



UNIVERSITY OF  
BIRMINGHAM

---

# 重力波検出器のための ラゲールガウス33 レーザーモード実験

苔山圭以子

University of Birmingham

@重力波研究交流会

---



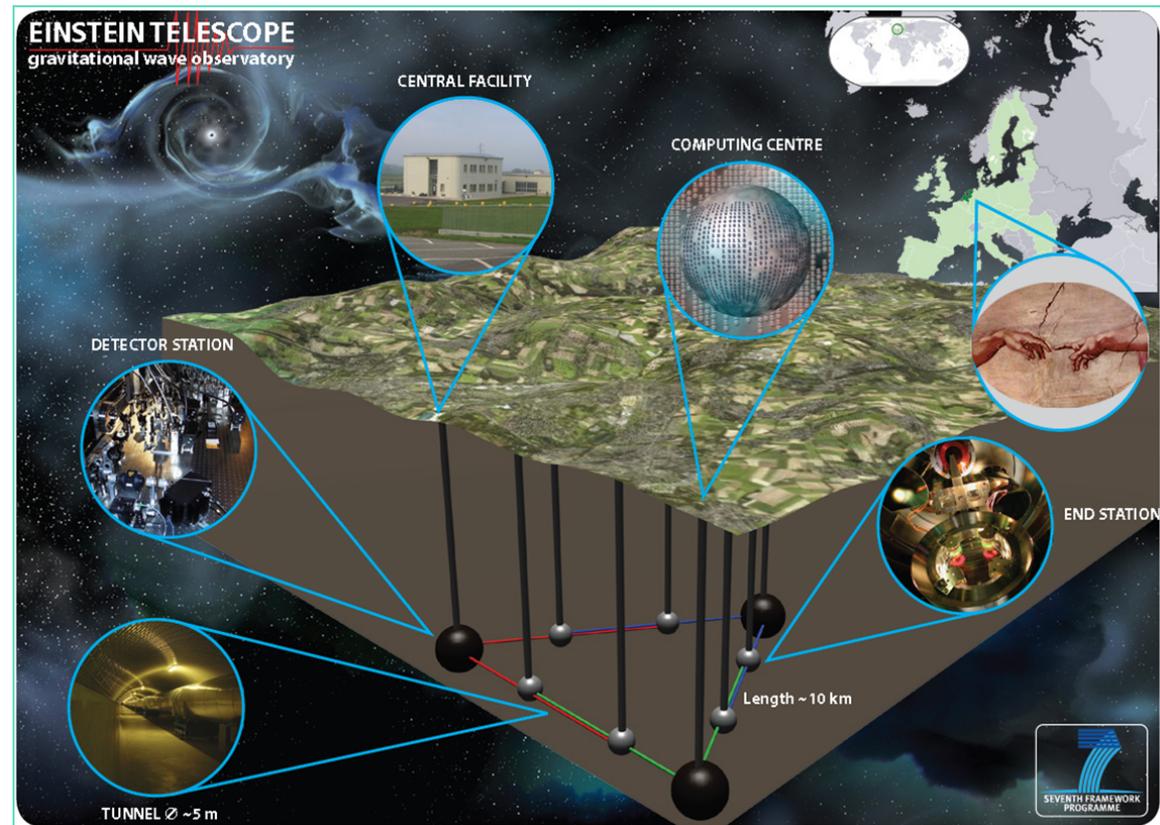
- イントロダクション
  - Einstein Telescope (ET)
  - 将来計画の重力波検出器の熱雑音
- ラゲールガウス (LG) 33 モードビームについて
  - 重力波検出器における熱雑音
  - らせんモード
  - コサインモード
- LG33実験
  - ・ LGモードの生成
  - ・ キャビティ
  - ・ 制御信号
- ・ 問題点と今後の予定

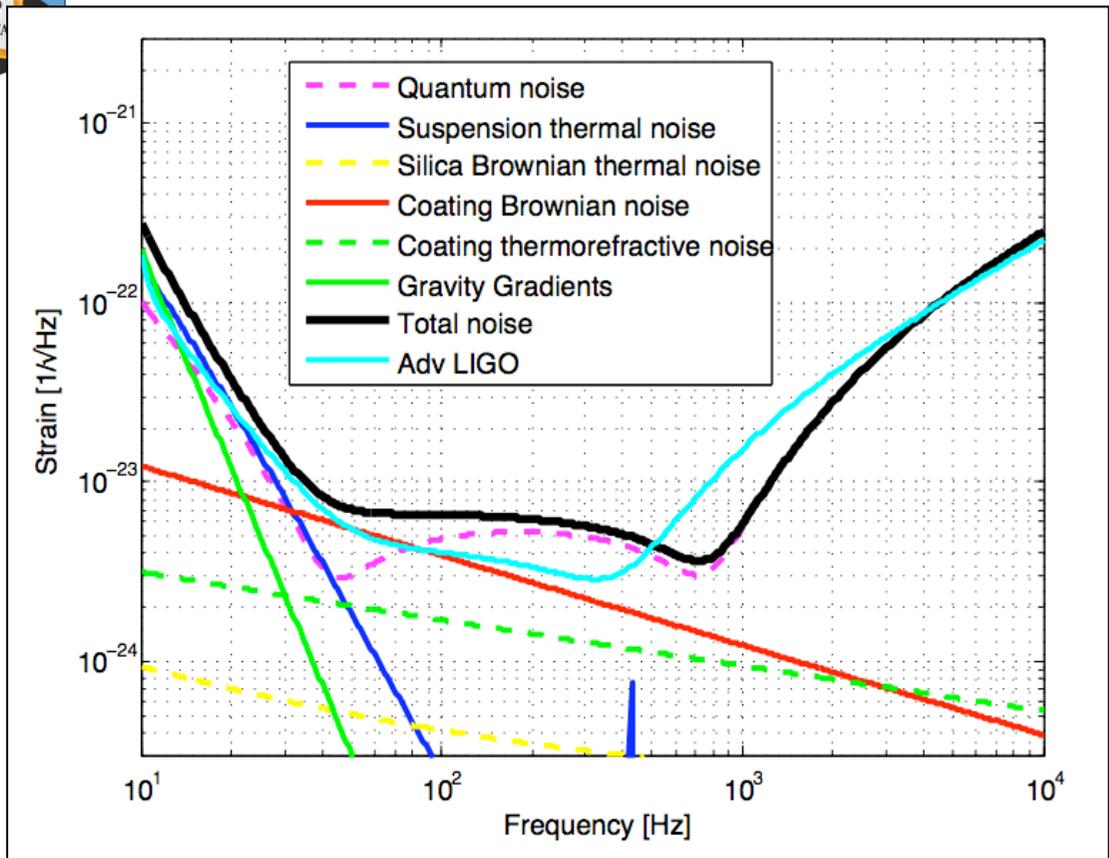


- イントロダクション
  - Einstein Telescope (ET)
  - 将来計画の重力波検出器の熱雑音
- ラゲールガウス (LG) 33 モードビームについて
  - 重力波検出器における熱雑音
  - らせんモード
  - コサインモード
- LG33実験
  - ・ LGモードの生成
  - ・ キャビティ
  - ・ 制御信号
- ・ 問題点と今後の予定



- 第三世代 重力波検出器
- 欧州コラボレーション(ドイツ、イギリス、イタリア、フランス、オランダ)
- 2020年～?
- のべ30kmの地下トンネル
- 三角形の構成(マイケルソン干渉計かサニャック干渉計を検討中)
- スクイジングなどの最新技術

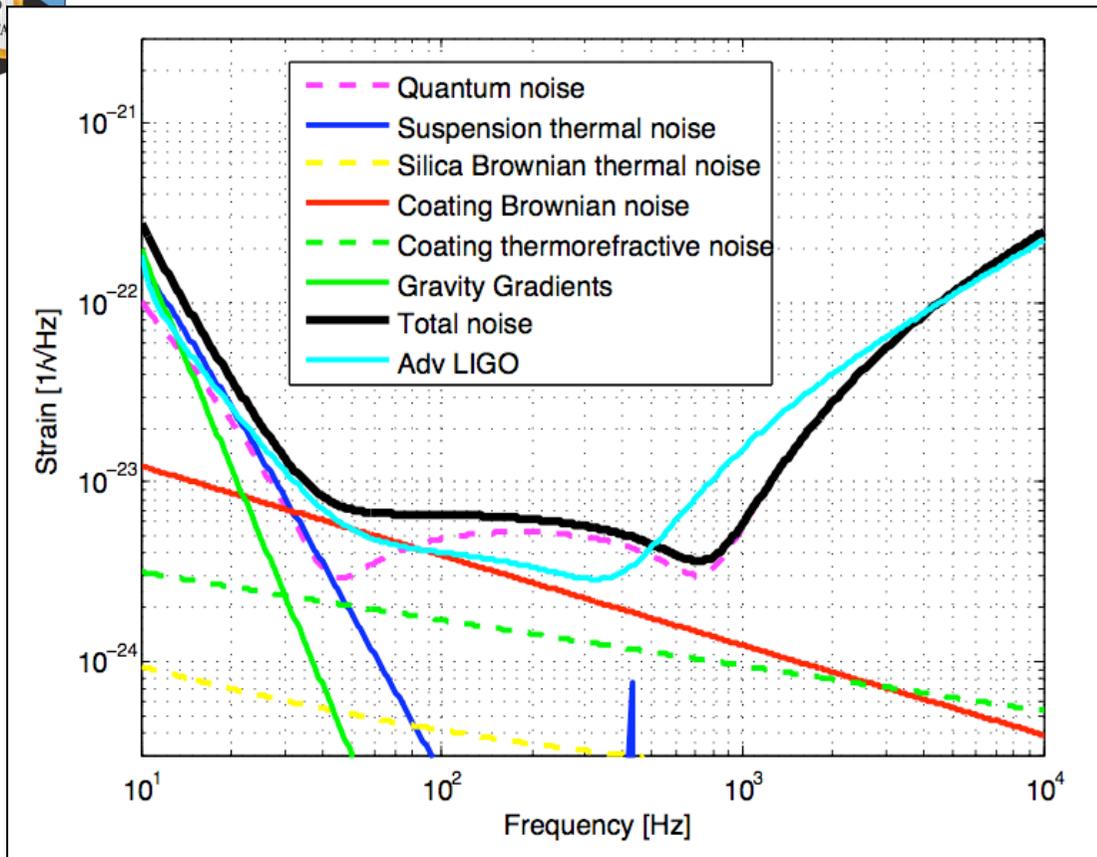




将来計画では、熱雑音(図はAd VIRGO、コーティングサーマルノイズ)が問題になることが指摘されている。

Ad. VIRGO noise budget

Mours, B.; Tournefier, E. & Vinet, J., *Classical and Quantum Gravity*, **23**, 5777-5784 (2006)



