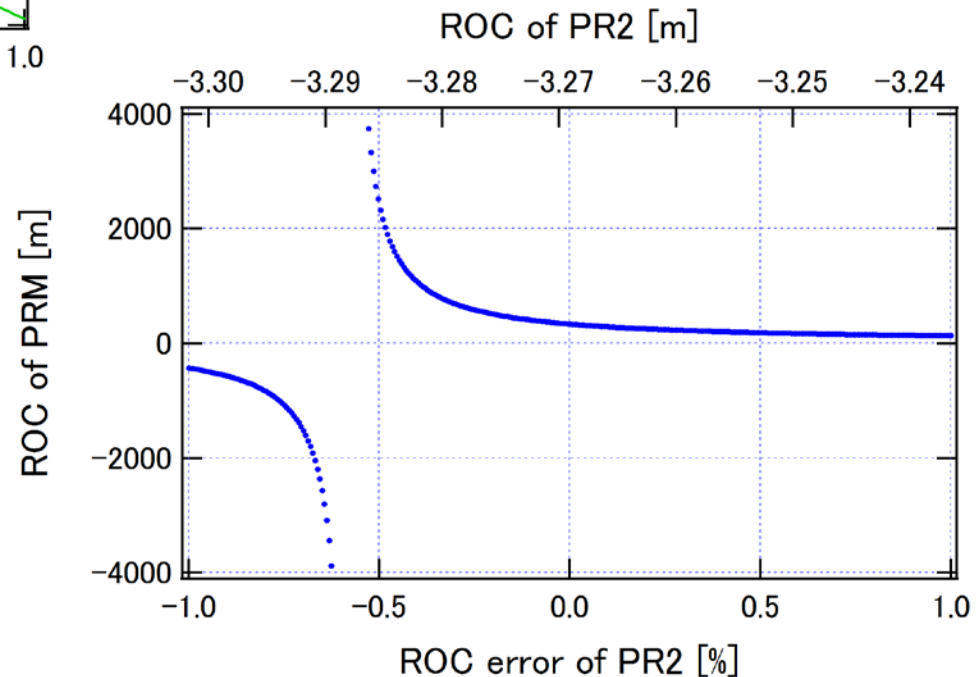


PR2のROCに誤差が生じたときに、PRMでのGouy phaseの回り方

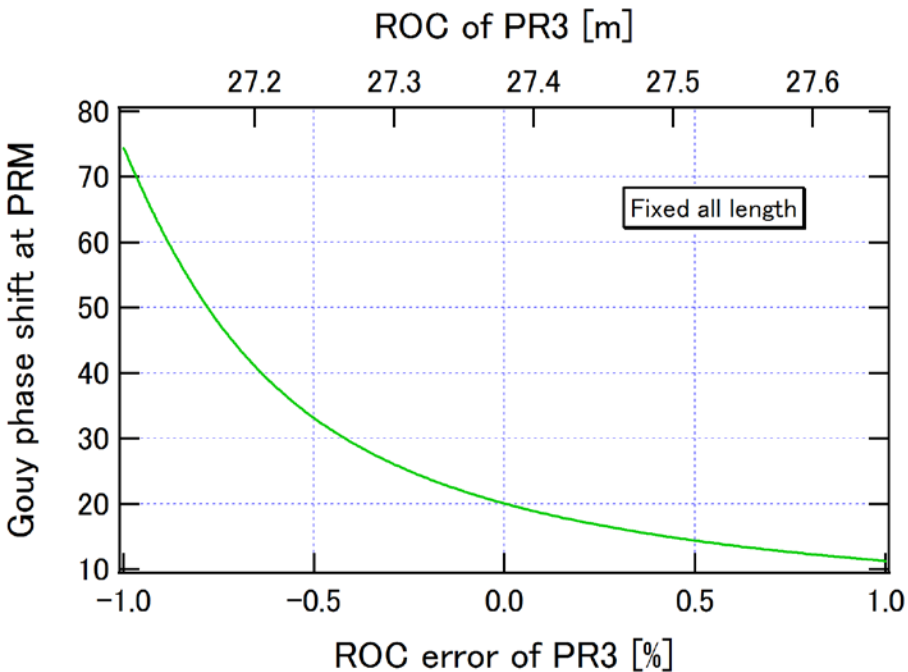
⇒ ROC±1%で、±2度程度の变化

PR2のROCに誤差が生じたときに、モードマッチを保つPRMのROC (ビーム曲率の変化)

▪ -3.29m付近で曲率の符号が反転



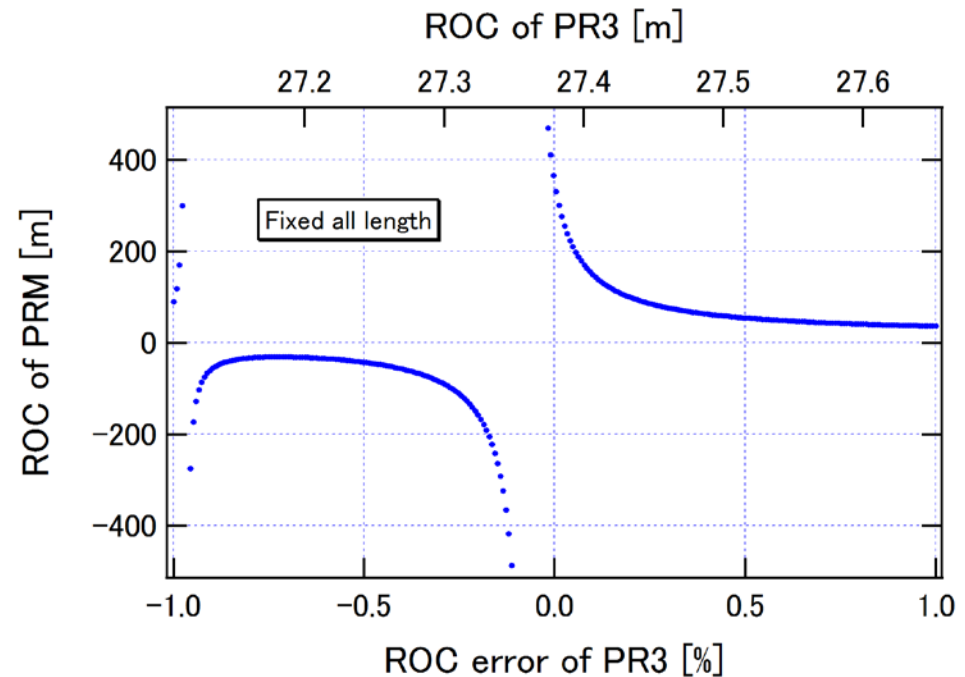
# ROC-Error effect of PR3



PR3のROCに誤差が生じたときに、PRMでのGouy phaseの回り方

60度も変化する

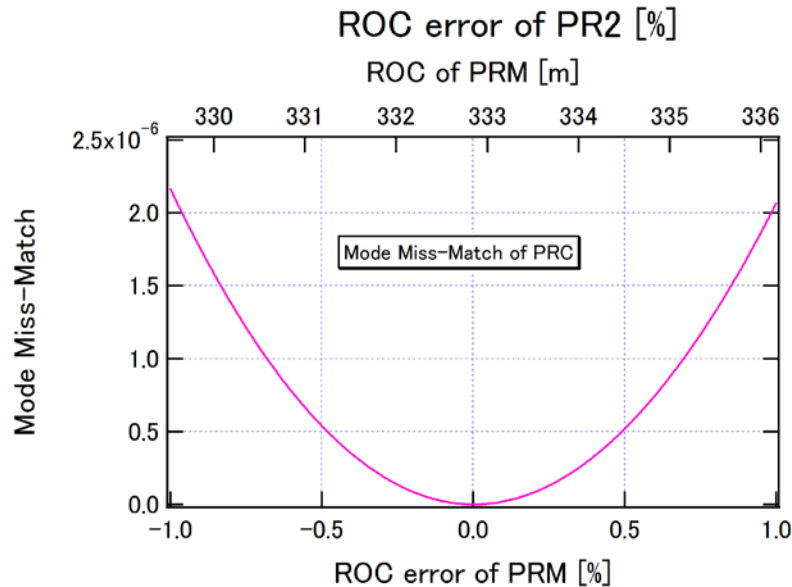
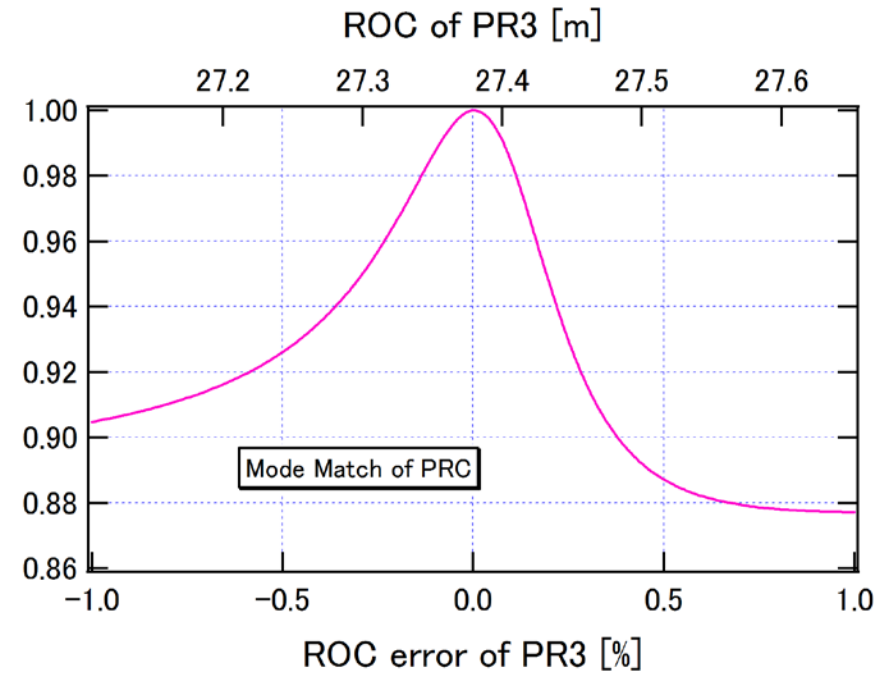
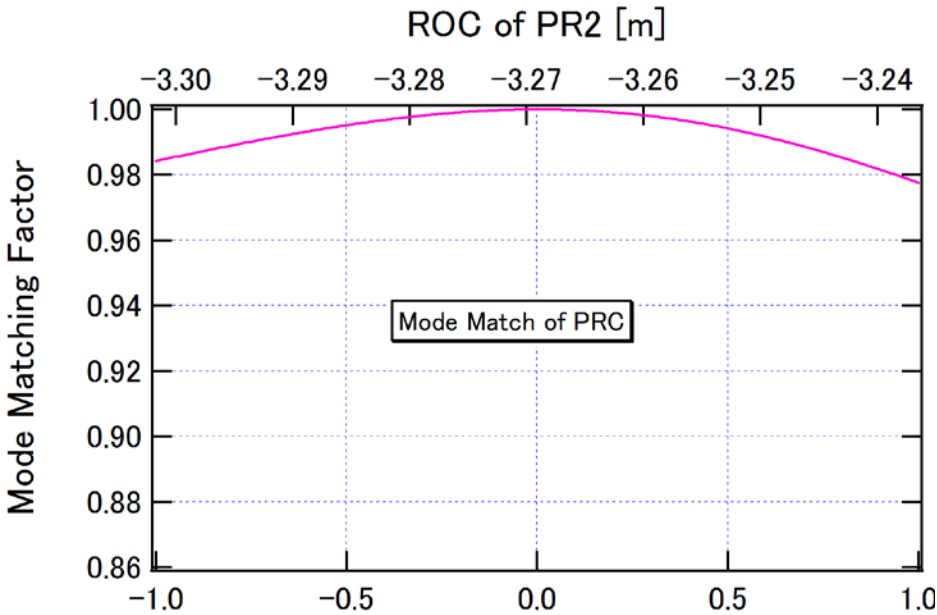
⇒ PR2の誤差に比べ、位相の変化が大きいのでより深刻



PR3のROCに誤差が生じたときに、モードマッチを保つPRMのROC (ビーム曲率の変化)

・27.35m付近と27.1m付近で曲率の符号が反転。

# Mode Matching Factor of PRC



全ての鏡は初期位置に固定

- ・PR3のROCエラーが及ぼす影響が大きい
- ・PRMの作成誤差の影響は無視できる

疑問点

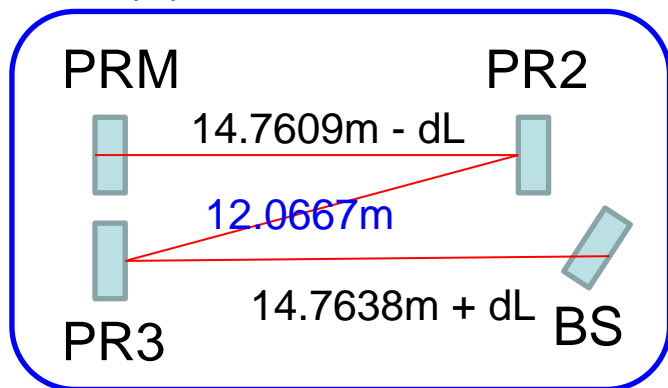
PRCのMode Matchはいくつ必要なのか？

# 鏡位置の変化パターン

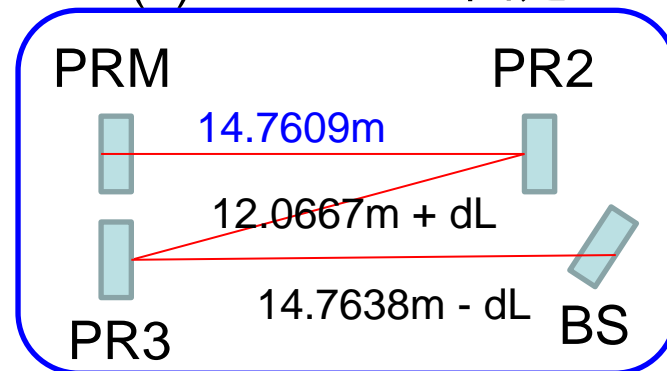
PR3の曲率誤差について、モードマッチの補正を鏡間の距離変化でおこなえるかを評価する

計算の簡略化のため、鏡間の距離の一つを固定。パターンは以下の3種類

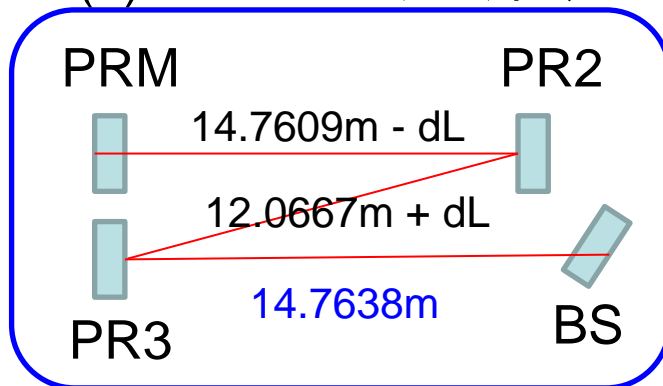
(1). PR2-PR3固定



(3). PRM-PR2固定



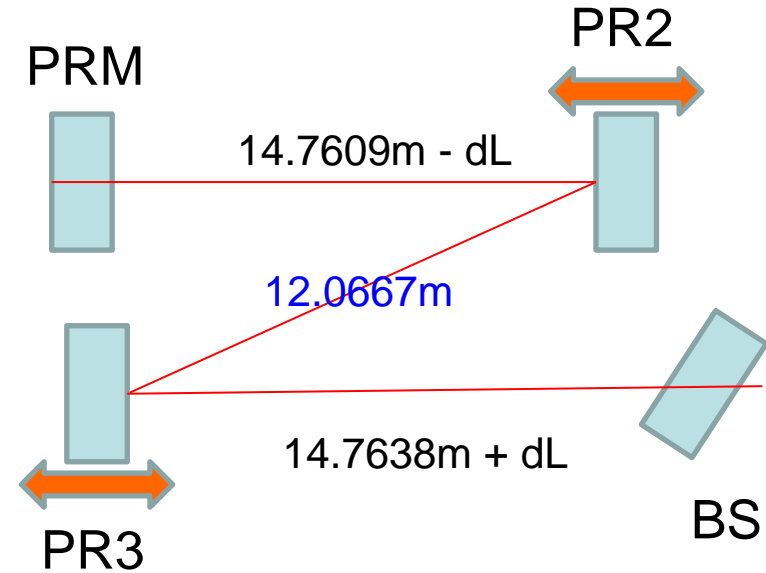
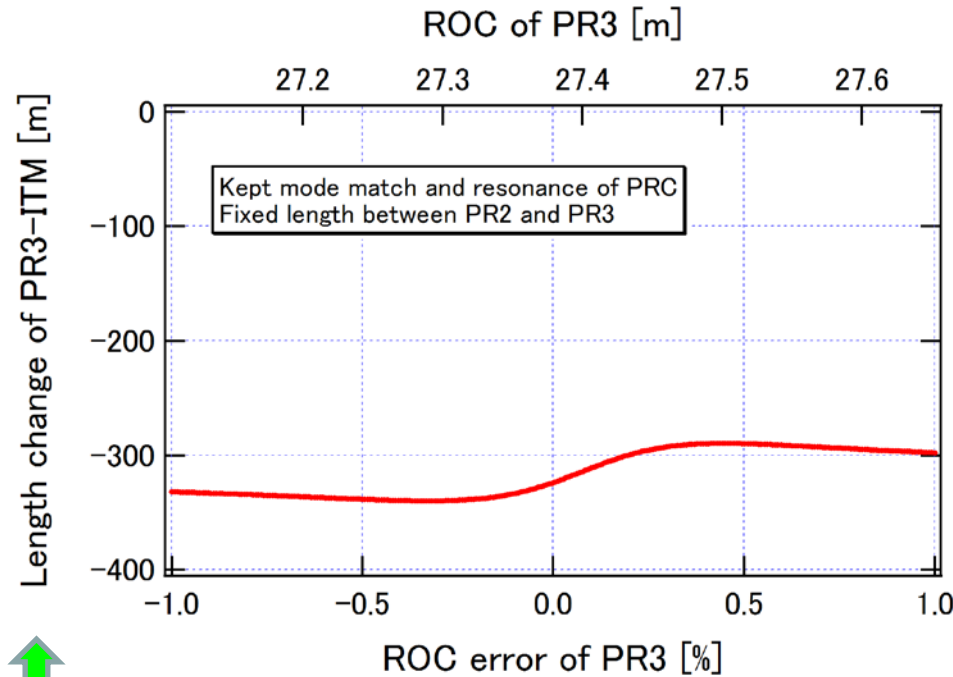
(2). PR3-ITM(BS)固定





