
Folding PRC の曲率誤差回避

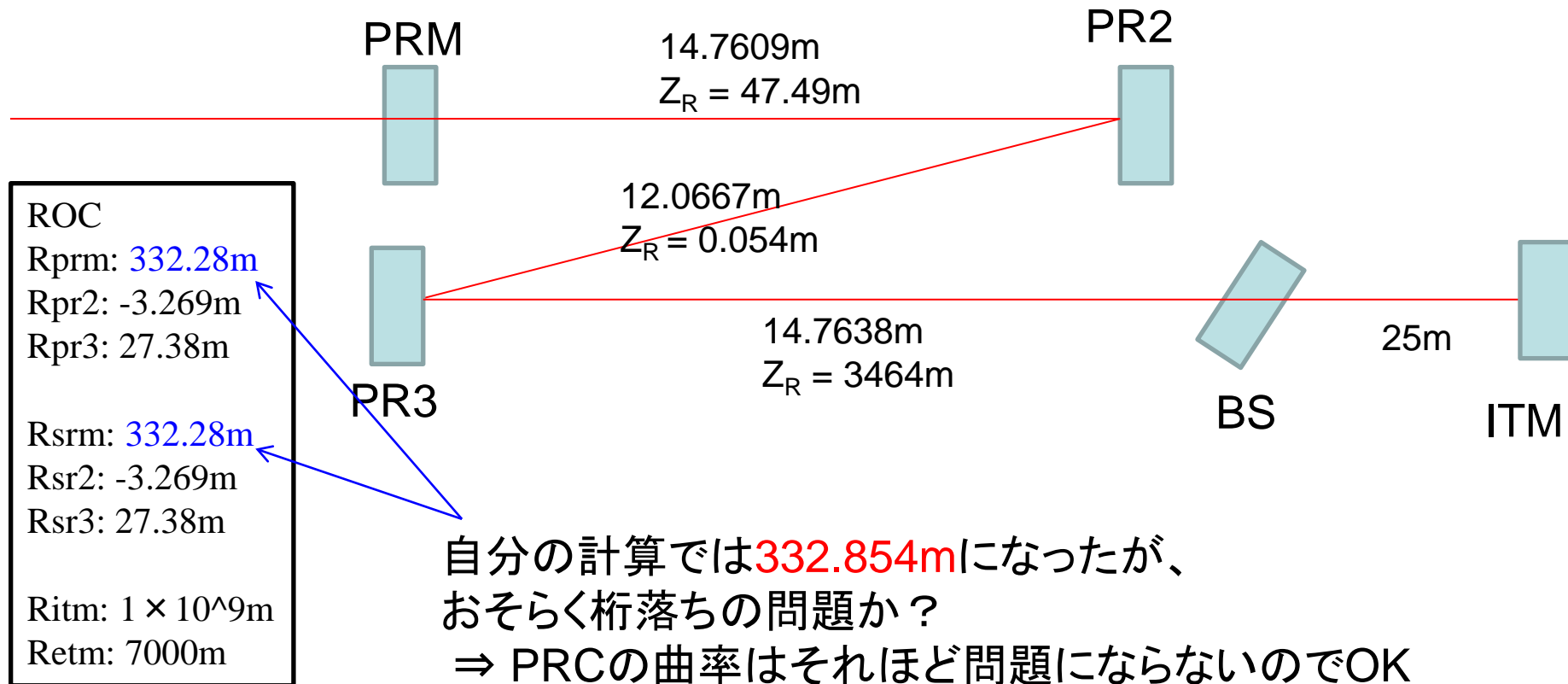
Kazuhiro Agatsuma, Chen Dan

PRCのROCに作成誤差が生じたときにそれを回避するための資料

- PRC全体の距離を固定して、PR2とPR3に作成誤差が入った場合のGouy phaseの回り方、モードマッチを保つためのPRMの曲率半径、モードマッチング係数を計算した
- **PR3**のROCに作成誤差が生じたときに、PRC鏡間の距離変化でそのモードマッチ誤差をキャンセル出来るかを計算した。

Default values of PRC

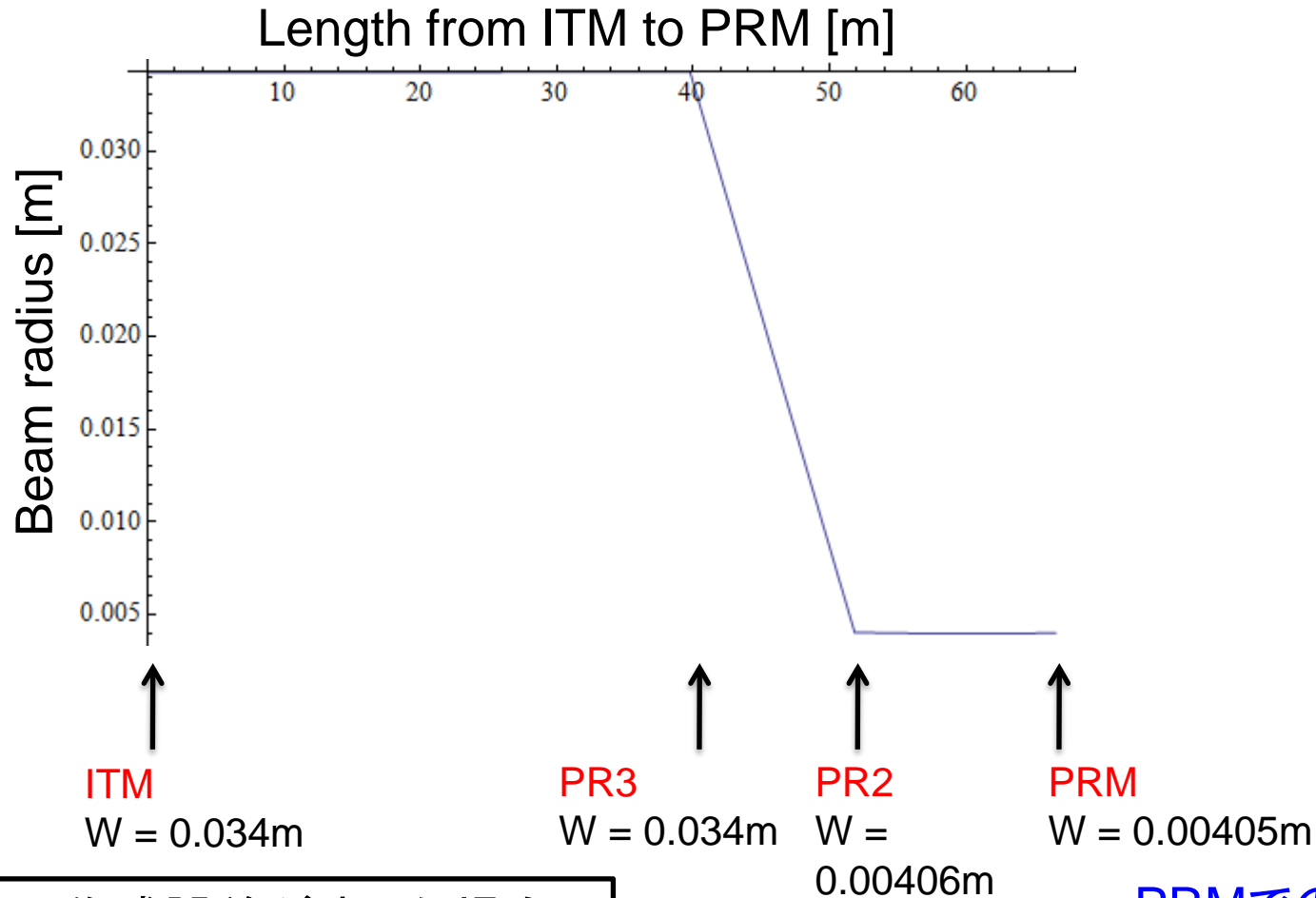
腕共振器のモードから始めて、PR3 ⇒ PR2 ⇒ PRMとビームを伝搬させて計算



Parameters are referred to

<http://gw.icrr.u-tokyo.ac.jp/JGWwiki/LCGT/subgroup/ifo/MIF/OptParam> (ver. 2011-04-19)