将来計画では、熱雑音(図はAd VIRGO、コーティングサーマルノイズ)が問題になることが指摘されている。

Ad. VIRGO noise budget

ラゲールガウス(LG)レーザーモードが熱雑音を下げのために提案され、ETで実際に検討されている

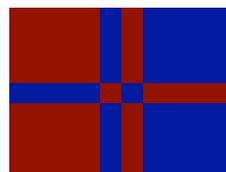
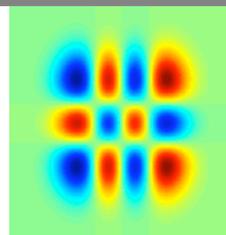
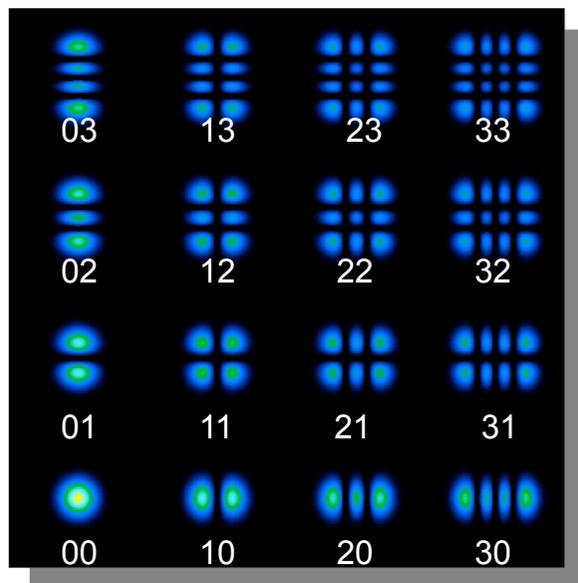
Mours, B.; Tournefier, E. & Vinet, J., *Classical and Quantum Gravity*, **23**, 5777-5784 (2006)



- イン트로ダクション
  - Einstein Telescope (ET)
  - 将来計画の重力波検出器の熱雑音
- ラゲールガウス (LG) 33 モードビームについて
  - 重力波検出器における熱雑音
  - らせんモード
  - コサインモード
- LG33実験
  - ・ LGモードの生成
  - ・ キャビティ
  - ・ 制御信号
- ・ 問題点と今後の予定



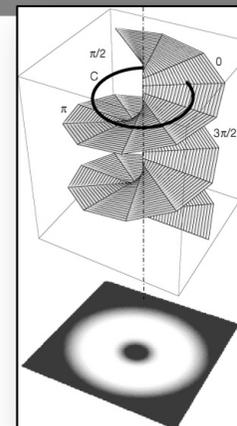
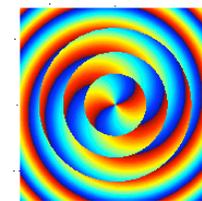
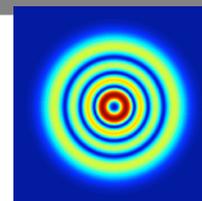
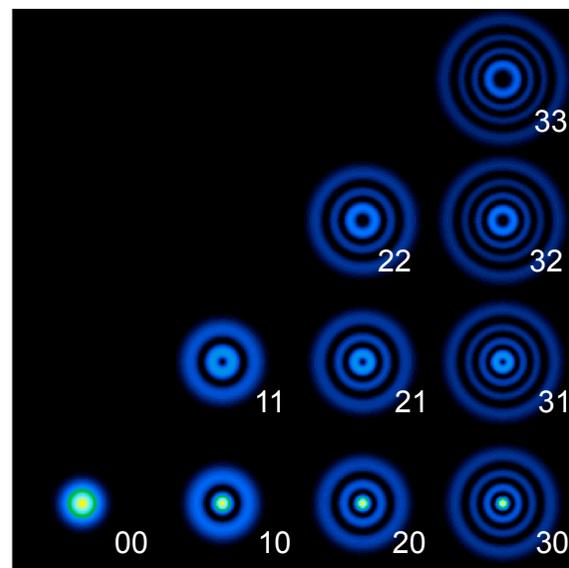
## エルミートガウス (HG) モード

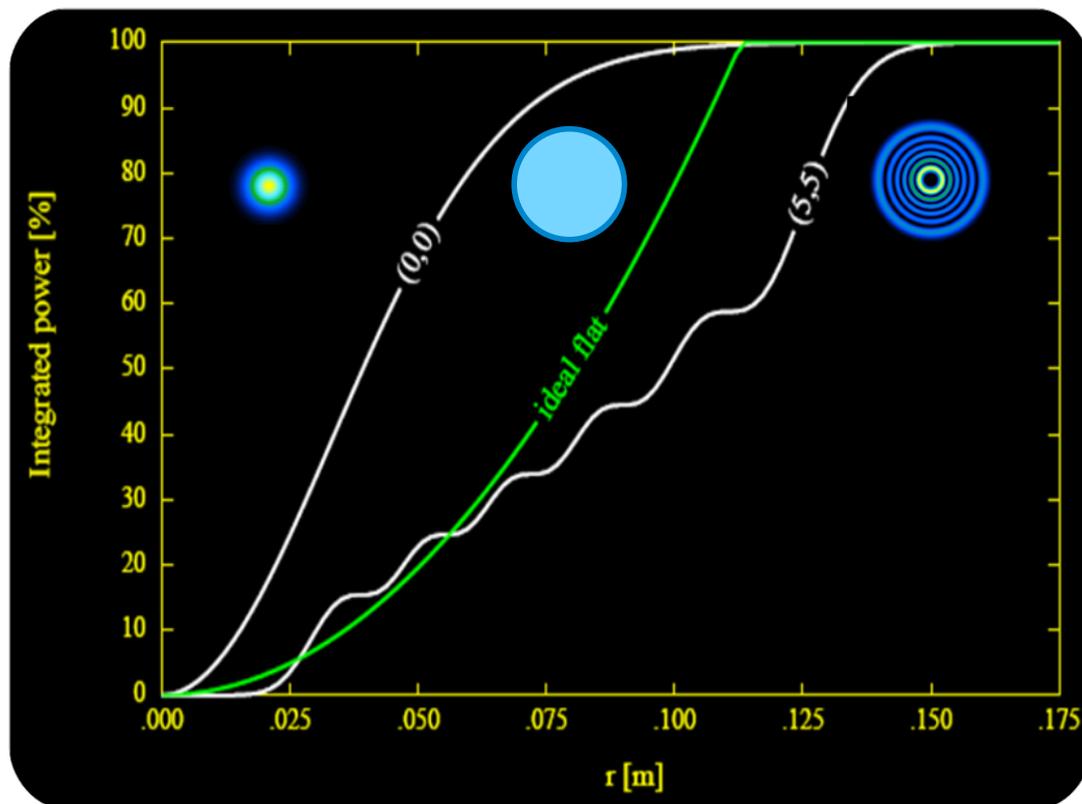


Amplitude

Phase

## LG モード

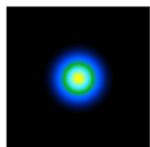




by M. Laval and J.Y. Vinet

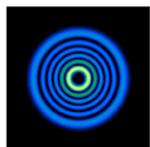
Integrated beam power for modes with 1ppm loss on a mirror with  $d = 35\text{cm}$

より均一なパワーdistributionをもつため  
熱雑音に対して得をする



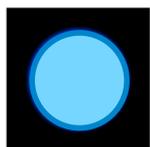
**HG00 mode:**

$$S_x(f) = \frac{4 k_B T}{\pi f} \frac{1}{Q} \frac{1 - \sigma^2}{2 \sqrt{\pi} Y w}$$



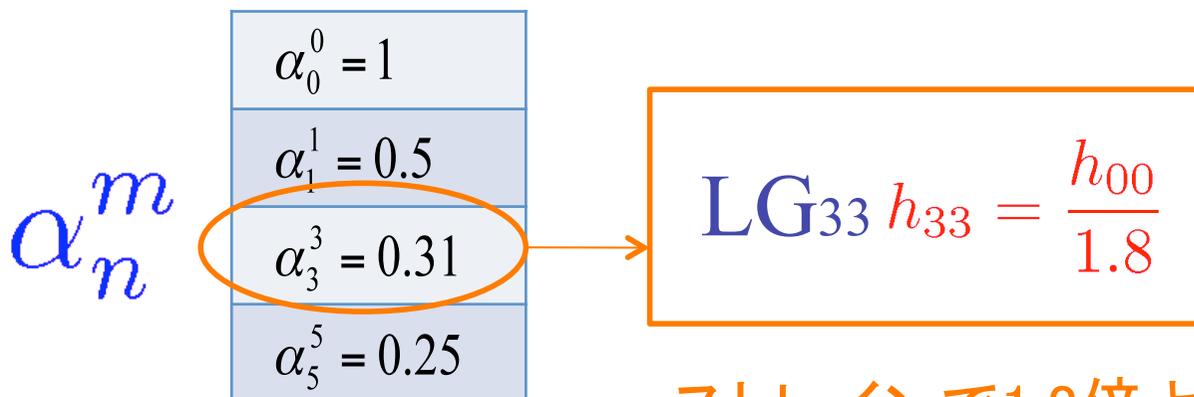
**LGnm modes:**

$$S_x(f) = \frac{4 k_B T}{\pi f} \frac{1}{Q} \frac{1 - \sigma^2}{2 \sqrt{\pi} Y w} \alpha_n^m$$



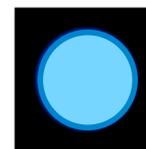
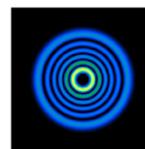
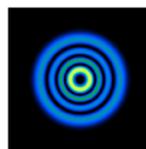
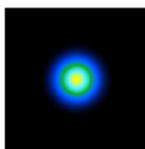
**Flat beams:**

$$S_x(f) = \frac{4 k_B T}{\pi f} \frac{1}{Q} \frac{8 (1 - \sigma^2)}{3 \pi^2 Y b}$$



ストレインで1.8倍よくなる

J.Y. Vinet , CQG **22** (2005) 1395, Bondu et al. *Physics Letters A* **246** (1998) 227



Reduction factor of thermal noise	LG <sub>00</sub> / HG <sub>00</sub>	LG <sub>33</sub>	LG <sub>55</sub>	Mesa beam
Coating thermal noise	1	~2.2	~2.3	~1.5
Substrate thermal noise	1	~2.7	~2.7	~1.8
Thermo elastic noise	1	~0.6	~0.4	~1.8

1ppm クリッピングロスに対応するビームサイズを仮定

References:

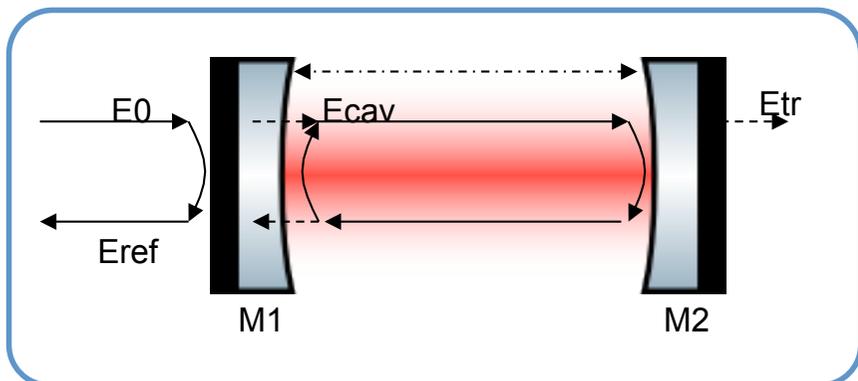
C. TN: personal coommunication J.-Y. Vinet

S. TN: Mours *et al.* . CQG 23 (2006),5777

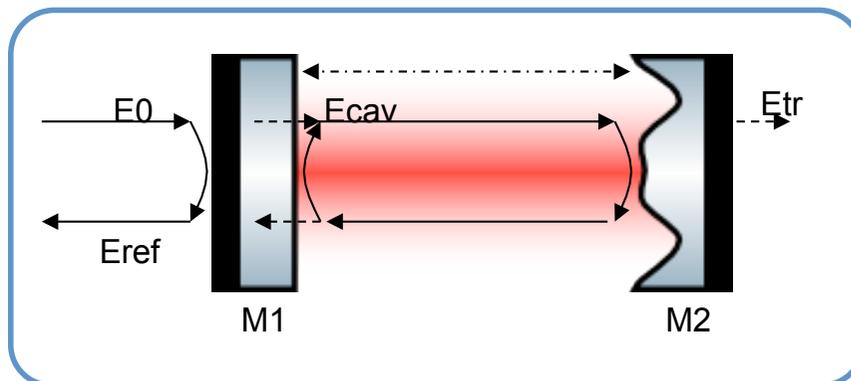
T. E. N: personal communication J.-Y. Vinet



## HG & LG mode cavity



## Flat top beam cavity

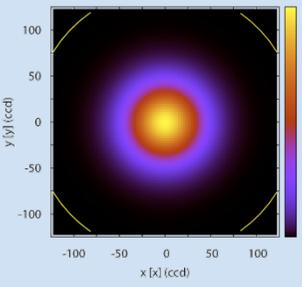
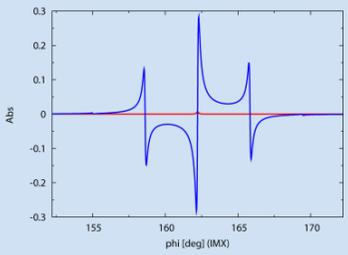
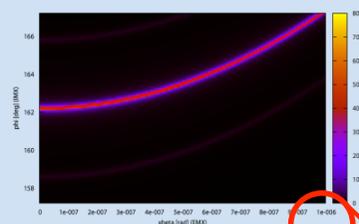
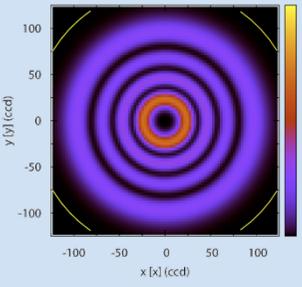
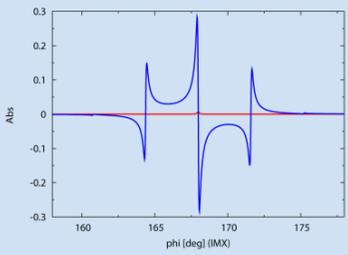
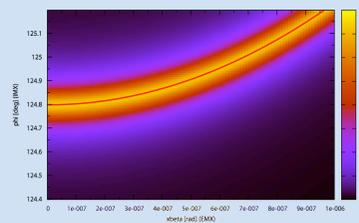


By M. Laval and J.-Y. Vinet

これまでの普通の球面  
ミラーが使用可能

メキシカンハット型の  
ミラーが必要



Transversal mode	Longitudinal error signal	Coupling tilt into longitudinal phase	Control Matrix for alignment signals
<p style="text-align: center; color: red;">LG00</p> 		 <p style="text-align: center;"><math>\Delta\phi \approx 5.0^\circ</math></p>	$\begin{pmatrix} 1 & 0.862 \\ 0.645 & 0.153 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} \text{IMX to Qb} & \text{EMX to Qb} \\ \text{IMX to Qa} & \text{EMX to Qa} \end{pmatrix}$
<p style="text-align: center; color: red;">LG33</p> 		 <p style="text-align: center;"><math>\Delta\phi \approx 0.4^\circ</math></p>	$\begin{pmatrix} 1 & 2.96e - 3 \\ 0.368 & 0.641 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} \text{IMX to Qb} & \text{EMX to Qb} \\ \text{IMX to Qa} & \text{EMX to Qa} \end{pmatrix}$

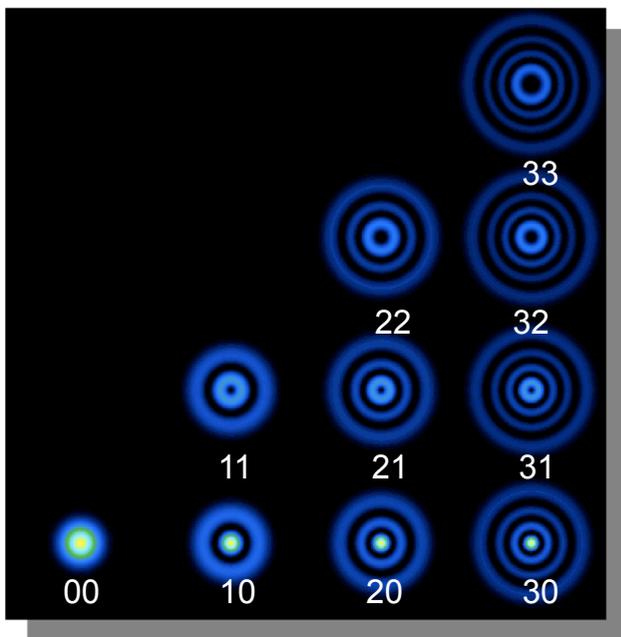
1mrad



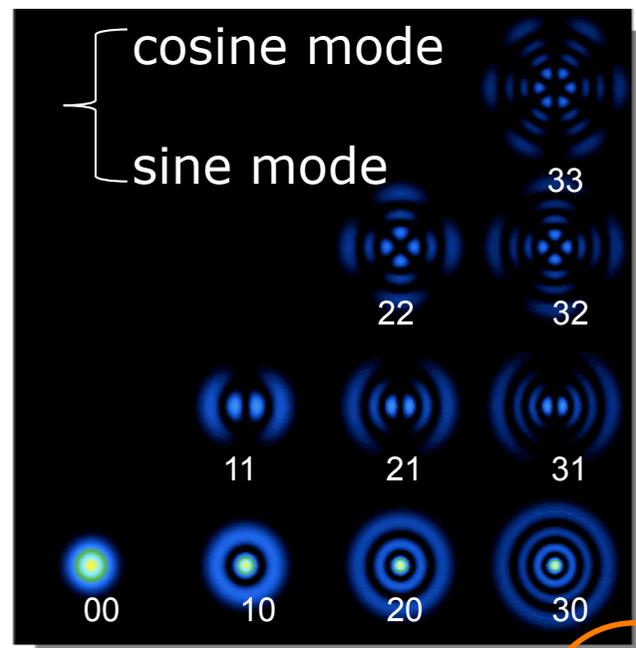
- イン트로ダクション
  - Einstein Telescope (ET)
  - 将来計画の重力波検出器の熱雑音
- ラゲールガウス (LG) 33 モードビームについて
  - 重力波検出器における熱雑音
  - らせんモード
  - コサインモード
- LG33実験
  - ・ LGモードの生成
  - ・ キャビティ
  - ・ 制御信号
- ・ 問題点と今後の予定



## らせんモード

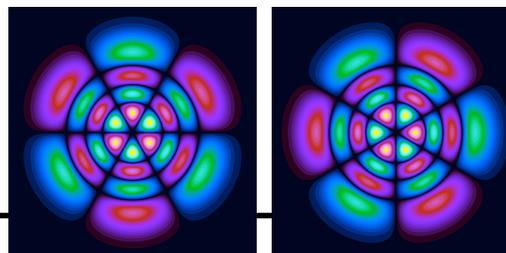


## cosine モード



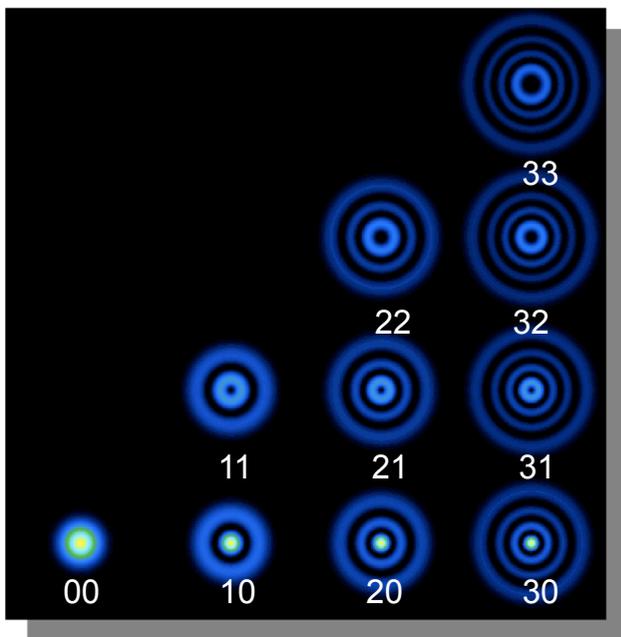
$$\psi_{pl}^{\text{LG}}(\rho, \phi, \zeta) = \sqrt{\frac{p!}{(p+l)!}} \rho^l L_p^{(l)}(\rho^2) \sqrt{\frac{k_0}{\pi z R}} \cos \zeta \cdot \exp \left[ -(1 + i \tan \zeta) \frac{\rho^2}{2} + i l \phi + i(1 + 2p + l)\zeta \right]$$

$$\begin{cases} \psi_{plc}^{\text{LG}}(r, \phi, z) \\ \psi_{pls}^{\text{LG}}(r, \phi, z) \end{cases} = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \sqrt{\frac{2}{1 + \delta_{0l}}} \sqrt{\frac{p!}{(p+l)!}} \frac{1}{w(z)} \begin{cases} \cos l\phi \\ \sin l\phi \end{cases} \left(\frac{\sqrt{2}r}{w(z)}\right)^l \cdot L_p^{(l)}\left(\frac{2r^2}{w^2(z)}\right) \exp \left[ -\left(\frac{ik_0}{2R(z)} + \frac{1}{w^2(z)}\right) r^2 + (1 + 2p + l)\zeta(z) \right]$$