# PR3 error cancel (1)

PRCの共振状態を保つために、PR3-ITM間の距離を変化させた場合  
(PRMでのビーム曲率:332.854mと、PRC全体長と、PR2-PR3間の距離は固定)

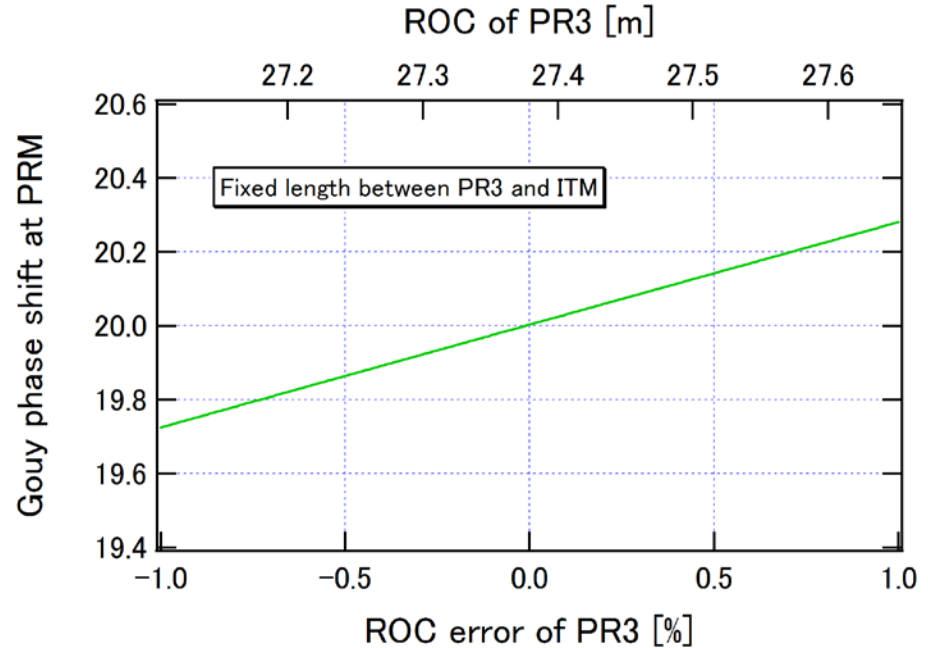
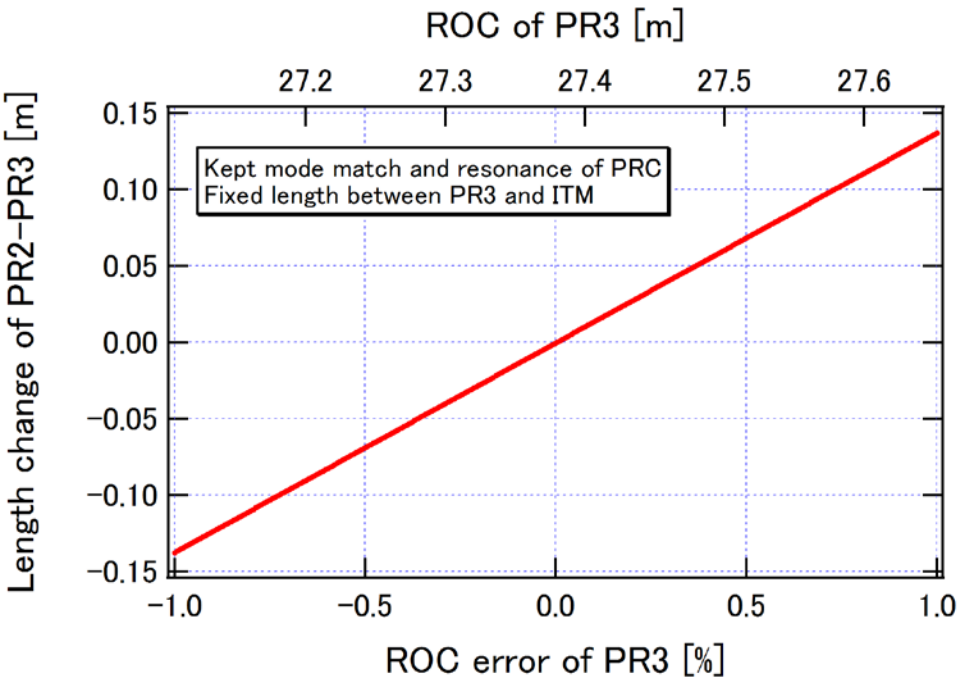
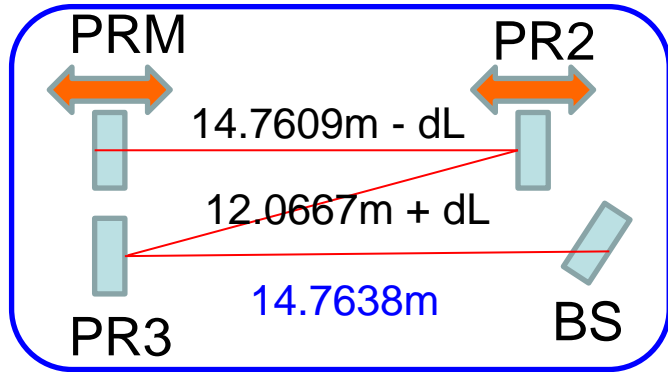


300~400m移動させる必要があり、無理！

⇒ レイリーレンジが長い部分で距離を変えるのは補正効率が悪い

# PR3 error cancel (2)

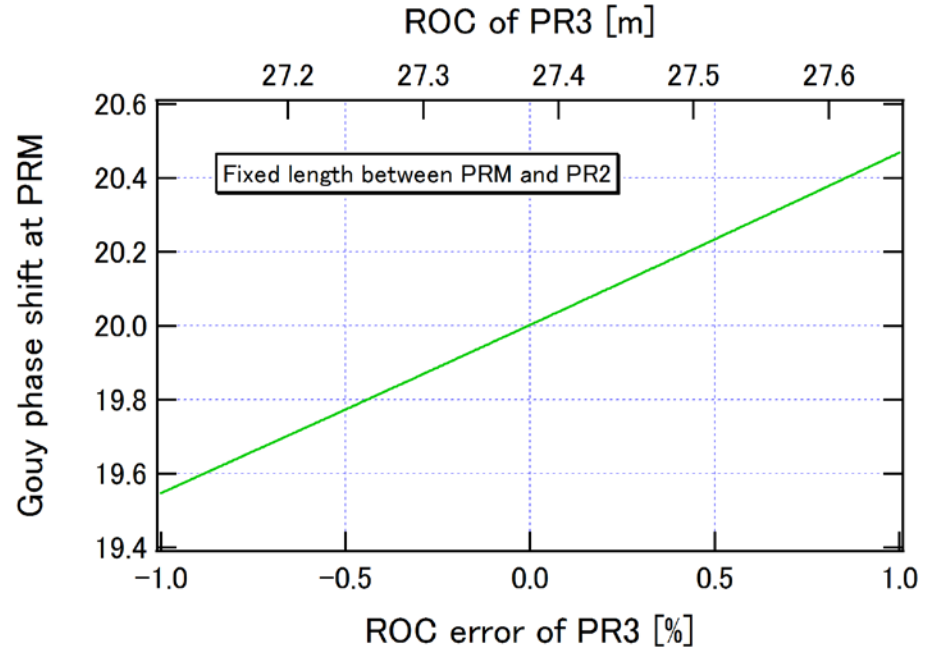
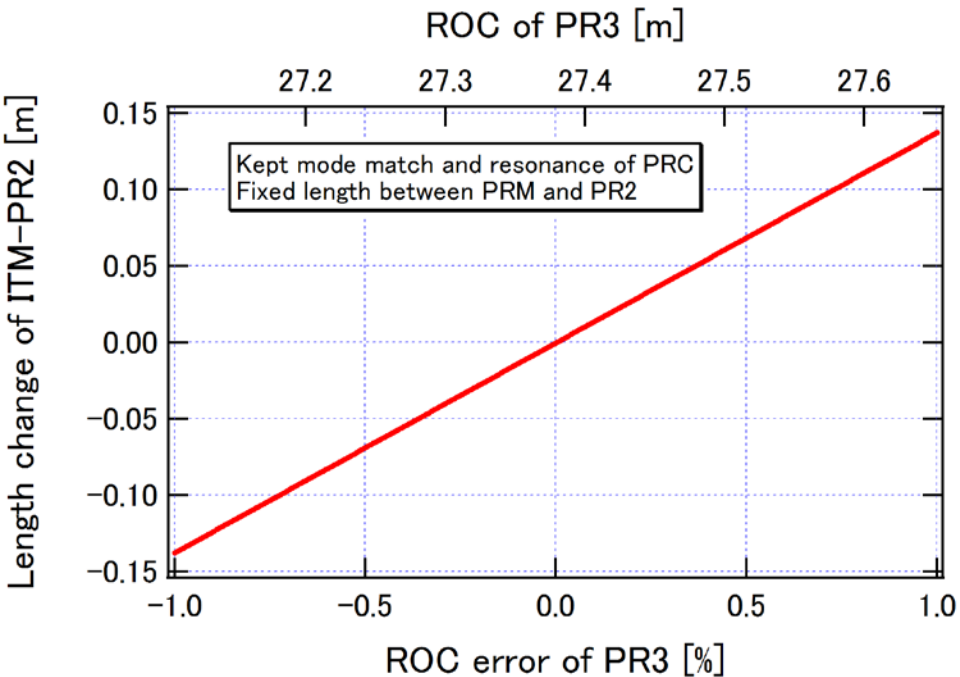
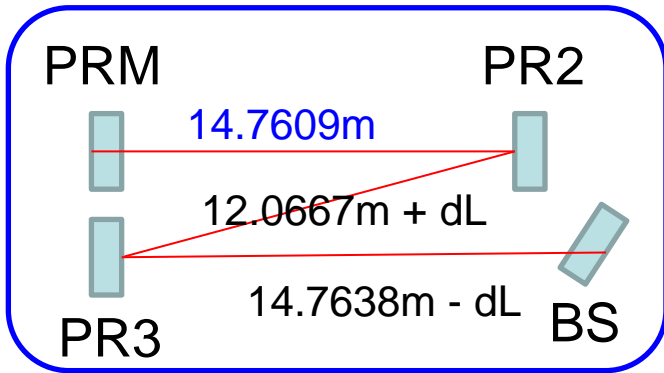
PRCの共振状態を保つために、PR2-PR3間の距離を変化させた場合  
 (PRMでのビーム曲率:332.854mと、PRC全体長と、PR3-ITM間の距離は固定)



- ・ ±1%の誤差に対しては約±14cmの移動でカバーできる。
- ⇒ 陳タン氏の計算(後述)とほぼ一致
- ・ そのときのGouy Phaseの変化は±0.3度程度なので問題無い。
- ・ PR2-PR3間の距離を変えることが肝

# PR3 error cancel (3)

PRCの共振状態を保つために、PR2-PR3間の距離を変化させた場合  
 (PRMでのビーム曲率:358.106mと、PRC全体長と、PRM-PR2間の距離は固定)

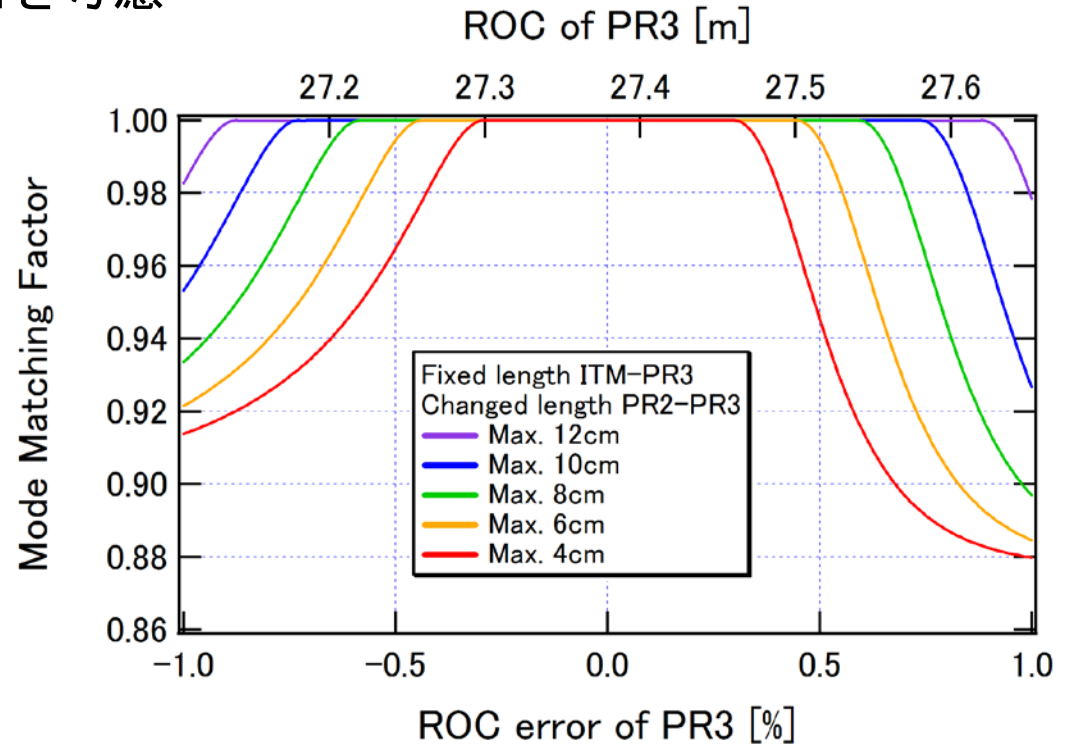
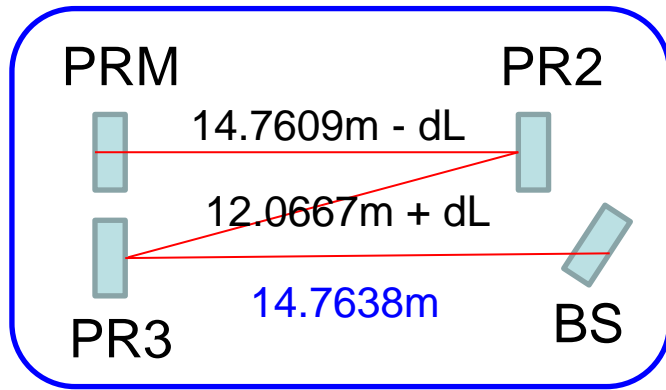


- ・ ±1%の誤差に対しては約±14cmの移動でカバーできる。
- ⇒ 陳タン氏の計算(後述)とほぼ一致
- ・ そのときのGouy Phaseの変化は±0.5度程度なので問題無い。
- ・ 前ページ(2)とほぼ同じ