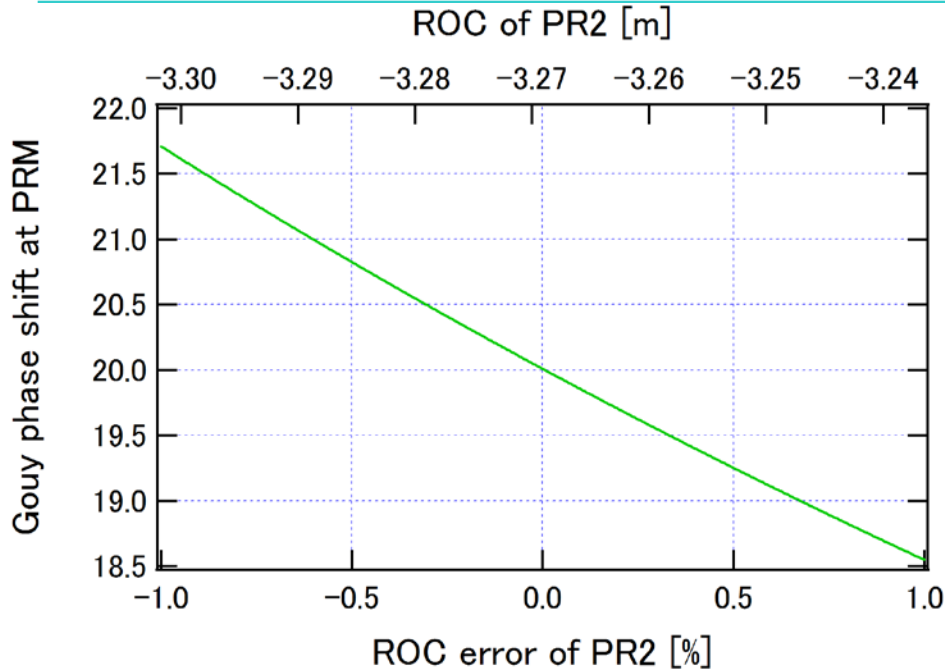
Beam profile on the default



鏡の曲率に作成誤差が生じた場合、
(1)Gouy Phase変化量が変わる
(2)PRMの最適曲率が変わる
(3)Mode Miss-Matchが生じる

PRMでのビーム半径は約4mmで、熱レンズ効果はクリア

ROC-Error effect of PR2

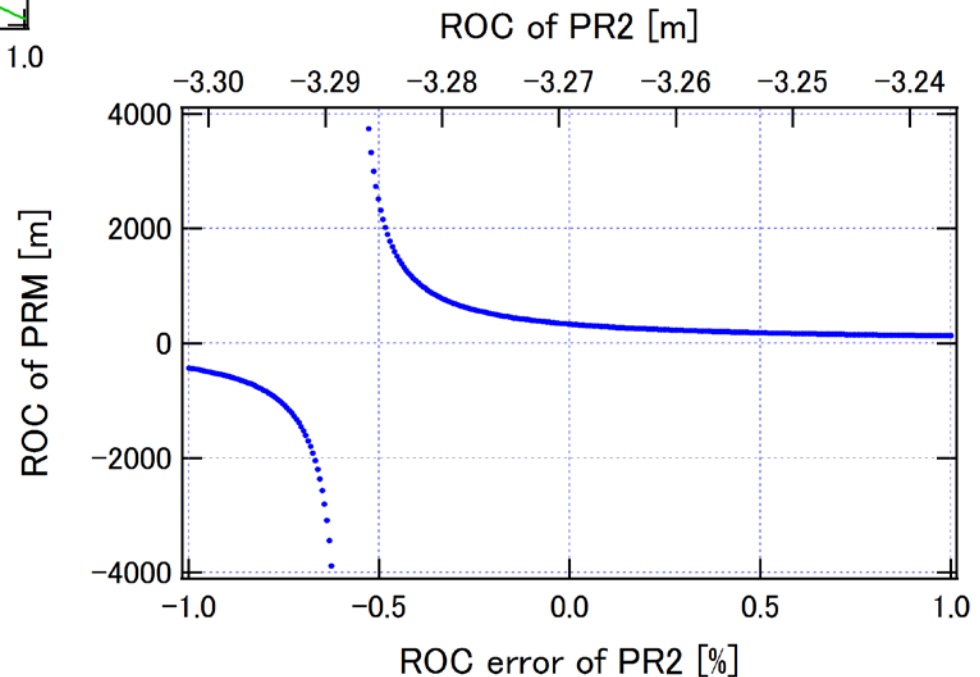


PR2のROCに誤差が生じたときに、PRMでのGouy phaseの回り方

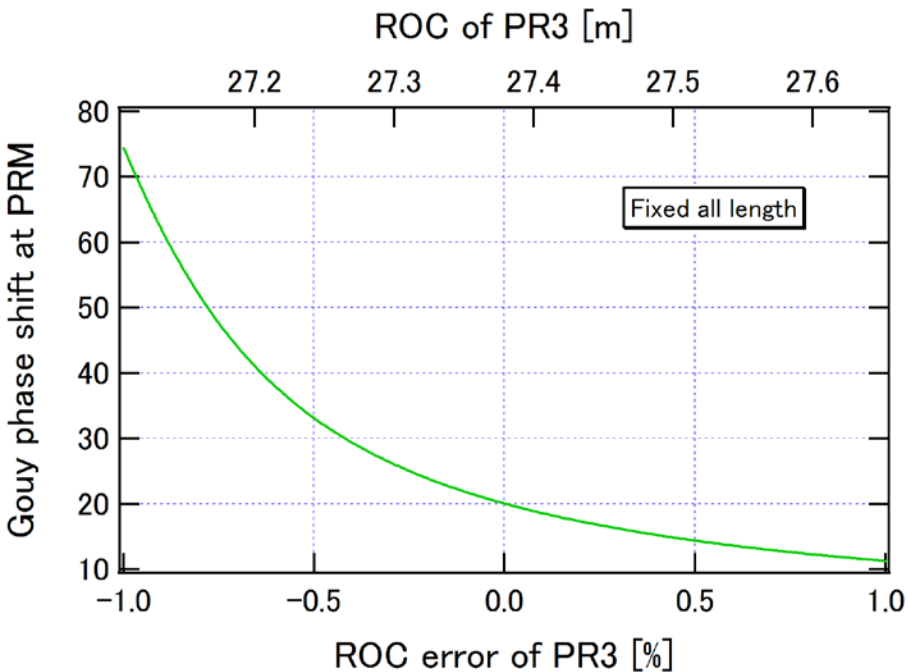
⇒ ROC \pm 1%で、 \pm 2度程度の变化

PR2のROCに誤差が生じたときに、モードマッチを保つPRMのROC (ビーム曲率の変化)

・-3.29m付近で曲率の符号が反転



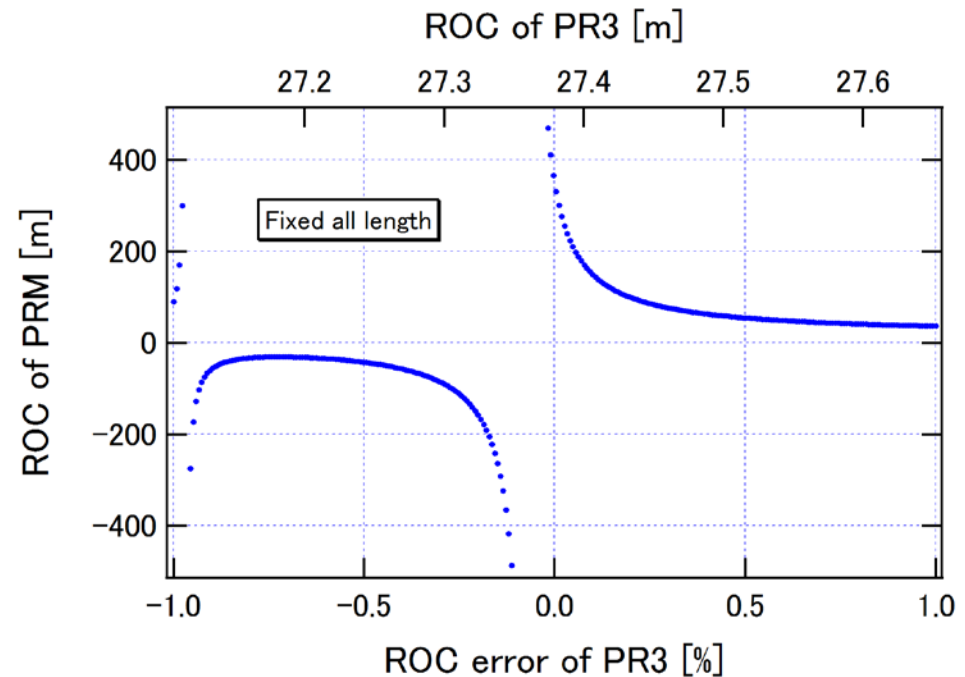
ROC-Error effect of PR3



PR3のROCに誤差が生じたときに、PRMでのGouy phaseの回り方

60度も変化する

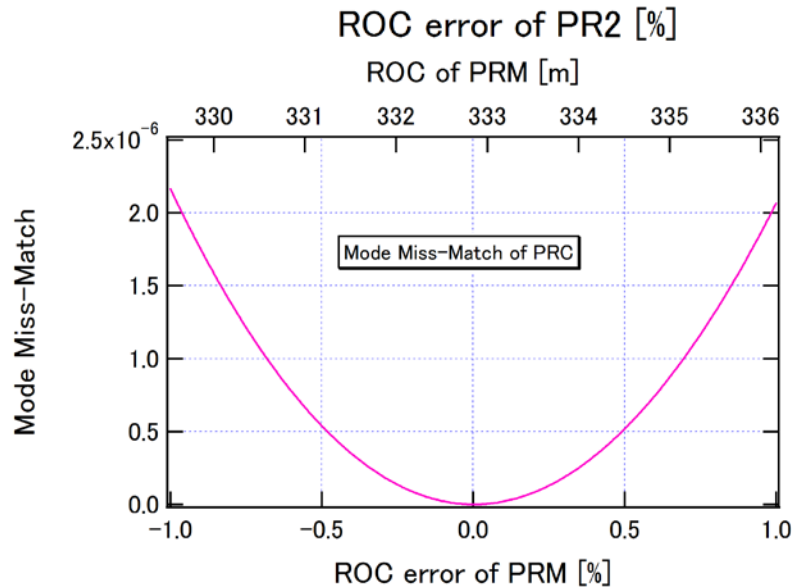
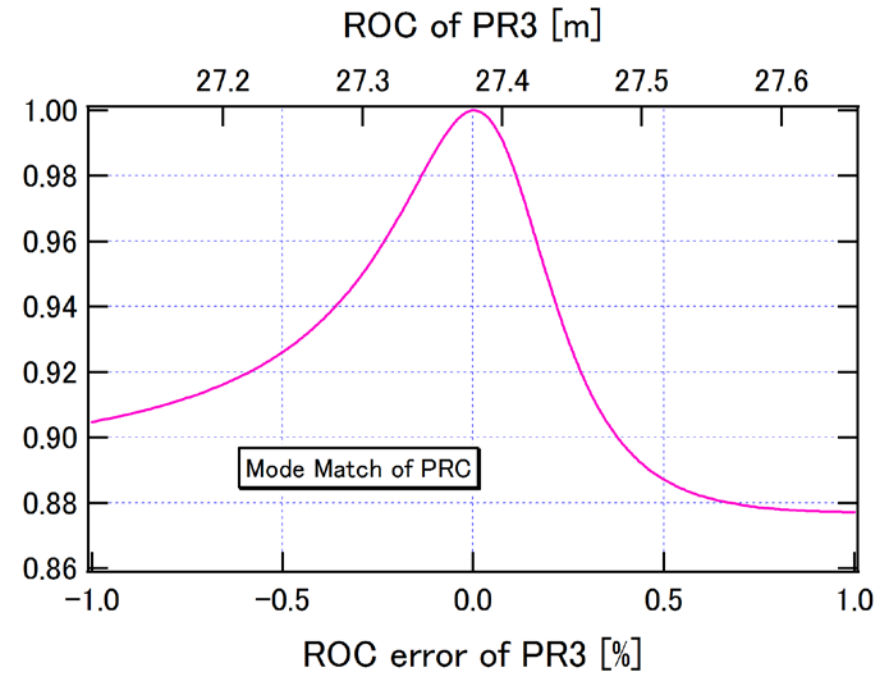
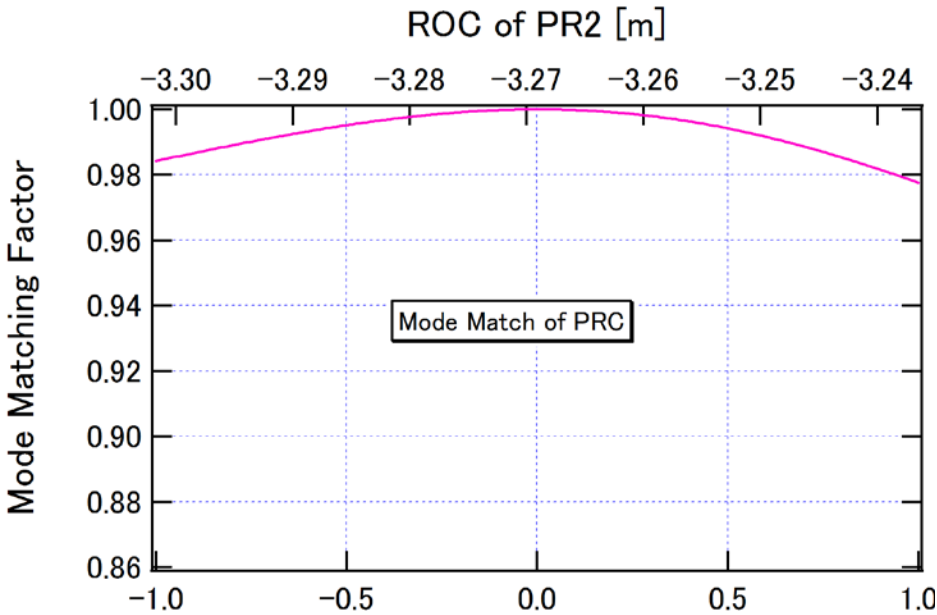
⇒ PR2の誤差に比べ、位相の変化が大きいのでより深刻



PR3のROCに誤差が生じたときに、モードマッチを保つPRMのROC (ビーム曲率の変化)

・27.35m付近と27.1m付近で曲率の符号が反転。

Mode Matching Factor of PRC



全ての鏡は初期位置に固定

- ・PR3のROCエラーが及ぼす影響が大きい
- ・PRMの作成誤差の影響は無視できる

疑問点

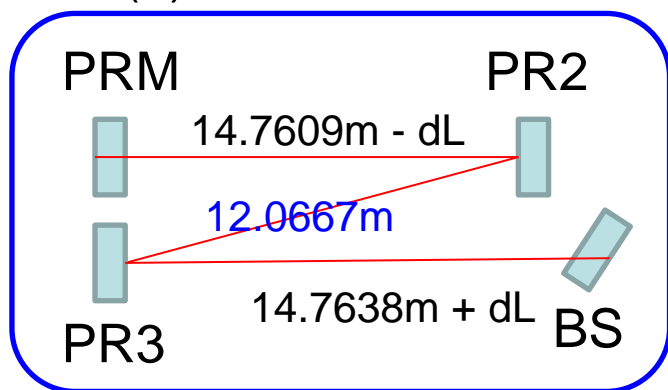
PRCのMode Matchはいくつ必要なのか？

鏡位置の変化パターン

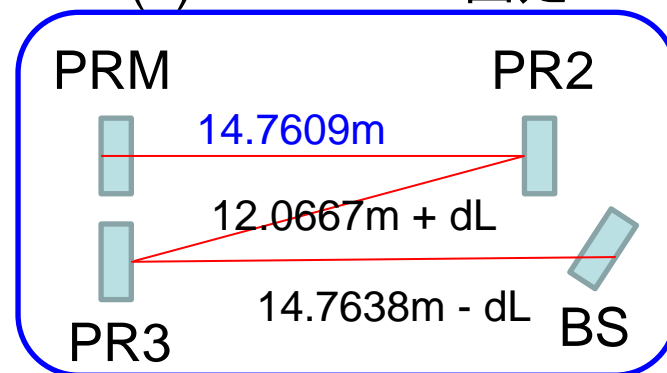
PR3の曲率誤差について、モードマッチの補正を鏡間の距離変化でおこなえるかを評価する