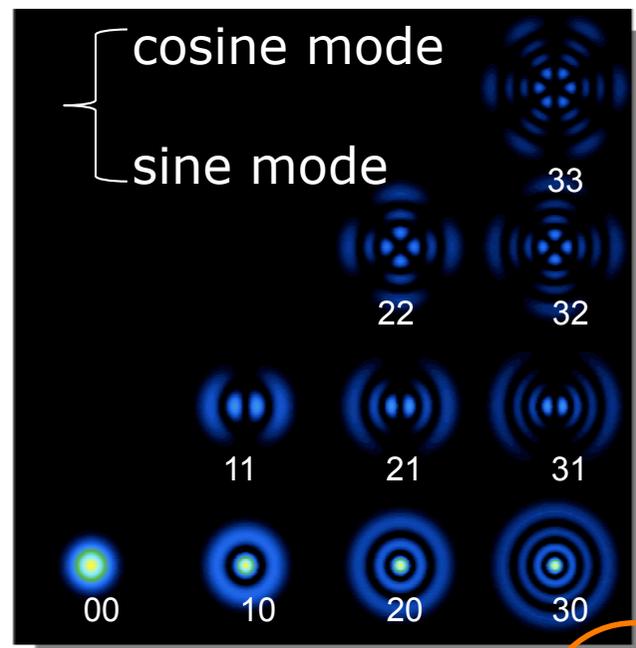




## らせんモード



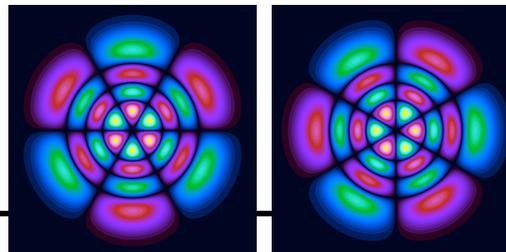
## cosine モード



$$\psi_{pl}^{\text{LG}}(\rho, \phi, \zeta) = \sqrt{\frac{p!}{(p+l)!}} \rho^l L_p^{(l)}(\rho^2) \sqrt{\frac{k_0}{\pi z R}} \cos \zeta \cdot \exp \left[ -(1 + i \tan \zeta) \frac{\rho^2}{2} + i l \phi + i(1 + 2p + l)\zeta \right]$$

$$\begin{cases} \psi_{plc}^{\text{LG}}(r, \phi, z) \\ \psi_{pls}^{\text{LG}}(r, \phi, z) \end{cases} = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \sqrt{\frac{2}{1 + \delta_{0l}}} \sqrt{\frac{p!}{(p+l)!}} \frac{1}{w(z)} \begin{cases} \cos l\phi \\ \sin l\phi \end{cases} \left( \frac{\sqrt{2}r}{w(z)} \right)^l \cdot L_p^{(l)} \left( \frac{2r^2}{w^2(z)} \right) \exp \left[ - \left( \frac{ik_0}{2R(z)} + \frac{1}{w^2(z)} \right) r^2 + (1 + 2p + l)\zeta(z) \right]$$

同じBrownian TN をもつ





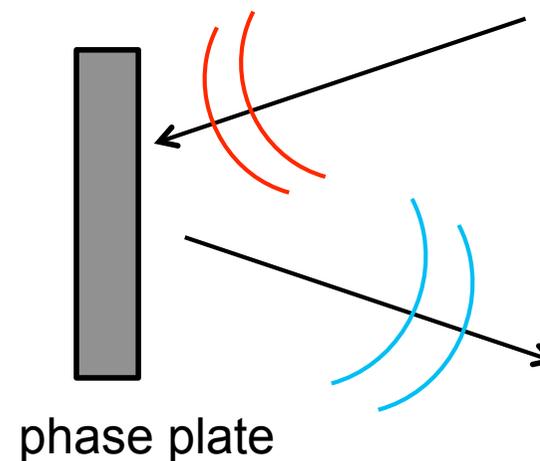
- イン트로ダクション
  - Einstein Telescope (ET)
  - 将来計画の重力波検出器の熱雑音
- ラゲールガウス (LG) 33 モードビームについて
  - 重力波検出器における熱雑音
  - らせんモード
  - コサインモード
- LG33実験
  - ・ LGモードの生成
  - ・ キャビティ
  - ・ 制御信号
- ・ 問題点と今後の予定



- LG00モードからLG33モード(らせん・コサインモード)生成の検証
- Cavity, 干渉計パフォーマンスの検証
- 考えうる問題の検証



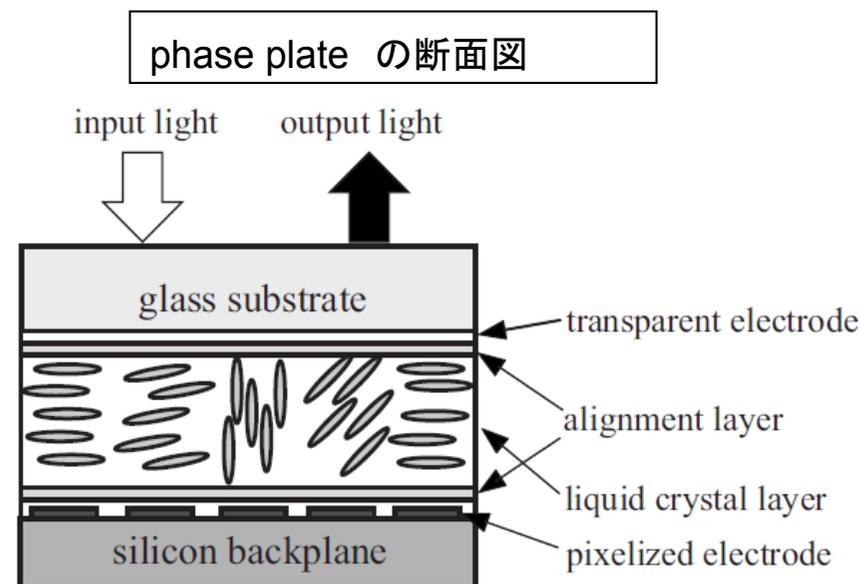
- Liquid-crystal-on-silicone spatial light modulator (LSM, **phase plate**)
- 入射LG00ビームのwavefront に位相変調をかけLG33モードにホログラフィック的に変換する
- 1024 x 768 pixels, 19.5 x 14.6 mm (1pixel = 19um)



Matsumoto et al, *J. Opt.Soc.Am.A* **25,7** (2008)



- Liquid-crystal-on-silicone spatial light modulator (LSM, **phase plate**)
- 入射LG00ビームのwavefront に位相変調をかけLG33モードにホログラフィック的に変換する
- 1024 x 768 pixels, 19.5 x 14.6 mm (1pixel = 19um)

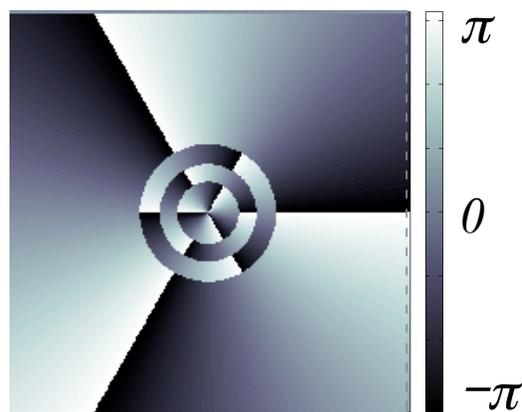
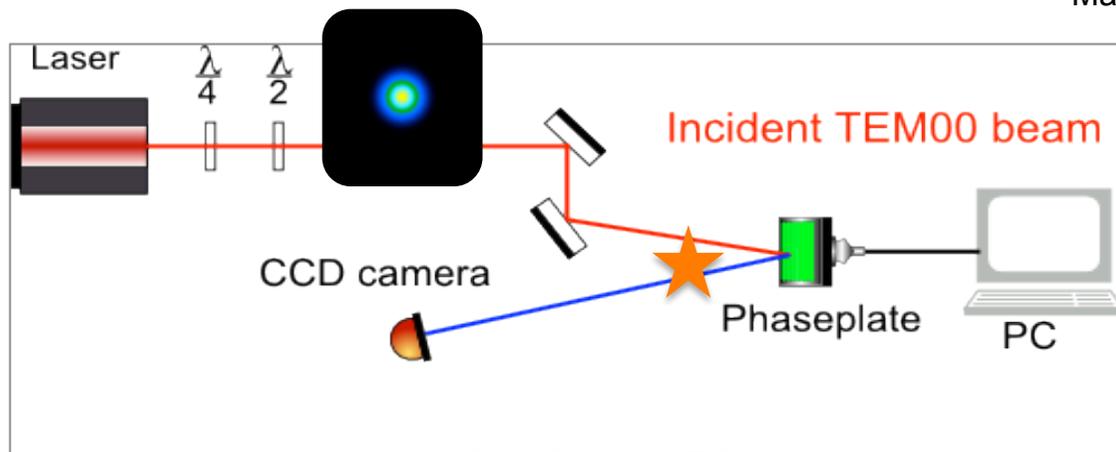


Matsumoto et al, *J. Opt.Soc.Am.A* **25**,7 (2008)

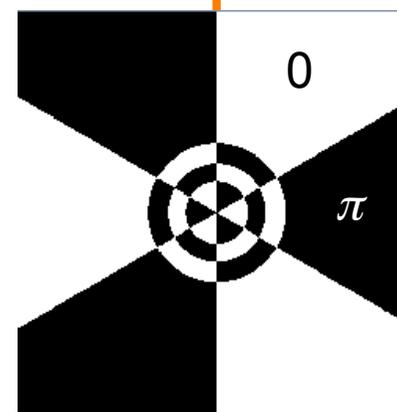


## LG00 から LG33 モード (らせん・コサインモード) へ変換するための空間的位相変調

Matsumoto et al, *J. Opt.Soc.Am.A* 25,7 (2008)



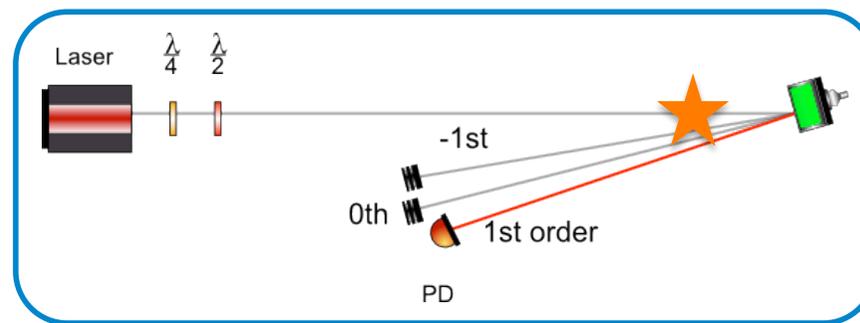
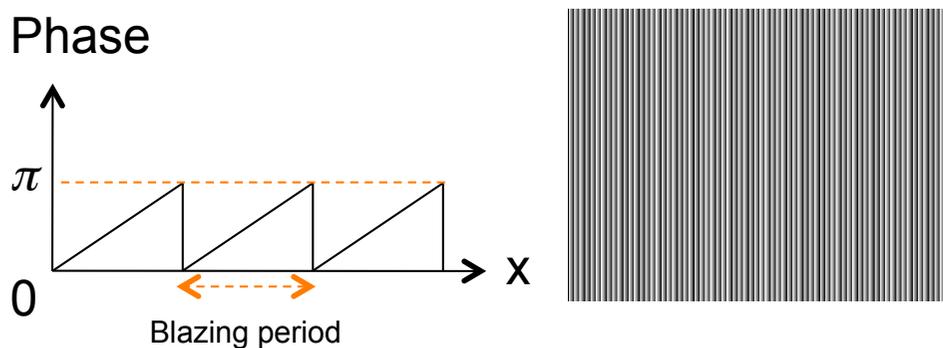
らせんモード



