

# LCGTのRCを折り返すかどうか

宗宮健太郎

平成 22 年 4 月 29 日

## 1 概要

第二世代干渉計において、リサイクリングキャビティ(RC)を折り返すかどうかの選択は、インフラの変更を伴うものであり、早急に決断しなければならない問題である。現状、aLIGOでは折り返すことが決定し、Ad-Virgoでも折り返すことがほぼ決まりかけている。LCGTは常温干渉計といくつかの点で違いがあり、結論が違って来る可能性がある。

折り返しは、RCのGouy位相シフトを稼いで、より安定な共振器にすることが目的であった。参考文献[1]では、Gouy位相がおよそ14度以下だと高次の空間モードが共振して感度が下がることが示されている。同文献ではSRCのdetuningも加味して、14~60度の範囲内にすることを推奨しているが、その後BarsottiとEvansがOptickleで計算した結果、Gouy位相を回しすぎるとループ雑音が増加することが分かり、20度程度が最適とされた[2]。

ITMにレンズを入れたり、RCを曲率をつけた鏡で折り返したりすれば、RCの実効的な光学長が伸びるため、Gouy位相が回る[1]。そのどちらもしない場合、aLIGOの8.34 m RCでGouy位相は0.04度しか回らない。また、aLIGOにおいてITMにレンズを入れて、RC内でGouy位相を20度回そうとすると、PRM上のビーム径は140  $\mu\text{m}$ になる。Intensityで比較すると、これはビーム径6cmでパワーが150倍のITMよりも千倍以上高く、実用的に不可能であった。

上記がaLIGOにおいて折り返しRCが採用された経緯であるが、LCGTの場合はどうであろうか。この問題に関するLCGTの特徴は以下の3点である。

- 低温のITMと常温のBSを隔離するため、RCが長い
- 低温化で熱雑音を下げている分、腕のg-factorに余裕がある(ビーム径が小さい)
- テストマス上で熱レンズの効果はほぼないが、TCSを使うこともできない

一つ目のポイントについて、参考文献[3]によれば、RCはPR、SR共に73.3 mとなっている。二つ目のポイントについて、aLIGOは熱雑音を下げのためにビーム径を大きくし、その結果g-factorが各々-0.93ほどであるのに対して、LCGTでは腕の安定度を重視してg-factorが $\sqrt{1/3}$ になっている。これらの二点は、RCがaLIGOより安定であることにつながるはずである。最後のポイントは、デザインとの誤差という点に還元される。サファイアの加工が困難であるということもふまれば、LCGTの方が誤差は大きいであろう<sup>1</sup>。

<sup>1</sup>デザインとの誤差は、Gouy位相が10度以下の場合に感度をどれだけ損するかを決める。参考文献[1]で不安定RCをシミュレーションした結果によれば、同相に0.25%の誤差があった場合で2%、差動の場合で10%近く感度が下がる。サファイアの研磨はシリカより困難であると言われており、もし誤差が倍になったとすると、感度の損失はこの4倍になる。