計算の簡略化のため、鏡間の距離の一つを固定。パターンは以下の3種類

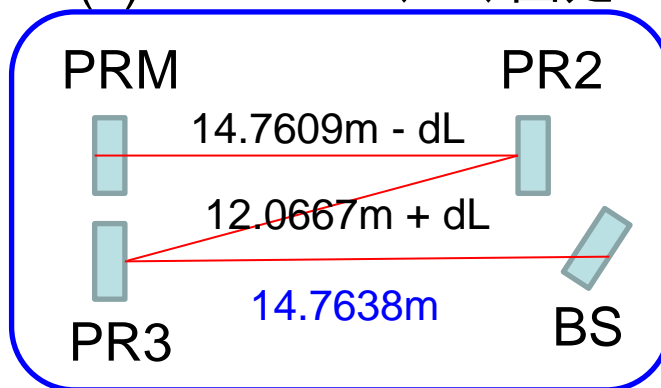
(1). PR2-PR3固定



(3). PRM-PR2固定

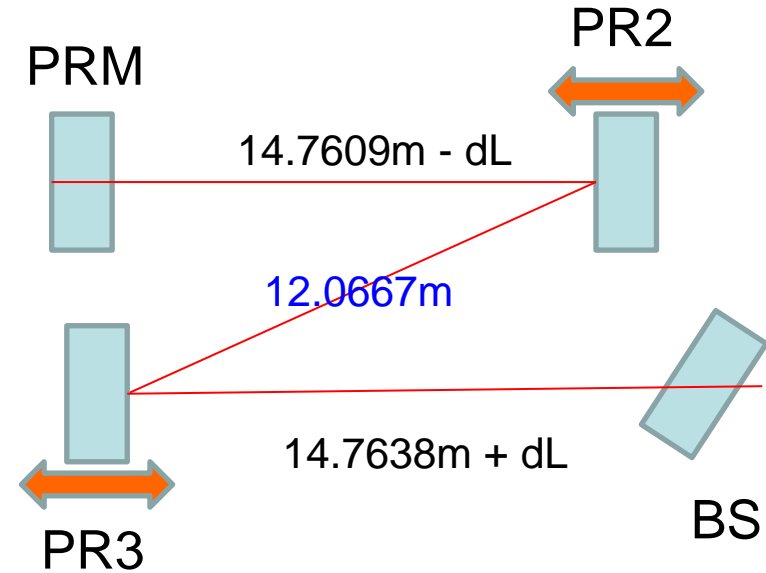
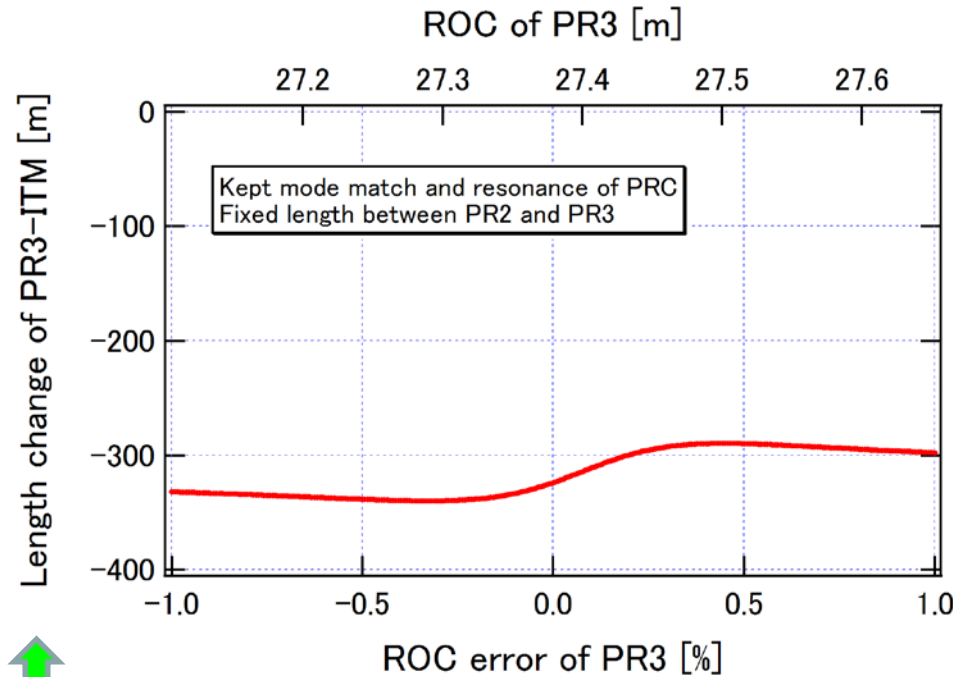


(2). PR3-ITM(BS)固定



PR3 error cancel (1)

PRCの共振状態を保つために、PR3-ITM間の距離を変化させた場合
(PRMでのビーム曲率:332.854mと、PRC全体長と、PR2-PR3間の距離は固定)

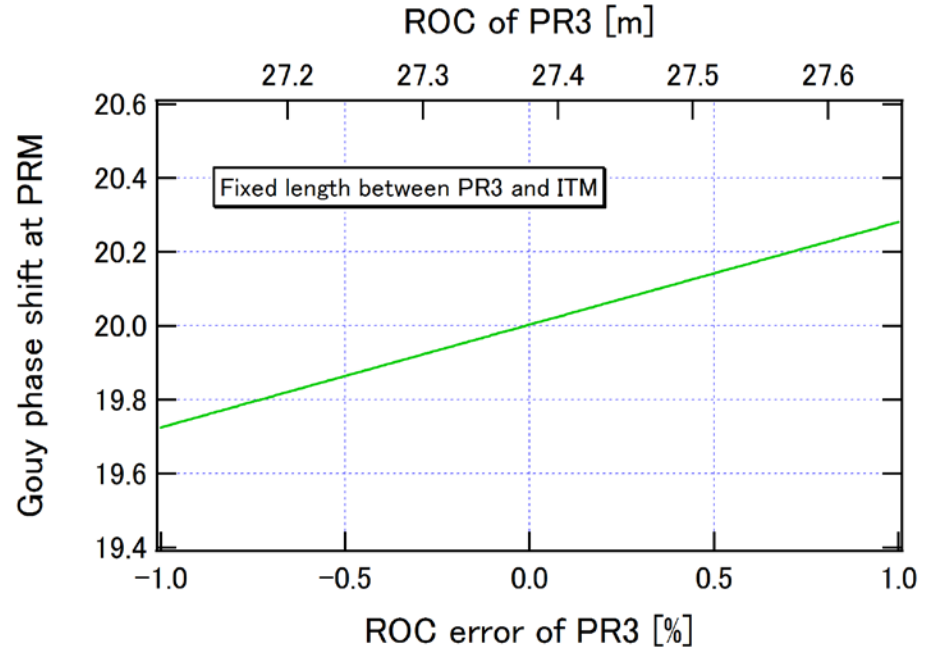
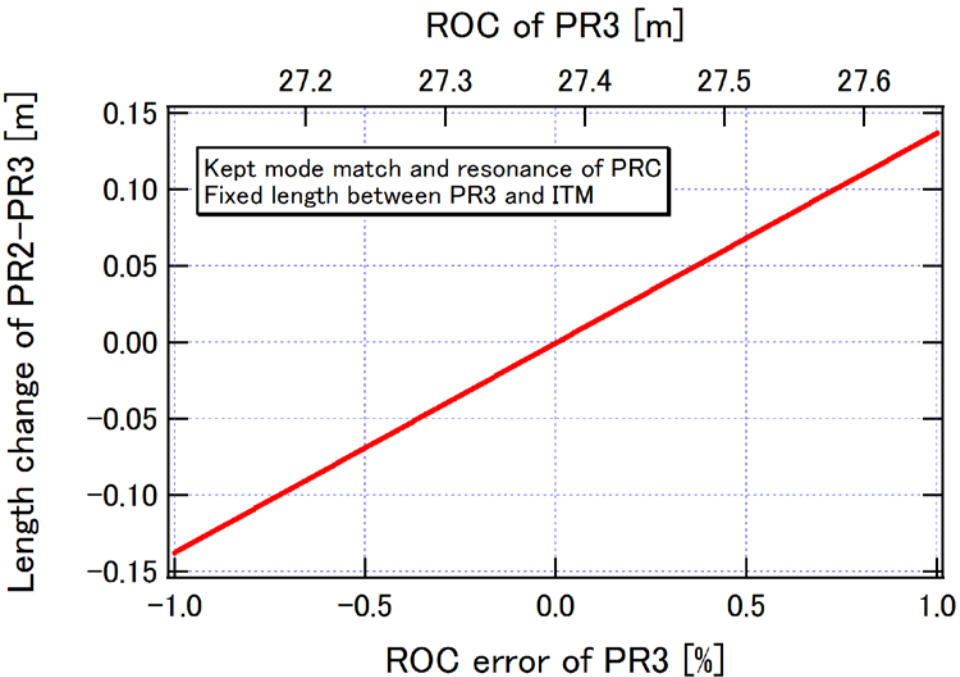
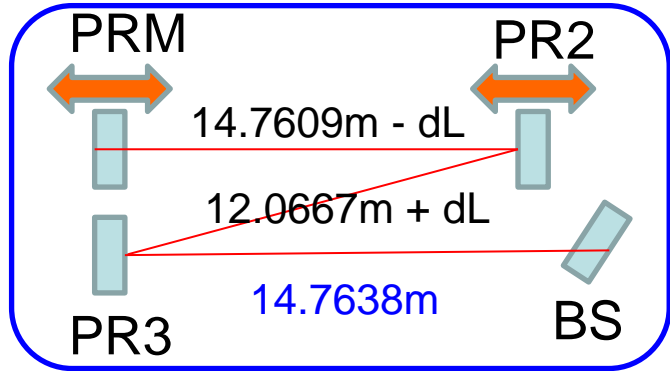


300~400m移動させる必要があり、無理！

⇒ レイリーレンジが長い部分で距離を変えるのは補正効率が悪い

PR3 error cancel (2)