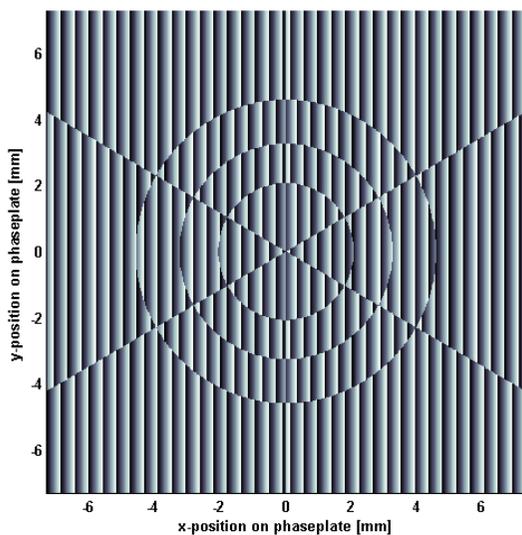
コサインモード



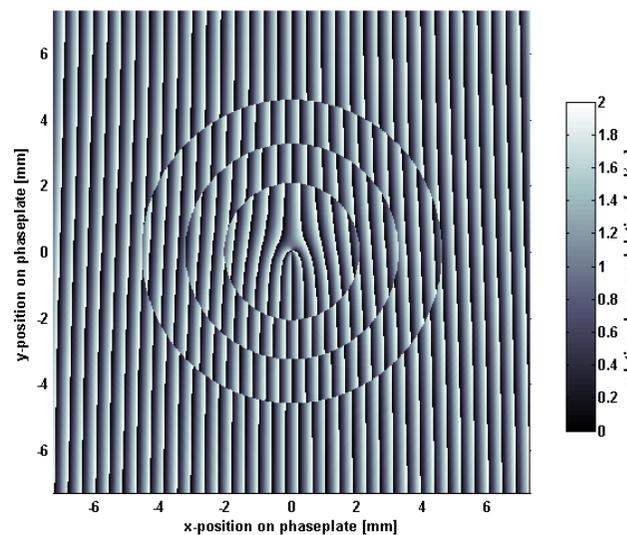
- Phase imageに加えて、ブレーズ回折も使用
- Phase Plateへの入射角度をなるべく小さくするため



LG33 cosモード



LG33らせんモード



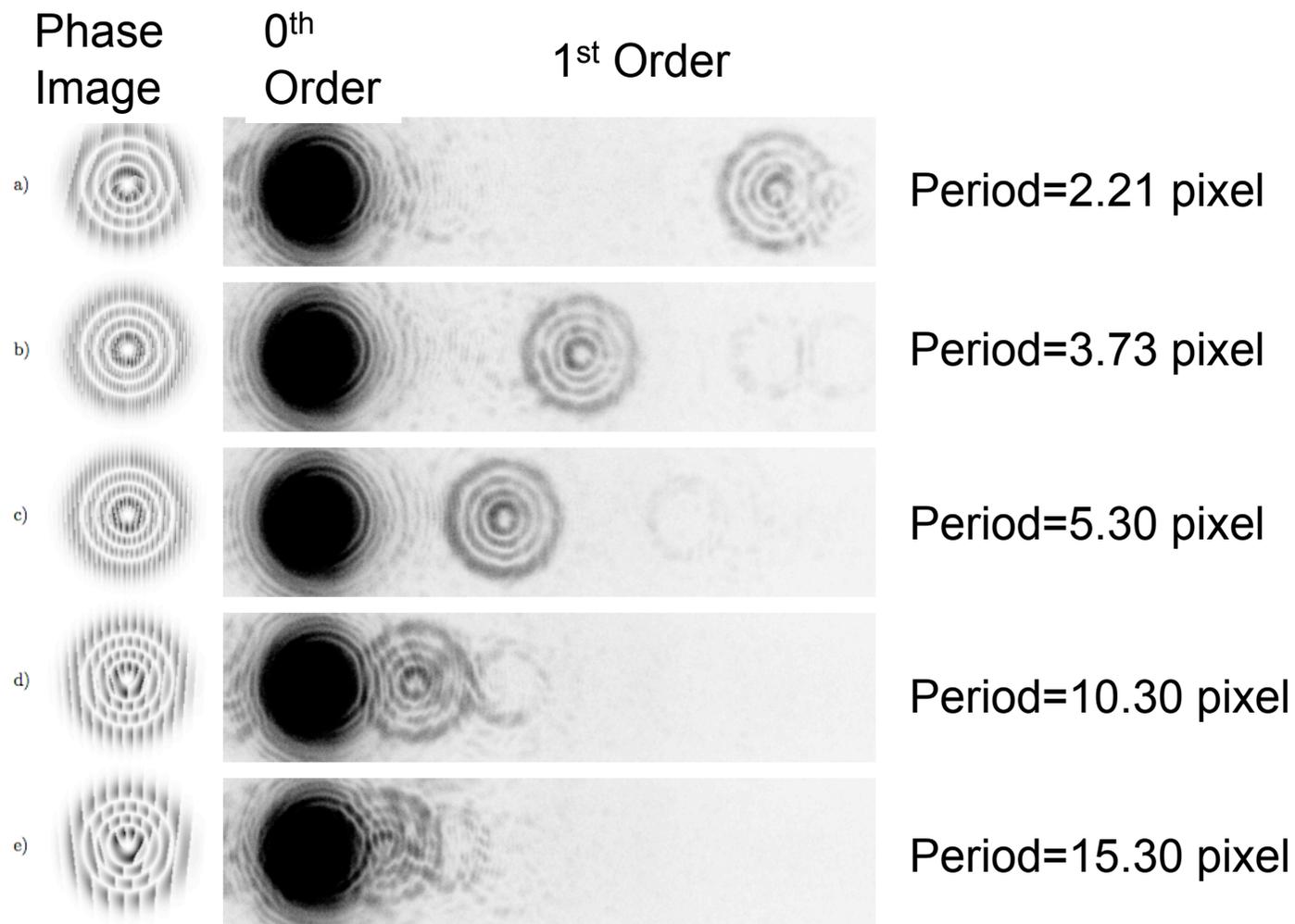
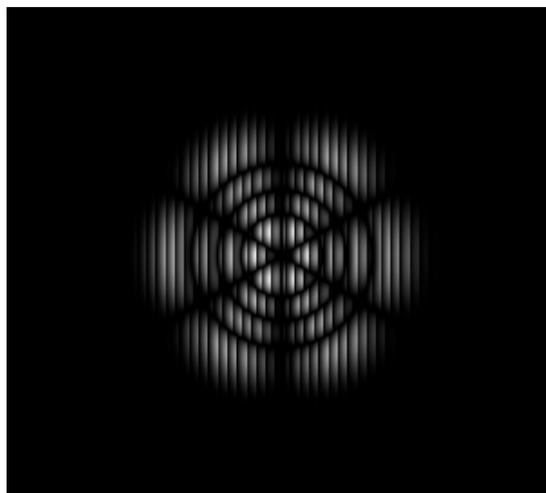


Figure 1: Phaseplate images and the corresponding diffraction patterns. The plots a) to d) use the same phase plate to create a helical LG33 mode but are created with different groove width for the blazing: a) 2.123 px, b) 3.7302 px, c) 5.302 px, d) 10.302 px and e) 15.302 px.