# Mode Matching Factor Correction

動かせる距離が限定された場合を考慮

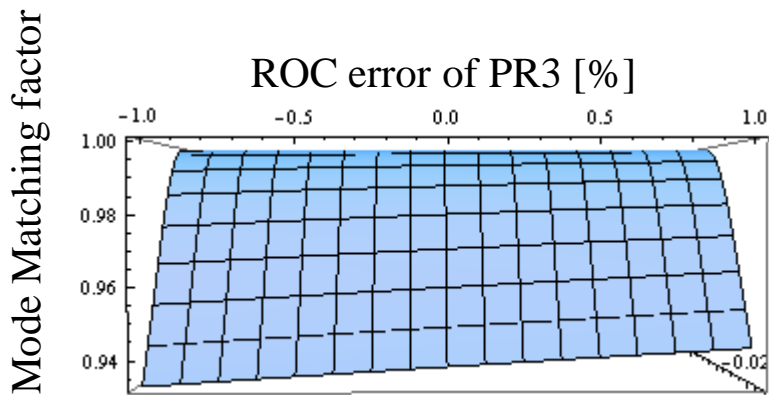
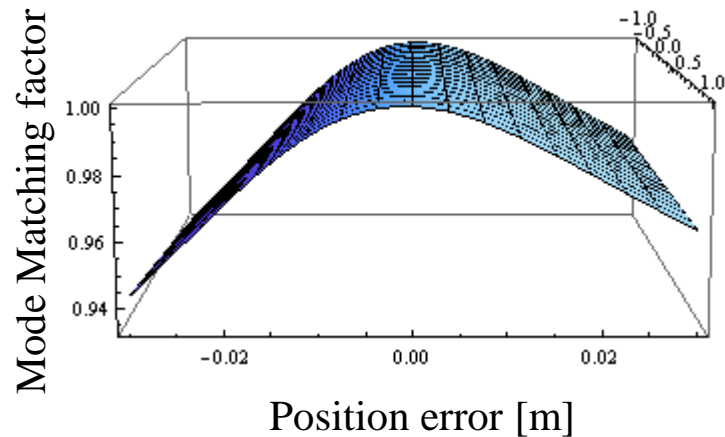
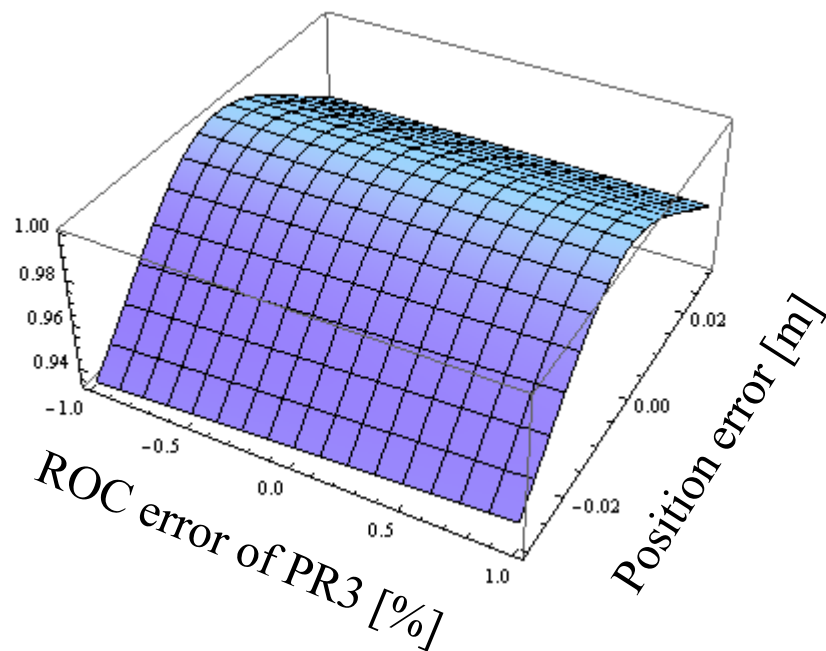
(2)の動かし方のとき



必要なMode Matchから、最低限動かすべき量が分かる

# Position Error Effect

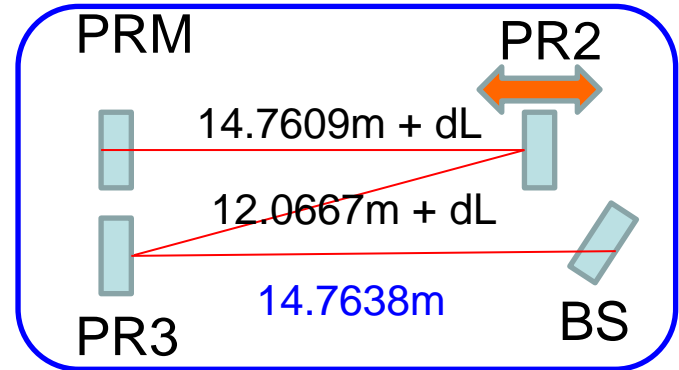
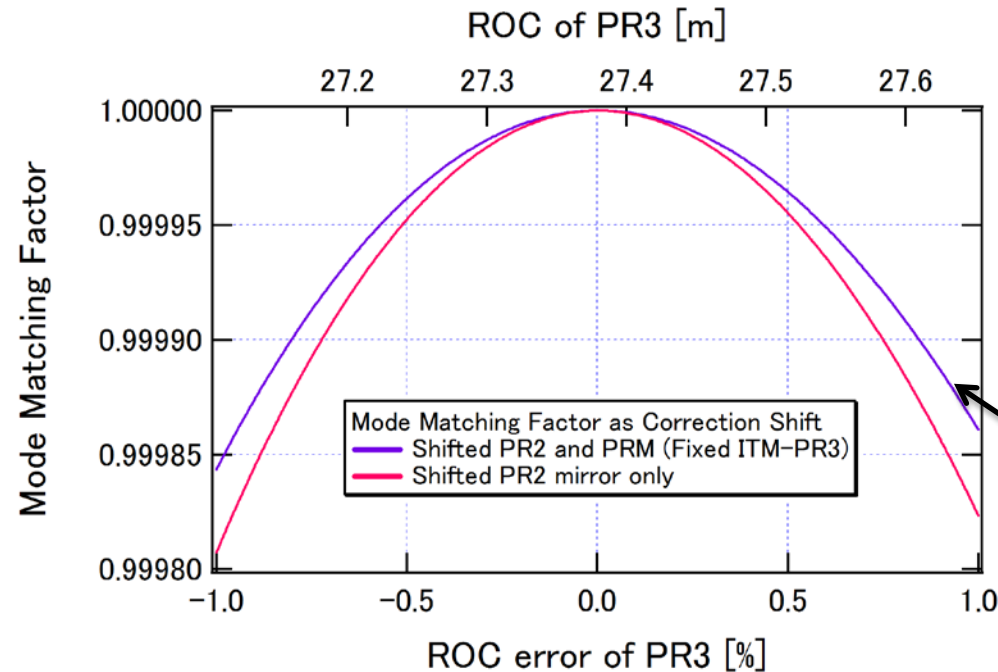
PR3の曲率補正のための鏡移動距離(2)にエラー(±3cm)が生じた場合



例えば±1cmの精度で鏡移動距離を合わせることができれば、Mode Matchは99%まで補正可能

# Correction Shift by PR2 only

PR2のみを動かした場合 (PRCの距離を $2dL$ だけ変える場合) を考える



(2)で補正した場合のMode Matchの変化との比較  
⇒ 影響の大部分はPR2-PR3間の距離を変えることなので、両者はほとんど同じ

PR3の曲率誤差を補正するための鏡位置の移動によるPRCの Mode Match は、 $10^{-4}$ オーダーでしか変化しない ⇒ PR2だけ動かしてもMode Matchは問題無し

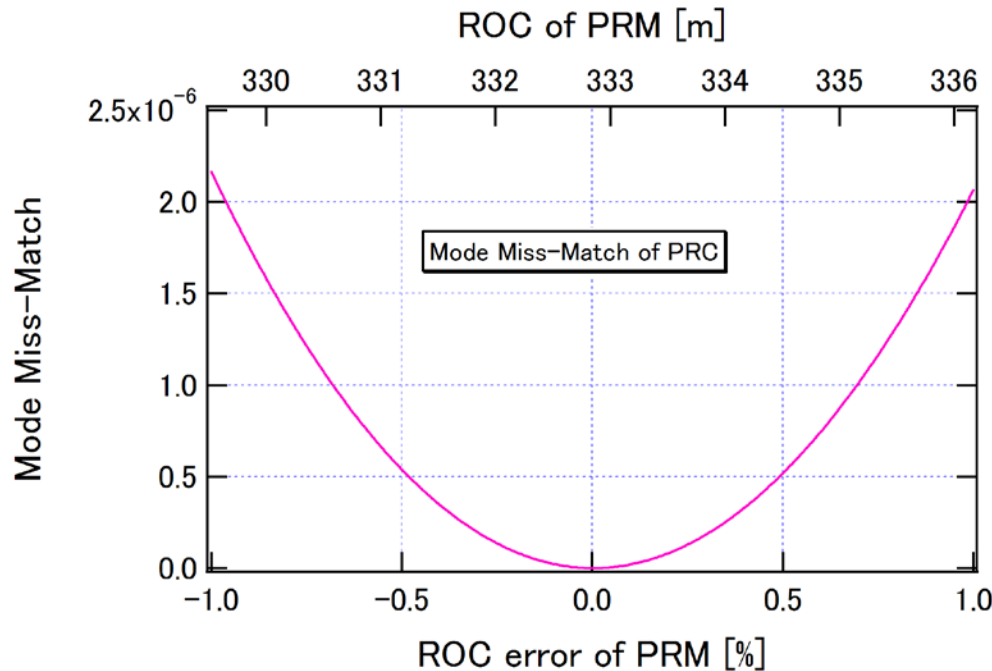
疑問

PRCの距離が変化する影響で他に問題は出ないか？

# PRM ROC error

PR2とPR3を先に発注した場合

⇒ PR2とPR3の実測に基づいて、PRMの曲率半径を決める



前述の通り、PRMの作成誤差によるMode Miss-Match は非常に小さい

⇒ 鏡の位置移動の必要なし

# まとめ

## ●パラメータを更新 (ver. 2011-04-19, Cavity ROC Flat-7km)

- PR2のROC作成誤差(1%)によってMode Matchは98%まで落ちる
- PR3のROC作成誤差(1%)によってMode Matchは88%まで落ちる

## ●全て発注後PR3のROCに作成誤差が生じた場合

- PR2-PR3間の距離を固定した場合はモードマッチの補正が出来ない
- **±1%の誤差に対してはPR2-PR3間の距離移動±14cm程度**でモードマッチ補正ができる(陳タン氏の結果とconsistent)。そのときGouy phaseの変化は少ない(0.3度-0.5度)
- 補正のための鏡移動距離に誤差が生じた場合、**誤差±3cmでMode Match 93%**, **誤差±1cmでMode Match 99%**まで落ちる
- PR2 か PR3 のどちらか一方のみ動かしてもMode Matchで問題は出ない

## ●PR2とPR3を先に発注した場合

- ⇒ PR2とPR3の実測に基づいて、PRMのROCを決める
- PRMのROCに±1%の作成誤差が生じても**鏡移動の必要なし**

**結論: PR3の作成誤差(±1%)は14cm程度の鏡距離移動(移動精度: ±1cm)でPRCのMode Matchを99%以上に回復できる。**



---

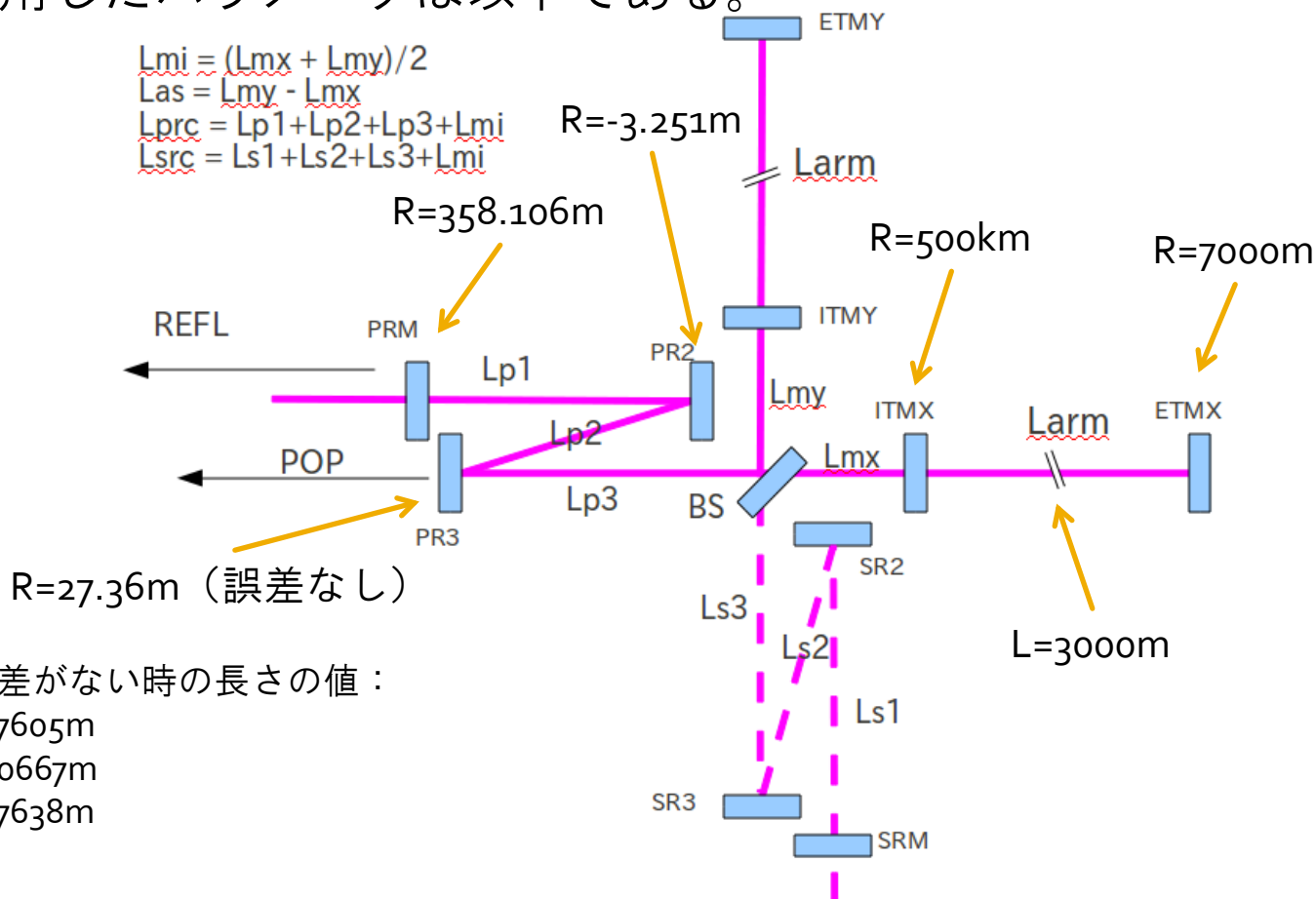
# 陳タン氏の計算結果

# PR<sub>3</sub>の曲率エラーをいかにキャンセルするか

PR<sub>3</sub>の曲率半径(27.36m)に0.5%のエラーがあった場合に、Lp<sub>1</sub>, Lp<sub>2</sub>, Lp<sub>3</sub>をどれだけ変化させれば、Gouy Phaseが20度まわり、かつPRMの曲率とレーザーの曲率が一致するかを計算した。(モードがもとと一致)

計算に使用したパラメータは以下である。

$$\begin{aligned} L_{mi} &= (L_{mx} + L_{my})/2 \\ L_{as} &= L_{my} - L_{mx} \\ L_{prc} &= L_{p1} + L_{p2} + L_{p3} + L_{mi} \\ L_{src} &= L_{s1} + L_{s2} + L_{s3} + L_{mi} \end{aligned}$$

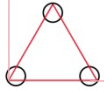


PR<sub>3</sub>に誤差がない時の長さの値：

Lp<sub>1</sub> = 14.7605m

Lp<sub>2</sub> = 12.0667m

Lp<sub>3</sub> = 14.7638m



# 計算方法

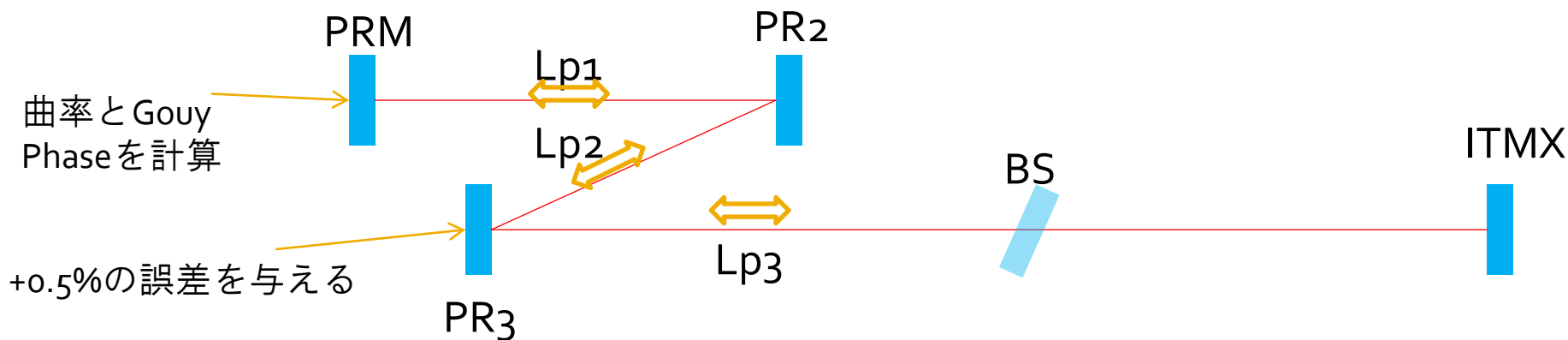
1. PR<sub>3</sub>の曲率半径に+0.5%の誤差を与える
2. 条件： $Lp_1 + Lp_2 + Lp_3 = 41.5914[m] = \text{fixed}$ を課して、 $Lp_1, Lp_2$ をふる
3. レーザーの曲率半径@PRMとITMX-PRM間のGouy Phase Shiftを計算