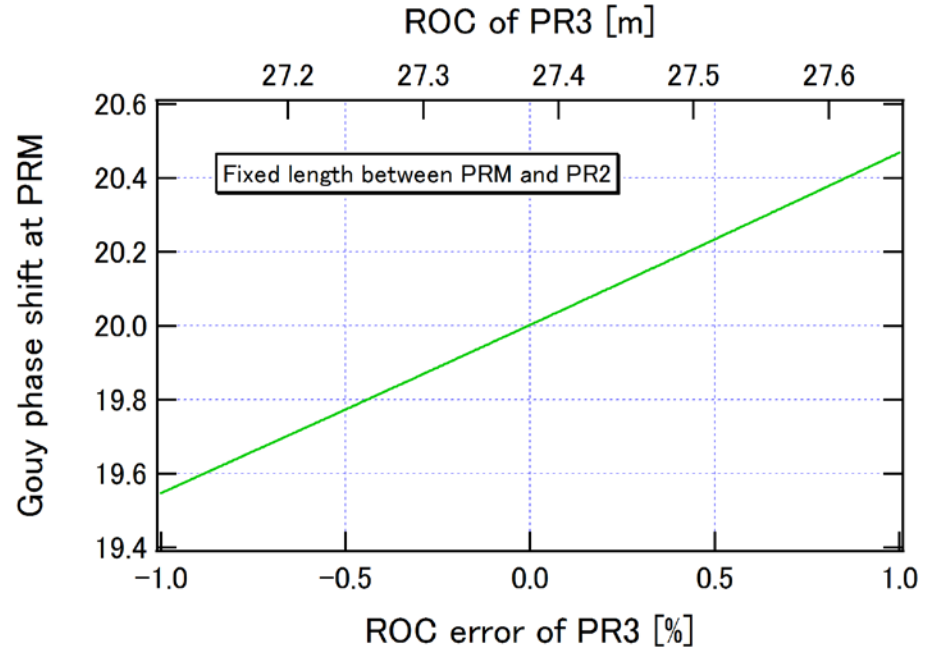
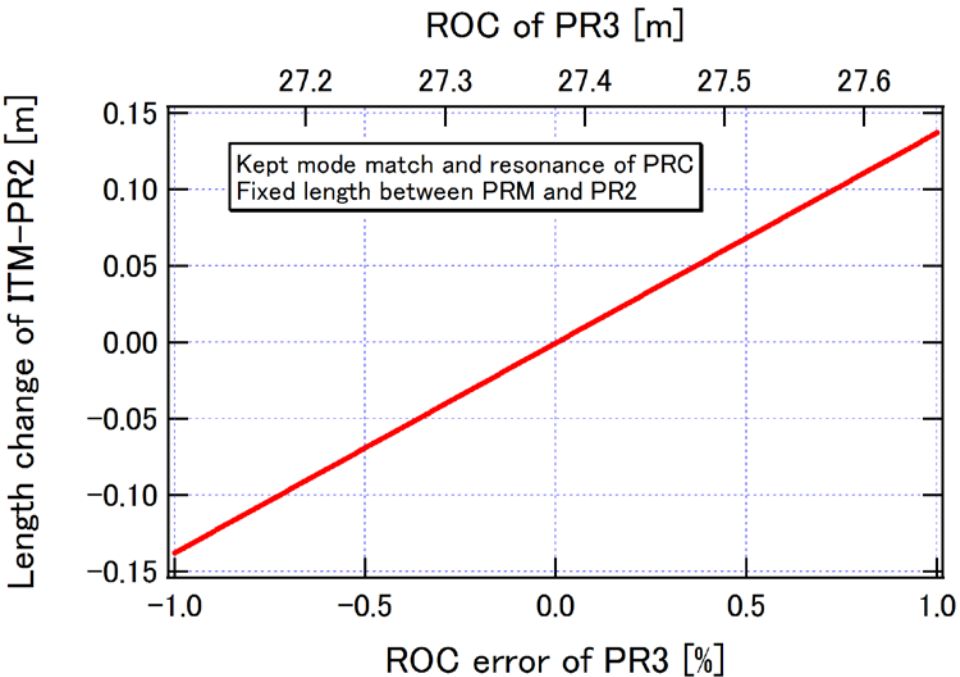
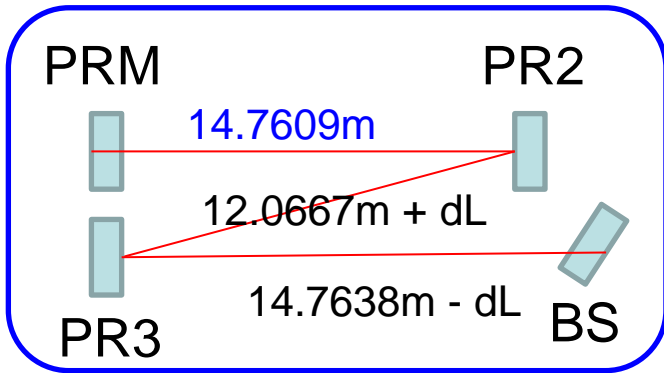
PRCの共振状態を保つために、PR2-PR3間の距離を変化させた場合
 (PRMでのビーム曲率:332.854mと、PRC全体長と、PR3-ITM間の距離は固定)



- ・ $\pm 1\%$ の誤差に対しては約 $\pm 14\text{cm}$ の移動でカバーできる。
- ⇒ 陳タン氏の計算(後述)とほぼ一致
- ・ そのときのGouy Phaseの変化は ± 0.3 度程度なので問題無い。
- ・ PR2-PR3間の距離を変えることが肝

PR3 error cancel (3)

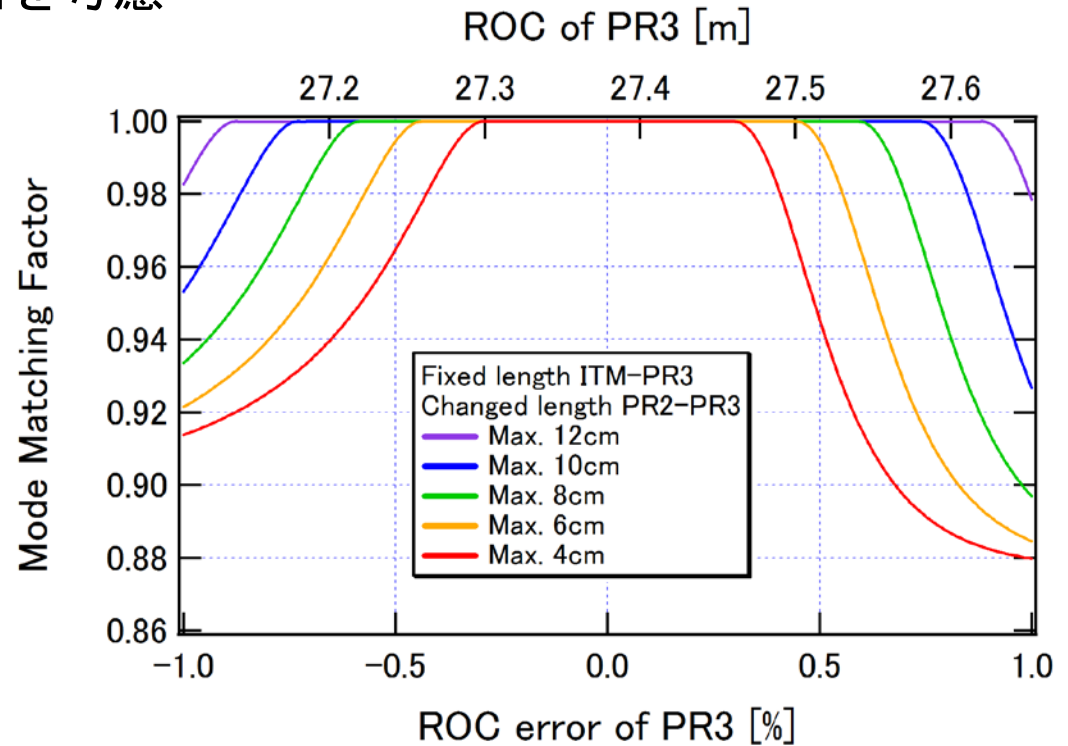
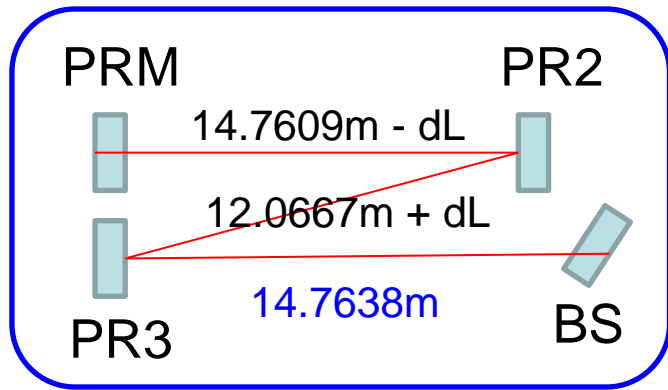
PRCの共振状態を保つために、PR2-PR3間の距離を変化させた場合
 (PRMでのビーム曲率:358.106mと、PRC全体長と、PRM-PR2間の距離は固定)



- ・ ±1%の誤差に対しては約±14cmの移動でカバーできる。
- ⇒ 陳タン氏の計算(後述)とほぼ一致
- ・ そのときのGouy Phaseの変化は±0.5度程度なので問題無い。
- ・ 前ページ(2)とほぼ同じ

Mode Matching Factor Correction

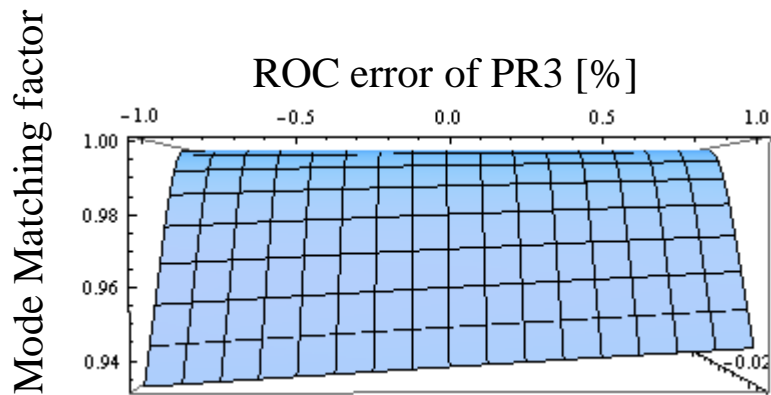
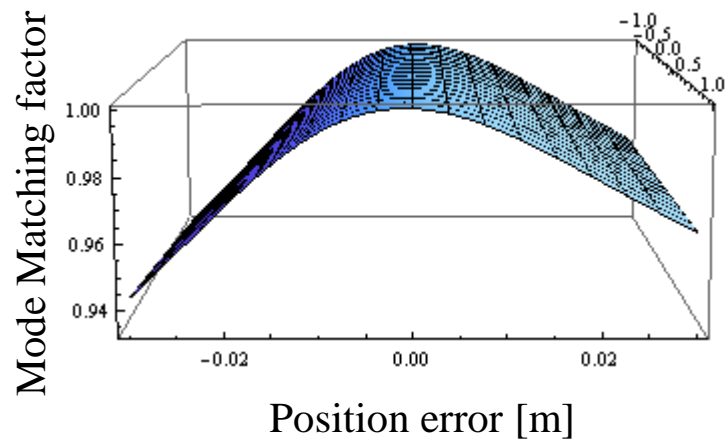
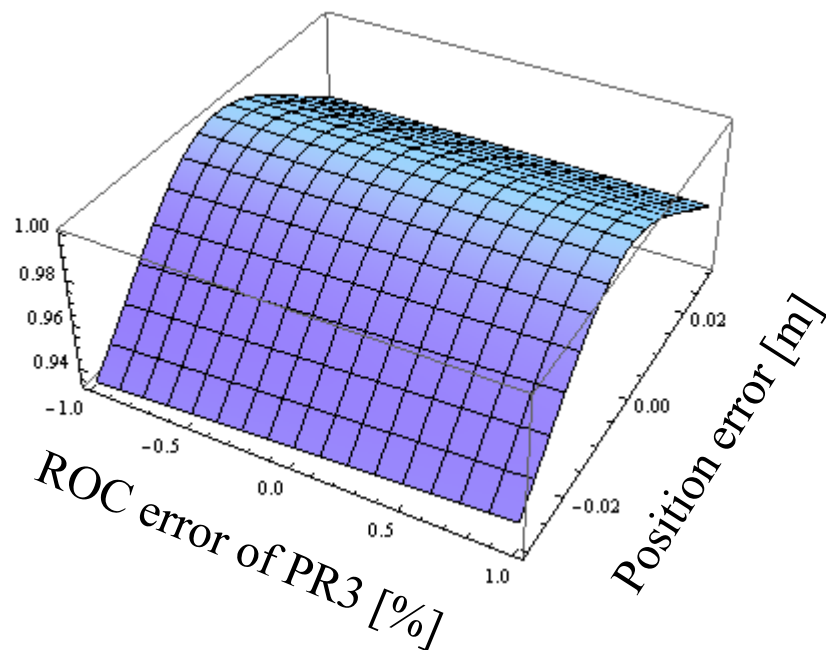
動かせる距離が限定された場合を考慮