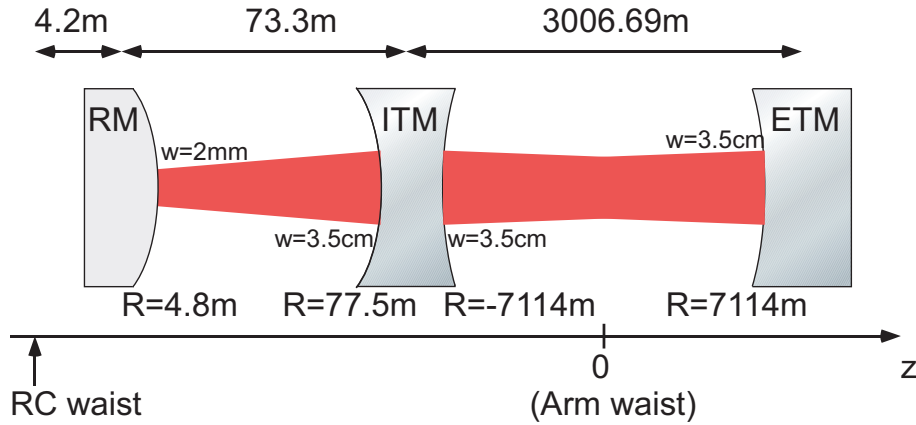


Figure 1: LCGT 光学設計。

では、LCGT の場合、ITM にレンズを入れて RC を安定化することができるのかどうか考えてみよう。使用するパラメタは以下の通りである。

- 腕の長さ  $L_{arm} = 3006.69 \text{ m}$
- RC の長さ  $L_{rc} = 73.3 \text{ m}$
- 腕の g-factor  $g_{ITM} = g_{ETM} = \sqrt{1/3}$
- 腕内のウェスト位置 ( $z = 0$ ) は ITM と ETM の真ん中

そして以下の数値が求まる。

- 腕の Gouy 位相  $\eta_{arm} = 54.7 \text{ deg}$
- テストマスの曲率  $-R_{ITM} = R_{ETM} = 7116.4 \text{ m}$
- テストマス上のビーム径  $w_{ITM} = w_{ETM} = 3.53 \text{ cm}$

ITM にレンズを入れない場合、RC の Gouy 位相は 1 度程度しか回らない。ITM にレンズを入れることにして、RC の Gouy 位相  $\eta_{rc} = 20 \text{ deg}$  という条件を加えると、以下が求まる (図 1 参照)。

- ITM を BS 側から見た場合の曲率  $R_{ITMout} = 77.5 \text{ m}$
- RM の曲率  $R_{RM} = 4.84 \text{ m}$
- RM 上のビーム径  $w_{RM} = 2.06 \text{ mm}$
- RC 内ウェスト位置  $z_{rc} = -L_{arm}/2 - L_{rc} - 4.206 \text{ m}$

LCGT の場合、ITM にレンズを入れたときの RM 上のビーム径は 2 mm 程度と、aLIGO より大きな値になる。LCGT の PRC 内パワーは 825 W であり、intensity で比較すると aLIGO のテストマス上における intensity と同じ程度である。これならば折り返さなくてもどうにかなり

そうである。

以上が概要である。以下、まず上記の計算で用いた式をまとめ、それから、RC 長に関する考察、BS の熱問題、角度不安定性の考察、今後の課題、の順で議論を進めていく。

## 2 計算式

これまでの計算には光学の簡単な公式しか使用していない。

$$z_R = \frac{\pi w_0^2}{\lambda} \text{ [Rayleigh range]} \quad (1)$$

$$w(z) = w_0 \sqrt{\frac{(z - z_0)^2 + z_R^2}{z_R^2}} \text{ [beam radius]} \quad (2)$$

$$\eta(z) = \arctan \left[ \frac{z - z_0}{z_R} \right] \quad (3)$$

$$\eta_{arm} = \eta(z_{ETM}) - \eta(z_{ITM}) \text{ [Gouy phase of arm]} \quad (4)$$

$$R(z) = \frac{(z - z_0)^2 + z_R^2}{z - z_0} \text{ [radius of curvature]} \quad (5)$$

なお、 $w_0$  はウェストのビーム径、 $z_0$  はウェストの座標である。これを元に、ITM の内側と外側でビーム径が同じになり、かつ Gouy 位相が RC 内で 20 度回るという条件から、RC 内の  $z_R$  や  $\eta_{rc}$  を求めればよい。図 2 に結果を示す。ここでは、RC 内の光のウェスト半径  $w_0^{rc}$  を変数として 3 つのものを表している (図では PRC とあるが SRC でも同じことである)。まず、左上のパネルにおいて、Gouy 位相が 20 度回るような条件を探すと、 $w_0^{rc} = 743 \mu\text{m}$  となる。右上のパネルを見ると、このときウェストは PRC より外にあることが分かる。PRC 内にウェストが来るようにすると、PRM 上のビーム径を大きくすることができる (図 2 の下パネル) が、そうすると Gouy 位相が回りすぎてしまい、不安定共振器に近づいてしまう。