↳ レーザーを腕(ITMX)からPRMまで伝搬させてABCD matrixで計算を行った。

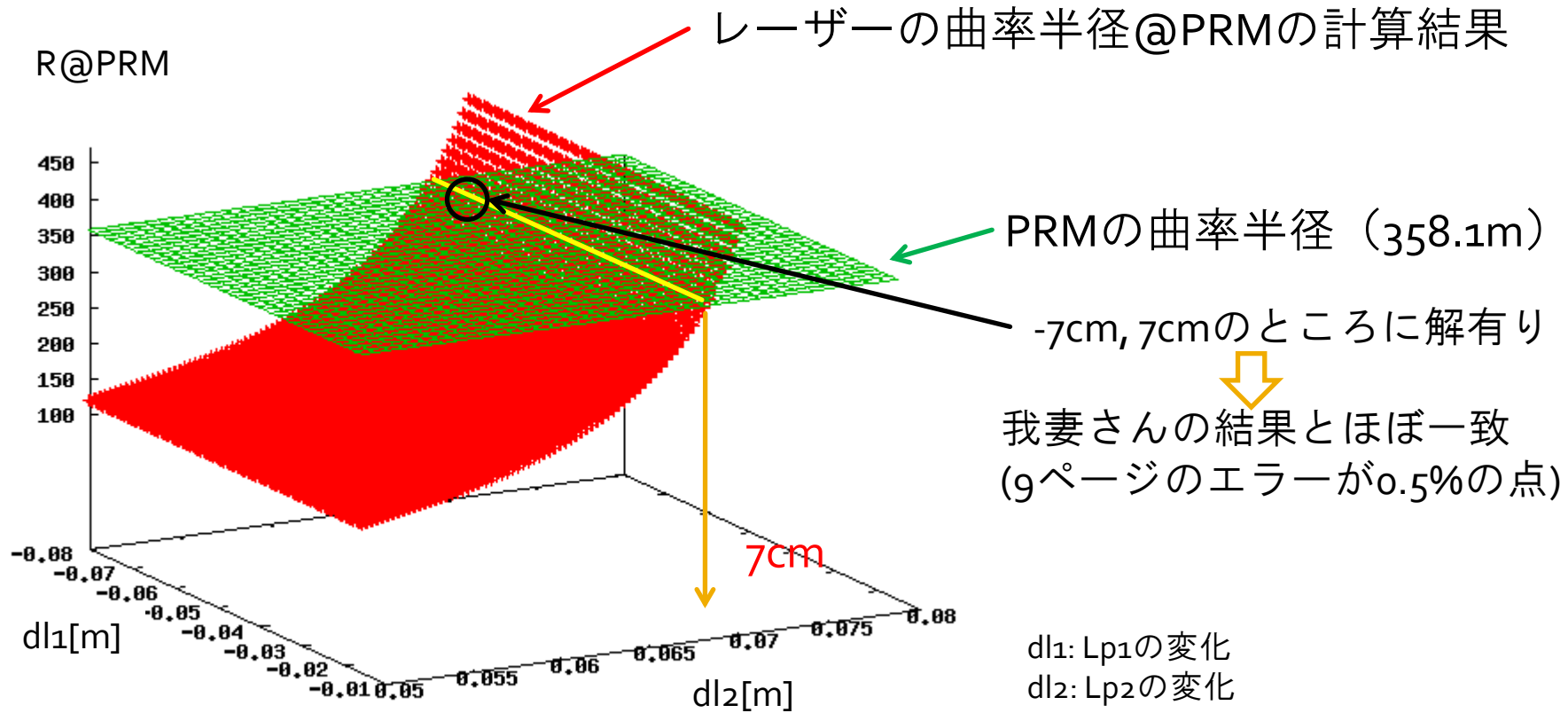
2, 3の計算を繰り返して、

- ・ PRMでのレーザーの曲率半径 = PRMの曲率半径(358m)
- ・ Gouy Phase Shift = 20度

の2条件を満たす $Lp_1, Lp_2$ を見つける

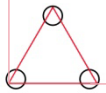


# PRMでのレーザーの曲率半径の計算結果

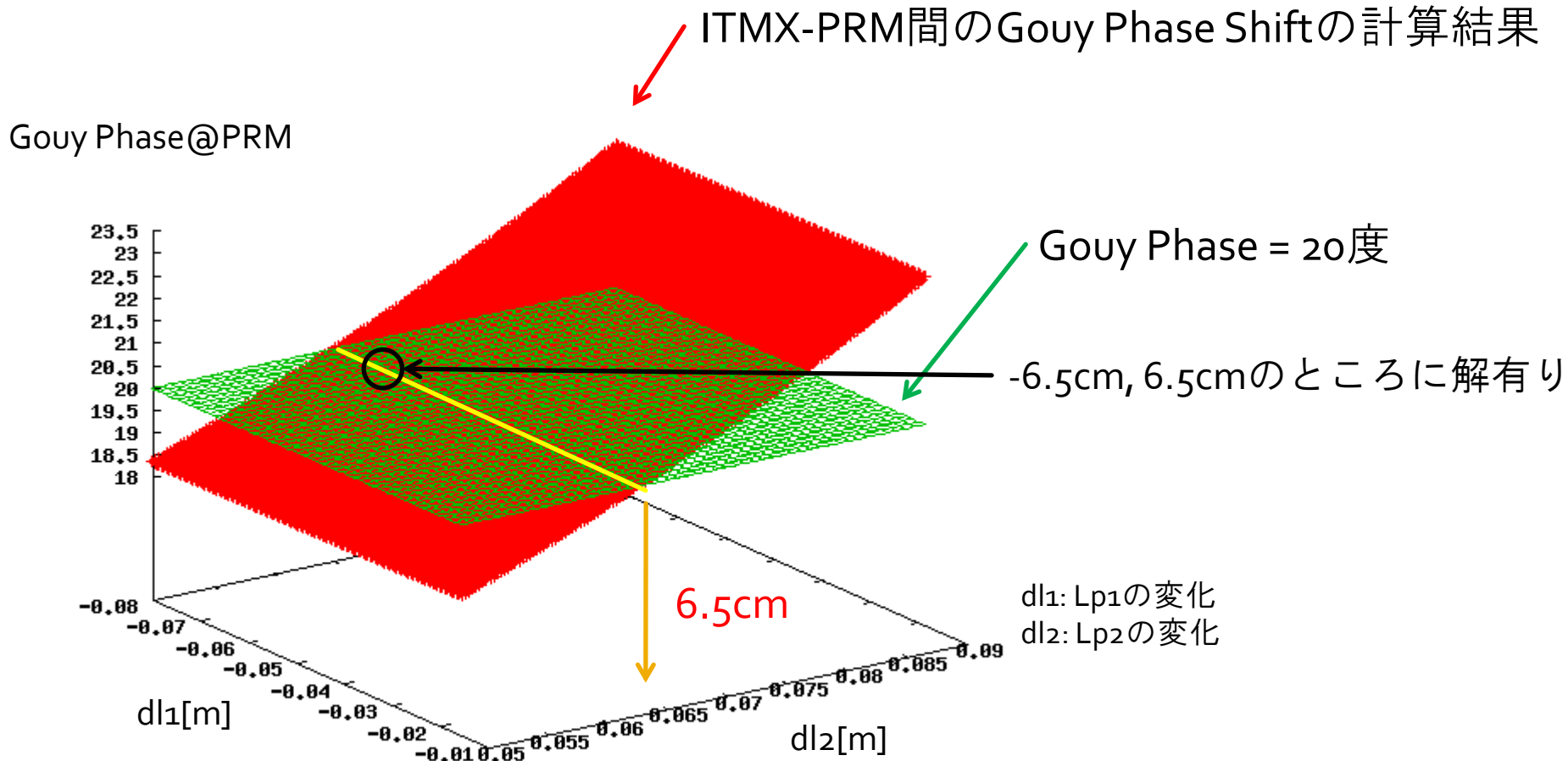


dl<sub>1</sub>は結果に大きくは作用しない

dl<sub>2</sub>を7cmだけ伸ばすことでレーザーの曲率半径とPRMの曲率半径が一致する

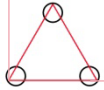


# Gouy Phase Shiftの計算結果



dl1は結果に大きくは作用しない

dl2を6.5cmだけ伸ばすことでITMX-PRM間のGouy Phaseが20度回る

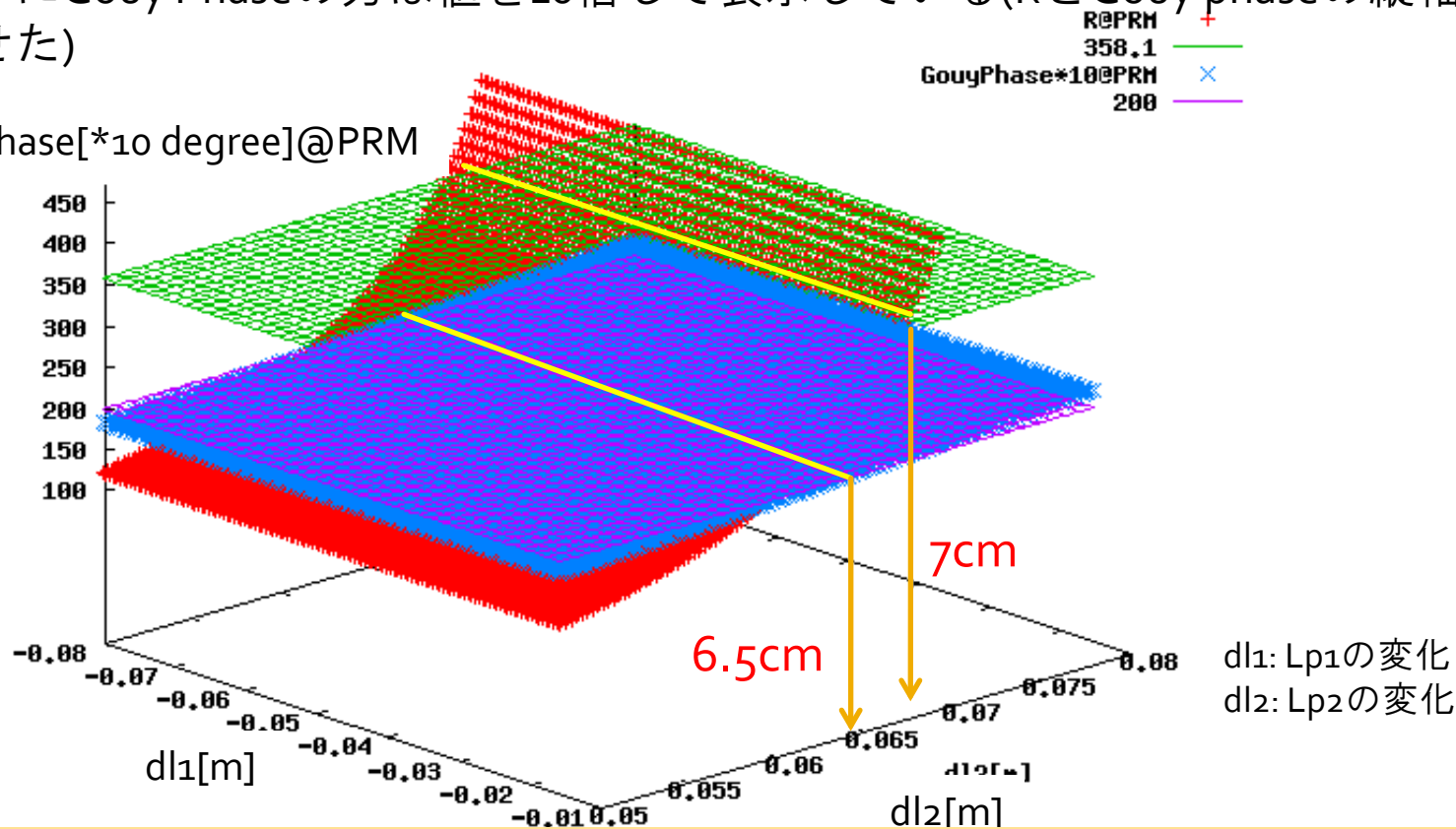


# 2条件を満たす解

- ・ PRMでのレーザーの曲率半径 = PRMの曲率半径(358m)
- ・ Gouy Phase Shift = 20度

の2条件を同時に満たすLp1, Lp2を見つけるために二つの結果を重ねた。  
見やすいようにGouy Phaseの方は値を10倍して表示している(RとGouy phaseの縦軸の値を一致させた)

R[m], Gouy Phase[\*10 degree]@PRM



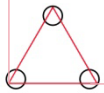
二つの条件を満たす解は見つけれなかった。(もっと振ってみる?)  
Lp2を+7cm動かすことでレーザーの曲率半径とPRMの曲率半径を一致させることができる。この時、Gouy Phase Shiftは大して変わらない。(1度くらい?)

# まとめ

PR<sub>3</sub>の曲率に+0.5%の誤差があったときに、それをキャンセルするためにL<sub>p1</sub>, L<sub>p2</sub>をどれだけ変化させればよいか

結果:

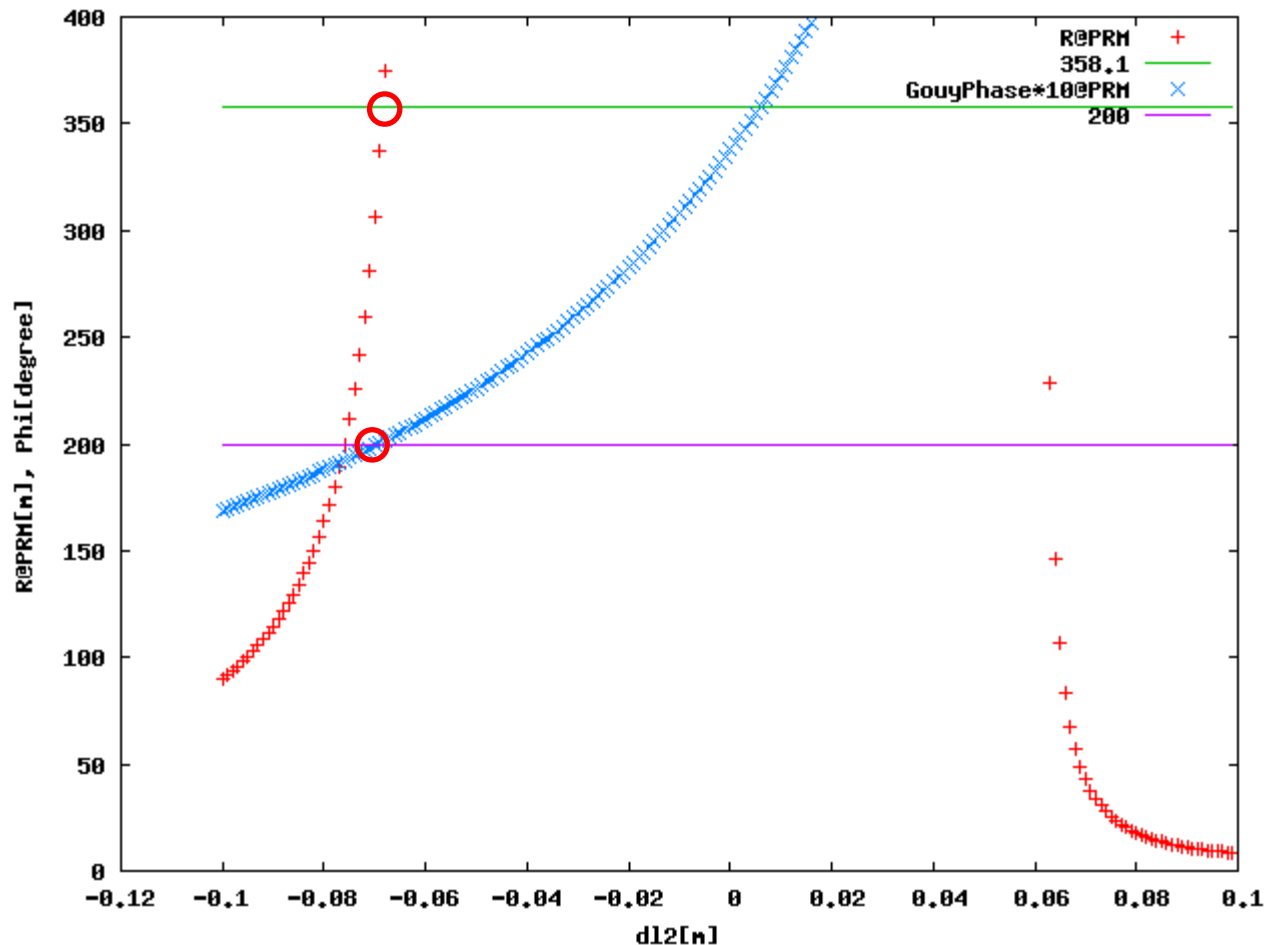
1. L<sub>p1</sub>の変化はGouy Phase, レーザーの曲率半径にほぼ影響を与えない。
2. 二つの条件（曲率半径とGouy Phase）を満たす解は見つけれなかった。
3. L<sub>p2</sub>を7cm動かすことでレーザーの曲率半径とPRMの曲率半径を一致させることができる。この時、Gouy Phase Shiftは大して変わらない。（1度くらい?）



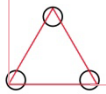
# 追加計算<sub>4/21</sub>

PR<sub>3</sub>の曲率誤差が-0.5%, -0.3%, 0.0%, +0.3%, +0.5%の時のPRMでのレーザーの曲率半径とGouy Phase Shiftを計算した。