必要なMode Matchから、最低限動かすべき量が分かる

Position Error Effect

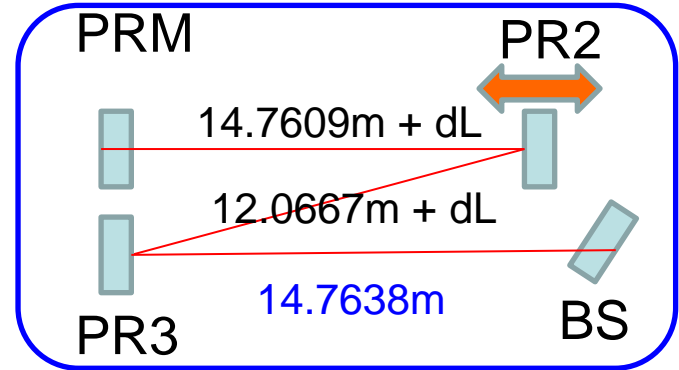
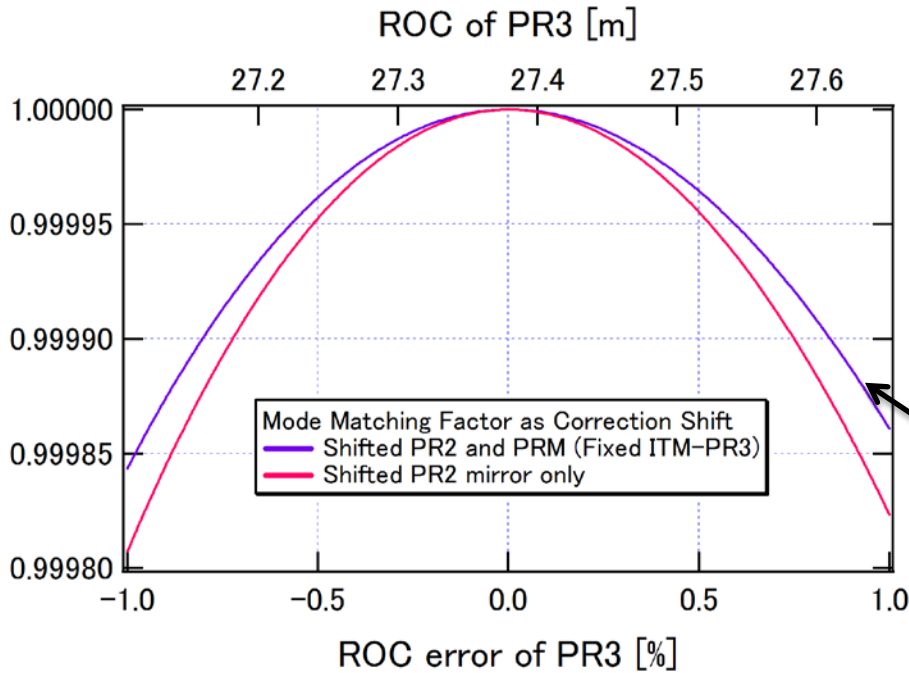
PR3の曲率補正のための鏡移動距離(2)にエラー(±3cm)が生じた場合



例えば±1cmの精度で鏡移動距離を合わせることができれば、Mode Matchは99%まで補正可能

Correction Shift by PR2 only

PR2のみを動かした場合 (PRCの距離を $2dL$ だけ変える場合) を考える



(2)で補正した場合のMode Matchの変化との比較
⇒ 影響の大部分はPR2-PR3間の距離を変えることなので、両者はほとんど同じ

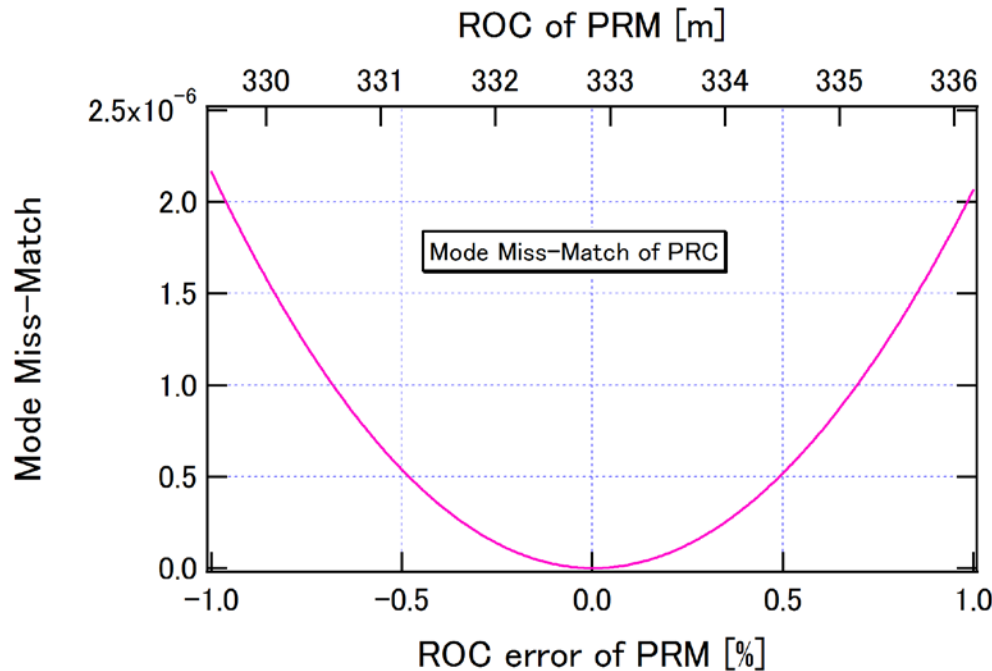
PR3の曲率誤差を補正するための鏡位置の移動によるPRCの Mode Match は、 10^{-4} オーダーでしか変化しない ⇒ PR2だけ動かしてもMode Matchは問題無し

PRCの距離が変化する影響は他に問題ないか？

PRM ROC error

PR2とPR3を先に発注した場合

⇒ PR2とPR3の実測に基づいて、PRMの曲率半径を決める



前述の通り、PRMの作成誤差によるMode Miss-Match は非常に小さい

⇒ 鏡の位置移動の必要なし

まとめ

- パラメータを更新 (ver. 2011-04-19, Cavity ROC Flat-7km)
 - PR2のROC作成誤差(1%)によってMode Matchは98%まで落ちる
 - PR3のROC作成誤差(1%)によってMode Matchは88%まで落ちる
- 全て発注後PR3のROCに作成誤差が生じた場合
 - PR2-PR3間の距離を固定した場合はモードマッチの補正が出来ない
 - **±1%の誤差に対してはPR2-PR3間の距離移動±14cm程度**でモードマッチ補正ができる(陳タン氏の結果とconsistent)。そのときGouy phaseの変化は少ない(0.3度-0.5度)
 - 補正のための鏡移動距離に誤差が生じた場合、**誤差±3cmでMode Match 93%, 誤差±1cmでMode Match 99%**まで落ちる
 - PR2 or PR3 のみ動かしても問題ない
- PR2とPR3を先に発注した場合
 - ⇒ PR2とPR3の実測に基づいて、PRMのROCを決める
 - PRMのROCに±1%の作成誤差が生じても**鏡移動の必要なし**

結論: PR3の作成誤差(±1%)は14cm程度の鏡距離移動(移動精度: ±1cm)でPRCのMode Matchを99%以上に回復できる。

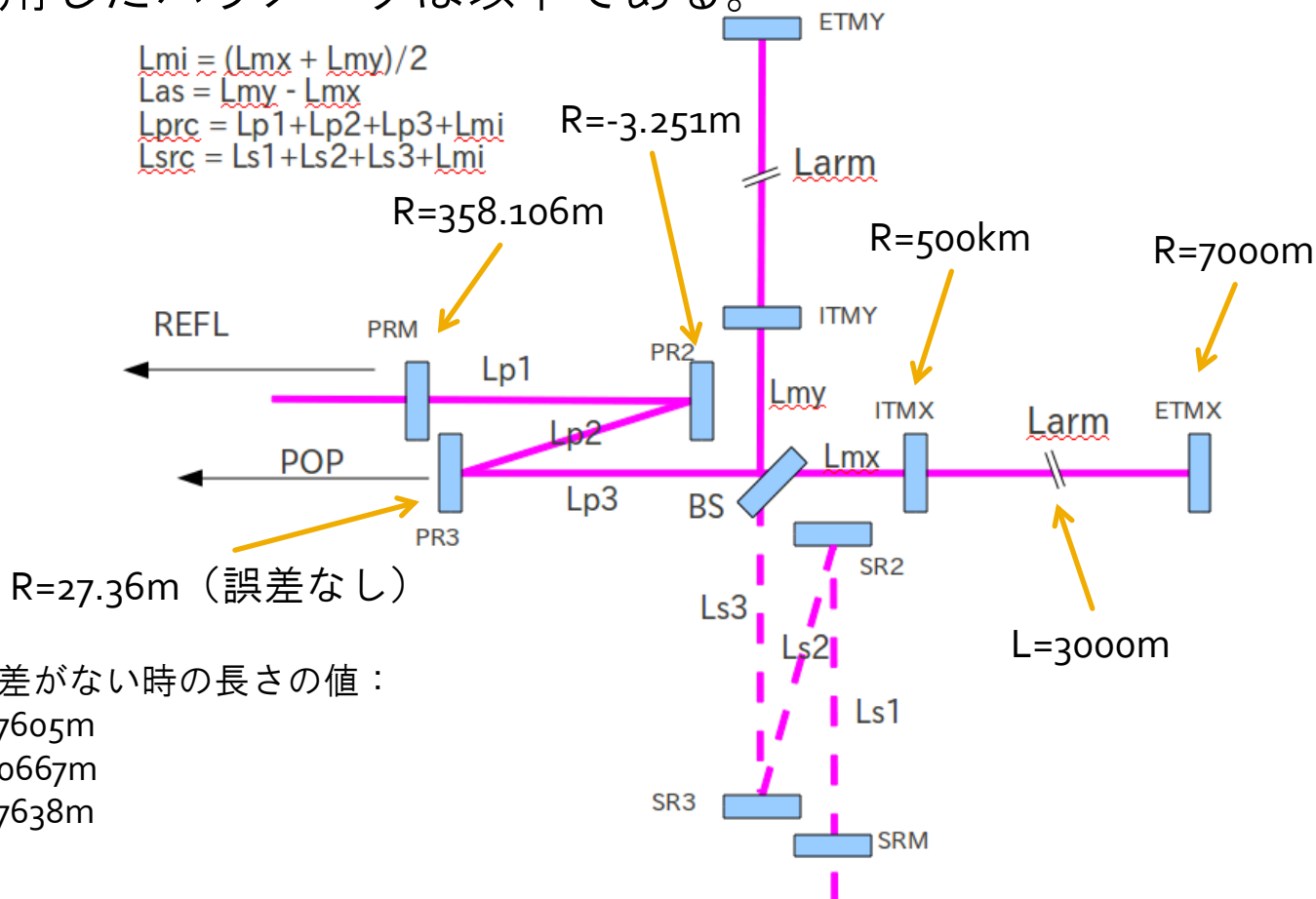
陳タン氏の計算結果

PR₃の曲率エラーをいかにキャンセルするか

PR₃の曲率半径(27.36m)に0.5%のエラーがあった場合に、Lp₁, Lp₂, Lp₃をどれだけ変化させれば、Gouy Phaseが20度まわり、かつPRMの曲率とレーザーの曲率が一致するかを計算した。(モードがもとと一致)

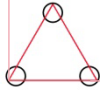
計算に使用したパラメータは以下である。

$$\begin{aligned} L_{mi} &= (L_{mx} + L_{my})/2 \\ L_{as} &= L_{my} - L_{mx} \\ L_{prc} &= L_{p1} + L_{p2} + L_{p3} + L_{mi} \\ L_{src} &= L_{s1} + L_{s2} + L_{s3} + L_{mi} \end{aligned}$$