## 3 RC 長に関する考察

ITM にレンズを入れたときに LCGT の方が aLIGO よりも RM 上のビーム径が大きくなる要因は、腕の g-factor と RC 長が違うからであると述べた。それを確認しておこう。

まず、LCGT の RC 長が aLIGO 同様に 8.24 m だったとした場合、Gouy 位相を 20 度にするための RC 内ビームのウェスト径は、およそ  $80 \mu\text{m}$  となり、PRM 上のビーム径は  $230 \mu\text{m}$  となった。RC 長の違いがそのままビーム径の違いとなって現れている。

次に、テストマスの曲率が aLIGO の曲率の  $3/4$  倍、すなわち 1557.3 m だったとした場合、Gouy 位相を 20 度にするための RC 内ビームのウェスト径は、およそ  $480 \mu\text{m}$  となり、PRM 上のビーム径は 1.4mm となった。RC 長の違いほどではないが、こちらの影響も無視できない。

建設コストを考えた場合、70 m の中央干渉計を作る方が、折り返すより高くつく、という話になるかもしれない。そこで冷却からの要求ぎりぎりである 45 m 程度まで RC 長を短くすることを考えるなら、上記の議論に注意しなければならない。上で導いた 2 mm という PRM 上のビーム径はかなりぎりぎりだと思われる。既述のように aLIGO のテストマス上の intensity と同じであるし、また aLIGO の折り返し RC における PRM 上のビーム径とも同じである (LCGT の方が PRC 内パワーは 6 倍ほど低い)。

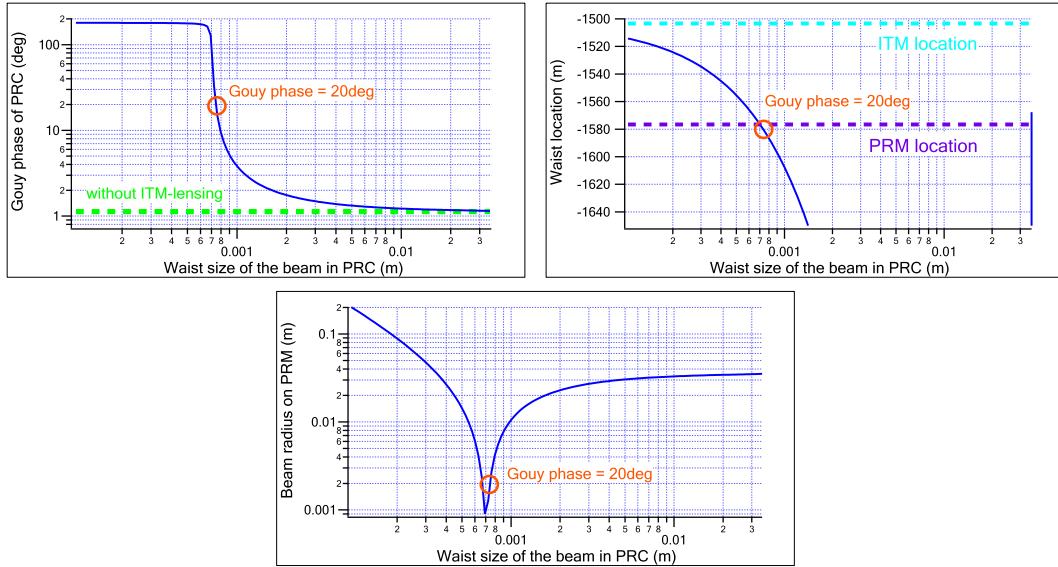


Figure 2: (左上) ITM に入れるレンズを調整して PRC 内の光のウェスト半径を変えたときの PRM の Gouy 位相、(右上) 同ウェスト位置、(下) 同 PRM 上のビーム径。

#### 4 BS の熱問題

前節で述べたように、PRC 内ビームのウェストは PRC の外にある。これはすなわち、BS 上のビーム径は PRM 上のビーム径より小さくはないということである。例えば BS が PRM より 10 m だけ内側に配置された場合、ビーム径はおよそ 6 mm となり、熱問題は PRM より深刻ではないかのように思える。