L<sub>p2</sub>, L<sub>p3</sub>を変化させ、L<sub>p1</sub>は変化させずに計算を行った。



-0.5%誤差

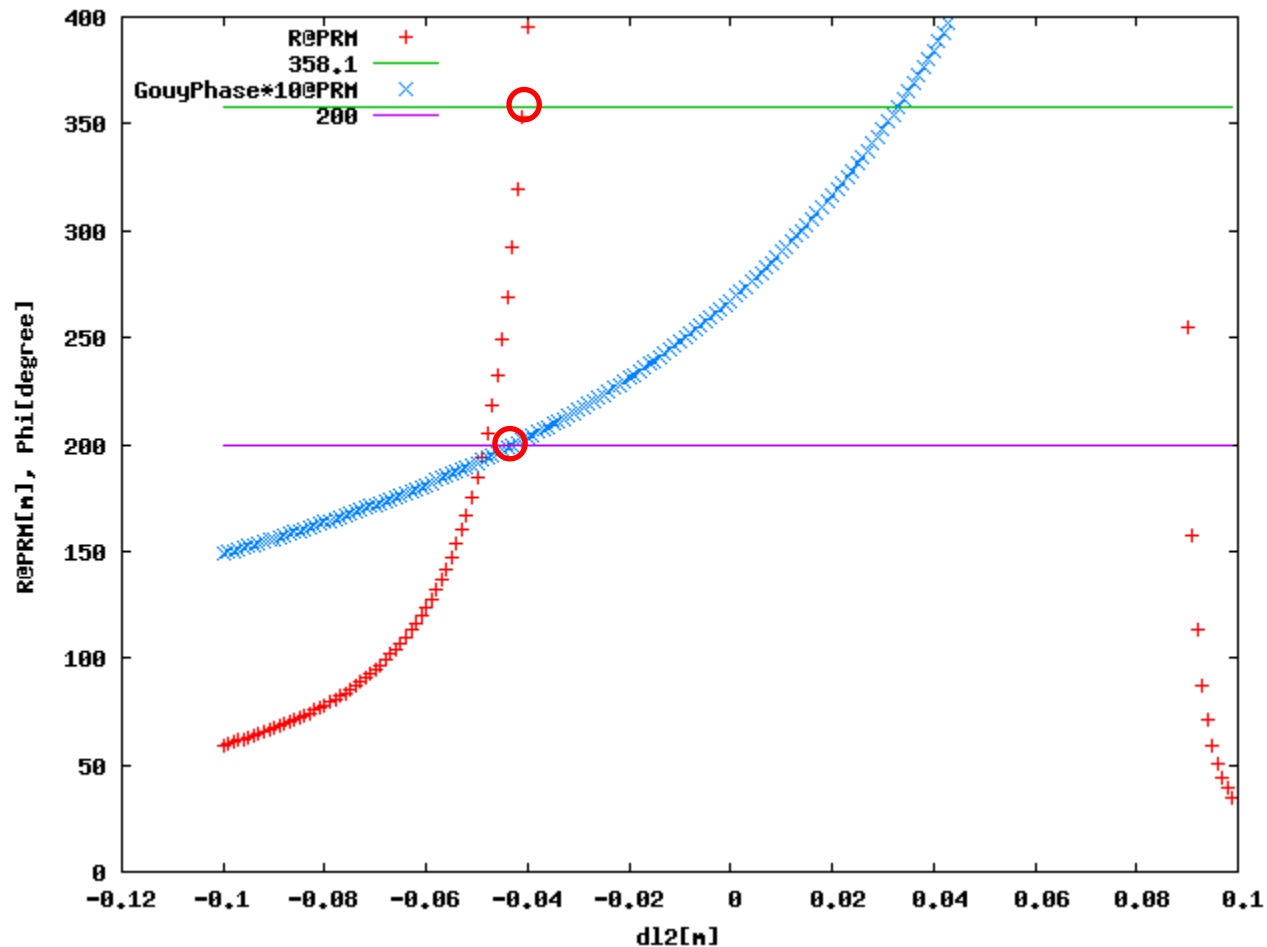




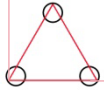
# 追加計算<sub>4/21</sub>

PR<sub>3</sub>の曲率誤差が-0.5%, -0.3%, 0.0%, +0.3%, +0.5%の時のPRMでのレーザーの曲率半径とGouy Phase Shiftを計算した。

Lp<sub>2</sub>, Lp<sub>3</sub>を変化させ、Lp<sub>1</sub>は変化させずに計算を行った。



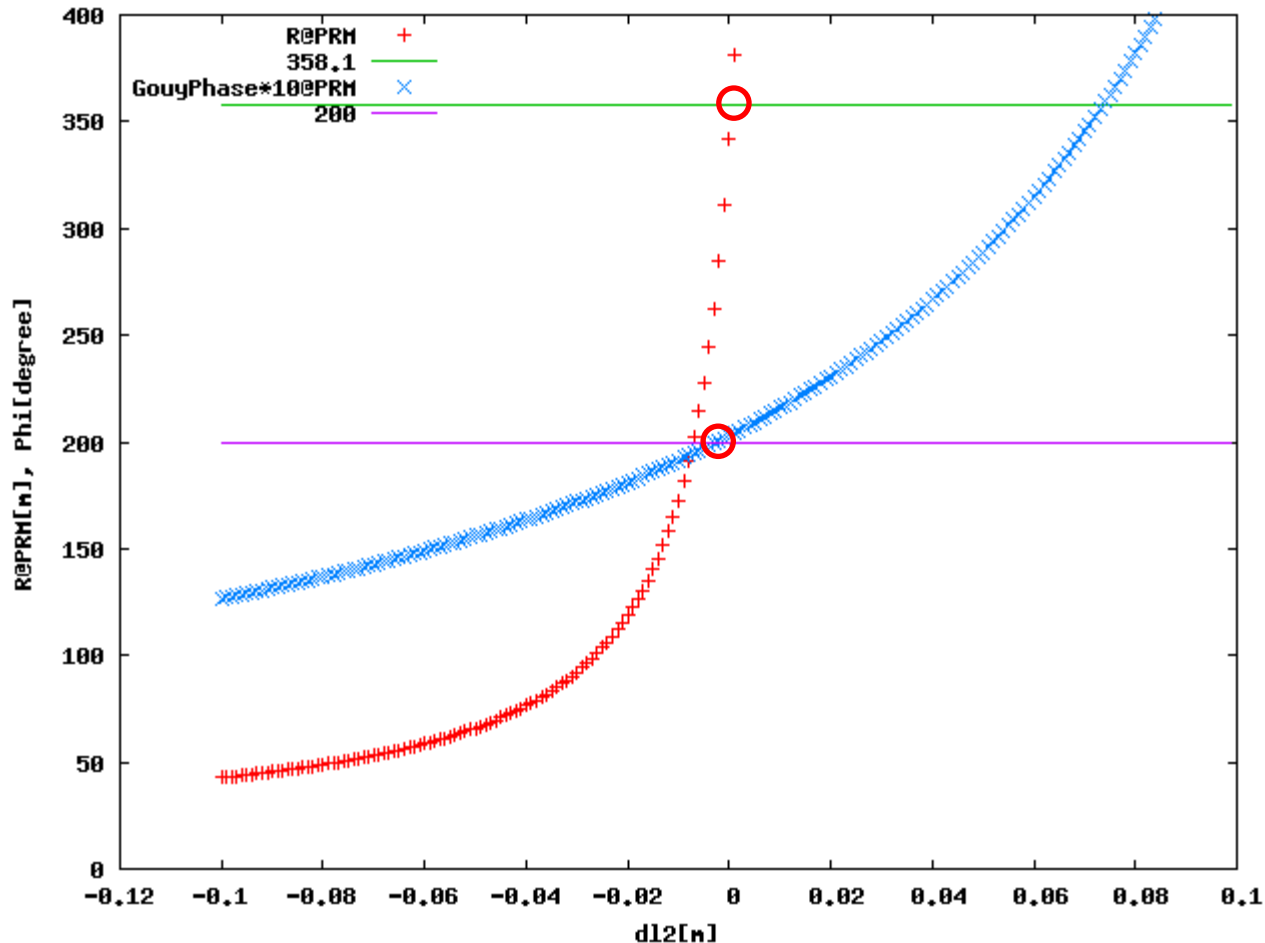
-0.3%誤差



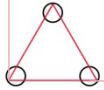
# 追加計算<sub>4/21</sub>

PR<sub>3</sub>の曲率誤差が-0.5%, -0.3%, 0.0%, +0.3%, +0.5%の時のPRMでのレーザーの曲率半径とGouy Phase Shiftを計算した。

L<sub>p2</sub>, L<sub>p3</sub>を変化させ、L<sub>p1</sub>は変化させずに計算を行った。



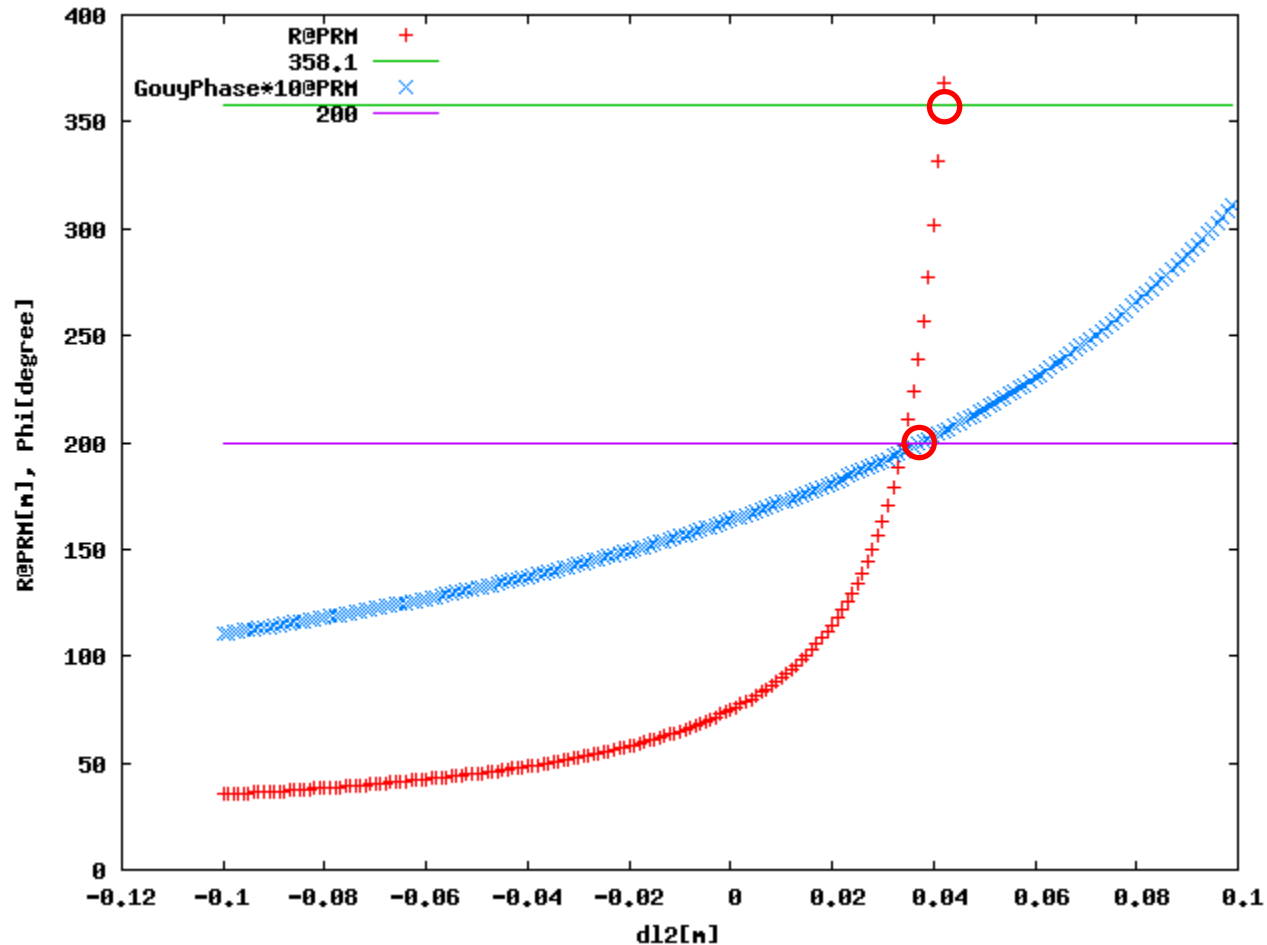
0.0%誤差



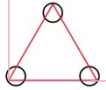
# 追加計算<sub>4/21</sub>

PR<sub>3</sub>の曲率誤差が-0.5%, -0.3%, 0.0%, +0.3%, +0.5%の時のPRMでのレーザーの曲率半径とGouy Phase Shiftを計算した。

Lp<sub>2</sub>, Lp<sub>3</sub>を変化させ、Lp<sub>1</sub>は変化させずに計算を行った。



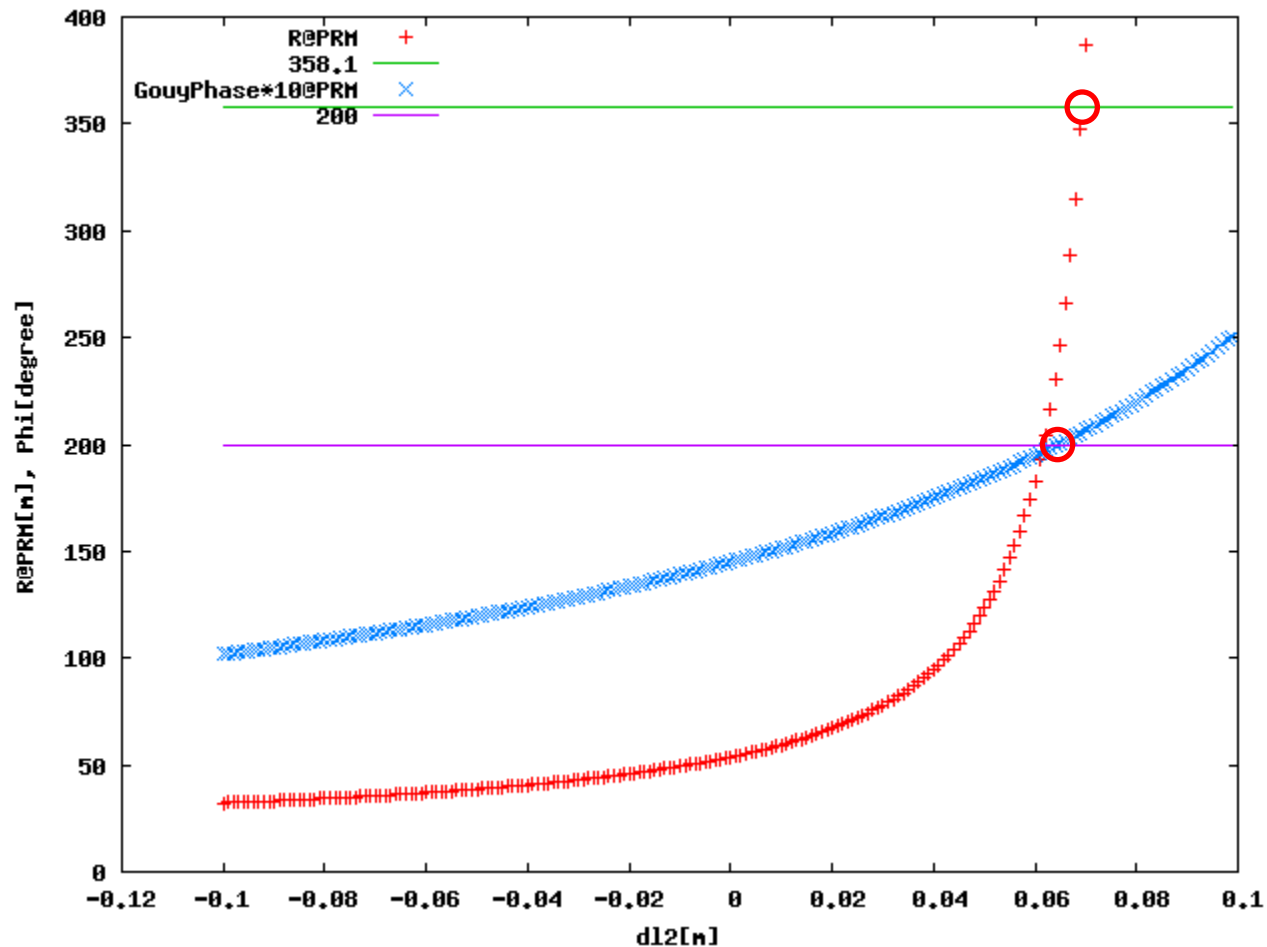
+0.3%誤差



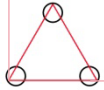
# 追加計算<sub>4/21</sub>

PR<sub>3</sub>の曲率誤差が-0.5%, -0.3%, 0.0%, +0.3%, +0.5%の時のPRMでのレーザーの曲率半径とGouy Phase Shiftを計算した。

L<sub>p2</sub>, L<sub>p3</sub>を変化させ、L<sub>p1</sub>は変化させずに計算を行った。



+0.5%誤差



# 追加計算<sub>4/21</sub>

PR<sub>3</sub>の曲率誤差が-0.5%, -0.3%, 0.0%, +0.3%, +0.5%の時のPRMでのレーザーの曲率半径とGouy Phase Shiftを計算した。

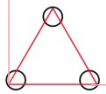
Lp<sub>2</sub>, Lp<sub>3</sub>を変化させ、Lp<sub>1</sub>は変化させずに計算を行った。

## まとめ

PR<sub>3</sub>の曲率誤差が±0.5%の間なら、Lp<sub>2</sub>, Lp<sub>3</sub>をそれぞれ±7cm, ∓7cm動かすことでそれをキャンセルすることができる。