PR₃に誤差がない時の長さの値：

- Lp₁ = 14.7605m
- Lp₂ = 12.0667m
- Lp₃ = 14.7638m



計算方法

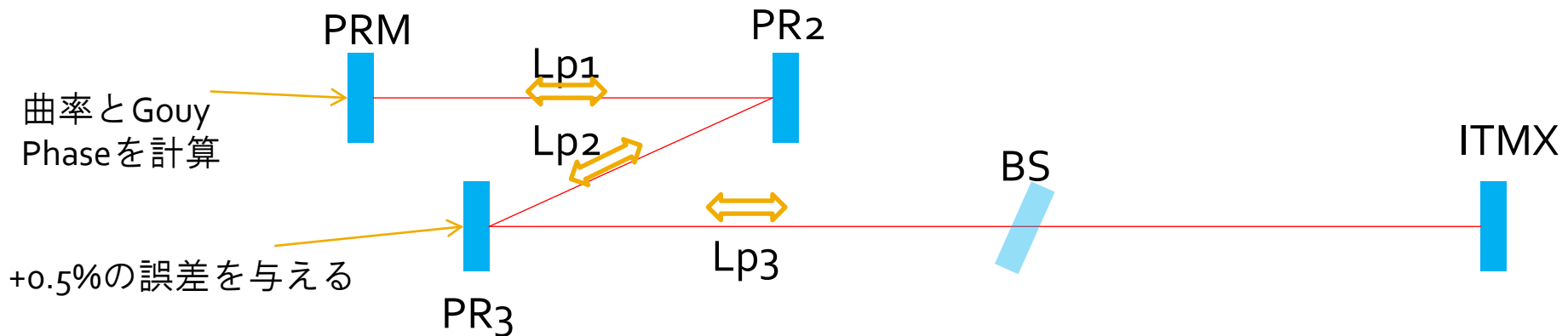
1. PR₃の曲率半径に+0.5%の誤差を与える
2. 条件： $Lp_1 + Lp_2 + Lp_3 = 41.5914[m] = \text{fixed}$ を課して、 Lp_1, Lp_2 をふる
3. レーザーの曲率半径@PRMとITMX-PRM間のGouy Phase Shiftを計算

↳ レーザーを腕(ITMX)からPRMまで伝搬させてABCD matrixで計算を行った。

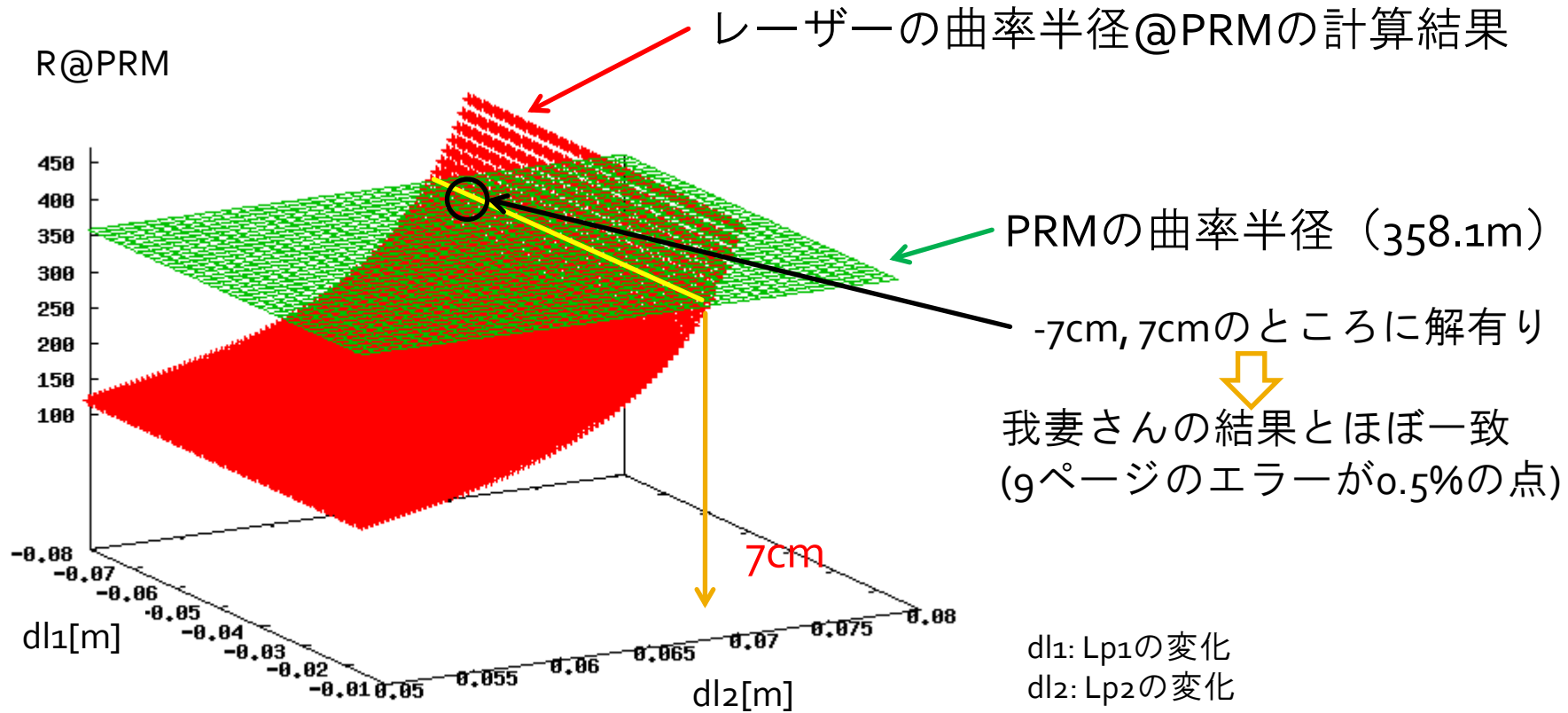
2, 3の計算を繰り返して、

- ・ PRMでのレーザーの曲率半径 = PRMの曲率半径(358m)
- ・ Gouy Phase Shift = 20度

の2条件を満たす Lp_1, Lp_2 を見つける

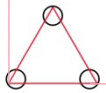


PRMでのレーザーの曲率半径の計算結果

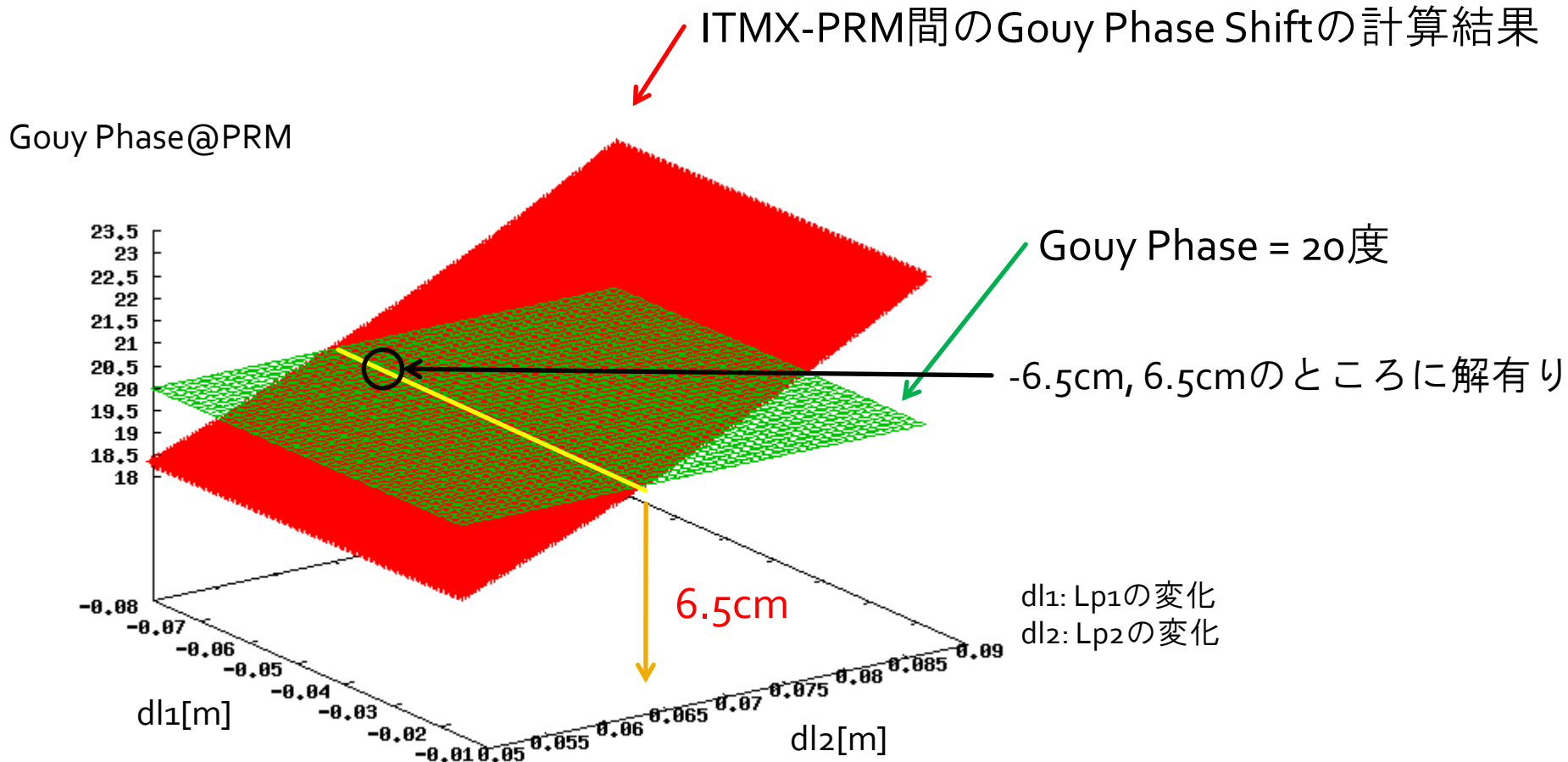


dl₁は結果に大きくは作用しない

dl₂を7cmだけ伸ばすことでレーザーの曲率半径とPRMの曲率半径が一致する

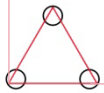


Gouy Phase Shiftの計算結果



dl1は結果に大きくは作用しない

dl2を6.5cmだけ伸ばすことでITMX-PRM間のGouy Phaseが20度回る

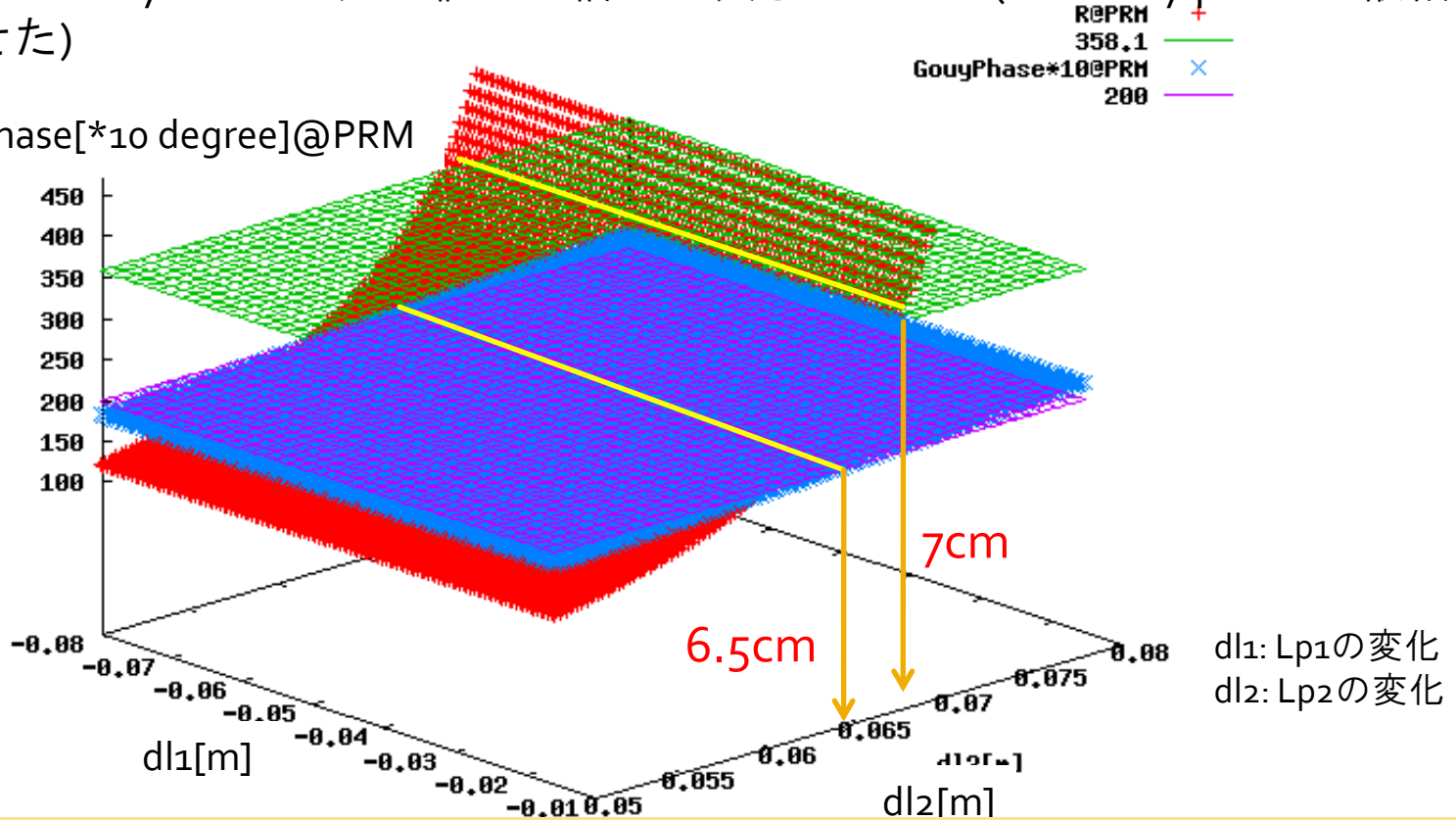


2条件を満たす解

- ・ PRMでのレーザーの曲率半径 = PRMの曲率半径(358m)
- ・ Gouy Phase Shift = 20度

の2条件を同時に満たすLp1, Lp2を見つけるために二つの結果を重ねた。
見やすいようにGouy Phaseの方は値を10倍して表示している(RとGouy phaseの縦軸の値を一致させた)