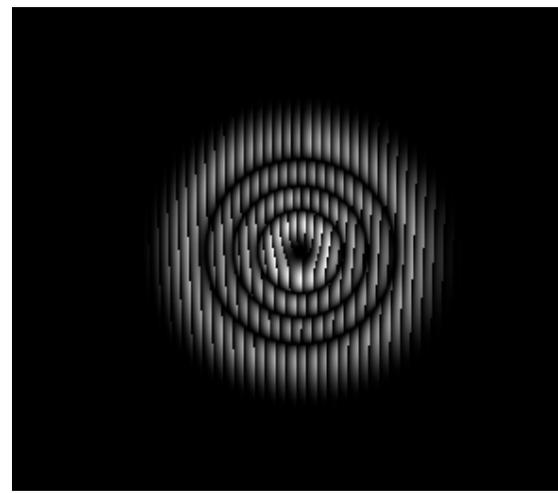


- ブレーズ回折にくわえ強度でPhase Imageの輪郭をとる
- 高次モードが1次回折へなるべくいかないようにするため

LG33 cos モード



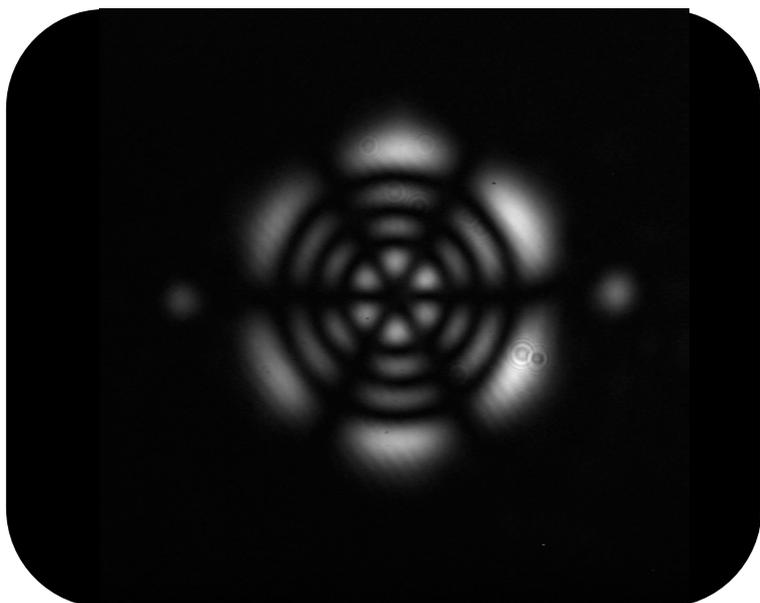
LG33 らせんモード



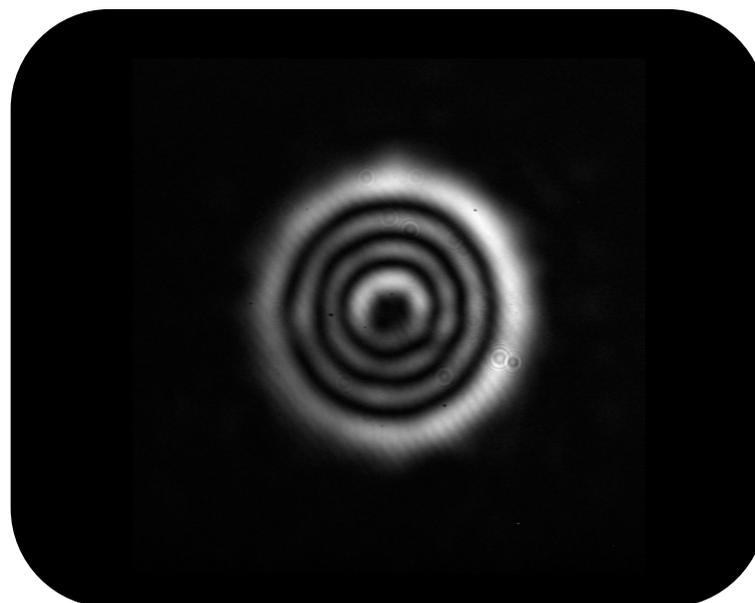
実験で実際に使っているPhase Image



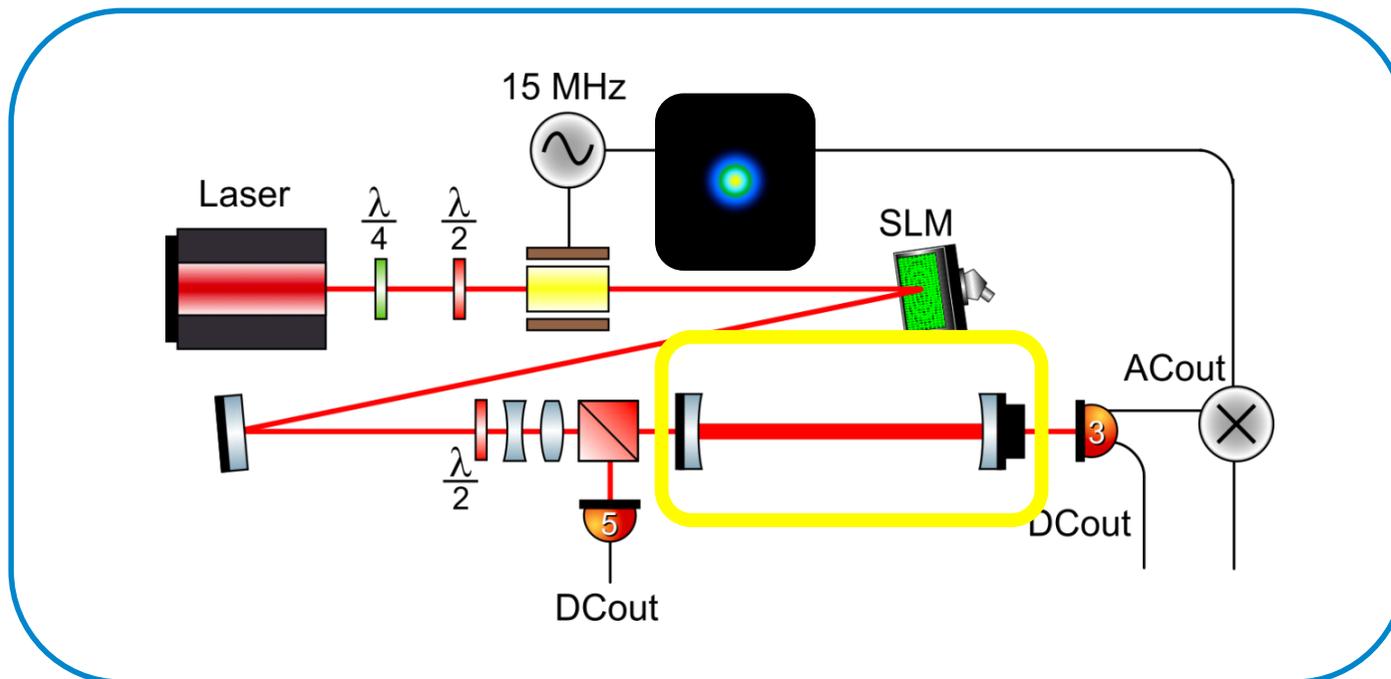
LG33 cos モード



LG33 らせんモード



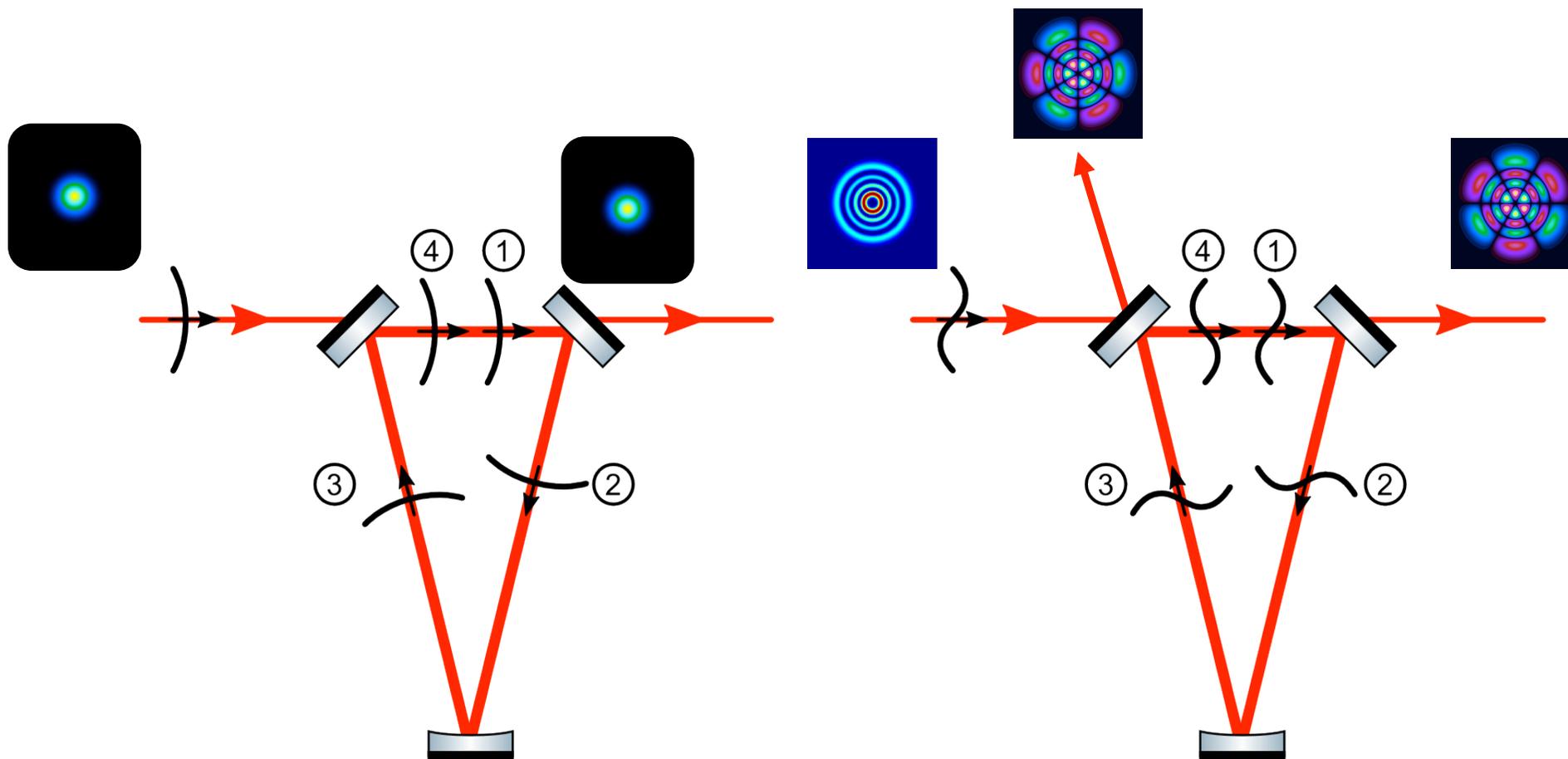
- 右側に0次回折があるので右側が明るくなっている
- 高次モードが混ざっている
- 強度から推定した変換効率はこちらのらせんモードで66%