またLp<sub>2</sub>, Lp<sub>3</sub>を動かす量は曲率誤差にほぼ線形である。

我妻さんの結果(p10, p11)と一致。



---

# Folding PRC の曲率誤差回避 (1.6km-1.9km cavityの場合)

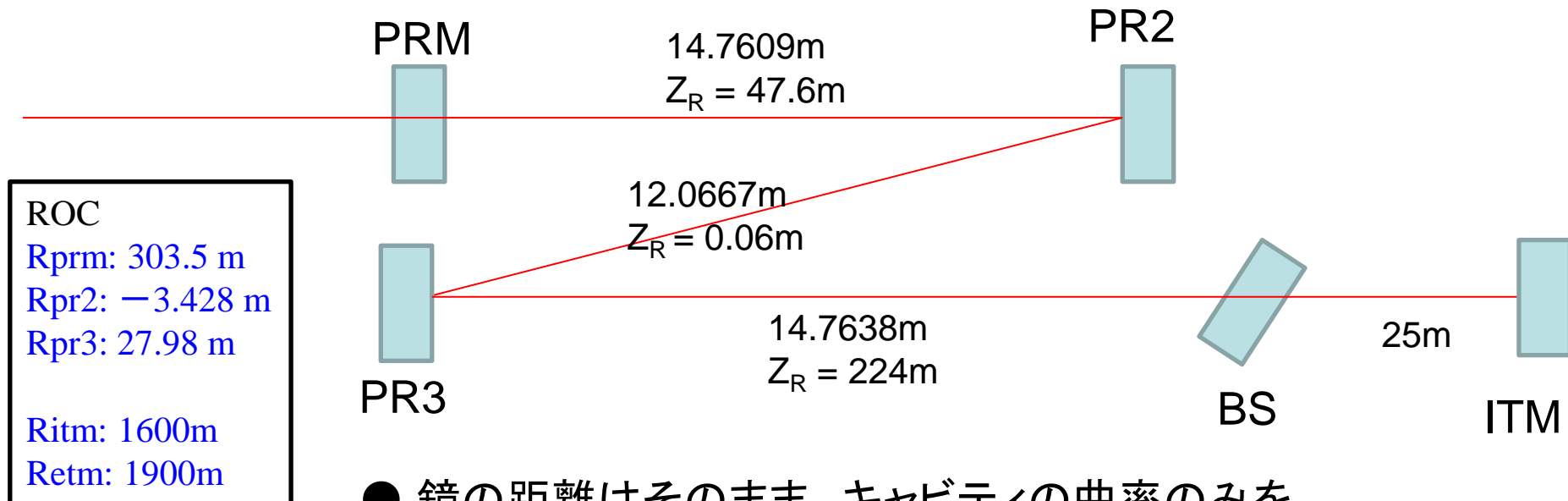
Kazuhiro Agatsuma

## PRCのROCに作成誤差が生じたときにそれを回避するための資料

- Cavity曲率Flat-7kmに対して行った計算を、Cavity曲率1.6km-1.9kmに対しても同じ様に計算した
- PRC全体の距離を固定して、PR2とPR3に作成誤差が入った場合のGouy phaseの回り方、モードマッチを保つためのPRMの曲率半径、モードマッチング係数を計算した
- **PR3**のROCに作成誤差が生じたときに、PRC鏡間の距離変化でそのモードマッチ誤差をキャンセル出来るかを計算した

# Default values of PRC

腕共振器のモードから始めて、PR3 ⇒ PR2 ⇒ PRMとビームを伝搬させて計算



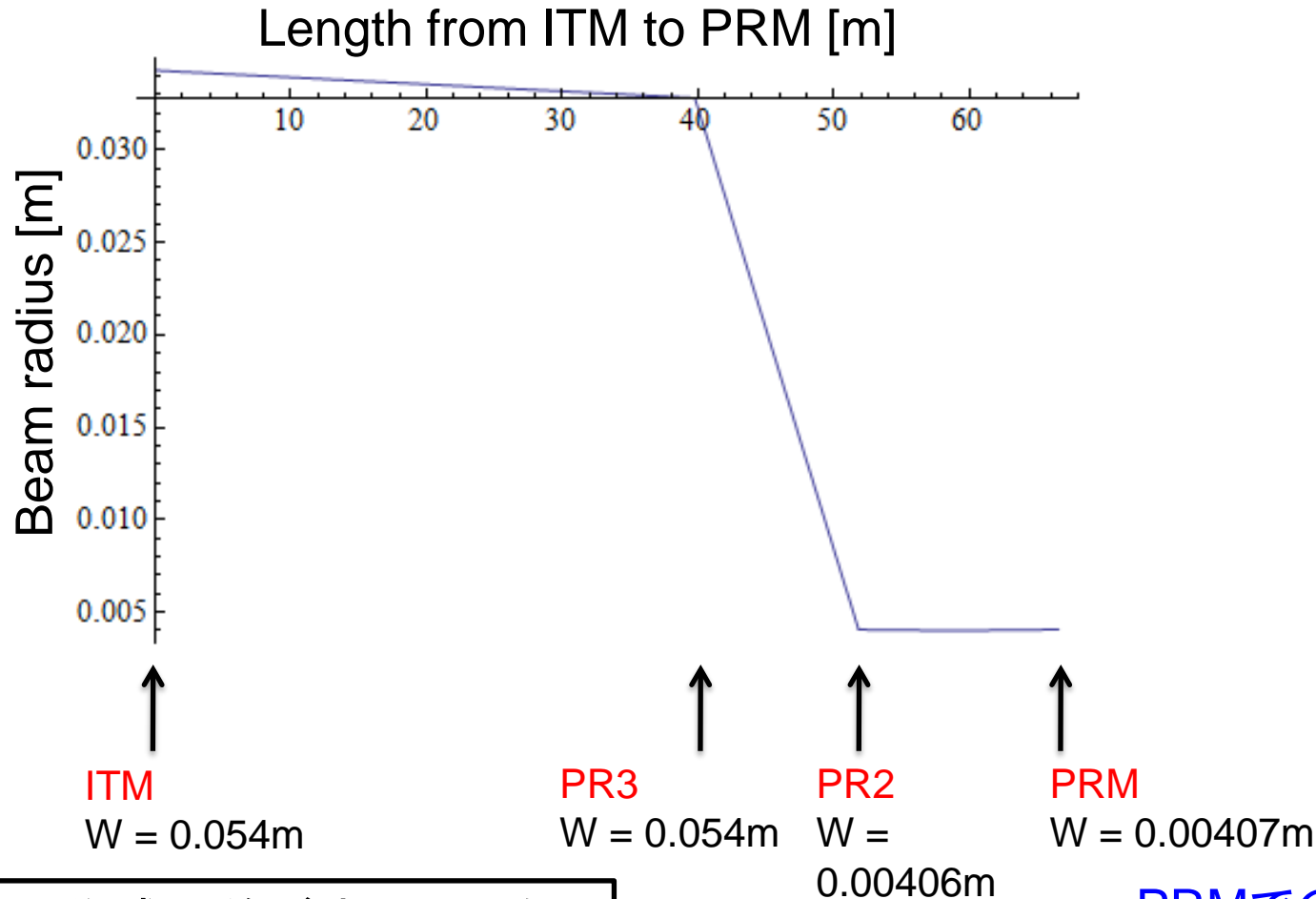
- 鏡の距離はそのまま、キャビティの曲率のみを1.6km-1.9kmのペアにした
- PRCの3枚鏡の曲率はこれまでと同じ方針で設計  
⇒ PRMとPR2でのビーム径が同じくらい+Gouy phase  $20^\circ$
- ITM鏡のレンズ効果も加味

Length parameters are referred to

<http://gw.icrr.u-tokyo.ac.jp/JGWwiki/LCGT/subgroup/ifo/MIF/OptParam> (ver. 2011-04-19)



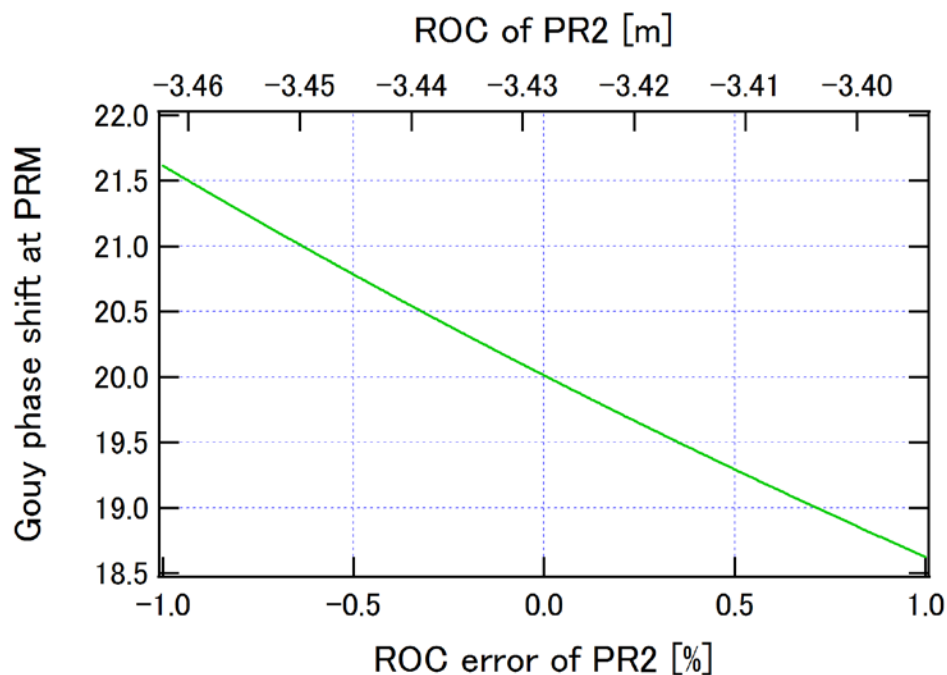
# Beam profile on the default



鏡の曲率に作成誤差が生じた場合、  
(1)Gouy Phase変化量が変わる  
(2)PRMの最適曲率が変わる  
(3)Mode Miss-Matchが生じる

PRMでのビーム半径は約4mmで、熱レンズ効果はクリア

# ROC-Error effect of PR2

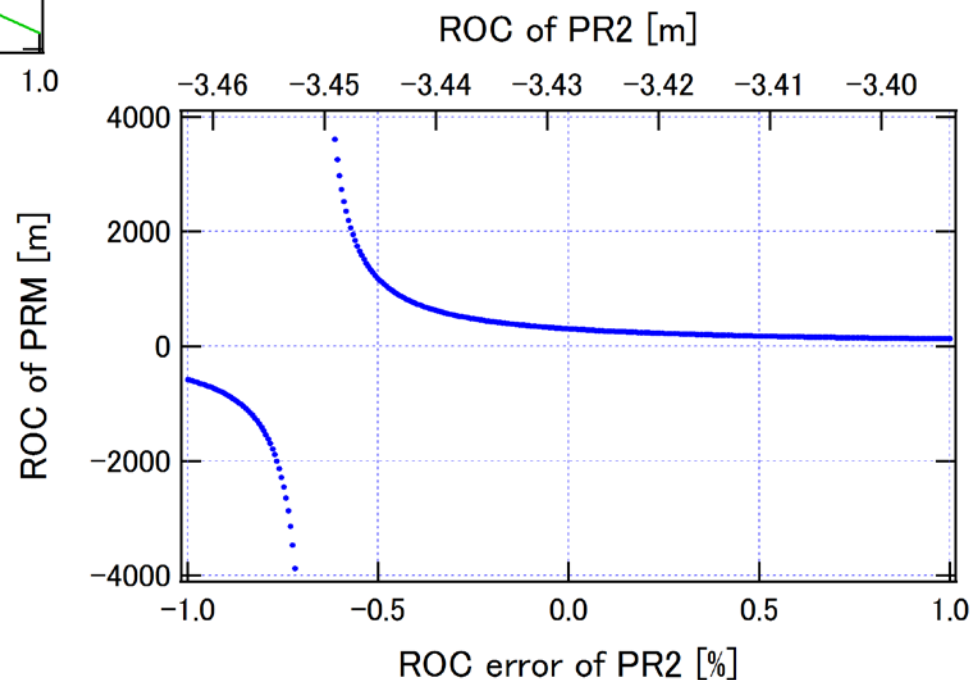


PR2のROCに誤差が生じたときに、PRMでのGouy phaseの回り方

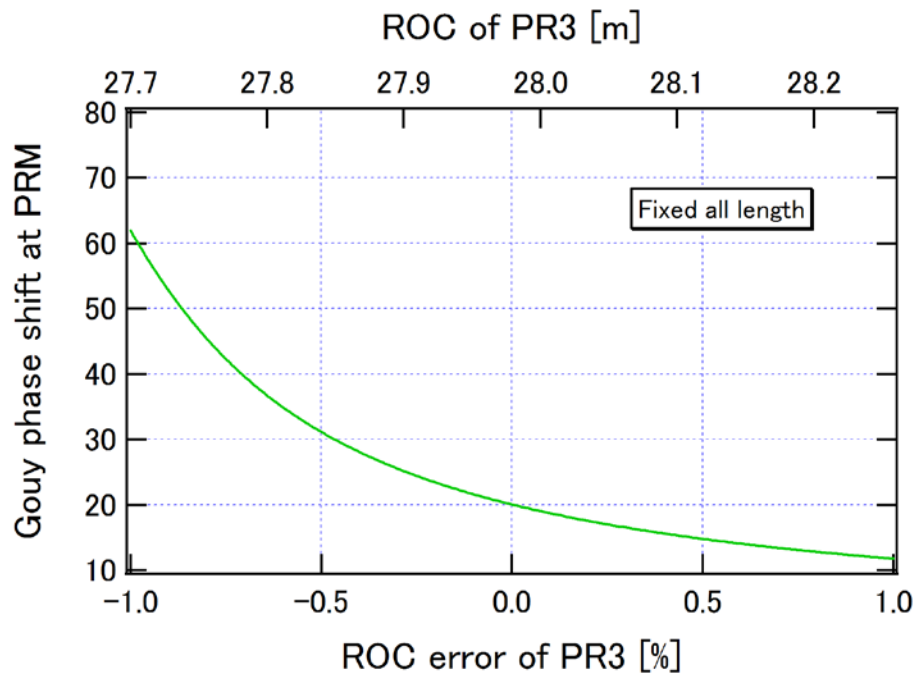
⇒ ROC±1%で、±2度程度の变化

PR2のROCに誤差が生じたときに、モードマッチを保つPRMのROC (ビーム曲率の変化)