R[m], Gouy Phase[*10 degree]@PRM



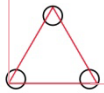
二つの条件を満たす解は見つけられなかった。(もっと振ってみる?)
Lp2を+7cm動かすことでレーザーの曲率半径とPRMの曲率半径を一致させることができる。この時、Gouy Phase Shiftは大して変わらない。(1度くらい?)

まとめ

PR₃の曲率に+0.5%の誤差があったときに、それをキャンセルするためにLp₁, Lp₂をどれだけ変化させればよいか

結果:

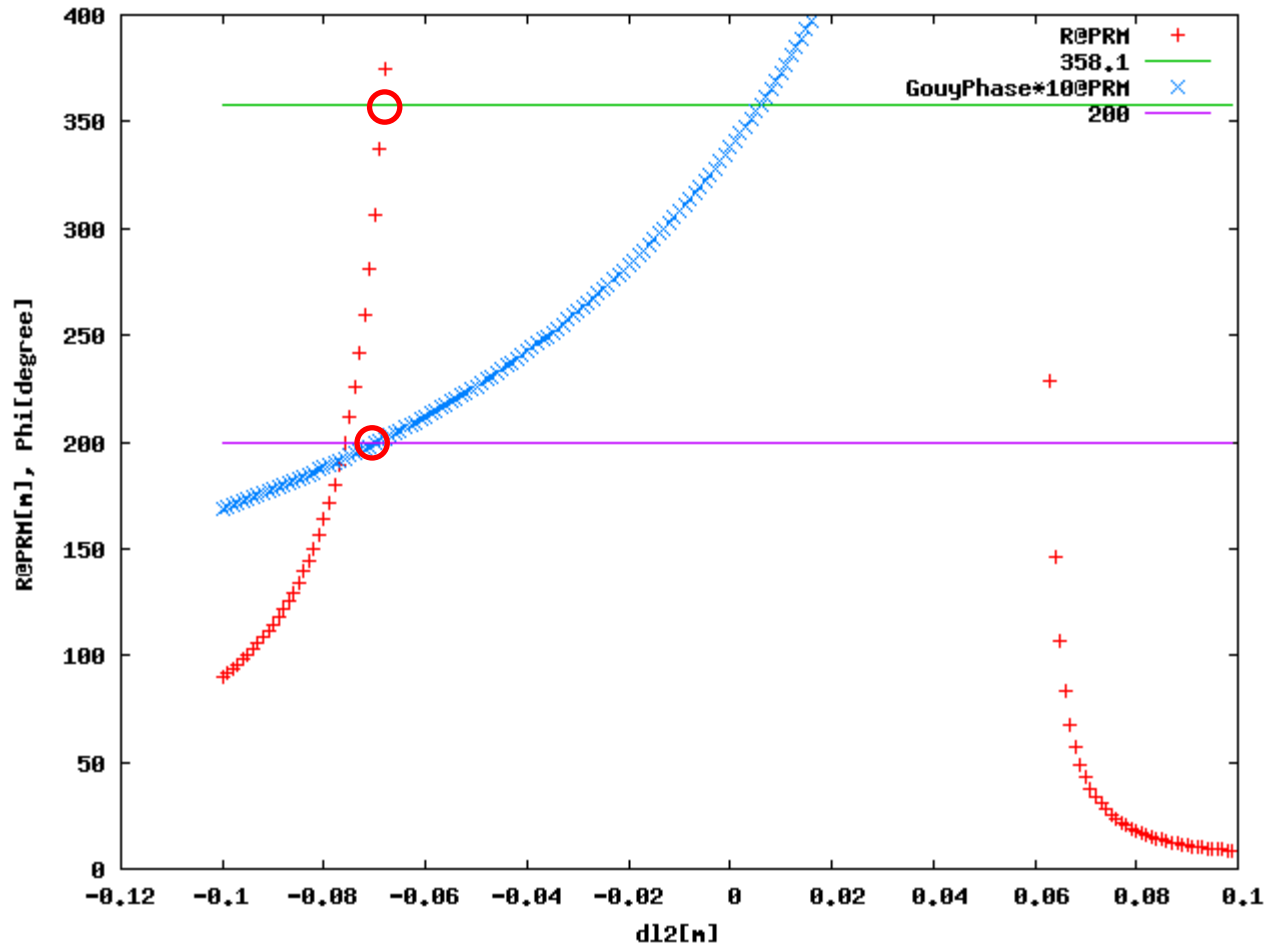
1. Lp₁の変化はGouy Phase, レーザーの曲率半径にほぼ影響を与えない。
2. 二つの条件（曲率半径とGouy Phase）を満たす解は見つけれなかった。
3. Lp₂を7cm動かすことでレーザーの曲率半径とPRMの曲率半径を一致させることができる。この時、Gouy Phase Shiftは大して変わらない。（1度くらい?）



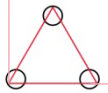
追加計算_{4/21}

PR₃の曲率誤差が-0.5%, -0.3%, 0.0%, +0.3%, +0.5%の時のPRMでのレーザーの曲率半径とGouy Phase Shiftを計算した。

L_{p2}, L_{p3}を変化させ、L_{p1}は変化させずに計算を行った。



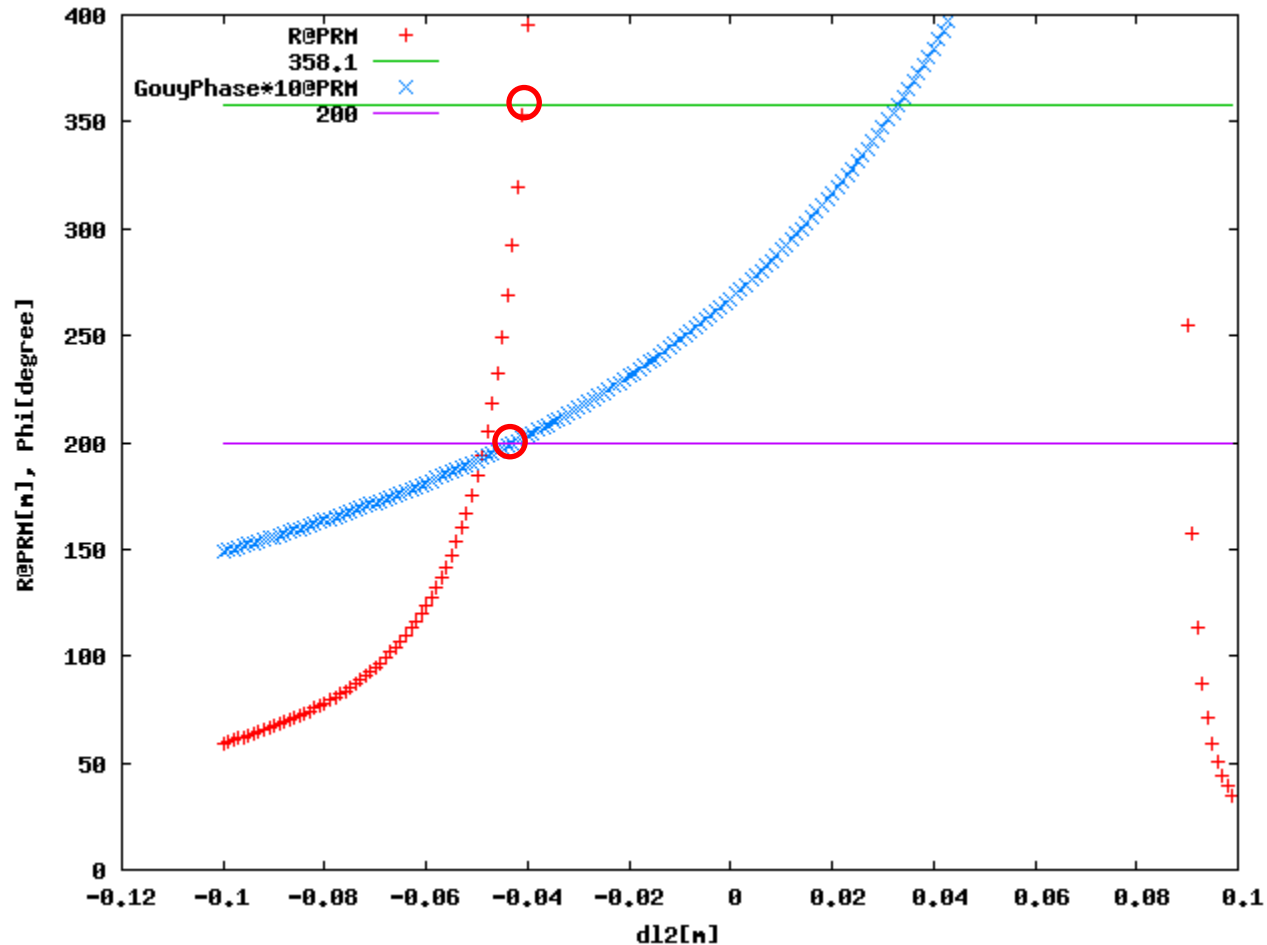
-0.5%誤差



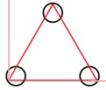
追加計算_{4/21}

PR₃の曲率誤差が-0.5%, -0.3%, 0.0%, +0.3%, +0.5%の時のPRMでのレーザーの曲率半径とGouy Phase Shiftを計算した。