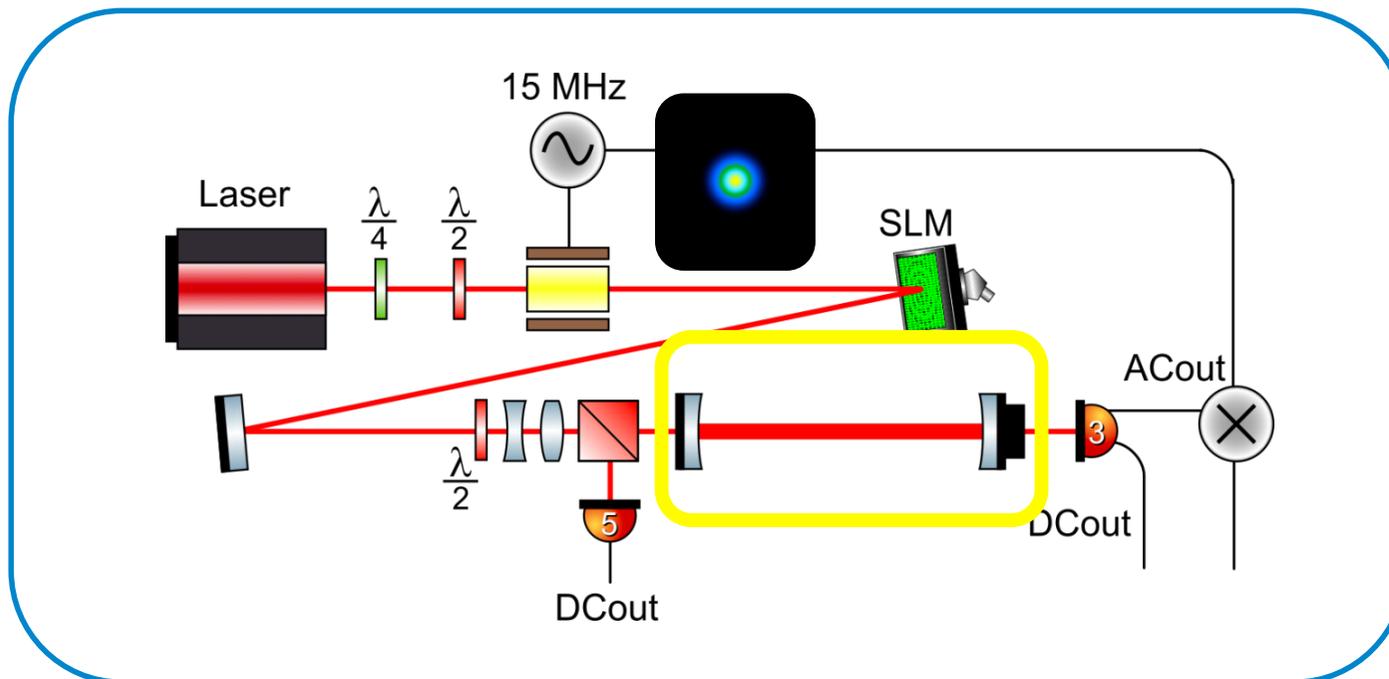


2枚鏡の固定キャビティ

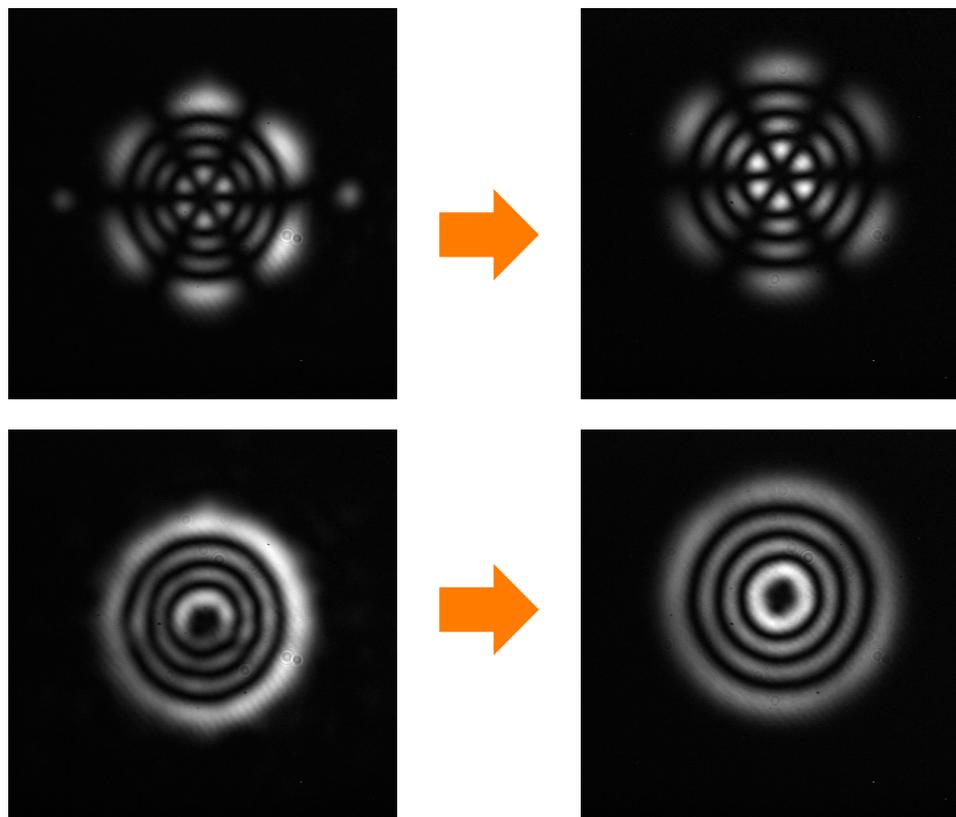


らせんLGモードはtriangular MCを透過しない





- 2枚鏡の固定キャビティ
- 15MHz でPDH 変調
- 長さ0.21 m (round trip 0.42m)
- フィネス $\sim 207$  ( $r_F=98\%$ ,  $r_E=99\%$ )

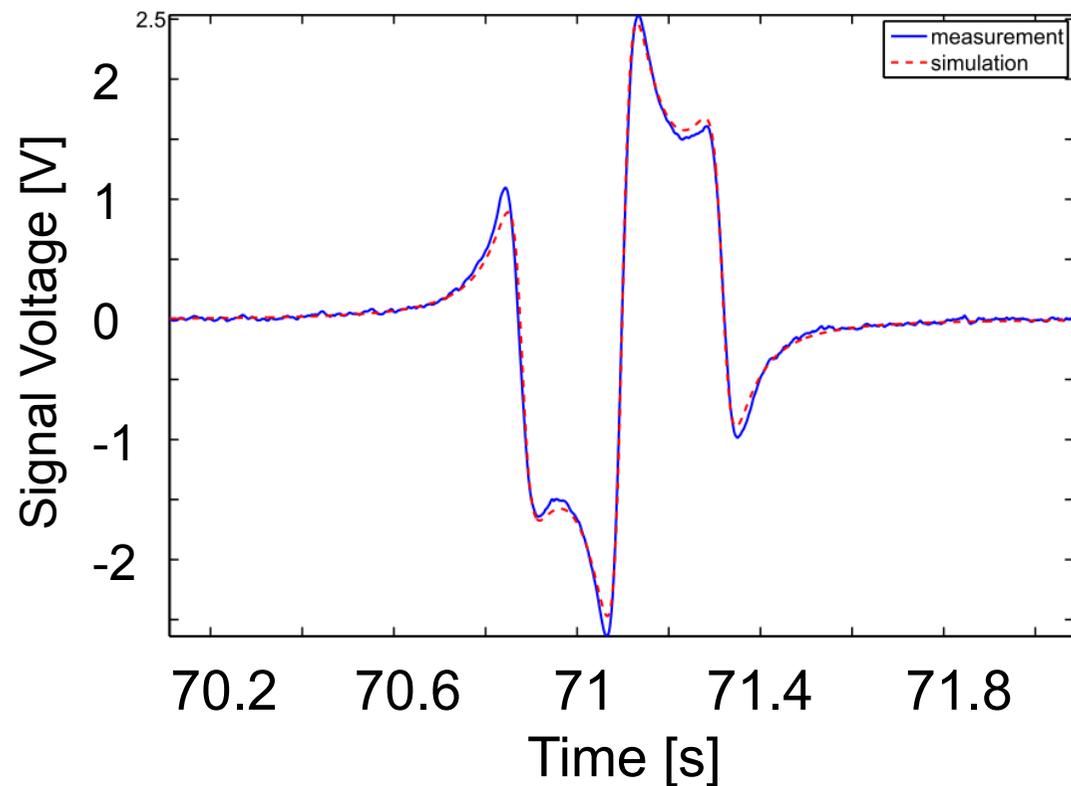


MC前

MC後



## LG33 コサインモードPDH信号



フィッティング:

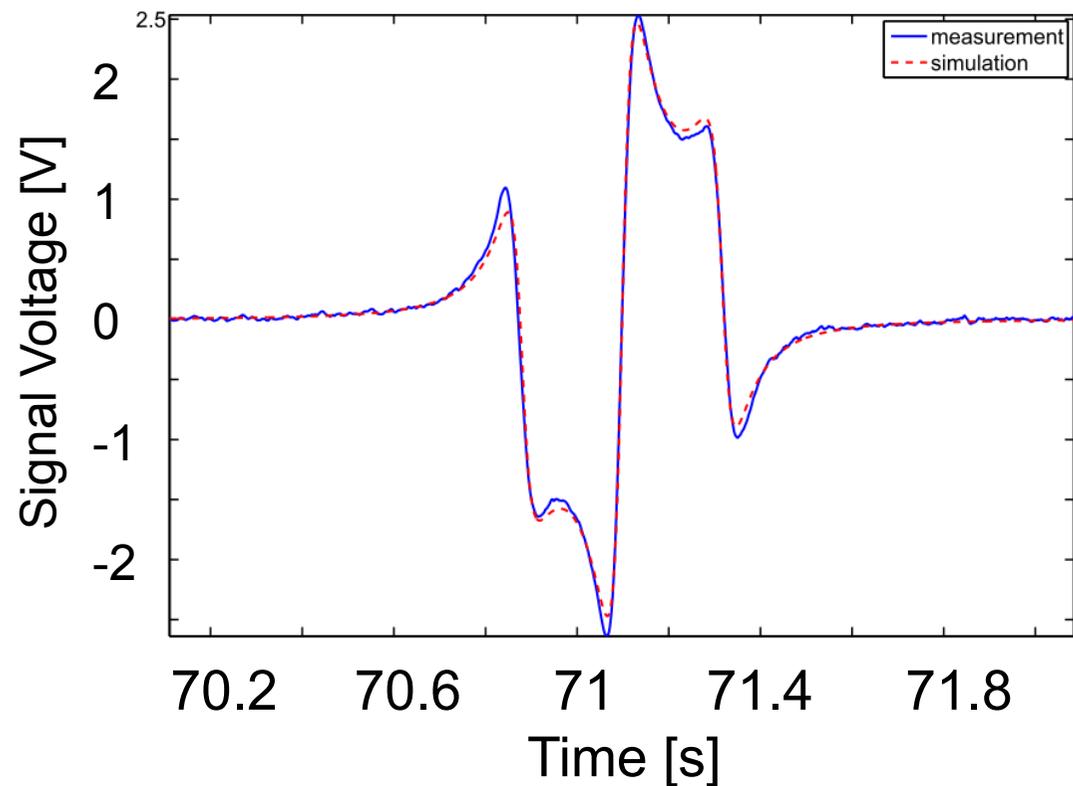
Mirror losses: 3116.29 ppm

Modulation index: 0.017641

Demodulation phase: 99.6749 degrees



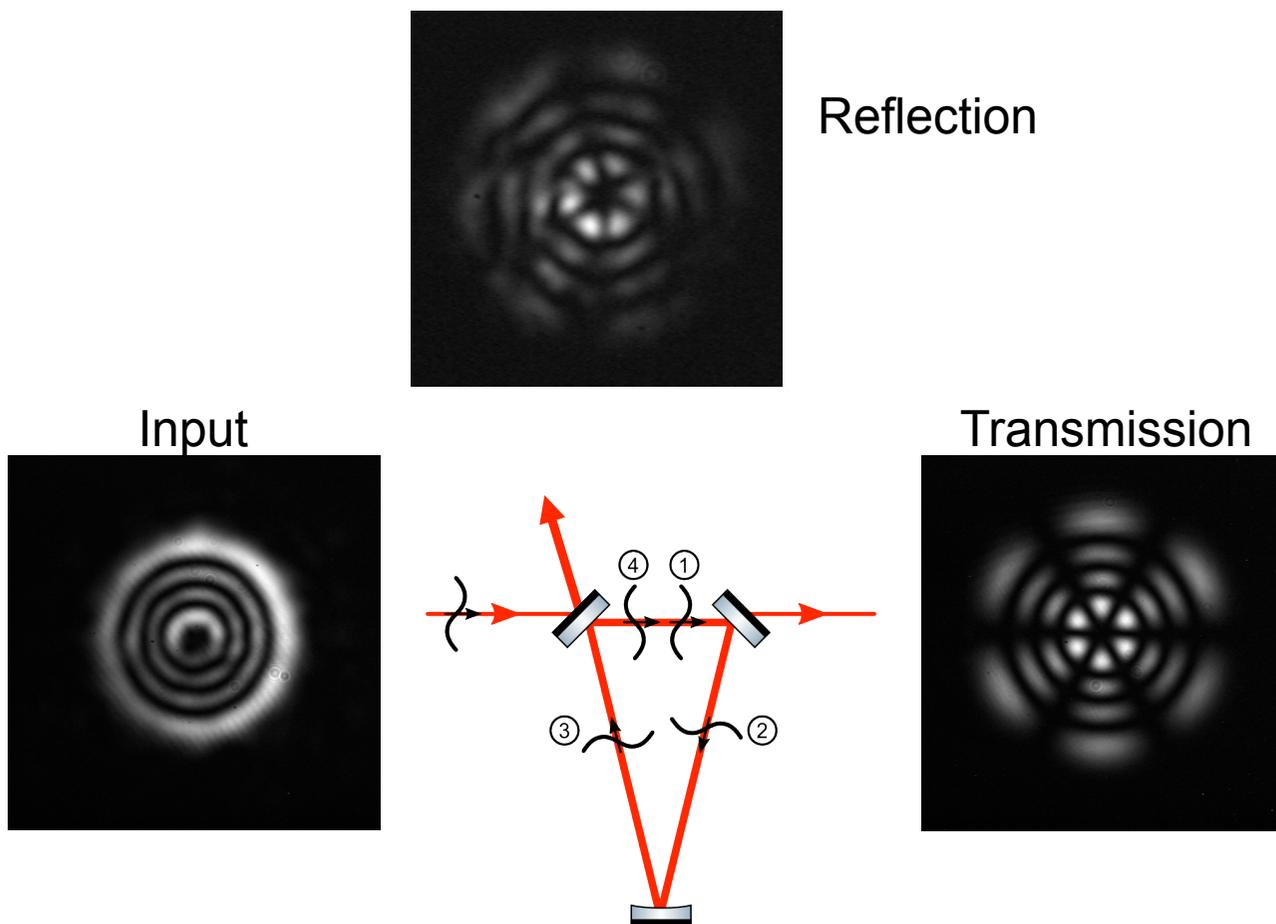
## LG33 コサインモードPDH信号



この信号を使って安定にキャビティをロックすることにも成功



実験でもらせんモードがコサイン・サインモードに  
分離することが確かめられた



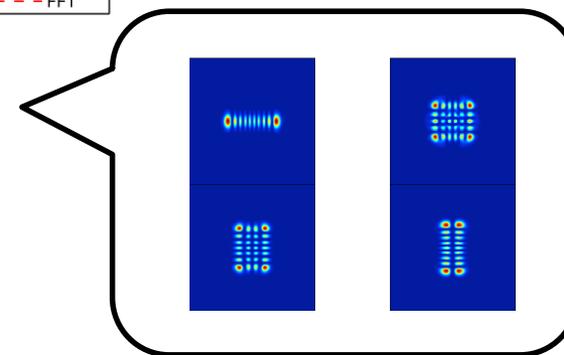
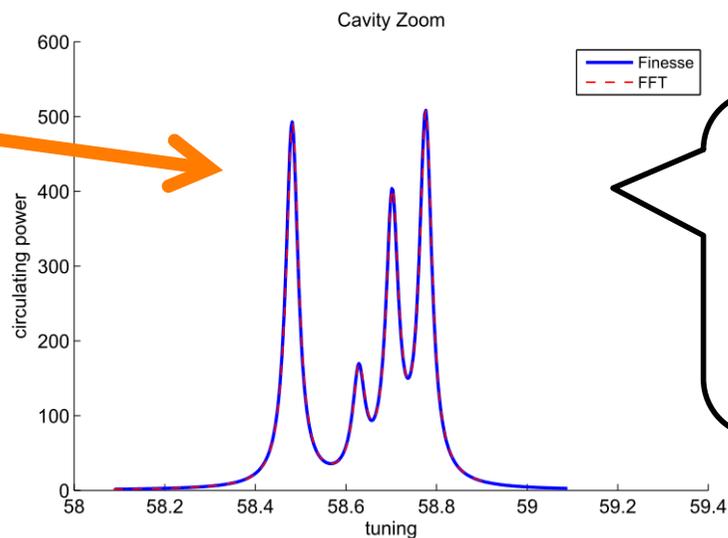
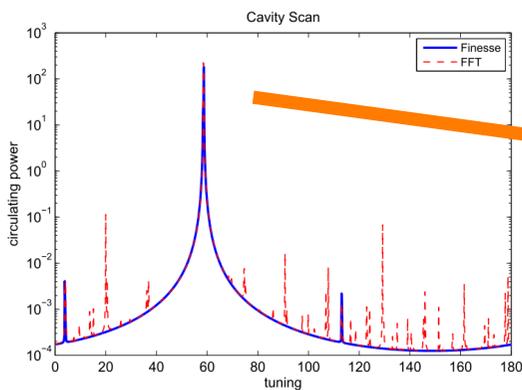
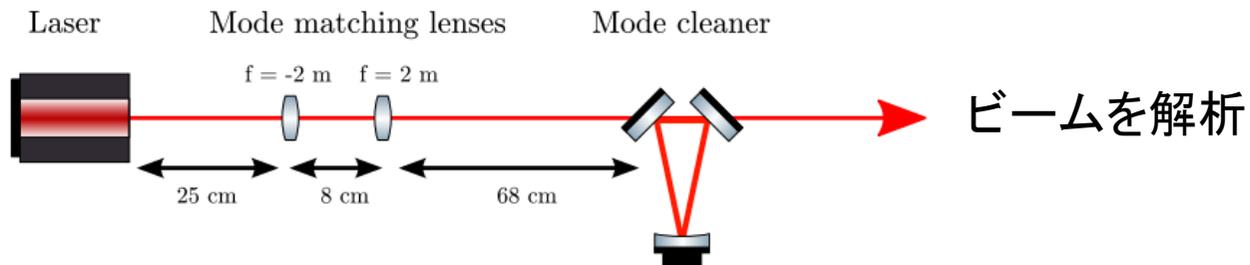


- イン트로ダクション
  - Einstein Telescope (ET)
  - 将来計画の重力波検出器の熱雑音
- ラゲールガウス (LG) 33 モードビームについて
  - 重力波検出器における熱雑音
  - らせんモード
  - コサインモード
- LG33実験
  - ・ LGモードの生成
  - ・ キャビティ
  - ・ 制御信号
- ・ 問題点と今後の予定



## モード縮退 - 同じオーダーのモードは 同じパラメタ(グオイフェイズ等)を持つ

HG9次ミックス  
インプット

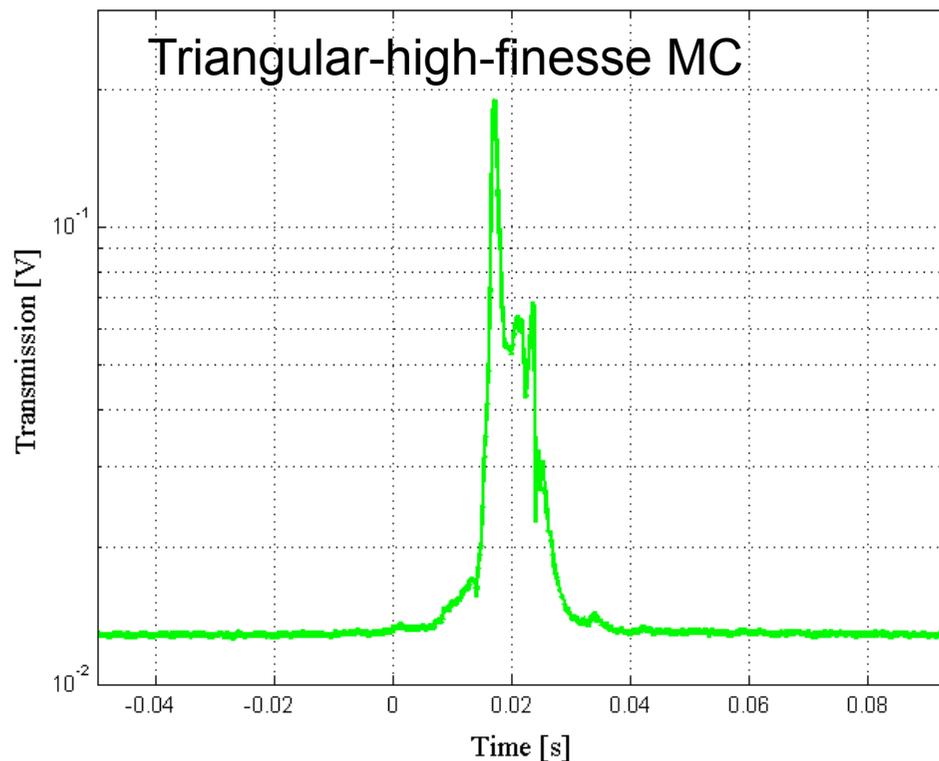
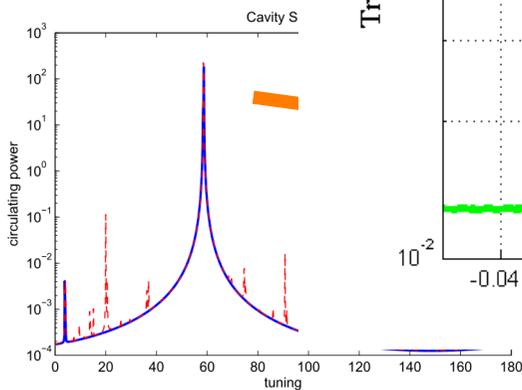




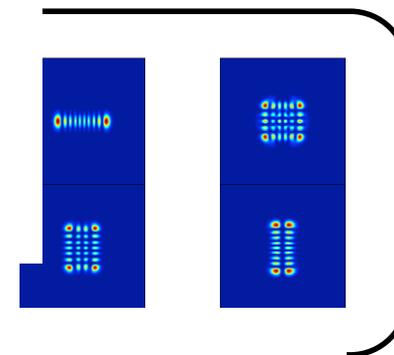
モード縮退 - 同じオーダーのモードは  
「バブル」を持つ

Scan 2

HG9次ミック  
インプット



モードを解析



実験でも縮退が確かめられた

[http://www.youtube.com/watch?v=q1LaPqH2A14&feature=player\\_embedded](http://www.youtube.com/watch?v=q1LaPqH2A14&feature=player_embedded)



Phase plateが60Hz(交流電源)で点滅

- パッシブなPhase plateに交換する



- MC後のビームを2つ目のキャビティに入射しパフォーマンスをチェックする
- MC後のビームでマイケルソン干渉計を動作しパフォーマンスをチェックする



UNIVERSITY OF  
BIRMINGHAM

---

### Acknowledgements:

Paul Fulda

(このプロジェクトは彼のPhDテーマ。D2のイギリス人。)

Simon Chelkowski

(Hannover のRomanグループ(スクイジンググループ)出身の人。  
3月にドイツ・イエナのOptics会社に就職。)

Andreas Freise

(ボス。シミュレーションソフトFinesseを作った人。)

---