・-3.45m付近で曲率の符号が反転



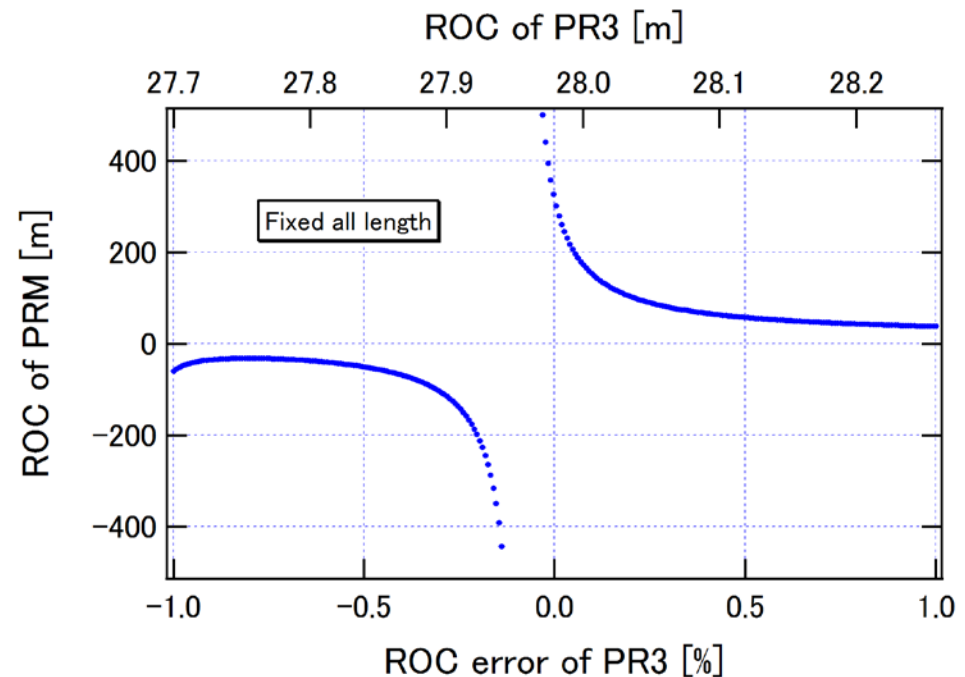
# ROC-Error effect of PR3



PR3のROCに誤差が生じたときに、PRMでのGouy phaseの回り方

60度も変化する

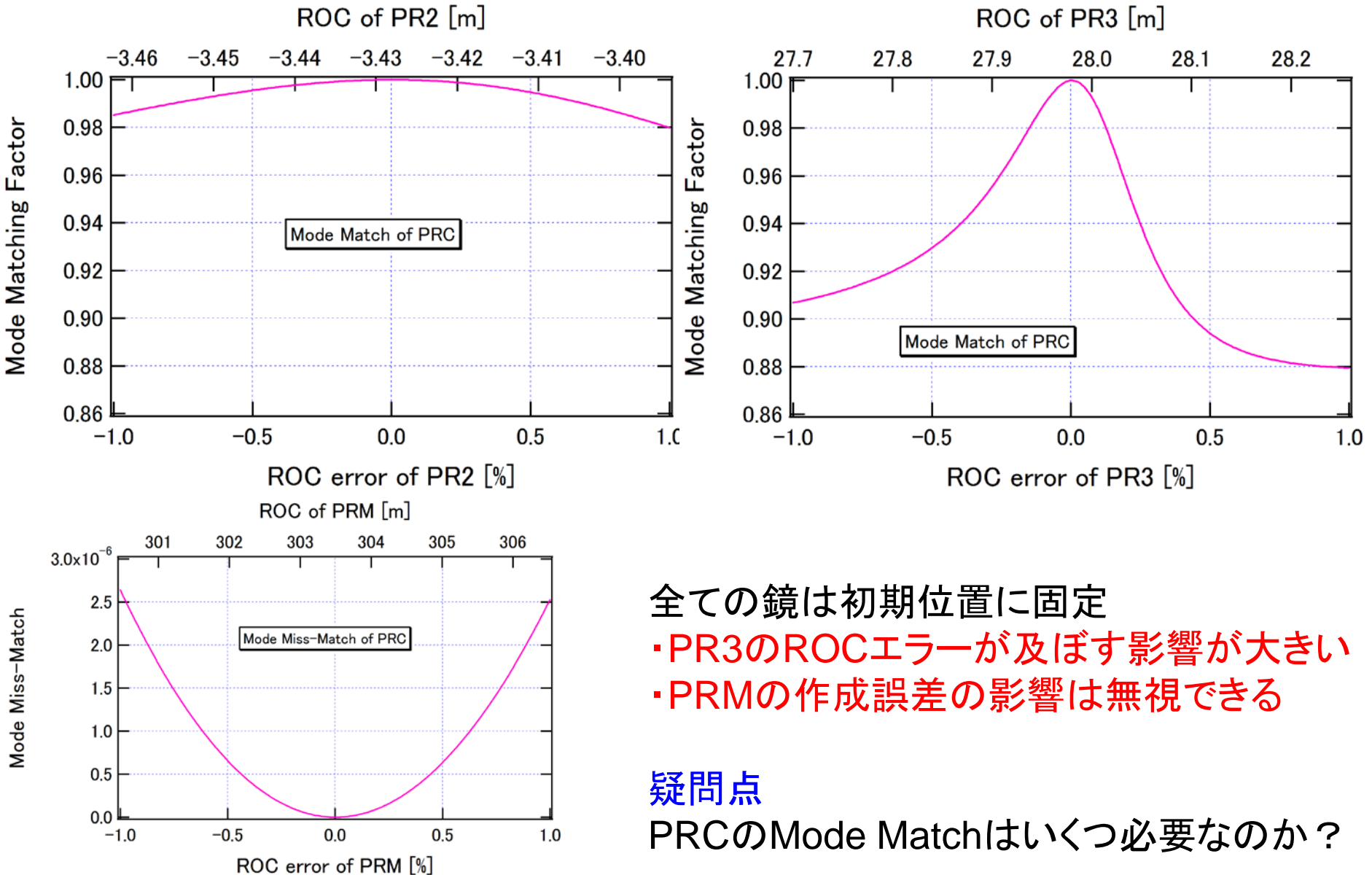
⇒ PR2の誤差に比べ、位相の変化が大きいのでより深刻



PR3のROCに誤差が生じたときに、モードマッチを保つPRMのROC (ビーム曲率の変化)

・27.95m付近で曲率の符合が反転

# Mode Matching Factor of PRC



全ての鏡は初期位置に固定

- ・PR3のROCエラーが及ぼす影響が大きい
- ・PRMの作成誤差の影響は無視できる

疑問点

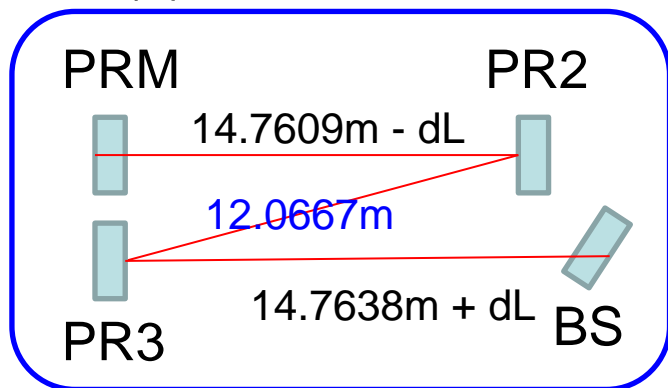
PRCのMode Matchはいくつ必要なのか？

# 鏡位置の変化パターン

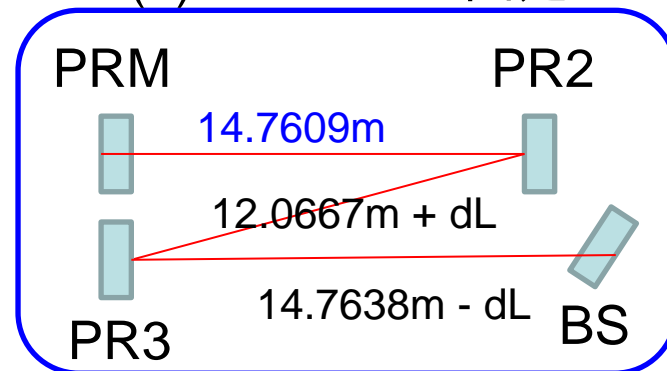
PR3の曲率誤差について、モードマッチの補正を鏡間の距離変化でおこなえるかを評価する

計算の簡略化のため、鏡間の距離の一つを固定。パターンは以下の3種類

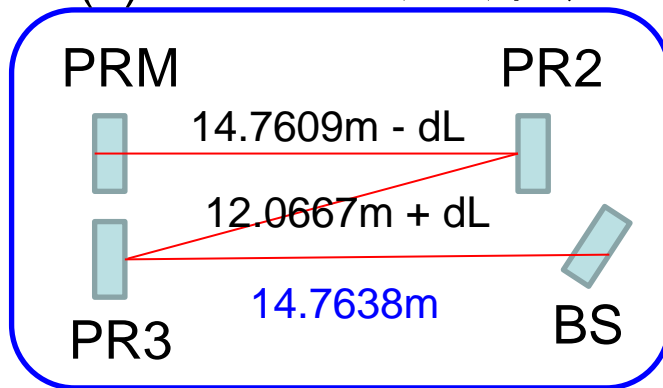
(1). PR2-PR3固定



(3). PRM-PR2固定

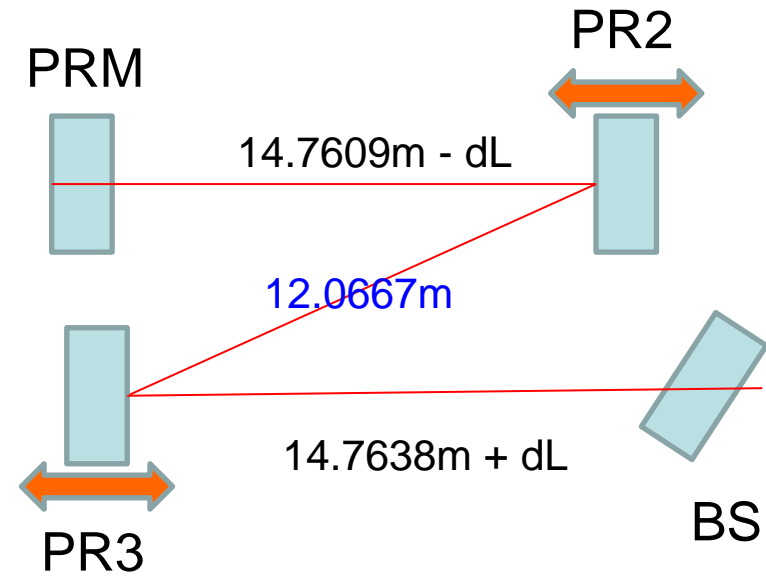
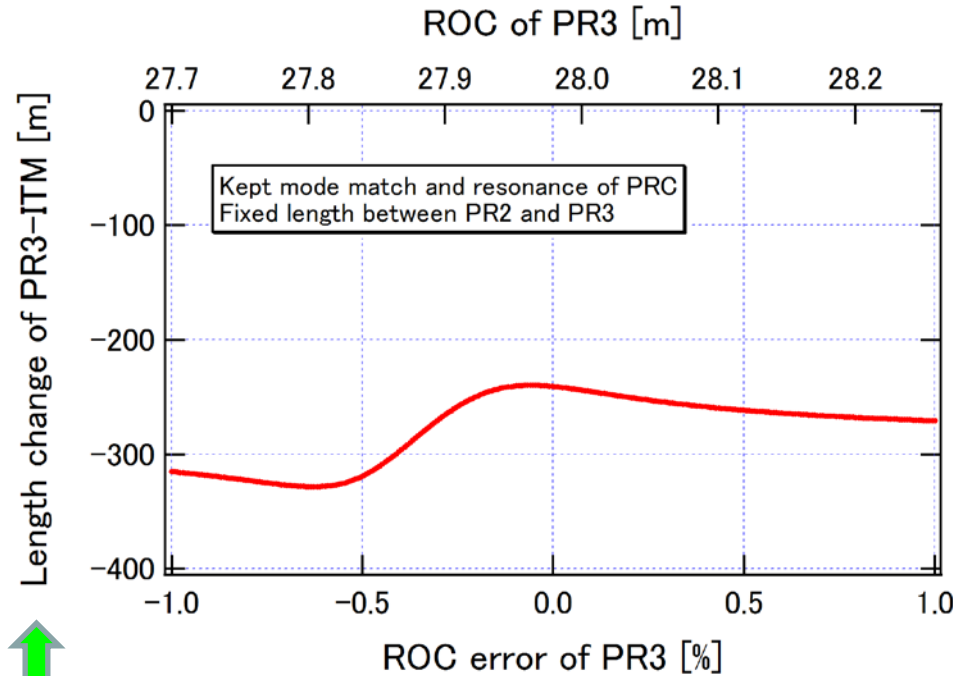


(2). PR3-ITM(BS)固定



# PR3 error cancel (1)

PRCの共振状態を保つために、PR3-ITM間の距離を変化させた場合  
(PRMでのビーム曲率:303mと、PRC全体長と、PR2-PR3間の距離は固定)

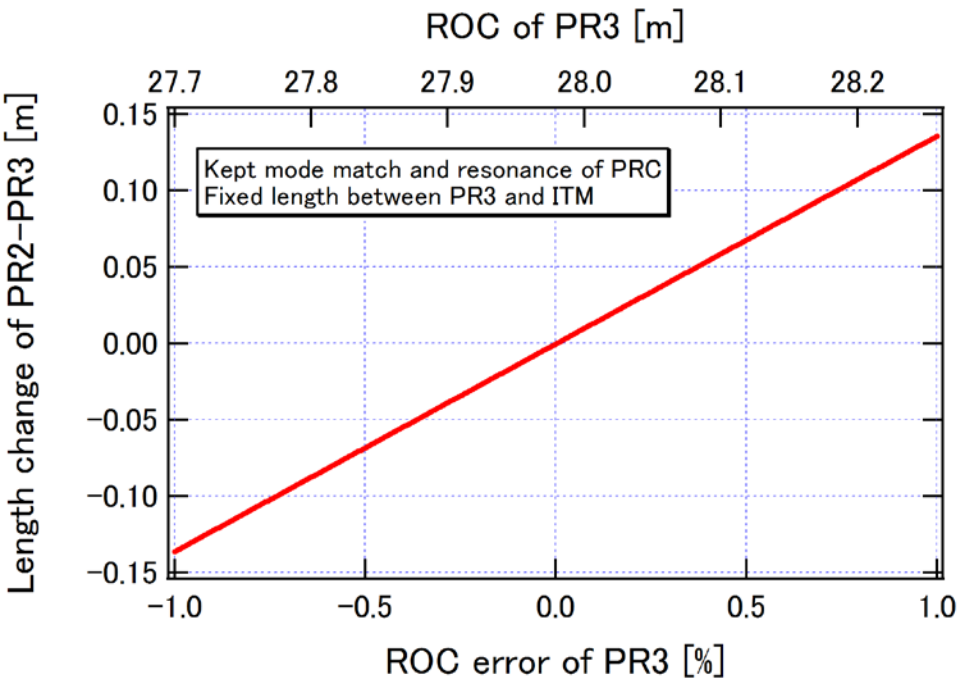
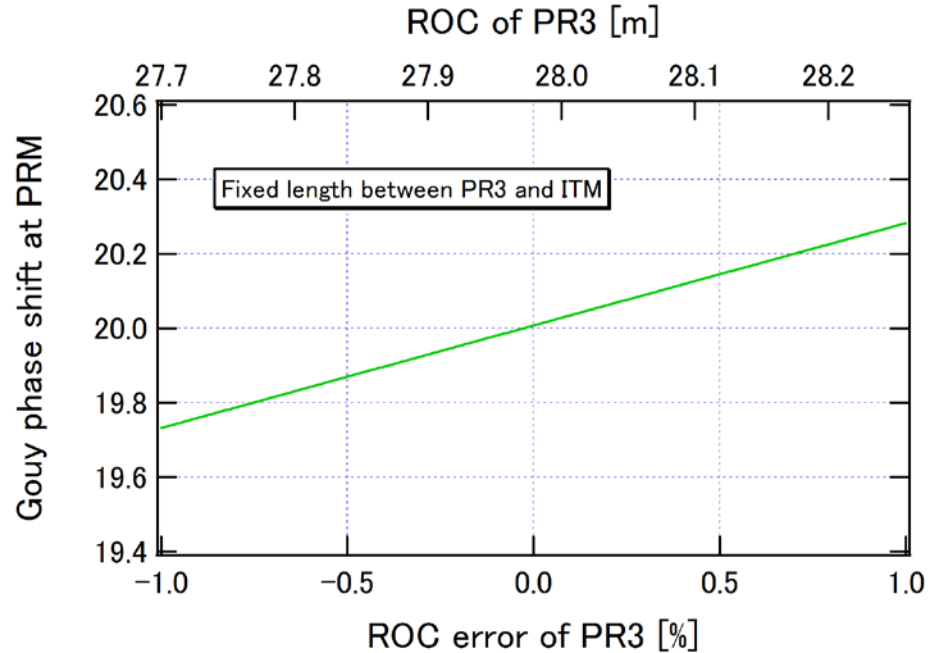
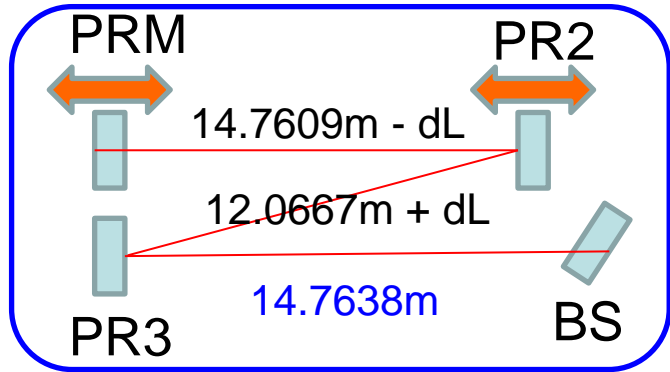