Lp₂, Lp₃を変化させ、Lp₁は変化させずに計算を行った。



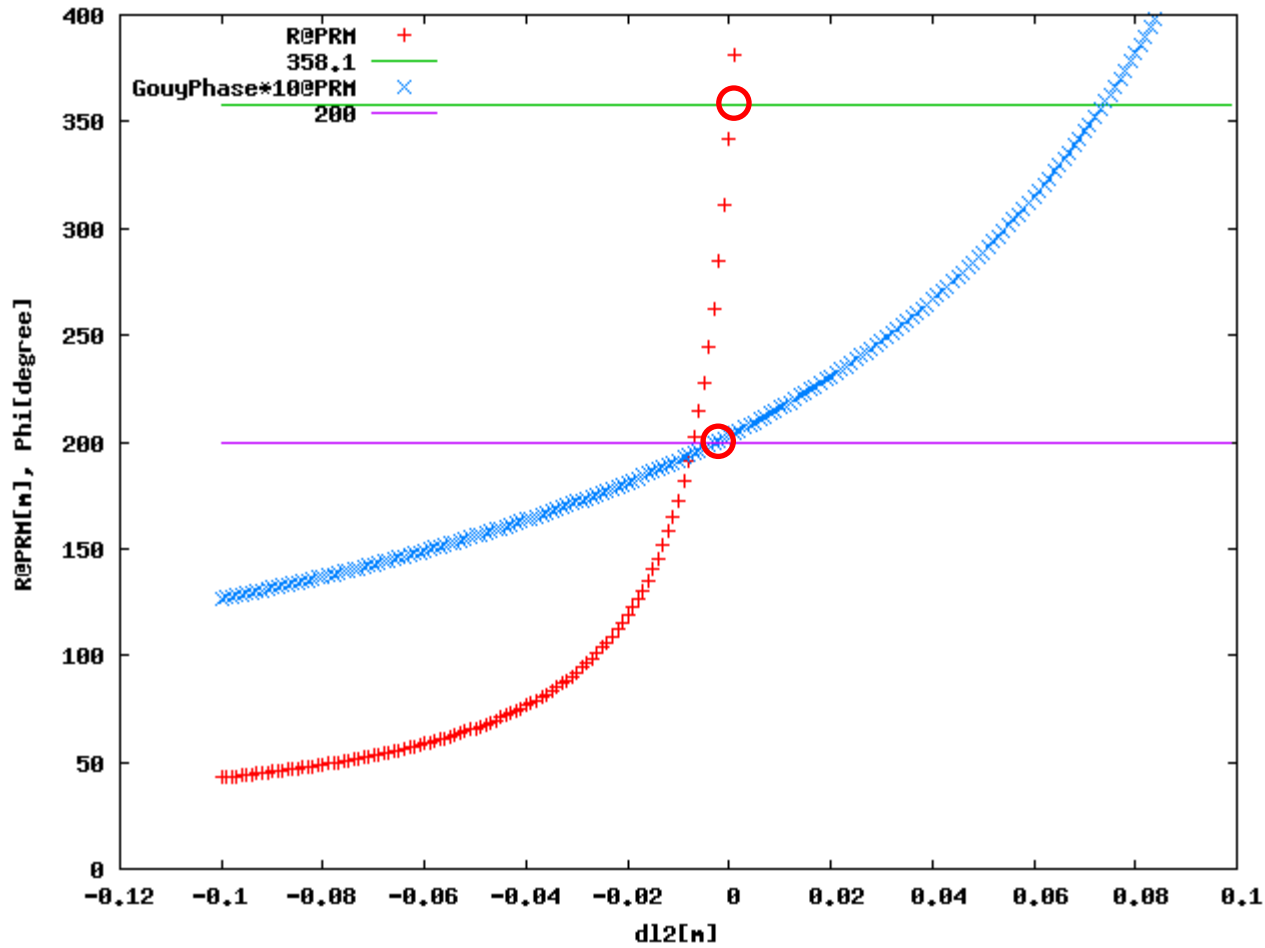
-0.3%誤差



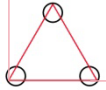
追加計算_{4/21}

PR₃の曲率誤差が-0.5%, -0.3%, 0.0%, +0.3%, +0.5%の時のPRMでのレーザーの曲率半径とGouy Phase Shiftを計算した。

L_{p2}, L_{p3}を変化させ、L_{p1}は変化させずに計算を行った。



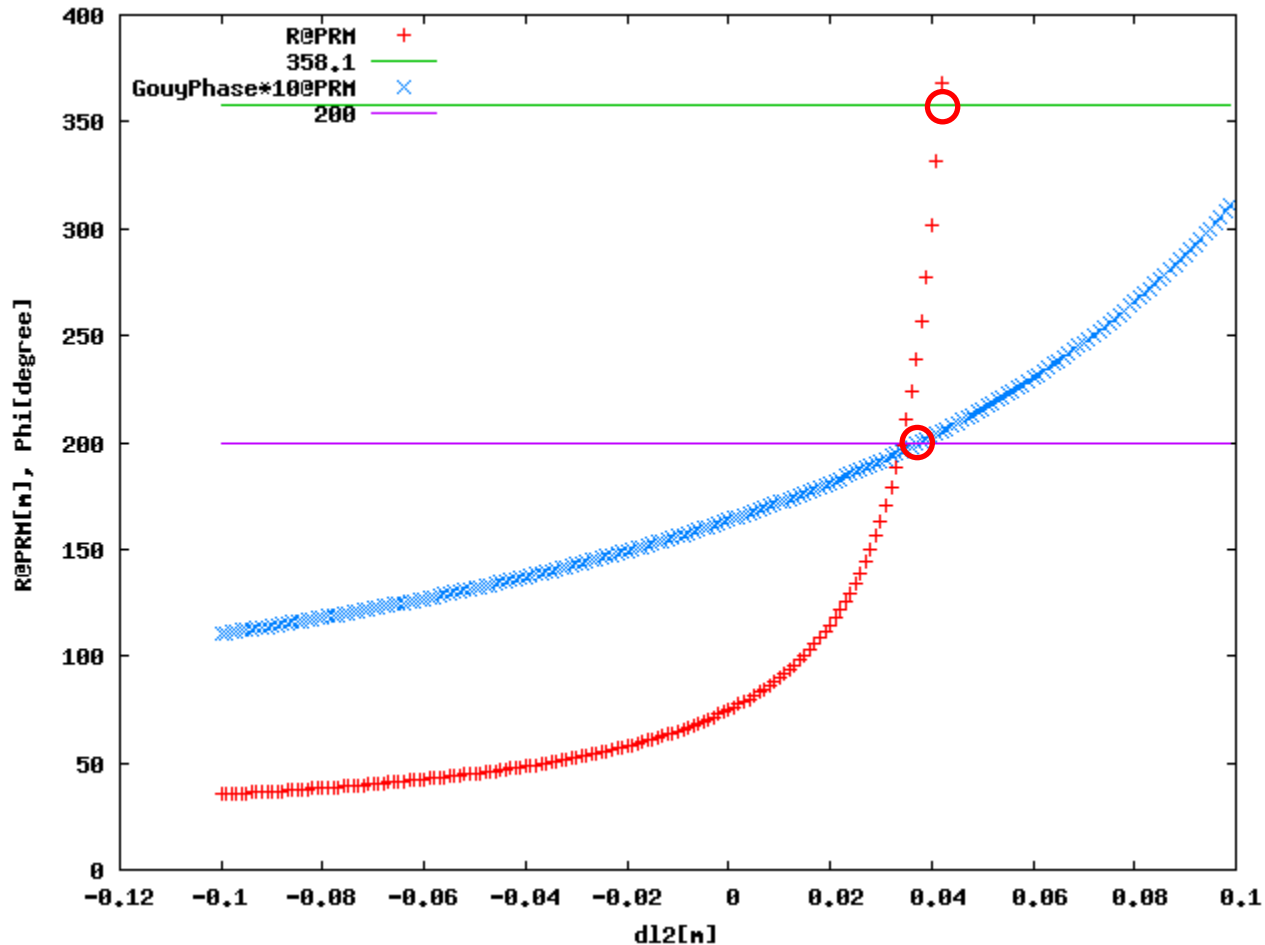
0.0%誤差



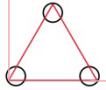
追加計算_{4/21}

PR₃の曲率誤差が-0.5%, -0.3%, 0.0%, +0.3%, +0.5%の時のPRMでのレーザーの曲率半径とGouy Phase Shiftを計算した。

Lp₂, Lp₃を変化させ、Lp₁は変化させずに計算を行った。



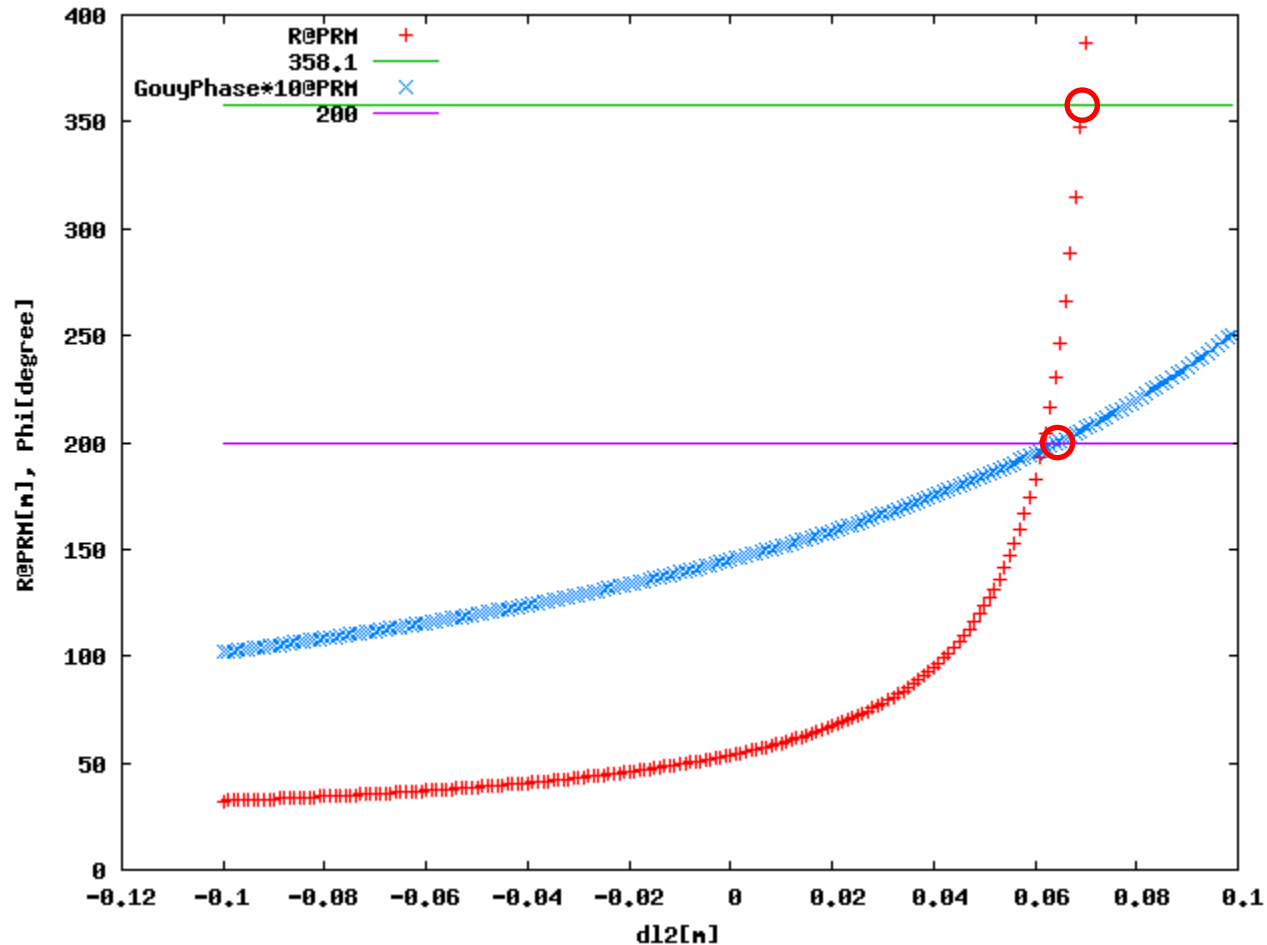
+0.3%誤差



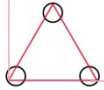
追加計算_{4/21}

PR₃の曲率誤差が-0.5%, -0.3%, 0.0%, +0.3%, +0.5%の時のPRMでのレーザーの曲率半径とGouy Phase Shiftを計算した。

L_{p2}, L_{p3}を変化させ、L_{p1}は変化させずに計算を行った。



+0.5%誤差



追加計算_{4/21}

PR₃の曲率誤差が-0.5%, -0.3%, 0.0%, +0.3%, +0.5%の時のPRMでのレーザーの曲率半径とGouy Phase Shiftを計算した。

Lp₂, Lp₃を変化させ、Lp₁は変化させずに計算を行った。

まとめ

PR₃の曲率誤差が±0.5%の間なら、Lp₂, Lp₃をそれぞれ±7cm, ∓7cm動かすことでそれをキャンセルすることができる。

またLp₂, Lp₃を動かす量は曲率誤差にほぼ線形である。

我妻さん(p9, p10)の結果と一致。