しかし、参考文献 [1] では BS の熱レンズが差動のモードミスマッチを引き起こして感度悪化を招くことが説明されている。同じクオリティの BS だとして aLIGO と比べると、PRC 内パワーは 6 倍違うが、ビーム径が 10 倍違うため、熱レンズ問題は 15 倍ほど大きいことになる。BS の熱レンズは aLIGO における熱レンズ全体の 10 % を占める [4] という事なので、15 倍大きいと TCS では解決できない可能性が高い。BS を PRM から 20 m 離すとビーム径は倍になり、どうにかなるかもしれないが、LCGT のセンタールームにそれだけのスペースを用意できるかという問題になる。

#### 5 角度不安定性

参考文献 [5][6] で輻射圧による共振器の角度不安定性およびその解決策が紹介され、aLIGO では ITM と ETM 各々の  $g$ -factor を負にすることを選擇している。ITM と ETM の  $g$ -factor が等しいとき、角度安定性の式は簡単化できて以下のように表される [7]:

$$\frac{1}{1-g} < \frac{cI_y\Omega_y^2}{2P_cL} \quad (6)$$

ここで、 $c$  は光速、 $I_y$  は慣性モーメント、 $\Omega_y$  は yaw モードの共振角周波数、 $P_c$  は腕内パワー、 $L$  は腕の長さである。正の  $g$ -factor を用いてかつそれが 1 に近いと左辺が大きくなり、条件を満

たすパワーの下限が下がるのが分かる。LCGTのパラメタを代入すると、

$$\Omega_y > 2\pi \times 1.6645 \text{ [Hz]} \quad (7)$$

となる。慣性モーメントは  $0.17 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$  とした。角度不安定性の条件がかなり厳しいことが分かるが、光てこなどの制御帯域はこれよりも高く、g-factor が正のままでもどうにかなりそうではある。ちなみに、腕の g-factor が  $-\sqrt{3}$  だったとすると、条件は  $\Omega_y > 2\pi \times 0.6547 \text{ [Hz]}$  と楽になる。ただし、腕の g-factor に余裕が持たせてある分、正と負の違いはそこまで顕著ではない。

## 6 今後の課題

本レポートでは、aLIGO用のシミュレーション結果をところどころで借用して議論を展開した。最適な Gouy 位相が 20 度、というのは aLIGO 用に計算されたものであり、detune 位相やフィネスの違う LCGT では異なってくる可能性もある。おそらく 20 度付近で縮退が解けて感度悪化を回避できるという点は共通で、SRC の Gouy 位相が detune 位相と一致したときに高次モードが共振してしまうという事態 [1] がどこで生じるか、が違ってくるのだと思われる。また、縮退しているときに感度がどれくらい悪化するかも違ってくるであろう。このあたりの計算は Modal model でも FINESSE でも Optickle でも計算できるはずである。

BS の熱問題で触れたが、LCGT でも TCS が必要になる可能性は高い。PRM と SRM に関してはリングヒーターのようなものでよいかもかもしれないが、BS に関して aLIGO と同程度のもが必要になると思われる。その場合、TCS の雑音を評価する必要があり、今後の課題である。

ITM にレンズを入れるのではなく、RC を折り返す、ということになった場合、散乱光と非点収差の計算も必要となる。FFT などのシミュレーションを用いることになるだろう。

以上のように課題は多いが、Gouy 位相を 20 度だけ回すということを実現させる、という第一段階の目的については本レポートの計算だけでどうにかなると考える。これを元にデザインの検討に入り、ツールの準備は同時進行で行なうのがよいだろう。

## References

- [1] Y. Pan, LIGO-DCC T060004-00-R (2006)
- [2] L. Barsotti and M. Evans, LIGO-DCC T0900511-I (2009)
- [3] LCGT Special Working Group, "Study report on LCGT interferometer observation band," JGW-T1000065-00 (2009)
- [4] private communication with H. Yamamoto
- [5] J. Sidles and D. Sigg, Phys. Lett. A **354**, 167 (2006)
- [6] T. Corbitt *et al*, Phys. Rev. A **73**, 023801 (2006)
- [7] K. Somiya *et al*, LIGO-DCC T0900069 (2009)