200~300m移動させる必要があり、無理！

⇒ レイリーレンジが長い部分で距離を変えるのは補正効率が悪い

# PR3 error cancel (2)

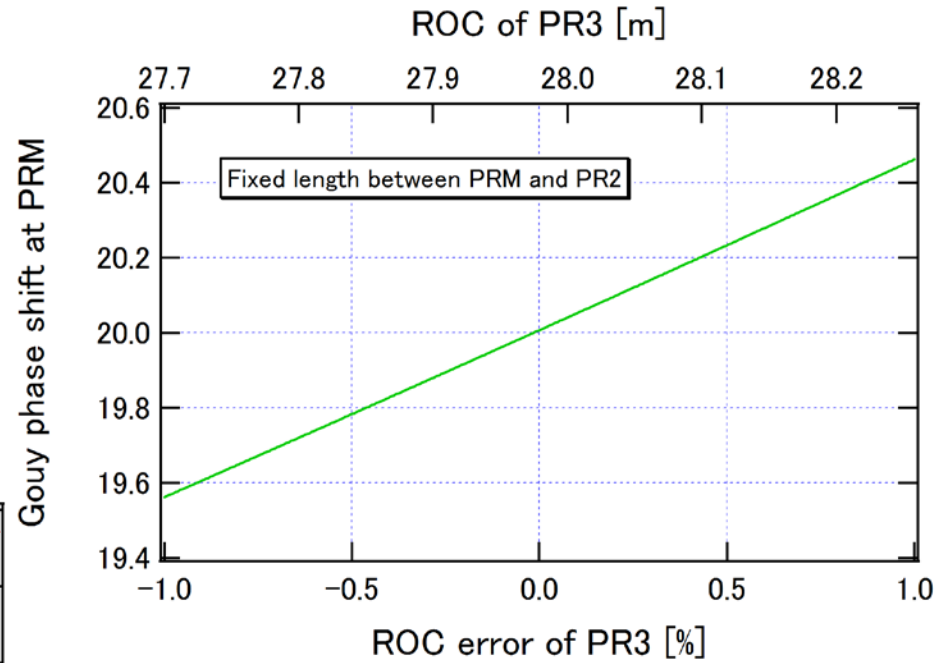
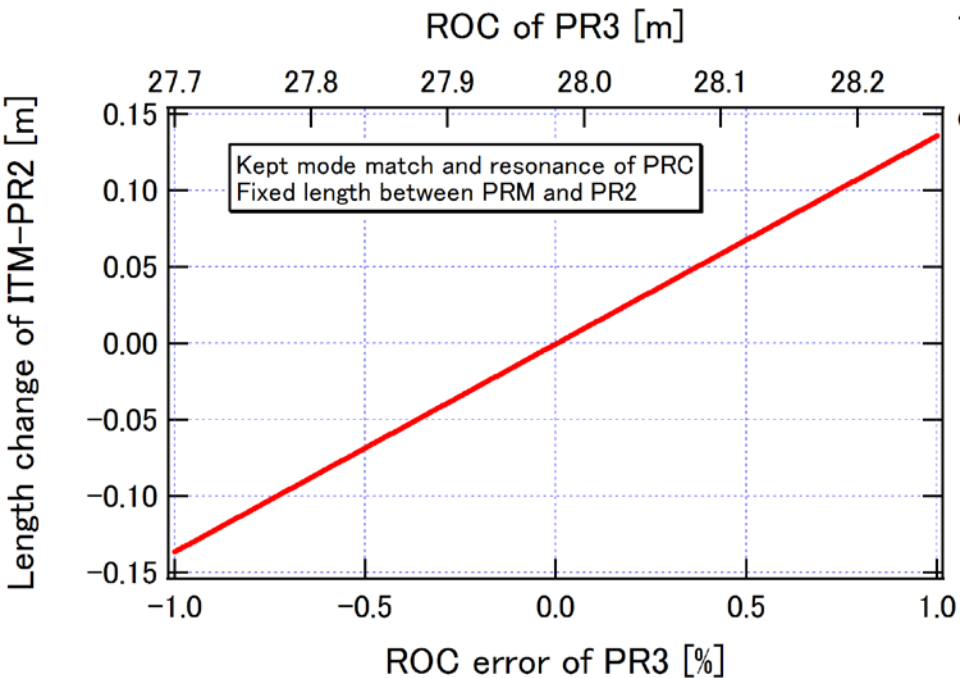
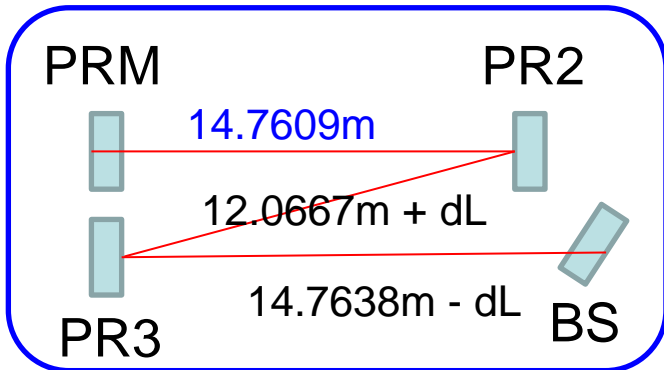
PRCの共振状態を保つために、PR2-PR3間の距離を変化させた場合  
 (PRMでのビーム曲率:303mと、PRC全体長と、PR3-ITM間の距離は固定)



- ・ ±1%の誤差に対しては約±14cmの移動でリカバーできる。
- ・ そのときのGouy Phaseの変化は±0.3度程度なので問題無い。
- ・ PR2-PR3間の距離を変えることが肝

# PR3 error cancel (3)

PRCの共振状態を保つために、PR2-PR3間の距離を変化させた場合  
 (PRMでのビーム曲率:303mと、PRC全体長と、PRM-PR2間の距離は固定)



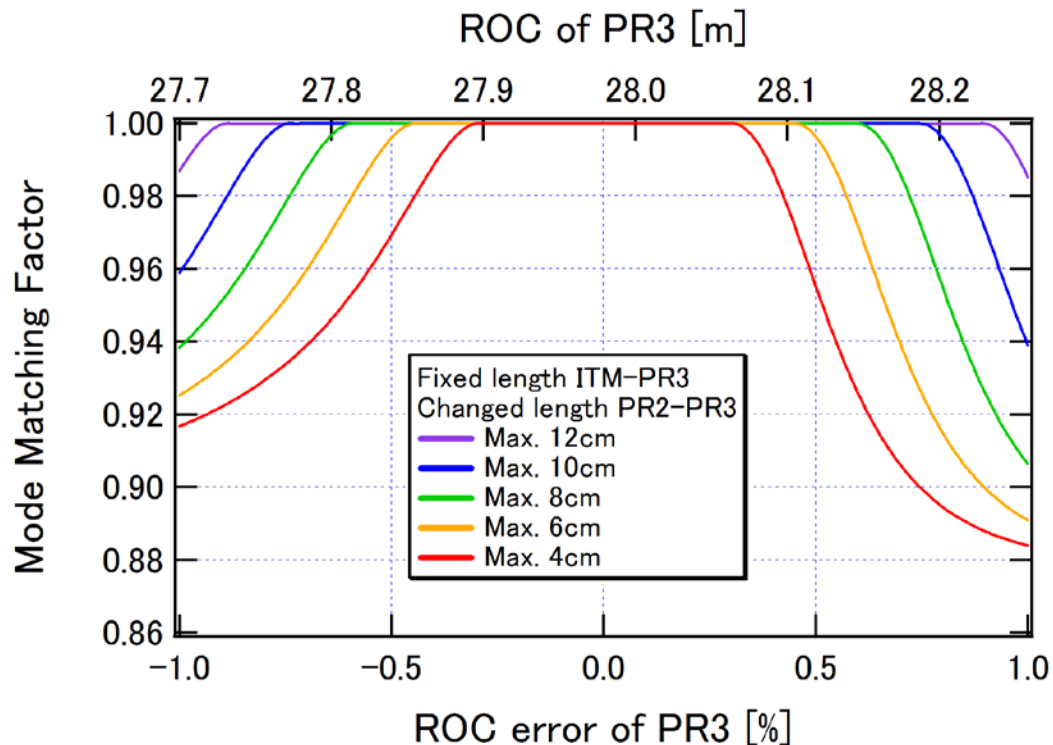
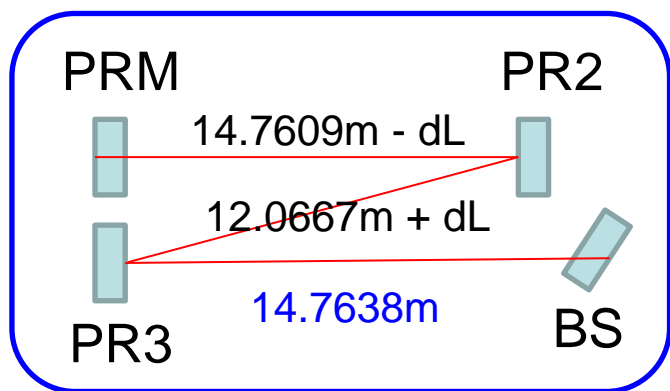
- ・ ±1%の誤差に対しては約±14cmの移動でリカバーできる。
- ・ そのときのGouy Phaseの変化は±0.5度程度なので問題無い。
- ・ 前ページ(2)とほぼ同じ結果



# Mode Matching Factor Correction

動かせる距離が限定された場合を考慮

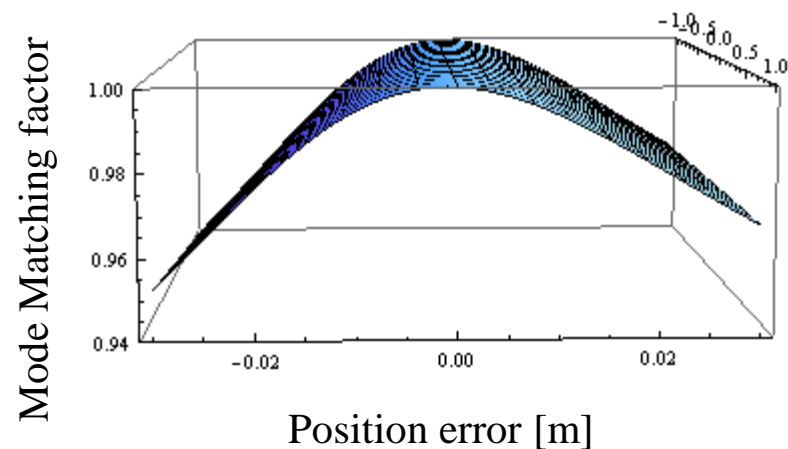
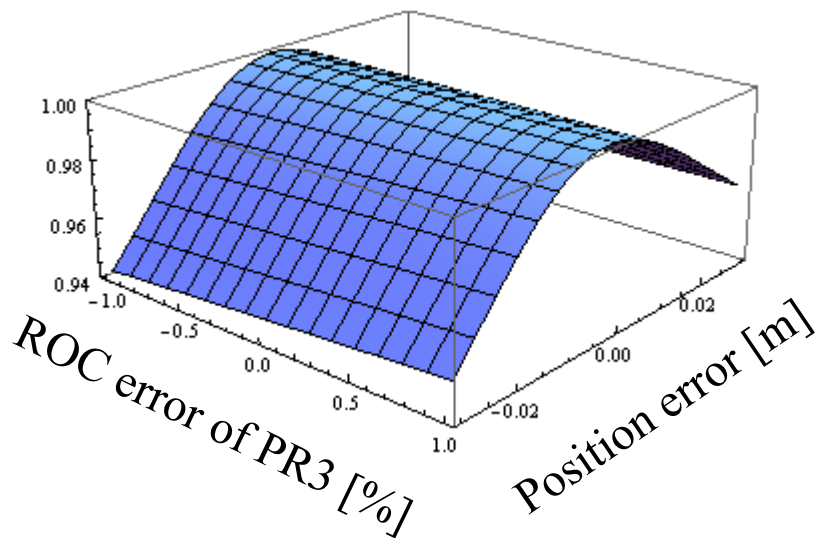
(2)の動かし方のとき



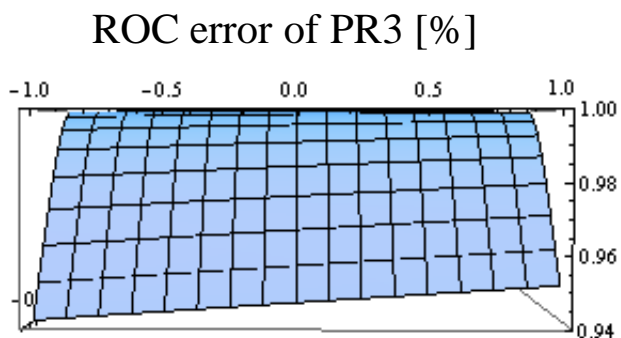
必要なMode Matchから、最低限動かすべき量が分かる

# Position Error Effect

PR3の曲率補正のための鏡移動距離(2)にエラー(±3cm)が生じた場合



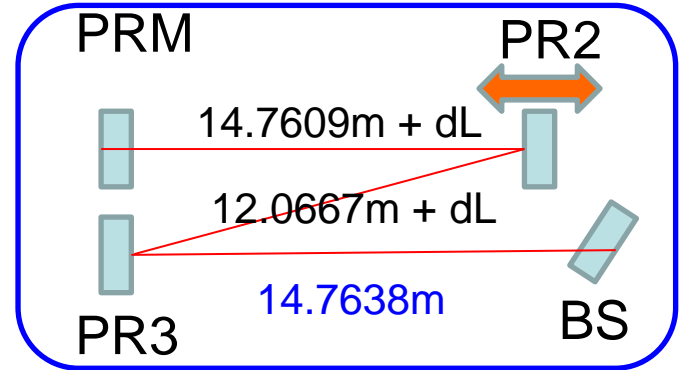
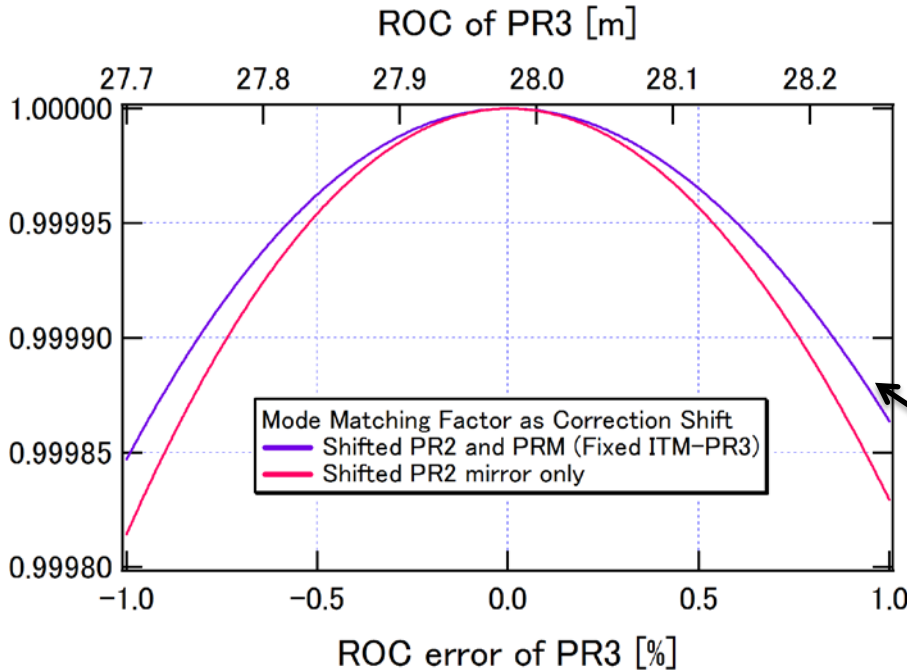
Mode Matching factor



例えば±1cmの精度で鏡移動距離を合わせることができれば、Mode Matchは99%まで補正可能

# Correction Shift by PR2 only

PR2のみを動かした場合 (PRCの距離を $2dL$ だけ変える場合) を考える



(2)で補正した場合のMode Matchの変化との比較  
⇒ 影響の大部分はPR2-PR3間の距離を変えることなので、両者はほとんど同じ

PR3の曲率誤差を補正するための鏡位置の移動によるPRCの Mode Match は、 $10^{-4}$ オーダーでしか変化しない ⇒ PR2だけ動かしてもMode Matchは問題無し

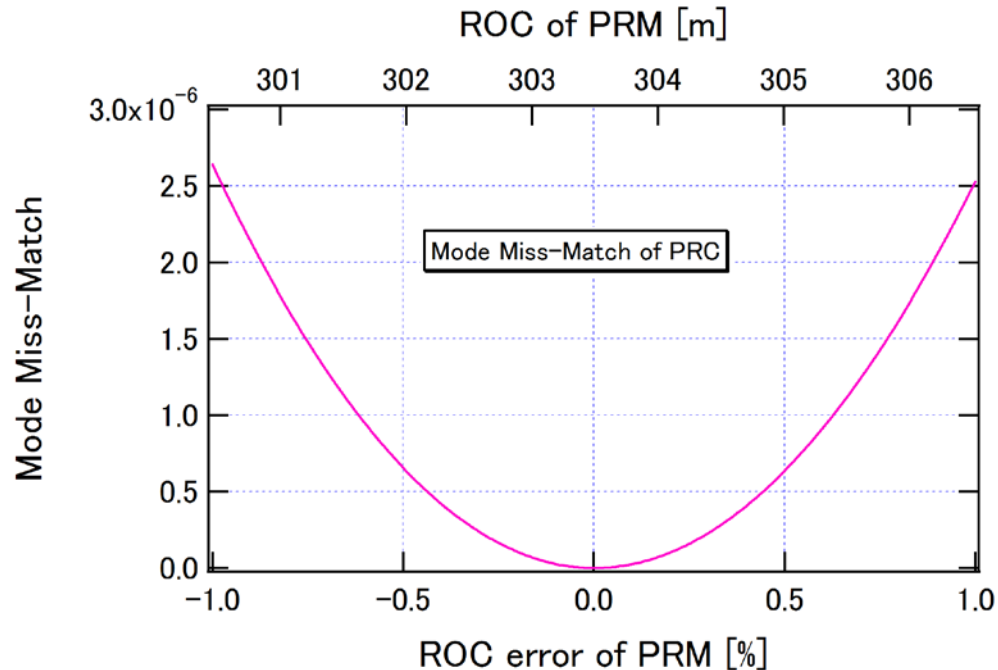
## 疑問

PRCの距離が変化する影響で他に問題は出ないか？

# PRM ROC error

PR2とPR3を先に発注した場合

⇒ PR2とPR3の実測に基づいて、PRMの曲率半径を決める



前述の通り、PRMの作成誤差によるMode Miss-Match は非常に小さい  
⇒ 鏡の位置移動の必要なし

# まとめ

- パラメータを更新 (ver. 2011-05, Cavity ROC 1.6km-1.9km)
  - PR2のROC作成誤差(1%)によってMode Matchは98%まで落ちる
  - PR3のROC作成誤差(1%)によってMode Matchは88%まで落ちる
- 全て発注後PR3のROCに作成誤差が生じた場合
  - PR2-PR3間の距離を固定した場合はモードマッチの補正が出来ない
  - **±1%の誤差に対してはPR2-PR3間の距離移動±14cm程度**でモードマッチ補正ができる。そのときGouy phaseの変化は少ない(0.3度-0.5度)
  - 補正のための鏡移動距離に誤差が生じた場合、**誤差±3cmでMode Match 94%, 誤差±1cmでMode Match 99%まで落ちる**
  - **PR2 か PR3 のどちらか一方のみ**動かしてもMode Matchで問題はない
- PR2とPR3を先に発注した場合
  - ⇒ PR2とPR3の実測に基づいて、PRMのROCを決める
  - PRMのROCに±1%の作成誤差が生じても**鏡移動の必要なし**

**結論: Cavity ROCがFlat-7kmのときとほぼ同じ結果**

**⇒ PR3の作成誤差(±1%)は14cm程度の鏡距離移動(移動精度: ±1cm)でPRCのMode Matchを99%以上に回復できる。**